Philosophie des sciences, métaphysique du XXIe siècle

Daniel Martin

Présentation de l'ouvrage

Mise à jour : 17/08/2020

Après des études d'ingénieur et d'astronomie suivies de cinq années d'enseignement-recherche, Daniel Martin a fait une carrière internationale d'informaticien spécialiste des bases de données.

Au XXIe siècle, notre métaphysique s'occupe de sciences et d'informations.
Ce livre traite donc de philosophie des sciences les plus actuelles : astrophysique avec ses théories des Trous noirs, du Big Bang et de l'Inflation ; Relativité restreinte et générale avec son espace-temps courbe quadridimensionnel ; Physique atomique avec sa Mécanique, son Electrodynamique et sa Chromodynamique quantiques ; fluctuations quantiques ; théories du chaos et des fractales ; conservation de l'information sur l'horizon d'un trou noir ; modèle informationnel de la conscience humaine remplaçant la traditionnelle conscience transcendante des philosophes, etc.

Tous ces sujets sont abordés de façon pédagogique, dans un style de cours où chaque notion scientifique ou philosophique est définie pour que le texte soit clair.
Les centaines de définitions sont accessibles par plus de 11000 liens depuis divers endroits du texte. La rigueur scientifique est vérifiable par plus de 300 références.

Chaque sujet scientifique est d'abord présenté et vulgarisé, pour qu'un lecteur sans connaissances mathématiques particulières puisse le suivre. Chaque loi physique générale est ensuite résumée en termes philosophiques pour en faire ressortir l'originalité : nos sciences dures modernes apparaissent alors dans toute leur puissance conceptuelle, avec leurs connaissances structurées en systèmes.

La base métaphysique de ces sciences est le déterminisme, que l'auteur a théorisé avec une précision fruit d'une dizaine d'années de travail. Ce postulat régit aujourd'hui toutes les lois d'évolution conservatives de la nature (évolutions à énergie constante, car sans échange avec l'extérieur), y compris lorsqu'interviennent des contraintes comme le Principe d'incertitude de Heisenberg ou le Principe d'exclusion de Pauli. Le hasard, opposé du déterminisme, est présenté avec ses trois définitions et réduit à sa réalité : l'ignorance.

La nouvelle métaphysique ayant les mêmes fondements que la philosophie traditionnelle, l'ouvrage résume succinctement les métaphysiques de Platon, Aristote, Descartes et Kant, illustrant ainsi l'évolution des méthodes de connaissance scientifique. L'exemple des "preuves" de l'existence de Dieu est traité selon les démonstrations de Kant, et complété par nos connaissances actuelles issues de la Relativité. Les doctrines idéalistes, matérialistes et réalistes sont comparées, et la doctrine moderne de la vérité scientifique par consensus issue du Rationalisme critique est présentée avec plusieurs exemples d'application.

Le livre explique enfin les découvertes récentes comme le boson de Higgs, la gravitation quantique à boucles, l'Univers avant le Big Bang et le temps quantique, et situe le déterminisme humain par rapport au problème philosophique classique du libre arbitre.

Table des matières

1. Résumé philosophique

Ce premier chapitre présente des conclusions philosophiques de connaissances scientifiques développées dans le reste de l'ouvrage. Un lecteur qui n'est pas intéressé par les détails mathématiques, physiques et astronomiques peut ne lire que cette première partie ; s'il éprouve alors le besoin de comprendre la raison d'une affirmation philosophique surprenante il la trouvera (dans la version pour lecture à l'écran) en cliquant sur un lien ou deux, il y en a plus de 11000.

Lire ce résumé nécessite un minimum de bases philosophiques, présentées ici succinctement pour fournir des éléments de vocabulaire et de problématique, et pour illustrer par des exemples les raisonnements métaphysiques.

1.1 Philosophie et métaphysique : introduction

La philosophie occidentale est née en Grèce

(Citation de l'article [1b])

"La philosophie, à commencer par le mot lui-même, est d'invention grecque et n'a pas d'équivalent […] dans les autres aires de civilisation. […] On ne peut dire que les civilisations indienne ou chinoise, par exemple, aient donné naissance à une philosophie au sens strict. Si la philosophie grecque s'est répandue au Moyen Âge dans le monde arabe, elle n'a jamais été assimilée véritablement par les cultures orientale et extrême-orientale ; et, réciproquement, les formes de pensée « philosophiques » issues de l'héritage grec n'ont pu vraiment traduire et assimiler l'acquis des pensées orientale et extrême-orientale. […] La philosophie grecque contient en germe tout le développement de la philosophie occidentale."

(Fin de citation)

Les anciens Grecs, dont Platon et son élève Aristote, considéraient la philosophie comme une *science de tout ce qui existe*. Cette science devait s'élever au-dessus des connaissances issues de la seule interprétation intuitive des sensations (perceptions des sens) par l'intermédiaire de l'imagination. Les Grecs n'hésitaient donc pas à compléter leurs connaissances par imagination, ce qu'on ne doit faire aujourd'hui qu'en littérature, poésie…

Science

Une science se définit par une spécification, une organisation et une rigueur :

- spécification d'un point de vue, d'une méthode, d'une matière (l'objet de la science) ;
- organisation systématique des idées ou des faits par leurs relations, à partir de symboles de base, par un langage adapté aux phénomènes et permettant de les traduire, de les prévoir et de les associer ou dissocier ;
- rigueur de la preuve par consensus à partir d'affirmations provisoires.

De nos jours aussi les théories scientifiques sont imaginées, par induction et intuition, à partir de faits connus. Mais elles ne sont acceptées qu'après vérification expérimentale (on dit *empirique*) de leurs conséquences et recherche infructueuse de contre-exemples ; les Grecs ne poussaient pas la rigueur aussi loin.

Les Grecs appelaient la philosophie *sagesse*. Ils ne séparaient pas, comme nous, science, philosophie, religion et éthique. Comme le montre la monumentale étude d'Arthur Koestler *Les somnambules* [15], l'humanité a mis plus de 2000 ans - depuis les scientifiques grecs de l'antiquité jusqu'à Darwin - à séparer clairement ces systèmes de connaissances.

Pour Aristote, le philosophe est l'homme qui sait le plus de choses : sa science de l'universel vise non seulement *toutes* les choses, mais aussi *tous les détails* de chaque chose ; son savoir doit être en même temps *le plus étendu possible* et *le plus approfondi*. Et comme les diverses connaissances n'ont pas les mêmes qualités de noblesse et de difficulté, le philosophe veut aussi les connaissances les plus hautes, les plus précises, de la physique aux mathématiques et de l'astronomie à la théologie.

On voit que les Grecs avaient une exigence esthétique en matière de science et philosophie. Ils éprouvaient du respect pour certaines connaissances théologiques ou astronomiques, considérées comme « plus hautes » et « supérieures » à celles concernant notre monde physique, qualifié de *monde sublunaire*.

Portée de cet ouvrage
Notre philosophie actuelle, et notamment sa branche métaphysique, provient donc des anciens Grecs, qui ont aussi jeté les bases de la logique. Mais aujourd'hui leur philosophie a surtout un intérêt pédagogique et historique.

Pédagogique parce qu'ils ont identifié beaucoup de problèmes qu'il est instructif de connaître avant d'aborder des sujets plus difficiles, et historique parce qu'on comprend mieux la philosophie actuelle connaissant l'évolution de ses idées.

23 siècles après les Grecs, ces systèmes de connaissances que sont la philosophie, la science, la religion et l'éthique sont aujourd'hui très avancés par rapport aux leurs, et différents dans leurs fondements mêmes.

Cet ouvrage visant une philosophie utilisable aujourd'hui pour une pensée profonde et rigoureuse, notre propos sur la philosophie grecque sera concis ; nous consacrerons aussi du temps à celles de Descartes et de Kant, et surtout à celle d'aujourd'hui.

1.1.1 La philosophie

Origine du mot
Chez les anciens Grecs, le mot philosophie voulait dire « amour du savoir » (recherche d'une connaissance du monde). Plus tard, chez les Romains, il a plutôt voulu dire « amour de la vertu », puis « amour de la sagesse » en supposant que le sage recherche à la fois la connaissance et la vertu.

1.1.1.1 Définition de la philosophie

Il n'y a pas de définition de la philosophie : il n'existe pas de livre ou de collection de livres dont on puisse dire du contenu : « voilà la philosophie ». On peut seulement citer des sujets sur lesquels l'homme philosophe : le sujet (l'esprit de l'homme, le Moi, l'âme) ; la conscience et l'inconscient ; autrui ; le désir ; le temps ; l'existence ; la nature et ses lois ; la religion ; la connaissance (concept, expérience, vérité, raison, logique, démarche scientifique, le vivant) ; la morale ; la justice…
Aristote appelait la philosophie "science des principes et des causes", et la métaphysique "science des premiers principes et des premières causes" [2b].

1.1.1.2 A quoi sert la philosophie ?

Source : [38]

- *A comprendre le monde où nous vivons*, à travers les systèmes de pensée étudiés au fil des siècles par les plus grands penseurs, c'est-à-dire à profiter de leurs réflexions. Ces systèmes concernent *la description du monde*.
- *A choisir des règles de comportement*, vis-à-vis des autres et pour atteindre le bonheur.
- *A ne pas nous laisser accabler par la peur de l'avenir, le regret du passé ou des événements malheureux comme la perte d'un être cher.*
- *A ne pas vivre d'espoir si intensément qu'on oublie de profiter du présent.*

Voyons les détails.

1.1.1.2.1 Les apports de la philosophie : theoria, éthique et sagesse

Pour tenir ces promesses, la philosophie apporte un système de pensée dans trois domaines.

- La *theoria* (mot venant du grec) apporte la connaissance et la compréhension du monde, en permettant la description de ses caractéristiques et en fournissant une méthode pour les découvrir ; le modèle de connaissance et compréhension de la theoria a donc ces deux dimensions. La theoria est donc l'intelligence de ce qui est, c'est une théorie ; les sciences en font partie.
- *L'éthique* (la *morale*) apporte des règles de comportement social applicables au contexte décrit par la theoria : comment être utile aux autres, juste, etc. Il s'agit ici de vivre en harmonie avec la société.
- La *sagesse* apporte des règles de pensée et de comportement destinées à permettre d'atteindre le salut et le bonheur, de vaincre ses peurs, de maîtriser ses désirs.

Il n'y a pas *une* mais *des* philosophies, avec plusieurs explications du monde et méthodes pour les trouver, plusieurs éthiques et plusieurs sagesses. Chacun peut choisir *sa* philosophie, la construire par l'étude des œuvres philosophiques et la réflexion personnelle, *en général* en adoptant des idées et des approches appartenant à plusieurs des grands systèmes de pensée.

En général (adjectif)

- Qui se rapporte à la totalité des cas ou des individus.
  Opposé : *particulier, singulier, spécial*.
- Qui concerne le tout, par opposition à ce qui ne concerne qu'une partie.
- Qui tend vers l'universalité.

1.1.1.2.2 Le salut

La réflexion philosophique a traditionnellement concerné aussi des sujets auxquels s'intéresse la religion, car pendant longtemps on ne séparait pas philosophie et religion. En voici un, le *salut*.

Salut

(Théologie) Fait d'être délivré de l'état de péché originel et de souffrance, et d'échapper à la damnation. Synonymes : *rachat, rédemption.*

1.1.1.2.3 L'opposition entre philosophie et religion - Existence de Dieu et salut

La philosophie apporte à chaque homme des solutions construites par *réflexion personnelle*. Cette réflexion se veut logique et basée le plus possible sur des certitudes. La religion (chrétienne, juive ou musulmane), apporte des solutions basées sur *des révélations* demandant qu'on la croie sans preuve (exemple : [30]).

La philosophie suppose que l'homme ait confiance dans son aptitude à distinguer le vrai du faux, le possible de l'impossible, et de raisonner sainement à partir d'hypothèses jugées crédibles. La religion, au contraire, demande une attitude d'humilité, de confiance aveugle dans ses dogmes. Elle propose une solution toute faite, prête à l'emploi, alors qu'une philosophie demande à chacun de construire sa solution personnelle dans le cadre de son système de pensée et de valeurs. Alors que la religion propose de compter sur Dieu pour le salut, la philosophie propose de compter sur soi-même. En somme, la philosophie prône un effort de lucidité, par exemple pour rechercher un salut sans Dieu, alors que la religion apporte une sérénité faite d'abandon et d'espoir.

Un croyant a donc tendance à accuser d'orgueil tout homme qui philosophe, alors que ce dernier a tendance à accuser les croyants de faiblesse ou de paresse intellectuelle.

La religion chrétienne promet à ceux qui l'ont méritée une solution parfaite au problème du salut : après la mort, on vivra une nouvelle vie, heureuse, où on retrouvera ceux qu'on a aimés. C'est une promesse sans preuve, qu'il faut croire telle quelle dans le cadre de la révélation. Aucune philosophie ne peut rivaliser avec elle, aucune ne peut prouver l'existence d'un salut aussi parfait, car *il n'existe pas de raisonnement logique permettant de construire une telle preuve* : Kant l'a *prouvé*. Il a montré en même temps qu'*on ne peut prouver logiquement ni l'existence d'un Dieu créateur de l'Univers ni son inexistence*, donc que la croyance en une religion révélée restera toujours un choix personnel sans rapport avec la logique.

On le voit, il y a une forte opposition entre l'approche philosophique et l'approche religieuse pour atteindre les mêmes buts de compréhension du monde et de choix de règles de comportement, pour soi-même et envers autrui. C'est pourquoi l'Eglise catholique ne tolère la philosophie que dans la mesure où elle admet ses vérités révélées (c'est Dieu qui a créé le monde, etc.) et se contente d'en tirer des conséquences : aucune remise en cause n'est possible, et des gens ont été brûlés pour avoir soutenu un détail de theoria non conforme à l'enseignement officiel.

(On pense en particulier à Giordano Bruno, brûlé en 1600 par l'Eglise romaine pour avoir écrit et enseigné une philosophie différente de celle du catholicisme. On pense aussi à Galilée, obligé de retirer publiquement ses thèses d'astronomie en 1633 et qui ne fut réhabilité par cette Eglise qu'en 1992.)

1.1.1.2.4 Les valeurs morales selon Kant

Kant a justifié la foi en Dieu par des considérations de valeurs morales et de cohérence, guidant le comportement en fonction de critères admis a priori, principalement *le désintéressement* et *l'universalité*. Le désintéressement permet à l'action d'éviter l'égoïsme, et l'universalité lui permet de dépasser les intérêts d'une personne ou d'un petit groupe pour œuvrer au bien de la société. Désintéressement et universalité ne se conçoivent que dans un cadre de *liberté* de choix et d'action. Kant a regroupé les trois critères de liberté, désintéressement et universalité en un critère suprême, le *devoir*, dont les autres découlent.

1.1.1.3 La soif de comprendre et de prévoir

L'homme a besoin de comprendre ce qu'il voit et de prévoir ce qui va arriver. Il veut comprendre d'abord pour satisfaire sa curiosité, ensuite parce que ce qu'il ne comprend pas ou ne peut pas prévoir l'inquiète : y a-t-il un danger ou un risque de manquer une opportunité ? En cherchant à comprendre l'homme imagine des réponses à ses questions ; il formule des explications, des théories et des prédictions. Et tant qu'une explication ou une théorie n'a pas été démentie par des faits il s'y accroche, préférant une croyance douteuse à l'ignorance totale. La première raison de l'existence de certaines religions est là : leurs explications sans preuves de l'existence du monde et leurs promesses sans garantie d'une vie après la vie valent mieux que l'absence de compréhension et d'espoir.

> *Exemple d'explication du mouvement des choses donnée par Platon*, selon [2a] :
> « Platon n'a pas songé à définir le mouvement, et il n'a pas cherché, comme plus tard Aristote, à en expliquer la nature intime et l'essence ; il s'est borné à se demander d'où le mouvement pouvait venir, et quelles en étaient les principales formes.
>
> Sur la cause première du mouvement, l'opinion de Platon est aussi arrêtée qu'il se peut, et il ne balance pas à rapporter à Dieu le mouvement qui se montre partout dans l'univers et qui le vivifie. C'est Dieu qui a tiré des profondeurs de son être le mouvement, qu'il a communiqué à tout le reste des choses ; sans lui, le mouvement ne serait pas né, et il ne continuerait point. Dieu est comme l'âme du monde ; l'âme, qui est le plus ancien de tous les êtres, et qui est pour le vaste ensemble de l'univers le principe du mouvement, ainsi qu'elle l'est pour les êtres particuliers, animant la matière inerte à laquelle elle est jointe. C'est Dieu qui a créé les grands corps qui roulent sur nos têtes dans les espaces célestes, et c'est lui qui maintient la régularité éternelle de leurs révolutions, de même qu'il leur a imprimé l'impulsion primitive qui les a lancés dans le ciel. Dieu est donc le père du mouvement, soit que nous considérions le mouvement à la surface de notre terre et dans les phénomènes les plus habituels, soit qu'élevant nos yeux nous le contemplions dans l'infinité de l'étendue et dans l'harmonie des sphères.
>
> Platon attache la plus haute importance à ces opinions, qui font partie de sa foi religieuse et il s'élève avec indignation contre l'impiété trop fréquente des Naturalistes, qui croient trouver dans la matière réduite à ses propres forces une explication suffisante. S'en tenir uniquement aux faits sensibles qui tombent sous notre observation, et ne pas remonter plus haut pour les mieux comprendre, lui semble une aberration et presque un sacrilège. C'est méconnaître la Providence, qui régit et gouverne toutes choses avec autant de bonté que de sagesse, et c'est risquer de l'offenser que de ne pas voir assez clairement la trace qu'elle a laissée dans ses œuvres, et dans ce grand fait du mouvement, qui doit la manifester à tous les yeux. Platon ne dit pas en propres termes que Dieu est le premier moteur, et c'est Aristote qui plus tard trouvera cette formule mais la pensée, si ce n'est l'expression, est de lui ; et le disciple, sous ce rapport comme sous bien d'autres, n'a été que l'écho de son maître. »

C'est ainsi que les hommes se posent des questions comme : pourquoi y a-t-il quelque chose plutôt que rien (pourquoi le monde existe-t-il) ? Quelle est la différence entre réalité et apparence ? L'âme est-elle immortelle ? Dieu existe-t-il ? Qu'est-ce que l'être ? Quelle est la différence entre l'être et l'essence ? Entre essence et existence ? Toutes ces questions ont été étudiées dans une philosophie particulière appelée *métaphysique*. Nous définirons ces notions philosophiques plus bas, au fur et à mesure des besoins.

1.1.1.4 Comment l'homme perçoit et décrit ce qui l'entoure et ce qu'il ressent.

Sens externe et interne - Sensation – Sensibilité – Impression

La *sensibilité* est la faculté humaine de recevoir des *impressions* des phénomènes de l'expérience sensible (vue, ouïe, etc.). Chaque impression est reçue sous forme de *représentation brute* en mémoire de travail ; l'esprit éprouve alors une *sensation*.

- Le *sens externe* permet à l'homme de se représenter des objets extérieurs à lui-même, et lui fournit les informations de position et de forme dans l'espace ;
- Le *sens interne* permet à l'homme de s'intuitionner lui-même et son état intérieur par conscience de soi : quand il pense à quelque chose il sait qu'il pense à cette chose. Ce sens n'a pas la notion de l'espace, mais seulement celle du temps. Par expérience interne l'homme a conscience de son existence dans le temps et du temps qui passe.

Voir aussi :

- *Sur les sens interne et externe de l'homme* ;

- *Doctrine rationnelle de l'âme ou psychologie rationnelle*.

Nous verrons plus loin, en décrivant la métaphysique de Kant, le détail des processus d'acquisition des connaissances : perception, intuition, entendement et raison.

1.1.2 La métaphysique

La métaphysique est une branche de la philosophie aussi difficile à définir qu'elle : dans l'excellent *Vocabulaire philosophique* [4], l'article *Métaphysique* occupe 10 pages en petits caractères. Nous n'en reprendrons dans cet ouvrage que les définitions en rapport avec son objectif principal : décrire les principes et règles qui fondent la pensée scientifique et s'appliquent aux réflexions de notre siècle. Sous cet aspect « faire de la métaphysique » est une démarche rationnelle, sans but spéculatif. Dans cet ouvrage sur la métaphysique du XXIe siècle les considérations traditionnelles sur la pensée des grands philosophes et leurs doctrines seront donc réduites au minimum compatible avec nos objectifs.

Origine du substantif métaphysique

Les œuvres d'Aristote ont été recueillies et éditées par Andronicos de Rhodes, environ trois siècles après sa mort. C'est dans ce recueil que le mot *Métaphysique* est apparu, pour désigner le texte d'Aristote placé après son livre *Physique* (en grec, « méta μετα » veut dire « au-delà de ») Et comme ce terme ne définissait pas le contenu de son texte, d'innombrables philosophes lui ont attribué un sens à eux, parfois assez différent de ceux de leurs prédécesseurs.

C'est ainsi qu'au moyen âge la métaphysique était « la connaissance des principes des sciences et de l'action en même temps que celle des choses divines », sens repris par Saint Thomas d'Aquin dans sa rédaction de la doctrine chrétienne, en insistant sur le caractère rationnel (et non révélé) de cette connaissance.

Définition de la métaphysique utilisée dans ce texte

Dans cet ouvrage, la métaphysique sera donc surtout « la connaissance rationnelle des principes et lois de la physique et de la cosmologie, ainsi que des méthodes de pensée nécessaires pour les trouver et les utiliser ».

- Exemples de principes de la physique : le déterminisme et la Relativité.
- Exemples de méthodes de pensée : les 4 préceptes de Descartes et le rationalisme critique de Karl Popper.

Limites de cet ouvrage

L'homme a cherché à définir les principes de la connaissance scientifique autant pour satisfaire sa curiosité que dans le but utilitaire de savoir pour agir au quotidien. Il avait besoin de trouver des réponses aux questions qu'il se posait sur l'Univers, Dieu, l'âme, la vie après la mort, le libre arbitre, etc. autant que de trouver les lois de la Mécanique ; du reste, il ne voyait pas pourquoi il fallait séparer science, religion, philosophie et morale, et il lui a fallu une vingtaine de siècles pour astreindre sa pensée rationnelle à cette séparation [15].

Nous décrirons donc ici des connaissances scientifiques indépendamment de toute religion, de toute morale, et de valeurs idéologiques ou esthétiques comme *l'harmonie* chère aux stoïciens. Et c'est seulement dans le but pédagogique d'énoncer des fondements et de présenter la démarche métaphysique, que nous parlerons des grands philosophes, de Dieu et des principales doctrines de la vérité. Enfin, parce qu'une connaissance se comprend mieux lorsqu'on en critique les affirmations, nous critiquerons (respectueusement) la pensée des grands philosophes chaque fois que ce sera possible de manière constructive.

1.1.2.1 Sujets dont s'occupe la métaphysique

1.1.2.1.1 Recherches de la nature fondamentale des choses

La métaphysique cherche la nature fondamentale des choses, par opposition à leurs apparences : leur possibilité, leur existence, l'historique de leur création, leur avenir, leurs principes, leur sens. Cette recherche est considérée comme fondamentale, car son objet est la réalité de tout ce que l'homme conçoit, et la vérité de ce qu'il dit.

1.1.2.1.2 Spéculations sur le monde réel au-delà du champ de la physique

Dans les sciences, la métaphysique veut dépasser le champ de l'expérience possible et de la science physique : le préfixe *méta* veut dire *au-delà de* ; ainsi, la métaphysique cherche et imagine des réponses aux questions sur l'Univers telles que : comment a-t-il été créé ? est-il fini ou infini dans l'espace et dans le temps ?

Exemple : La métaphysique doit avoir des connaissances synthétiques a priori.

Précisions sur la limitation de la métaphysique à ce qui est au-delà de l'expérience

On reproche souvent à la métaphysique de ne s'intéresser qu'à des spéculations au-delà de ce qui est scientifiquement possible ; nous aborderons cette critique en détail plus bas.

Mais ce caractère spéculatif ne justifie pas de rejeter toute démarche métaphysique à propos de la science, car toute science a besoin de principes pour fonder sa démarche, et ces principes (qui sont par définition en dehors de son champ de validation par l'expérience) appartiennent à la métaphysique.

Exemples : les principes de déterminisme, de causalité, de correspondance entre les lois de la physique quantique et les lois de la physique macroscopique, de Relativité générale et bien d'autres.

La validation par l'expérience ci-dessus s'entend au sens *direct*, par perception de phénomène. Une validation *indirecte*, par exemple à l'aide d'une généralisation par induction, est possible pour un principe métaphysique régissant des lois physiques. Exemple : le Principe de raison suffisante

« Tout ce qui existe (objet) et tout ce qui se produit (événement) doit avoir une cause due à une loi de la nature. » est bien un principe métaphysique, car il n'existe pas de phénomène dont l'expérience valide directement la généralité indiquée par l'adjectif indéfini *Tout*.

1.1.2.1.3 Définition des méthodes et doctrines des sciences

« Les principes qui fondent la méthode scientifique dans sa recherche de la vérité sont métaphysiques par nature. »

Au-delà du devoir de définir ces principes, la métaphysique doit définir – dans le respect de la logique - les règles et les limites d'une pensée rigoureuse. Sans cette rigueur non seulement la démarche scientifique est impossible, mais la prise rationnelle des décisions quotidiennes est compromise.

De nos jours, donc, l'intérêt de la métaphysique n'est plus la spéculation sur des sujets traditionnels comme l'existence de Dieu, l'immortalité de l'âme, la finitude du monde ou la liberté des choix humains. Cet intérêt est la rigueur de la connaissance et de la pensée dans les domaines autres que l'art ou la foi.

C'est pourquoi cet ouvrage accorde une place importante à la métaphysique de philosophes comme Platon, Aristote, Descartes et Kant, qui ont réfléchi à ce problème et découvert beaucoup de règles de pensée : leurs conclusions sont énoncées, analysées puis critiquées, car la connaissance de leurs limites et erreurs est aussi instructive que les règles elles-mêmes.

La controverse doctrinale entre idéalisme de Platon et réalisme d'Aristote n'a jamais cessé

Nous verrons que la controverse doctrinale commencée à l'époque de Platon et Aristote entre l'idéalisme du premier (pour qui la réalité est une Idée dont l'objet physique n'est qu'une copie) et le réalisme de son disciple Aristote (pour qui la réalité est ce qu'on voit et l'Idée intelligible est une abstraction inutile) se poursuit de nos jours entre la doctrine antiréaliste de Niels Bohr et Heisenberg et la doctrine réaliste d'Einstein et de De Broglie. Le réalisme d'Einstein peut lui-même être considéré comme une variante de l'Idéalisme transcendantal de Kant, variante qui abandonne la notion d'Idée réelle comme l'aurait fait Aristote.

« La controverse doctrinale entre réalisme et antiréalisme se poursuit de nos jours. »

C'est aussi pourquoi aussi l'ouvrage accorde une place notable aux découvertes récentes en matière de neurosciences (pour les processus cognitifs) et de cosmologie (pour les réponses scientifiques aux interrogations sur la naissance et le devenir de l'Univers) : chaque fois que c'est possible, nous remplaçons des raisonnements métaphysiques traditionnels par des faits scientifiques exposés simplement.

La métaphysique doit respecter la logique

La métaphysique doit soumettre ses raisonnements à la *logique*, comme toute pensée humaine qui se veut rigoureuse, objective et indépendante des affects, de l'esthétique et des idéologies dogmatiques.

Ainsi, depuis le début du XXe siècle, les mathématiques (théories des ensembles et des nombres, analyse, géométrie…) sont définies à partir de la *logique* (voir dans [12] l'article-nomenclature *Logique – Compléments modernes et critique des idées de Kant sur ce sujet*. L'origine des articles listés dans cette nomenclature est [13]).

Le respect de la vérité

La métaphysique doit définir la notion de vérité à utiliser dans une démarche scientifique et les règles de raisonnement permettant de la respecter. Nous verrons que ce n'est pas simple.

1.1.2.1.4 Recherche des vérités et règles de la morale

En matière de vérités morales, la métaphysique cherche s'il y a des devoirs humains et un idéal formant un ordre de réalité supérieur à celui des faits, heureux ou malheureux, et qui en rendent compte. Nous n'abordons pas ce sujet dans ce texte.

1.1.2.1.5 Principes métaphysiques de causalité des sciences de la nature

A part les sujets traditionnels comme les philosophies des anciens Grecs et l'existence de Dieu, la métaphysique produit aujourd'hui les règles qui régissent les sciences de la nature, auxquelles nous consacrons une grande partie de cet ouvrage.

Voici un exemple de règle métaphysique, dans son énoncé moderne par Daniel Martin : celui du déterminisme. Définie ici d'un point de vue philosophique, nous nous y référerons souvent à propos des lois de la physique.

1.2 Le déterminisme : résumé introductif

Dans son monumental ouvrage *Traité de mécanique céleste*, publié en 5 volumes de 1798 à 1827 [291], Laplace démontrait les lois détaillées du mouvement des planètes à partir des lois de Newton. Ces corps célestes se déplaçaient avec une régularité remarquable : on pouvait prévoir la position de chacun des années à l'avance et retrouver celle qu'ils avaient à une date lointaine du passé. Laplace a donc naturellement postulé que toutes les lois de la nature avaient les mêmes qualités :

- Universalité : elles s'appliquent à tous les corps, en toutes circonstances et en tous lieux ;
- Stabilité : elles n'ont pas varié depuis l'aube des temps et resteront valables indéfiniment.

Ces qualités sont à l'origine de la doctrine du déterminisme, voici comment.

1.2.1 Origine historique : le déterminisme philosophique

Dans l'*Essai philosophique sur les probabilités* [62] de Laplace on lit page 3 :

"Les événements actuels ont, avec les précédents, une liaison fondée sur le principe évident, qu'une chose ne peut pas commencer d'être, sans une cause qui la produise. Cet axiome, connu sous le nom de *principe de la raison suffisante*, s'étend aux actions mêmes que l'on juge indifférentes. La volonté la plus libre ne peut sans un motif déterminant, leur donner naissance ; […] L'opinion contraire est une illusion de l'esprit qui, perdant de vue les raisons fugitives du choix de la volonté dans les choses indifférentes, se persuade qu'elle s'est déterminée d'elle-même et sans motifs."

Interprétation

- L'existence d'une chose ou la survenance d'un événement sont dus à une cause : ils ne sont pas l'effet du hasard.
- Même lorsque cette cause est la volonté d'un être, celui-ci a eu une raison d'agir. L'existence de décisions prises sans émotion ni contrainte [comme dans un calcul scientifique] ne justifie pas de croire qu'il existe une pensée indépendante de la matière. [Athée, Laplace militait contre les croyances en Dieu, en une âme immortelle, etc.]
- L'enchaînement d'événements par causalité est une loi de la nature. Aucune volonté ne peut remplacer cette causalité naturelle, quel que soit son libre arbitre, sans passer par une cause suffisante naturelle ; la volonté d'un esprit ne peut donc pas agir physiquement.
- La liberté d'action physique indépendante des lois naturelles est une illusion, une telle liberté n'existant que dans la possibilité de penser.

Dans ce texte de 1814, l'astronome et mathématicien affirme le déterminisme sans utiliser ce terme ; c'est parce qu'il parle de « motif déterminant » que sa doctrine a reçu le nom de *déterminisme*.

D'après cette doctrine, appelée *déterminisme philosophique* :

- Rien ne peut exister sans cause : une cause précède nécessairement toute existence de chose ; et elle suffit, lorsqu'elle existe, pour que la chose soit ou apparaisse.
- Laplace était athée, sa doctrine est matérialiste. Pour lui, l'existence d'une chose n'est jamais due à une volonté transcendante, sa cause est toujours naturelle.

Laplace écrit à la suite de la citation précédente :

"Nous devons donc envisager l'état présent de l'Univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence [le « démon » de Laplace] qui pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre, dans la perfection qu'il a su donner à l'Astronomie, une faible esquisse de cette intelligence. Ses découvertes en Mécanique et en Géométrie, jointes à celle de la pesanteur universelle, l'ont mis à portée de comprendre dans les mêmes expressions analytiques les états passés et futurs du système du monde."

Selon le déterminisme philosophique :

- Les causes provoquent l'enchaînement des états d'un système qui évolue, ces états successifs formant une *chaîne de causalité*.
- La science humaine doit permettre d'expliquer l'état présent d'un système en reconstituant par la pensée l'historique complet des évolutions dont il résulte conformément aux lois. Cela implique la possibilité pour l'homme de comprendre tous les phénomènes dont il connaît les causes successives, *promesse d'intelligibilité des phénomènes et de pouvoir explicatif de la science* ;
- Les lois de la science doivent aussi permettre de *prévoir* les évolutions futures et de *prédire* les situations correspondantes, *promesse de prédictibilité*.

Hélas, le déterminisme philosophique ne tient pas toujours ses promesses

La radioactivité naturelle est un exemple de phénomène qui échappe au déterminisme philosophique. Quand les atomes d'un échantillon d'uranium 238 se décomposent un par un en produisant des atomes de thorium et d'hélium :

- il est impossible de savoir quel est le premier atome de l'échantillon qui se décomposera ;
- dans un échantillon d'uranium contenant des atomes de thorium résultant de telles décompositions on ne peut retrouver dans quel ordre ces atomes de thorium sont apparus ;
- les décompositions se produisent sans cause apparente, à des instants imprévisibles.

Ces impossibilités (qui se démontrent) contredisent le déterminisme philosophique, qu'il faut donc abandonner car les lois et principes de la physique ne doivent pas avoir d'exception. Daniel Martin a donc construit une autre théorie du déterminisme des lois physiques d'évolution capable de les régir toutes ; nous allons la découvrir par étapes en commençant par la compréhension de la radioactivité naturelle.

Le problème du déterminisme philosophique est qu'il ne peut ni prédire une situation future (par exemple quel est le premier atome qui se décomposera et à quelle heure), ni reconstituer en pensée l'ordre de décomposition des atomes d'uranium. La décomposition radioactive naturelle est pourtant régie par une loi, que Laplace ne pouvait pas connaître à son époque, voici laquelle.

1.2.2 Radioactivité naturelle

Décomposition radioactive, découverte par Henri Becquerel en 1896

Un morceau de corps radioactif comme l'uranium 238 (noté ^{238}U) se décompose spontanément : de temps en temps un de ses atomes se brise en deux atomes : du thorium 234 (^{234}Th) et de l'hélium 4 (^{4}He), ce qu'on note : $^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He$.

> *Demi-vie*
>
> La loi qui décrit la décomposition d'un échantillon d'uranium ne donne qu'une *période de demi-vie*, durée au bout de laquelle 50% des atomes de son ^{238}U se seront décomposés ; et cette durée de demi-vie n'est qu'une moyenne statistique, vraie pour un nombre significatif d'échantillons. La demi-vie de ^{238}U est 4.5 milliards d'années : un échantillon paraît donc très stable ; il est surprenant, alors, qu'il se décompose spontanément atome par atome.
>
> Si un atome d'un échantillon observé est du ^{234}Th, il s'est probablement formé lors de la décomposition d'un atome ^{238}U, mais il ne peut exister de loi pour savoir à quelle date. Insistons : ce n'est pas qu'on ne connaît pas de « loi de date de la prochaine décomposition naturelle d'un atome de ^{238}U », c'est qu'*il ne peut y avoir de loi au niveau d'un atome pour cette décomposition*.

D'où les lois métaphysiques :

« Ce n'est pas parce que l'esprit humain distingue une partie d'un objet (ici des atomes individuels) **que la loi d'évolution naturelle agit au niveau de cette partie. »**

« Un changement d'état d'un objet peut se produire sans échange d'énergie avec l'extérieur, donc du fait de causes internes. »

Nous verrons qu'il y a d'autres lois d'évolution déterministes qui ont une portée globale. Nous verrons aussi d'autres évolutions sans cause extérieure (exemple). Nous verrons enfin, plus bas, quelle loi globale décrit la radioactivité naturelle.

En résume : le phénomène de décomposition radioactive d'un atome d'uranium donné n'a ni cause suffisante, ni date prévisible. Il est régi par une loi ne permettant pas de prédire quoi que ce soit pour cet atome, mais seulement statistiquement pour une population d'atomes. Et l'état actuel d'un échantillon ^{238}U contenant du ^{234}Th ne permet pas de reconstituer en pensée la succession des décompositions (quel atome, à quelle date).

Conclusions doctrinales

- *Rejet du déterminisme philosophique*
  Au niveau des atomes de ^{238}U, la doctrine du déterminisme philosophique ne tient pas ses promesses de prédiction des états futurs et de reconstitution en pensée de l'historique des états passés. Elle ne prévoit pas l'absence de cause externe de ce phénomène de décomposition.

  Cet unique contre-exemple suffit pour qu'on rejette ce déterminisme en tant que principe, car un principe doit être vérifié dans tous les cas. En outre, la physique connaît aujourd'hui de nombreux exemples de viols de ce « principe ».

- *Construction d'une autre définition de l'adjectif « déterministe »*
  Puisque le déterminisme philosophique, tel que Laplace le définit, ne peut ni toujours prédire les états futurs ni toujours reconstituer les états passés, voyons les conditions que doit vérifier un déterminisme de loi d'évolution :

  - Il doit affirmer la causalité, externe ou interne : une cause suffisante *C* (=un état de système ou des circonstances) produit une évolution *E* : $C \Rightarrow E$;
  - Il doit postuler l'existence d'une loi *L* qui régit cette évolution, c'est-à-dire que les mêmes causes produisent toujours les mêmes conséquences : $C \overset{L}{\Rightarrow} E$;
  - Il doit postuler que cette loi est une condition nécessaire et suffisante de l'évolution (nécessaire pour éliminer le hasard ou les interventions transcendantes, suffisante pour déclencher certainement l'évolution dès que l'état du système existe : $E \Rightarrow (C \overset{L}{\Rightarrow} E)$

  Ces conditions permettent d'énoncer une définition du déterminisme comme :

  « L'adjectif déterministe qualifie une opération, une évolution ou une règle dont le résultat ne dépend que des données ou circonstances initiales et qui est soumise à une loi. »

  Cette définition réserve le qualificatif « déterministe » à un changement, et remplace la prédiction d'un état final du déterminisme philosophique traditionnel par la connaissance des conditions initiales et l'existence d'une loi.

  Remarque sur les résultats d'évolution
  Le déterminisme traditionnel définit aussi à tort un résultat d'évolution comme une *valeur de variable* ou *l'état du système* qui a évolué, habitude malheureuse car nous verrons que *le déterminisme n'entraîne pas toujours la prédictibilité d'un tel résultat*.

  Retenons donc que :

  « Le résultat déterministe d'une cause (situation initiale) est nécessairement une *évolution* selon une loi (et non un *état* résultant)**. »**

  Sont déterministes, par exemple : un programme d'ordinateur ; la loi physique de la chute des corps ; la loi d'Ohm décrivant la différence de potentiel aux bornes d'une résistance parcourue par un courant électrique.

Conséquences de cette doctrine

- *Les évolutions de la nature sont régies par des lois*
  Qualifier un système de déterministe c'est nécessairement affirmer que son évolution est régie par des lois, sans effet du hasard ou d'une transcendance. Comme Laplace, nous postulerons que *toutes* les évolutions naturelles sont déterministes.

- *Nécessité d'un déterminisme statistique*
  Le phénomène de décomposition radioactive fait apparaître le besoin d'un type particulier de déterminisme, que nous qualifierons de *statistique*. Il s'agit bien d'un déterminisme et non de hasard : même si on ne peut rien prédire au niveau d'un atome d'uranium cette décomposition n'est pas imprévisible, elle est bien régie par une loi.

  Cette loi est au niveau d'une population d'atomes : la nature remplace le niveau de précision atome-par-atome (que nous souhaiterions) par un niveau plus global. La période de demi-vie de l'élément ^{238}U résulte d'une loi d'évolution physique déterministe décrite par un outil mathématique appelé *Mécanique quantique*, dont les prédictions ont une interprétation statistique bien que son équation d'évolution soit déterministe au sens traditionnel ; nous en reparlerons.

  On connaît aujourd'hui beaucoup d'évolutions dont les lois de prédiction sont statistiques. Celles-ci décrivent des états résultants de système dont certaines variables sont de type stochastique : leurs valeurs sont distribuées selon une loi statistique précise, elles ne sont pas au hasard.

- *Nécessité d'un autre déterminisme, à résultat d'évolution unique*
  Ce n'est pas parce que la décomposition radioactive se produit sans cause externe ni résultat d'évolution unique qu'il n'existe pas d'évolution nécessitant une cause externe et produisant un résultat unique.

  Exemple : la 2ème loi de Newton associe une cause (la force) à un résultat unique : l'accélération qu'elle communique à une masse.

  Comme ce cas est très fréquent, nous appellerons le déterminisme dont il dépend « *déterminisme scientifique* ». Définissons ce déterminisme-là conformément aux conditions précédentes.

1.2.3 Déterminisme scientifique

L'exposé qui suit est une introduction complétée par *Déterminisme scientifique : compléments*.

Le déterminisme scientifique est une doctrine basée sur le postulat suivant :

> **« L'évolution dans le temps de tout système physique est régie par deux postulats : le *Postulat de causalité* et la *Règle de stabilité* ».**

Toute évolution qui satisfait ces deux postulats est qualifiée de *déterministe* ;
réciproquement, toute évolution déterministe satisfait ces deux postulats.

1.2.3.1 Postulat de causalité - Principe de raison

Loi de la causalité

L'enchaînement naturel des causes et des effets est régi par le postulat de causalité.

Définition du postulat de causalité

Le postulat de causalité est une condition nécessaire et suffisante.

Condition nécessaire

> **« Tout phénomène constaté (situation ou évolution) a nécessairement dans l'Univers une cause efficace (situation ayant créé ou déclenché ce phénomène) qui l'a précédé et dont il résulte. »** : c'est le *principe de raison* ; voir aussi Rationalisme.

Conséquences :

- Tout ce qui existe, a existé ou existera dans l'Univers a une chaîne de causalité remontant au Big Bang, commencement de l'Univers ;
- Aucune intervention transcendante (de l'extérieur de l'Univers ou précédant son existence) n'est possible : aucune n'a créé, ne créera ou ne modifiera quelque chose dans l'Univers, parce que l'Univers étant en expansion plus rapide que la vitesse de la lumière, cette intervention se propagerait plus vite qu'elle, ce que la Relativité interdit.
- Aucune cause de l'Univers ne peut agir à l'extérieur – si cet extérieur existe
  (même raison : la Relativité).

Condition suffisante

« Il suffit que la cause efficace (situation) existe dans l'Univers pour que la conséquence (évolution) y ait lieu immédiatement » : c'est une certitude.

Exemple : je tiens une pierre dans ma main ;

- Si elle tombe, c'est que je l'ai lâchée : condition nécessaire ;
- Si je la lâche elle tombe, condition suffisante :
  la cause (lâcher la pierre) est alors aussi appelée *cause efficace*.

La condition suffisante d'évolution ne suffit pas pour que celle-ci ait un caractère déterministe : il faut en plus qu'elle soit régie par une loi de la nature, c'est-à-dire qu'elle respecte la *Règle de stabilité* :

« La même cause produira le même effet, partout et toujours. »

Nous reviendrons sur cette règle un peu plus loin, après avoir approfondi le postulat de causalité.

Rappel important : la définition du postulat de causalité ne promet qu'une évolution conforme à une loi stable ; elle ne promet aucune prédictibilité de résultat.

1.2.3.2 Conséquences déterministes du postulat de causalité

Comprendre et prévoir

Dans certains cas favorables, le postulat de causalité répond aux besoins de la pensée rationnelle de comprendre et de prévoir :

- La condition nécessaire permet théoriquement *d'expliquer* au moins en partie une constatation (évolution ou situation), en remontant le temps jusqu'à sa cause : « si la pierre tombe, c'est que je l'ai lâchée » ;
- La condition suffisante permet *de prévoir* une conséquence, en suivant le temps vers l'avenir depuis sa cause : l'évolution immédiate est déclenchée à coup sûr :
  « si je lâche la pierre, elle tombe (c'est certain) ».

Le postulat de causalité fait partie des principes de l'entendement

Kant écrit, page 647 de la *Critique de la raison pure* [20] : "Si ce sont des principes de l'entendement (par exemple, celui de la causalité)…"

Ce postulat est utilisé si spontanément qu'on fait parfois l'erreur de considérer la causalité comme un principe de Logique. Or il n'y a de causalité que pour les phénomènes physiques comprenant un échange d'énergie (on parle aussi de cause efficace, ou efficiente ou suffisante) ; les causes matérielle, finale et formelle d'Aristote ne sont pas soumises à une loi naturelle de causalité.
Voir aussi *Les deux sortes de déduction causale*.

Précisions sur la notion d'évolution utilisée dans ce texte

Une évolution concerne un système qui change sous l'effet d'une cause efficace.
Quand je dis : « Une pierre lâchée tombe » :

- Le *système* qui évolue est la pierre ;
- *L'évolution* est la chute. Elle est régie par deux lois :
  - La loi de gravitation universelle, qui exerce une force attractive ;
  - La deuxième loi de Newton, qui décrit l'évolution de la hauteur de la pierre en fonction du temps.
- La *cause efficace* est la force du champ de gravitation, la pesanteur.

L'échange d'énergie

Une cause efficace d'évolution met en œuvre une énergie. Toute évolution suppose donc un échange d'énergie ; en tombant, la pierre perd de l'énergie potentielle de gravitation et gagne de l'énergie cinétique en prenant de la vitesse.

- Bien que déterministe, la trajectoire d'un rayon lumineux réfléchie par un miroir n'est pas une évolution : il n'y a pas d'échange d'énergie.
- Dans une tige métallique isolée plus chaude à une extrémité qu'à l'autre la chaleur se propage de la première à la seconde. L'énergie du système étant constante, cette propagation déterministe de la chaleur, soumise à la loi de diffusion thermique de Fourier, n'est pas non plus une évolution.

- Une planète décrivant sa trajectoire elliptique dans l'espace vide autour du Soleil n'échange aucune énergie, en l'absence d'influence gravitationnelle d'autres corps célestes : son mouvement (perpétuel) n'est pas non plus une évolution.
- Dans une casserole d'eau au-dessus d'un brûleur l'eau qui bout subit une transformation : son changement de phase (passage de l'état liquide à l'état gazeux dû à l'apport de chaleur) est une évolution.
- Deux des trois lois de Newton (la loi d'inertie et la loi d'action et de réaction), qui n'impliquent pas d'échange d'énergie, sont des *lois descriptives* n'impliquant pas d'évolution.

Lois d'évolution et lois descriptives
Il y a deux types de lois de changement de la nature : les lois d'évolution et les lois descriptives.
Les lois d'évolution du déterminisme statistique (donc aussi celles du déterminisme scientifique, son sous-ensemble) appliquent les conséquences d'un échange d'énergie. Elles décrivent des variations de variables en fonction des valeurs des mêmes variables ou d'autres ; leur expression mathématique utilise des *équations différentielles*.

Toutefois, conformément à la définition de l'adjectif *déterministe*, nous inclurons dans l'ensemble des lois physiques d'évolution les lois descriptives comme celles de l'optique géométrique. Ces dernières ne régissent pas une évolution, mais un trajet de rayons lumineux ; elles peuvent être qualifiées de déterministes car tout trajet est fonction des conditions initiales (le système optique) et respecte des lois. Une loi descriptive s'applique à un phénomène qui ne change pas, ou qui n'échange pas d'énergie au sens thermodynamique.

Evolution conservative ou évolution dissipative
Cette évolution à échange d'énergie est conservative ou dissipative : voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*.

Voici les conséquences du postulat de causalité sur notre conception de l'Univers.

Remarques importantes sur le postulat de causalité et le déterminisme
En réponse à une cause efficace, la définition de Daniel Martin du postulat de causalité ne promet qu'une *évolution conforme à une loi* ; elle ne promet aucune *prédictibilité de résultat*, parce qu'une telle prédictibilité est possible à l'échelle macroscopique mais pas à l'échelle atomique (voir *Décomposition radioactive*) ou dans les phénomènes chaotiques.

Cette définition est très différente de la définition traditionnelle des philosophes depuis Aristote. Pour eux, la causalité fait passer d'un état initial à son état conséquence, ou remonte la chaîne de causalité par états-causes successifs ou par dates de survenance.

- Le modèle "suite d'instants" des philosophes est discontinu, alors qu'une évolution est nécessairement ininterrompue tant que sa cause perdure.
- Le déterminisme "traditionnel" des philosophes prévoit un unique état conséquence d'un état initial donné, prédiction incompatible avec la physique quantique et les phénomènes chaotiques. Le déterminisme de Daniel Martin est compatible avec toutes les évolutions de la physique.

  Nous aborderons ce problème en parlant de la complémentarité *loi d'évolution/loi d'interruption*.

1.2.3.3 Règle de stabilité (universalité, reproductibilité, invariance)

« La même cause produira le même effet, partout et toujours. »
(Toute évolution est soumise à une loi de la nature)

Cette règle postule que pour toute situation identique à une situation donnée S_0, qui entraîne une évolution ayant pour conséquence une situation S :

- *La même loi d'évolution de la nature* produira une situation identique à S au bout du même intervalle de temps ;
- Cette loi étant *unique*, une cause donnée entraînera toujours la même évolution ;
- Cette loi *ne varie pas*, le même énoncé s'appliquant :
  - dans tout l'espace, lorsqu'on y considère des points d'application successifs distincts,
  - dans le présent, le passé et l'avenir.

Conséquence
Si deux systèmes fermés sont identiques, ils le resteront en subissant la même évolution, quel que soit leur éloignement dans l'espace ou le temps.

1.2.3.4 Domaine de connaissances de la physique
La métaphysique doit aussi délimiter le domaine d'application de la physique.

- A quel domaine de réalité s'applique la physique, et quel est son objectif précis ? S'applique-t-elle au seul champ de l'expérience accessible à l'homme, ou peut-on/doit-on y inclure, par exemple, des considérations théologiques sur *Dieu créateur du monde*, sur *Sa finalité lors de cette création*, sur *Son intervention possible dans le monde actuel* et sur *l'harmonie de la nature ?*
- Comment définit-on la vérité d'une affirmation concernant la réalité physique, et comment la déduit-on de l'expérience ou de la logique pure ?
- Comment établit-on la cause qui explique un phénomène ? Et la cause de cette cause ? Une chaîne de causalité est-elle infinie vers le passé, ou comment s'arrête-t-elle ?

Les réponses à ces questions de conditions d'application sont dans ce texte.

1.2.3.5 Utilité du déterminisme : comprendre, prévoir, prédire
Avant d'agir et par curiosité, l'homme a besoin de *comprendre* la situation, de *prévoir* son évolution et d'en *prédire les conséquences* exactes.

> Faute de comprendre une situation ou de prévoir son évolution, l'homme est inquiet : pour lui, instinctivement, ce qui est incompris ou imprévisible est peut-être menaçant ou empêche de profiter d'une opportunité.

Compréhension et prévision de l'évolution naturelle d'un système sont régies par un principe philosophique : le déterminisme ; croire qu'il en est ainsi, c'est adopter la doctrine du déterminisme.

- *Comprendre* la situation d'un système, c'est décrire :
  - son état actuel dans son environnement ;
  - son évolution passée, prélude à une compréhension causale du phénomène et une réponse à la question : était-elle inévitable ?
- *Prévoir l'évolution d'un système,* c'est :
  - décrire qualitativement cette évolution :
    - ✓ déroulement, variables et domaine de définition ;
    - ✓ est-elle bornée ou diverge-t-elle (va-t-elle à l'infini) ;
    - ✓ diagramme des bifurcations ;
    - ✓ a-t-elle un résultat unique ou y a-t-il un ensemble de résultats (et si oui, quelle est la structure de cet ensemble - par exemple une distribution statistique de valeurs) ?
    - ✓ a-t-elle des symétries, une auto-similitude, des propriétés statistiques ?
    - ✓ a-t-elle des solutions sensibles aux conditions initiales ?
    - ✓ si elle est bornée va-t-elle vers une forme limite, par exemple asymptotique à une courbe (voir *Systèmes dissipatifs*) ou oscille-t-elle indéfiniment ? ;
    - ✓ répond-elle aux conditions d'universalité ? (voir *Diagramme des bifurcations - Universalité*) ;
    - ✓ Si elle ne va pas vers une forme limite, est-elle au moins stable ou est-elle chaotique ?
  - décrire quantitativement cette évolution par une loi physique, qu'il faut donc connaître ou proposer.
- *Prédire les conséquences* de l'évolution future d'un système, c'est :
  - décrire les états futurs du système, avec la précision attendue des valeurs de leurs paramètres ;
    si cette précision n'est valable qu'à un horizon limité – comme c'est le cas pour le déplacement d'une particule atomique dont le paquet d'ondes s'étale progressivement, ou pour un système dynamique chaotique – chiffrer cet horizon ;
  - évaluer les interactions de ce système avec son environnement.

1.2.3.6 Différence entre prévoir et prédire

Dans ce texte :

- *Loi d'évolution d'une situation*
  Prévoir une évolution de situation, c'est conjecturer qu'elle se produira par application d'une loi physique connue, la *loi d'évolution* de la situation ; l'évolution est supposée possible, mais non certaine : elle peut n'être qu'une conjecture en fonction des conditions initiales.

  Exemple : je tiens une pierre à la main ; si je la lâche, je prévois qu'elle tombera d'un mouvement uniformément accéléré.

  Prévoir c'est aussi décrire qualitativement l'évolution (comme ci-dessus).

- *Prédire* une situation, c'est annoncer le résultat de l'évolution prévue, et en décrire les détails. Exemple : je prédis que la pierre tombera à la hauteur précise h (à Δh près) à l'instant t (à Δt près).
  - En physique macroscopique la prédiction porte sur une situation unique, précise ;
  - En physique atomique (et en utilisant la Mécanique quantique, son outil de calcul), la prédiction porte sur un ensemble de valeurs, chacune associée à une probabilité ou une densité de probabilité :

    La Mécanique quantique substitue une probabilité à la certitude du déterminisme scientifique, et un ensemble de résultats d'évolution *possibles* à un résultat unique *certain*.

Conséquences déterministes

- Le déterminisme entraîne la prévisibilité, mais pas la prédictibilité.
  L'imprédictibilité affecte la physique quantique et les phénomènes chaotiques.
- Le comportement évolutif d'un système déterministe est prévisible par définition, mais il peut :
  - ne pas être prédictible, par exemple s'il est chaotique : nous verrons cela à propos des systèmes dynamiques ;
  - n'être prédictible qu'en tant qu'élément indéterminé d'un ensemble prédictible, s'il est à l'échelle atomique où l'interprétation des lois d'évolution est celle (statistique) de la Mécanique quantique.
- La loi d'évolution d'une situation donnée ne dépend pas du système d'axes de référence (le référentiel).

  On peut *prévoir* la même évolution selon cette loi dans tout référentiel. Mais *prédire* les résultats numériques de cette loi dépend de la position et du mouvement relatif de l'observateur-prédicteur par rapport au référentiel où l'évolution a lieu. Nous verrons cela à propos de la *Relativité restreinte*.

1.2.3.7 Le caractère déterministe ne doit pas être jugé à l'aide de situations

Le postulat du déterminisme a vocation à régir toutes les lois de la nature. Les philosophes ont souvent l'habitude de juger le caractère déterministe d'une telle loi d'après le résultat de son application, par exemple en vérifiant qu'il ne dépend pas de causes autres que la situation initiale.

Or un résultat est une notion humaine définie par des conditions arbitraires : « à la fin de », « à tel endroit », etc. En jugeant le caractère déterministe d'une évolution naturelle d'après son résultat on applique des critères humains, à validité limitée aux conditions arbitraires définissant ce résultat : instant, lieu, valeur d'une variable, etc. Mais pour être objectif, le résultat d'une loi d'évolution ne doit pas dépendre de critères arbitraires. C'est pourquoi dans la condition « …est déterministe parce que son *résultat* ne dépend que… » le mot « résultat » doit être remplacé par « évolution » : la dépendance aux seules conditions initiales doit être vérifiée pendant toute l'évolution, pas seulement dans des circonstances arbitraires.

Le caractère ininterrompu de la cause d'une évolution doit se traduire par l'ininterruptibilité de l'application de sa loi. On ne peut étudier et juger cette application à des instants distincts, et la loi doit s'appliquer sans discontinuer tant que les hypothèses initiales restent vraies.

Critique des raisonnements par chaînes de causalité

Cette remarque implique une critique du modèle d'évolution causale de philosophes comme Kant, qui ne raisonnent qu'avec des chaînes de causalité faites de situations successives distinctes dans le temps. Leurs raisonnements souffrent alors de problèmes de commencement et de fin du temps (à une certaine date ?, à l'infini ?). Ils souffrent aussi de problèmes de causalité, dus à l'incompatibilité formelle entre la continuité de l'évolution et la discontinuité des instants de jugement. Avec une chaîne

causale de situations distinctes la situation infiniment lointaine dans le passé ou l'avenir n'existe pas (de même que l'infini n'est pas un nombre).

Des questions comme « le monde a-t-il un commencement, une fin ? » et « y a-t-il une cause première, une fin ultime ? » doivent donc s'étudier comme une fonction continue du temps lorsque celui-ci tend vers l'infini du passé ou du futur, en prenant en compte les possibilités de convergence et de divergence de la loi d'évolution à distance finie ou à l'infini. Les études de phénomènes continus par raisonnement philosophique à étapes purement logiques butent sur des paradoxes comme le *Paradoxe d'Achille et de la tortue*.

1.2.3.8 Lois d'évolution régies par le déterminisme scientifique

La physique n'a que deux types d'objets qui évoluent, la masse-énergie et la charge électrique. Il n'y a donc que deux groupes fondamentaux de lois d'évolution : le groupe des lois de Newton et celui des équations de Maxwell ; toutes les autres lois de la physique macroscopique régies par le déterminisme scientifique s'en déduisent, les lois de la thermodynamique relevant du déterminisme scientifique.

Et compte tenu du *Principe de correspondance*, les lois de la physique quantique s'en déduisent également.

« Les évolutions macroscopiques n'ont pour lois fondamentales que celles de Newton et Maxwell. »
(attention : il y a une différence entre ces évolutions et les changements d'état)

Conséquence : les propriétés déterministes des lois d'évolution de la physique seront celles de ces lois et équations fondamentales de la masse-énergie et des charges.

Lois régies par le déterminisme scientifique

Le déterminisme scientifique régit donc toutes les lois d'évolution macroscopiques conservatives appartenant à l'un au moins des deux types fondamentaux précédents. Il régit aussi les lois de la thermodynamique, simples statistiques sur des considérations macroscopiques d'énergie et d'information. Il régit, enfin, les lois de la Relativité restreinte et de la Relativité générale.

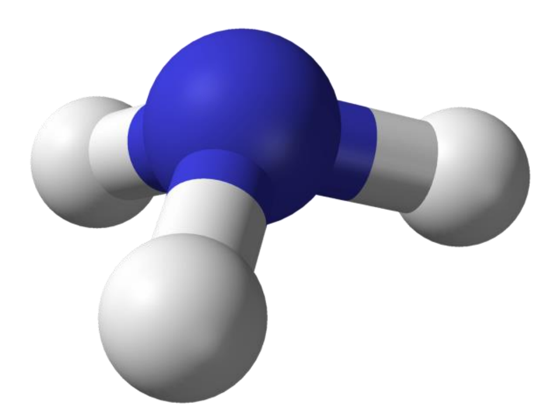
1.2.4 Déterminisme statistique

L'exposé qui suit est une introduction complétée par *Déterminisme statistique : compléments*.

Nous avons vu que la décomposition radioactive naturelle nécessite un déterminisme différent. Voici un autre phénomène dans le même cas : la formation de la molécule d'ammoniac NH_3.

1.2.4.1 Formation de la molécule d'ammoniac en superposition d'états

Dans une molécule d'ammoniac NH_3 les 4 atomes sont reliés par des forces électriques, les liaisons chimiques ; celles-ci imposent une structure où l'atome d'azote N est à une certaine distance du plan des 3 atomes d'hydrogène H, et à égale distance de chacun. Les calculs de Mécanique quantique montrent que, lors de la synthèse de la molécule, il y a deux positions possibles de l'atome d'azote, de part et d'autre du plan des trois atomes d'hydrogène.



Molécule d'ammoniac NH_3 – Bleu : atome d'azote N – Gris : atomes d'hydrogène H
(un seul des deux états possibles est représenté : N au-dessus du plan des H)
Les liaisons chimiques entre l'azote et chaque hydrogène partagent un électron

Ces calculs ont deux solutions, correspondant à une molécule *qui existe dans deux états possibles*. L'état de la molécule NH_3 à la fin de sa formation est un état particulier de la matière appelé *superposition quantique d'états* ou plus simplement *superposition d'états*.

Le déterminisme doit donc prendre en compte ce phénomène de multiplicité dû à une superposition pour régir aussi les lois du niveau atomique.

1.2.4.2 Une superposition d'états est un état particulier de la matière

Une superposition d'états d'une particule ou d'un système de particules est l'état (comme les états solide, liquide, gaz et plasma) à la fin de l'évolution ou de la formation. Les divers états quantiques simultanés issus de cette évolution partagent une même masse-énergie et quelques autres propriétés, toutes existant aussi à l'échelle macroscopique. Du fait de ce partage de propriétés physiques et mathématiques, la superposition quantique d'états est dite *cohérente*. Mais nous allons voir que ce n'est pas un état structuré de la matière.

Fragilité d'une superposition d'états

Cet état est très fragile parce qu'*il n'a aucune énergie de liaison*. Il n'a pas, comme dans une molécule d'oxygène O_2, une énergie potentielle négative liant les atomes d'oxygène, énergie qu'il faudrait fournir pour séparer la molécule en ses deux atomes.

Une telle énergie n'a pas été dégagée lors de la formation de la superposition, par exemple sous forme d'émission de photon : elle aurait fait partie de l'évolution terminée en superposition et nous n'en avons pas supposé ou constaté l'existence dans les évolutions à l'échelle atomique.

La superposition d'états existe donc à la fin de l'évolution d'une façon instable, et toute énergie macroscopique échangée avec le système en séparera immédiatement les éléments.

Une superposition d'états a donc une très courte durée de vie : une légère friction avec l'échelle macroscopique suffit pour la détruire, la réduisant à l'un de ses états constitutifs impossible à connaître d'avance ; il y a eu, alors, une *transition d'état* régie par une loi d'interruption (notion décrite plus bas). Cette transition est qualifiée de *décohérence*.

« La matière-énergie peut aussi exister en superposition d'états quantiques, état non structuré donc infiniment fragile. »

« Le résultat d'une évolution à l'échelle atomique peut être une superposition d'états quantiques partageant notamment une même masse-énergie. »

Ce qu'on peut "voir" d'une superposition d'états

La superposition quantique d'états est mise en évidence dans certaines expériences de physique atomique en tant que résultat d'évolution [200], mais l'homme ne peut jamais en voir une physiquement, ses états sont virtuels. Toute tentative humaine de voir (à l'échelle macroscopique, par exemple lors d'une mesure) une superposition quantique d'états implique un échange d'énergie, qui la perturbe suffisamment pour la décomposer en ne retenant qu'un seul de ses états cohérents, état qui devient seul visible : il y a eu *décohérence*.

La "durée de vie" d'une superposition d'états est d'autant plus courte que le système considéré interagit fortement (par exemple thermiquement) avec son environnement, la rendant ainsi instable.

Cette perturbation n'est pas décrite par la loi d'évolution qui a produit la superposition. Son résultat ne peut donc être prédit par elle ; elle ne peut jamais être décrite, car elle met en jeu une énergie macroscopique distincte des énergies de l'expérience à l'échelle atomique. Le choix de l'état visible qu'elle produit parmi les états superposés n'est donc pas prévisible, car la perturbation finale ne peut être décrite avec précision.

Cette imprédictibilité a été à tort attribuée par certains à la loi d'évolution, qu'on a de ce fait qualifiée de non-déterministe, alors que le déterminisme ne peut évidemment concerner que des évolutions que l'on peut décrire fidèlement et qui sont, de ce fait, reproductibles.

La loi d'évolution qui s'applique à une situation donnée crée l'ensemble des états superposés résultants : on connaît tous les éléments de cet ensemble dès le déclenchement de l'évolution, et cet ensemble persistera pendant toute l'évolution ; ainsi une molécule NH_3 qui vient de se former est un ensemble d'états cohérents à 2 molécules-éléments : la molécule avec atome d'azote *au-dessus* du plan des hydrogènes et la molécule avec atome d'azote *au-dessous* du plan des hydrogènes. Une mesure ou une perturbation d'énergie choisira de manière imprévisible un de ces états, celui qui sera visible et persistera à l'échelle macroscopique.

Autre exemple naturel de superposition d'états : le neutrino.

Dans le cas de la décomposition radioactive de l'uranium, la loi d'évolution s'applique, à chaque instant, à la population de *N(t)* atomes ^{238}U non encore décomposés : le nombre de décompositions par unité de temps est proportionnel à *N(t)*. Voir la formule mathématique de *N(t)*.

1.2.4.3 Décohérence

Définition

Une décohérence est une transformation fondamentalement différente de l'évolution réversible régie par l'équation de Schrödinger qui l'a précédée, car elle est pratiquement irréversible : c'est une transition d'état faisant passer le système de l'état virtuel instable de superposition à un de ses états quantiques. C'est un cas de transformation où l'imprédictibilité intervient (par déterminisme statistique, c'est-à-dire sous forme de choix imprédictible d'une valeur de variable appartenant à un ensemble prédéterminé).

Autre exemple d'imprédictibilité, les fluctuations quantiques sont des phénomènes sans cause préalable qui ne sont pas des évolutions, parce qu'ils résultent d'indéterminations intrinsèques (instabilité due au principe d'incertitude de Heisenberg) échappant au concept même de causalité. Voir *Résumé des cas d'imprédictibilité*.

Instabilité

Une superposition d'états se décompose assez vite en interagissant avec son environnement, par exemple sous forme d'échange de chaleur. Voir l'article *Du monde quantique au monde macroscopique : la décohérence prise sur le fait* [200]. Plus le système est grand et lourd, plus il est instable. C'est pourquoi on ne constate jamais d'état superposé macroscopique.

« La superposition d'états ne peut être stable qu'à l'échelle atomique. »

Durée de récurrence de Poincaré

En théorie, la stabilité d'un système macroscopique issu d'une décohérence n'est pas éternelle. Le *Théorème de récurrence de Poincaré (quantique)* [315] montre qu'à très long terme (des milliards d'années, par exemple) un tel système peut spontanément redevenir cohérent et reprendre sa forme superposée : il existe une durée finie *T* (dite « période de récurrence ») au bout de laquelle l'état quantique d'un système dont le spectre d'énergies est discret doit redevenir arbitrairement proche de l'état superposé initial. Mais l'événement est si rare qu'on n'en a pas observé.

Du point de vue thermodynamique, la décohérence augmente l'entropie du système. Mais compte tenu du théorème de récurrence ci-dessus, la 2ème loi de la thermodynamique (qui impose à l'entropie d'augmenter) ne s'applique que pendant des durées très inférieures à la durée de récurrence : en attendant assez longtemps nous verrons l'entropie diminuer aussi souvent qu'elle augmente ([313] page 158).

« L'augmentation de l'entropie thermodynamique dure beaucoup moins longtemps que la période de récurrence, et finit par s'inverser après une attente suffisante. »

Réduction de la fonction d'onde

Le passage d'une superposition d'états à un de ses états réduit cette superposition à un état unique stable visible à l'échelle macroscopique. Il réduit la fonction d'onde cohérente du système complet {objet en états superposés + dispositif de mesure} à celle d'une valeur propre particulière d'une observable du dispositif, d'où le nom de *décohérence* : il choisit l'une des valeurs propres, correspondant à l'un des objets superposés, lui attribue les paramètres globaux de l'objet initial comme la masse-énergie, et le laisse subsister de façon stable à l'échelle macroscopique. Il est impossible de prévoir lequel des objets superposés sera choisi, car on ne peut décrire avec précision les paramètres de la perturbation macroscopique infligée à la superposition à l'état atomique par la décohérence, perturbation qui crée l'état unique observé à partir de la superposition.

« Un objet macroscopique est dans un état quantique unique et stable. »

Au point de vue dualité onde-particule (que nous verrons plus bas) où la théorie des ondes de matière de De Broglie attribue à tout système matériel à la fois un comportement corpusculaire et un comportement ondulatoire, la réduction de la fonction d'onde supprime le comportement ondulatoire qui introduisait une incertitude ou une instabilité sur la valeur d'une variable et ne laisse subsister que l'état macroscopique sans incertitude.

1.2.4.3.1 Multiplicité des résultats d'évolution

La superposition des états d'un système résultant d'une évolution existe aussi sous forme de valeurs probabilistes de variables comme la position ou la vitesse. Une particule qui se déplace se trouve *simultanément*, au temps *t*, non pas à une mais à une infinité de positions voisines. Cette pluralité résulte du caractère ondulatoire de la matière, une onde étant une perturbation de l'espace qui se propage et se trouve en une infinité d'endroits à la fois (voir figure). Et si on mesure deux fois une telle variable pour des systèmes dans le même état on trouvera probablement des valeurs différentes, *indépendamment de toute erreur de mesure*.

Probabilité de présence au point Q

Chacune de ces positions, par exemple au point *Q*, est affectée d'une densité de probabilité de présence *p(Q)* permettant de calculer la probabilité de présence dans un volume *dV* autour de Q par le produit *p(Q)dV*.

Exemple

Soit un espace à une dimension, où la position d'un point *Q* est repérée par son abscisse *x*. La fonction connue sous les noms de "Loi de Gauss" ou "Loi de distribution normale" :

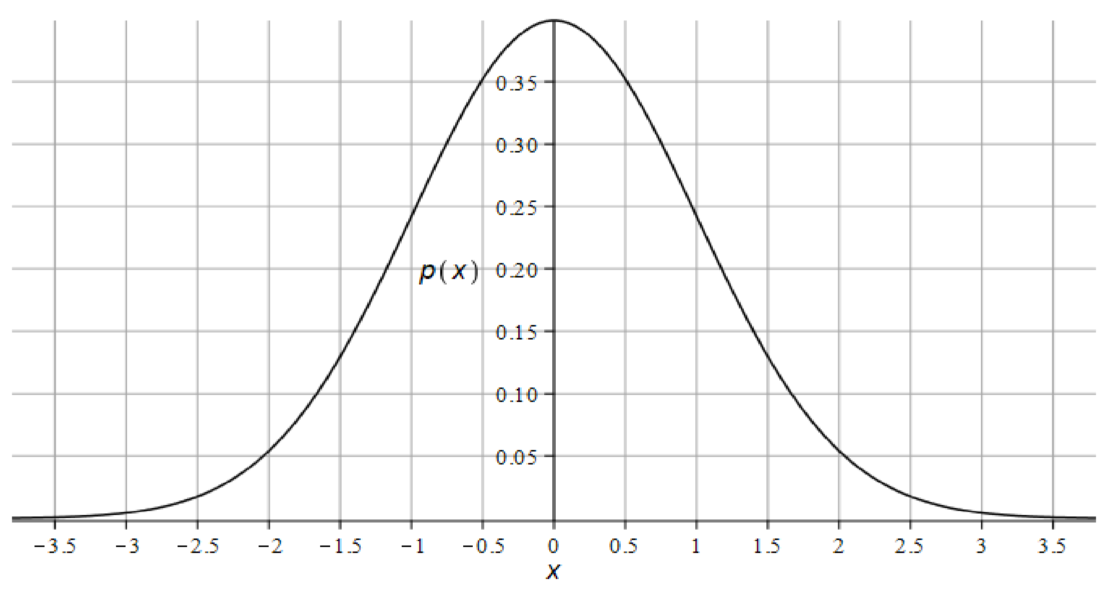
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

représente une *densité de probabilité* au voisinage du point d'abscisse *x* telle que la probabilité de trouver *Q* entre *x* = *a* et *x* = *b* est :

$$p(a \leq x \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} \, dx$$

La probabilité de trouver une particule au point *Q* est proportionnelle au carré de l'amplitude de sa fonction d'onde en *Q*.

Voici la représentation graphique de la densité de probabilité *p(x)* :



Densité de probabilité $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$. La position moyenne est x=0

La probabilité d'une position x_0 dans l'intervalle de largeur *dx* centré sur x_0 est:

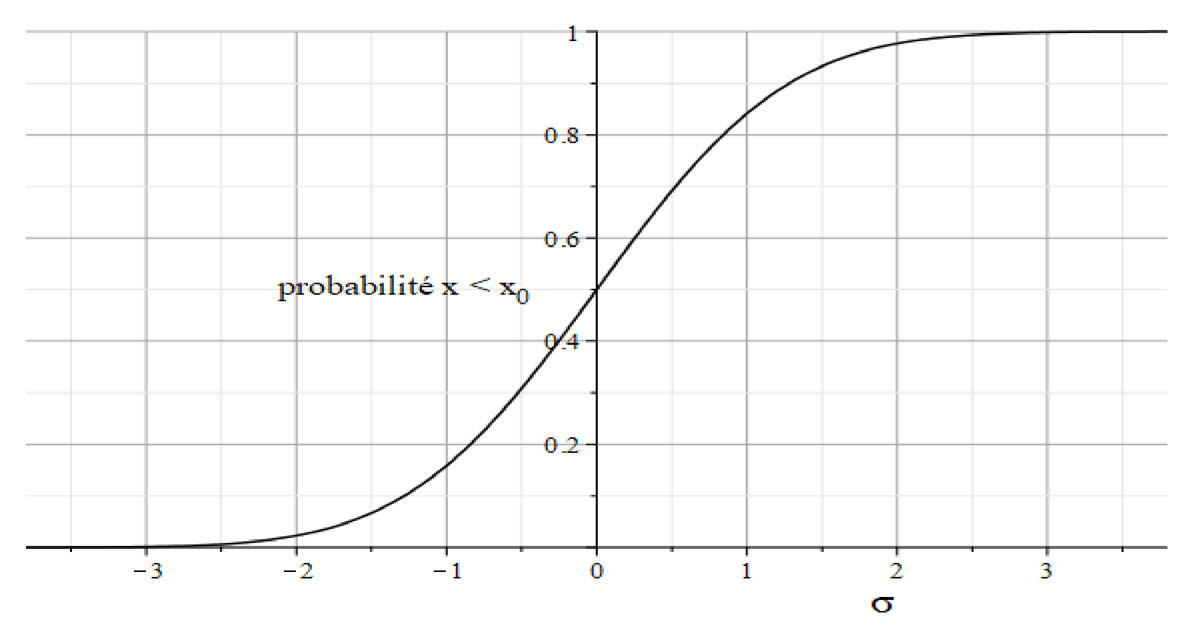
$$prob\left(x_0 - \frac{dx}{2} \leq x \leq x_0 + \frac{dx}{2}\right) = p(x_0)dx$$

La certitude de trouver x *quelque part* (-∞<x<+∞) résulte de l'égalité :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} \, dx = 1$$

La probabilité de trouver une valeur *x* inférieure à x_0 suit la loi de Gauss :

$$prob(x < x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{t^2}{2}} \, dt$$



Loi de Gauss : probabilité d'une position $x<x_0$ (position moyenne x=0)

On peut interpréter la multiplicité des positions d'une particule en fin d'évolution :

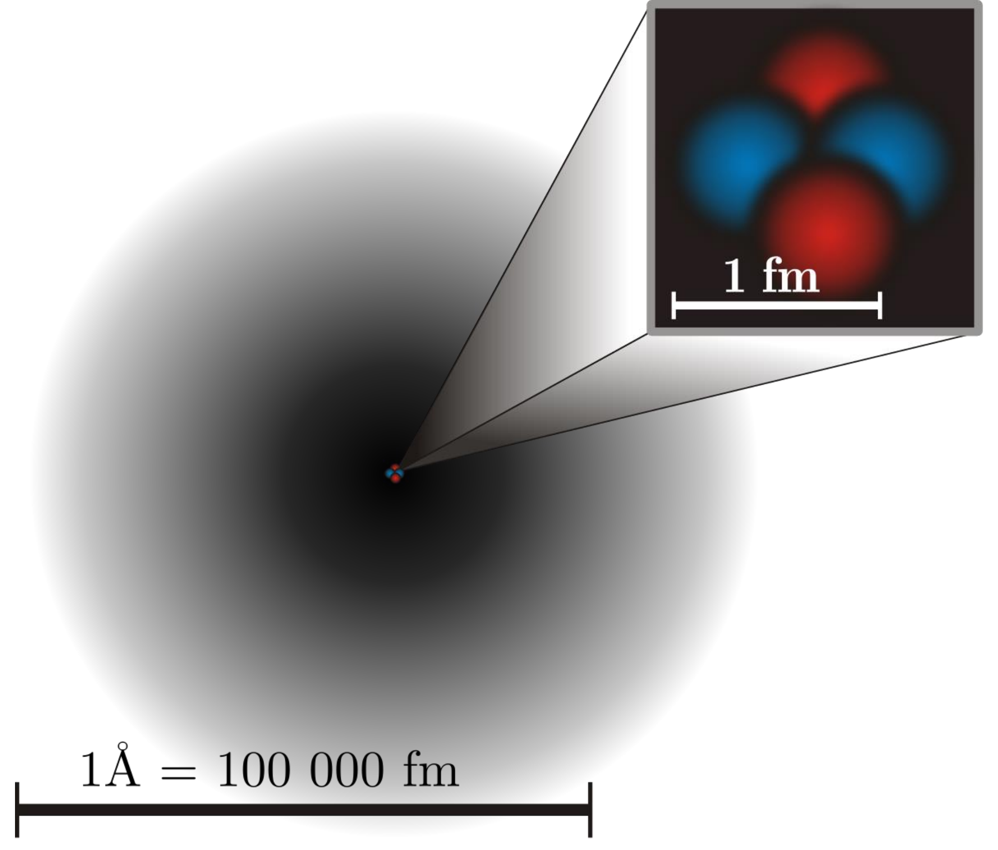
1. soit comme une présence plus probable là où la densité de probabilité est la plus élevée ;
2. soit comme une présence simultanée dans tout l'espace, donnant une image floue mais plus nette là où la densité de probabilité est la plus élevée ;
3. soit comme les diverses positions possibles si l'on refait l'expérience un grand nombre de fois, certaines étant plus probables que d'autres. C'est là une *prédiction probabiliste de position* dont il existe une loi équivalente pour les vitesses :

« A l'échelle atomique, les positions et les vitesses sont probables, jamais certaines. »

Exemple

Dans la figure ci-dessous, la densité de probabilité de présence des deux électrons du nuage électronique d'un atome d'hélium ^{2}He dans une petite zone est d'autant plus forte que cette zone est plus foncée (qu'elle comprend plus de points). Le noyau (2 protons + 2 neutrons) est au centre.

Le carré en haut à droite représente la densité de probabilité de présence des deux protons dans le noyau. Un atome d'hélium a une taille de l'ordre de l'angström (10^{-10} m), tandis que son noyau est 100 000 fois plus petit, avec une taille de l'ordre du fermi (10^{-15} m).



Atome d'hélium : densité de probabilité de présence des 2 électrons autour du noyau

Les indéterminations de la Mécanique quantique
A un instant donné, non seulement la position d'une particule est incertaine, mais sa vitesse l'est également.

« A un instant donné la position et la vitesse sont probabilistes, donc incertaines. »

Pire encore, il est impossible de connaître simultanément avec précision la position *x* et la quantité de mouvement *p=mv* selon un axe quelconque d'une particule de masse *m* et vitesse *v* : le produit de leurs imprécisions *Δx* et *Δp* a une borne inférieure donnée par le *Principe d'incertitude de Heisenberg*, démontré en Mécanique quantique :

$$\Delta x . \Delta p \geq ½\hbar$$

où $\hbar$ ("h barre") est une constante universelle telle que $\frac{1}{2}\hbar = 0.527.10^{-34}$ joule.seconde.

La masse étant toujours constante en Mécanique quantique car non-relativiste, c'est la vitesse qui est d'autant plus imprécise que l'imprécision sur la position est faible, et réciproquement.
Et il y a d'autres couples de variables soumises à la même limitation : voir *Principe d'incertitude de Heisenberg*.

« Certains couples de variables ont des erreurs de détermination dont le produit a une borne inférieure. »

1.2.4.3.2 Ce que la Mécanique quantique prédit et ne prédit pas
Pour un système qui évolue ou qui se forme, la Mécanique quantique prédit :

1. Le *spectre* des valeurs possibles d'une variable : ensemble des valeurs *possibles* de cette variable qui évolue ; le résultat de l'évolution peut être une superposition d'états ou une distribution de valeurs ; la définition de cet ensemble existe dès la définition du système qui va évoluer et ne dépend que de lui, sa création est donc *déterministe et unique*.
2. La probabilité lors d'une décohérence de fin d'évolution (par exemple due à une mesure) de trouver chacune des valeurs du spectre ou de la distribution. Le choix de résultat dépend alors de l'interférence entre le système à l'échelle atomique qui a évolué et l'échelle macroscopique, interférence qu'aucune loi ne peut décrire.

La Mécanique quantique ne prédit ni le choix de valeur résultant d'une décohérence, ni la valeur exacte mesurée parmi toutes celles possibles de la distribution. Elle ne prédit pas :

- Si l'examen d'une molécule NH_3 formée donnera un atome d'azote au-dessus ou au-dessous du plan des trois hydrogènes.
- A quelle position précise on trouvera un électron qui s'est déplacé.

Ces choix ne relèvent pas d'elle.

Point de vue métaphysique
Un physicien qui adopte l'interprétation de Copenhague se satisfait des points 1 et 2 ci-dessus. Mais un réaliste naïf sera embarrassé par le point 2 : un changement d'état par décohérence et un choix au hasard de résultat sont des anomalies, des exemples de transformations non-scientifiques.

1.2.4.3.3 C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas
Il faut bien comprendre que l'évolution d'un système à l'échelle atomique crée un ensemble de résultats, pas un résultat particulier. De même qu'en mathématiques on ne confond pas un ensemble et un de ses éléments, en physique quantique une évolution crée un ensemble de résultats potentiels, virtuels ; *à la fin (en superposition ou en distribution de valeurs) de cette évolution le résultat mesuré n'existe pas encore* :

« C'est la mesure qui crée le résultat, en le choisissant parmi les éléments de l'ensemble de résultats virtuels possibles créé par l'évolution. »

« Contrairement à la physique macroscopique, aucune observable de physique quantique n'a une valeur indépendamment de sa mesure. »

Il est important de comprendre que la mesure *crée* le résultat, elle ne *révèle* pas un résultat préexistant. Ce qui préexiste est l'ensemble des résultats *possibles* de l'évolution, ensemble de valeurs propres d'une observable qui a des paramètres communs au départ du système avant évolution, notamment la masse. Cette évolution, régie par l'équation de Schrödinger, crée cet ensemble en superposition, tous ses éléments existant ensemble et partageant une même énergie et d'autres propriétés (ce qu'on appelle la cohérence). Ce que la Mécanique quantique affirme et que l'équation de Schrödinger produit est cet état superposé ou distribué, réalité de la matière-énergie qu'on peut mettre en évidence à l'aide de dispositifs expérimentaux ad hoc [200].

Ce résultat est donc un état *virtuel* de la matière, impossible à voir car :

- Il n'a pas été matérialisé par une interférence avec l'environnement du système ;
- Une telle interférence ne peut créer, par décohérence, qu'un état existant de la matière correspondant à une des valeurs propres possibles.

Valeurs propres orthogonales et interférences
Source [301].
La superposition d'états produite par l'évolution en application de l'équation de Schrödinger n'est pas visible : on n'en verra l'état choisi qu'après une interaction avec l'environnement, par exemple lors d'une mesure. Il y a alors deux cas :

- Ou les états quantiques en superposition sont indépendants ("orthogonaux") et l'interaction a produit une des valeurs propres possibles, dans un état physique visible à l'échelle macroscopique (dans la molécule d'ammoniac l'atome d'azote sera au-dessus *ou* en dessous du plan des trois hydrogènes ; le chat de Schrödinger sera mort *ou* vivant) ;
- Ou ces états quantiques interfèrent entre eux parce qu'ils ne sont pas indépendants, ce qui change la distribution de leurs probabilités d'occurrence. L'interaction a encore produit une des valeurs propres possibles ; l'effet des interférences a simplement changé les probabilités de ces valeurs propres. Cette distribution de probabilités différente est la seule manifestation des interférences, les états finaux possibles étant les mêmes qu'en son absence.

Mais qu'est-ce que ce processus de choix, quel est son mécanisme physique ?
Le déroulement physique du choix de l'élément de l'ensemble de résultats virtuels de l'évolution dépend du dispositif de mesure, il n'y a pas de règle générale. Mais dans tous les cas il fait intervenir de l'énergie, il n'est pas neutre ; et cette énergie est suffisante pour être cause d'un résultat visible à l'échelle macroscopique.

Exemple : un photon est détruit par son impact sur une cellule photoélectrique qui produit un signal électrique au résultat visible.

Dans tous les cas, la mesure amplifie l'énergie qu'elle échange avec le dispositif expérimental dont elle fait partie : sans cette amplification l'homme ne pourrait rien voir, ses sens n'étant pas assez sensibles. Or cette amplification met en jeu une énergie beaucoup plus importante que celle de l'échelle atomique, énergie qui ne fait pas partie de l'expérience, qui n'est pas intervenue dans l'évolution de celle-ci, dont la loi d'évolution ne peut donc tenir compte. Et comme il est impossible de mesurer cette énergie perturbatrice, l'élément qu'elle choisit dans l'ensemble qu'est la superposition d'états est imprévisible : voilà pourquoi des gens qui ne connaissent pas l'explication précédente parlent à tort de valeur au hasard.

1.2.4.3.4 La décohérence vue par la Mécanique quantique relationnelle

Puisqu'avant une mesure son résultat n'existe pas, et que toute évolution décrite par l'équation de Schrödinger se termine par une décohérence au résultat imprévisible, on peut changer la définition de l'évolution en postulant qu'elle se termine *toujours* par cette décohérence. On n'a plus, alors, de raison de parler de réduction de la fonction d'onde : la fin de l'évolution choisit une des valeurs propres de l'observable et l'état correspondant du système devient alors visible. Il n'y a plus de perturbation par friction avec l'échelle macroscopique, parce qu'on ne « voit » pas le choix se faire et qu'il n'échange aucune énergie avec l'énergie d'évolution de l'équation de Schrödinger.

Cette interprétation de la décohérence, donc de la mesure quantique, est celle de la Mécanique quantique relationnelle. Voir aussi [301].

1.2.4.3.5 A l'échelle atomique toute mesure perturbe le système mesuré

Pour fournir un résultat visible, une mesure utilise un dispositif macroscopique. Or ce dispositif ne peut pas ne pas échanger de l'énergie (par exemple un photon) avec l'objet qu'il mesure, énergie qui fait donc nécessairement partie de l'expérience, qui doit donc être conçue pour en tenir compte.

Les deux sortes de changements physiques

La nécessité d'échanger de l'énergie pour mesurer quelque chose est une conséquence du fait qu'il n'y a que deux sortes de transformations physiques :

- Les transitions (changements d'état) comme le gel de l'eau, la décohérence ou la décomposition radioactive, qui ne sont visibles que par l'intermédiaire de photons porteurs d'énergie dont la capture perturberait l'expérience à l'échelle atomique ;
- Les évolutions proprement dites, toujours continues et accompagnées d'un échange d'énergie.

« Il n'y a que deux sortes de changements physiques :
les changements d'état et les évolutions proprement dites. »

Un rayon lumineux (fut-ce un photon unique) réfléchi par un miroir transfère une impulsion à ce miroir, donc une énergie qui compte à l'échelle atomique. A l'échelle macroscopique, la propagation de la lumière - même soumise à des réflexions et réfractions - n'est ni une évolution ni un changement d'état, bien qu'elle transporte de l'énergie électromagnétique et de l'information.

C'est pourquoi les physiciens affirment que :

« Tout transfert d'informations est accompagné d'un transfert d'énergie et réciproquement. »

Voir aussi *Principe de conservation de l'information d'un système fermé*.

1.2.4.3.6 Définition du déterminisme statistique

Le déterminisme *scientifique* des lois de Newton et de Maxwell ne pouvant régir toutes les évolutions physiques, notamment celles de l'échelle atomique et des systèmes dynamiques (chaotiques), nous en avons défini une extension : le déterminisme *statistique*. C'est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation sous l'effet des lois de la nature est régie par le postulat de causalité et la règle de stabilité (comme le déterminisme scientifique), mais *l'application de ces lois peut donner des résultats à distribution stochastique* : la prédictibilité est statistique.

1.2.4.3.7 Lois d'évolution régies par le déterminisme statistique

Le déterminisme statistique est un sur-ensemble du déterminisme scientifique, en plus duquel il régit des lois d'évolution dont le résultat est un ensemble d'états :

- Dont les éléments sont prédictibles :
  - Chacun avec une probabilité d'occurrence, dans le cas des ensembles discrets ; exemple : 2 états équiprobables dans le cas de l'ammoniac ;
  - Chacun avec une densité de probabilité d'occurrence, dans le cas des ensembles continus (voir *Densité de probabilité*).
- Dont les éléments :
  - Soit sont des états finaux d'une évolution itérative périodique, allant vers des attracteurs ou à prédictibilité statistique ;
  - Soit coexistent en superposition cohérente avant de subir une décohérence ; celle-ci choisit un des éléments de manière nécessairement imprédictible (comme pour l'ammoniac ; voir aussi *Théorie de la résonance chimique*).
  - Soit ont déjà subi par décohérence un choix stochastique produisant un élément unique (comme dans le cas d'un lancer de dé).

En plus des lois d'évolution macroscopique conservatives régies par le déterminisme scientifique, le déterminisme statistique régit les lois de l'échelle atomique. Il régit pour cela les outils de calcul que sont la Mécanique quantique, dont l'équation fondamentale est celle de Schrödinger. Il régit aussi l'Electrodynamique quantique et la Chromodynamique quantique. Il régit, enfin, les systèmes dynamiques (chaos).

Complément important : *Nécessité d'un autre déterminisme, adapté aux décompositions*.

1.2.5 Déterminisme étendu

Nous construisons ici un déterminisme capable de régir toutes les lois d'évolution conservative de la nature, le *déterminisme étendu*.

1.2.5.1 Synthèses de plusieurs lois d'évolution

Le mouvement d'un bouchon flottant à la surface de l'eau d'un torrent dépend simultanément des lois de Mécanique des fluides et des lois de Newton. La nature fait instantanément et constamment la synthèse de toutes les lois qui s'appliquent à un système donné, quel qu'il soit, quelle que soit sa complexité et quelles que soient les circonstances.

En fait, c'est l'homme qui invente des lois réductrices régissant une partie seulement d'un phénomène ; même si (en tant que réaliste) il pense avoir découvert des lois naturelles existant indépendamment de lui, c'est bien lui qui les imagine, puis les vérifie et les met au point jusqu'à ce qu'elles n'aient pas de contre-exemple.

On peut toutefois postuler que la nature n'a qu'*une loi de synthèse globale* régissant tous les systèmes conservatifs possibles, quel que soit le nombre de lois partielles humaines qui s'appliquent simultanément à un système donné.

> **« Postulat : la nature a une loi de synthèse globale régissant l'évolution ou la transition d'état de tous les systèmes, conformément à la Règle de stabilité. »**

La nature est complète

On doit aussi postuler que la nature *est complète* : elle ne manque jamais de loi d'évolution, parce qu'on ne constate jamais de non-évolution lorsque les circonstances sont une cause efficace d'évolution, et qu'on ne constate jamais d'« évolution erronée » contredisant des lois connues.)

> **« Postulat : dans la nature toute évolution ou transition d'état est régie par une loi, conformément à la Règle de stabilité. »**

Méthode pour une application conditionnelle des lois d'évolution

La seule manière de prendre en compte tous les ensembles de circonstances possibles dans une décision de lancer ou arrêter une loi d'évolution est d'utiliser un algorithme comprenant le nombre d'étapes de raisonnement nécessaires, avec des conditions de la forme :

> « Si <condition> Alors <loi à appliquer avec ses paramètres, ou à interrompre> ».

Exemple : choix des lois successives régissant le chauffage de la glace
Lorsqu'on chauffe une certaine quantité de glace, son élévation de température ΔT est proportionnelle à la quantité de chaleur fournie ΔQ selon la formule $\Delta Q = C_G \Delta T$, où C_G est la capacité calorifique de la glace.

Lorsque la température de fusion T_F est atteinte, cette glace se transforme en eau à température constante selon une loi où la quantité de glace fondue est proportionnelle à la quantité de chaleur fournie.

Enfin, lorsque toute la glace a fondu, la loi est $\Delta Q = C_E \Delta T$, où C_E est la capacité calorifique de l'eau. Les trois lois d'absorption de chaleur par l'eau étant différentes, le choix de la loi d'évolution à appliquer dépend de l'état : glace sèche, glace en train de fondre ou eau. L'algorithme de choix de la loi comprendra donc deux tests successifs, où T est la température à l'instant considéré :

1. Si $T < T_F$ alors appliquer la loi d'échauffement de la glace ;
2. Si $T = T_F$ alors appliquer la loi de fusion de la glace.

Si aucune des conditions précédentes n'est remplie, c'est que toute la glace a fondu et $T > T_F$: inutile de tester cette condition-là, appliquer la loi d'échauffement de l'eau.

Quelle que soit la complexité d'une évolution à étapes successives, la détection des conditions de changement de loi d'évolution se fait comme cela.

Conclusions sur le lancement et l'interruption des lois d'évolution ou de transition d'état
Nous appellerons indifféremment plus bas *transformation* soit une évolution soit une transition d'état. Nous devons donc maintenant postuler que :

> **« Toutes les lois de transformation que l'homme peut définir sont soumises à des conditions de lancement ou d'arrêt descriptibles par des algorithmes. »**
> (Un algorithme est la description d'un raisonnement en langage de programmation.)
>
> **« Une transition d'état est toujours suivie, pour chaque état nouveau, d'une évolution. »**
>
> **« Une évolution peut être suivie d'une bifurcation choisissant une nouvelle loi d'évolution parmi plusieurs possibles ».**
>
> **« La nature gère automatiquement tous les cas de transformation de tous les systèmes, dans toutes les circonstances si complexes soient-elles, avec les lois de synthèse appropriées, qui font toutes partie de la Loi globale d'évolution de la physique. »**
>
> **« Tout système conservatif est régi par la Loi globale d'évolution dont les lois d'évolution ou de transition humaines sont des vues réduites à des circonstances particulières. »**

1.2.5.2 Lois d'évolution et lois d'interruption
D'après ce qui précède, toutes les lois physiques possibles appartiennent à une (et une seule) des deux catégories suivantes :

1. *Les lois d'évolution au sens large*, comprenant les *lois descriptives*, les lois de transformation (décomposition, fusion, transition d'état), et de manière générale toutes les lois physiques conservatives avec échange d'énergie ;
2. *Les lois conditionnelles*, comme les lois d'échauffement de l'eau de l'exemple précédent ou la loi de décomposition radioactive de l'uranium 238. On appellera ces lois désormais *lois d'interruption*, car elles lancent ou interrompent l'application d'une loi d'évolution, ou elles provoquent une transition d'état.

   Les lois d'interruption s'appliquent simplement en testant des conditions, sans échange d'énergie. Dans la nature, ces tests sont effectués en permanence, pour détecter un changement de causalité dès qu'il se produit, ou pour empêcher qu'un changement indésirable n'ait lieu ou qu'une situation ne survienne (comme dans le cas du principe d'incertitude de Heisenberg).

Ces deux catégories de lois sont complémentaires : une loi d'évolution ne se conçoit pas sans loi d'interruption qui en déclenche ou interrompt l'application ; et une loi d'interruption n'existe que pour régir des lois d'évolution.

Début et fin de l'action d'une loi d'évolution

Tout changement de cause suffisante est régi par une loi d'interruption

Une évolution se poursuit, régie par la même loi d'évolution, tant qu'une loi d'interruption n'intervient pas pour déclencher l'application d'une autre loi d'évolution.

Exemple 1

Quand on chauffe de l'eau liquide à pression constante, sa température croît tant qu'elle n'a pas atteint le point d'ébullition ; la poursuite du chauffage entraîne une ébullition à température constante tant qu'il reste du liquide ; elle entraîne ensuite une élévation de température de la vapeur. Il y a dans cette expérience 3 lois d'évolution différentes séparées par 2 lois d'interruption ; et il y a 3 capacités calorifiques (en joules/kg et par degré) : celle de l'eau liquide, celle de la vaporisation et celle de la vapeur.

Exemple 2

A l'échelle atomique, lorsqu'une évolution décrite par l'équation de Schrödinger a produit une superposition d'états, celle-ci persiste jusqu'à ce qu'une intervention extérieure ayant la violence d'un phénomène de l'échelle macroscopique (comme une mesure) vienne la perturber ; la superposition est alors détruite (il y a décohérence) et l'évolution du système perturbé se poursuit avec un seul des états précédemment superposés. La décohérence n'est pas une évolution, c'est une transition d'état comme le gel d'un liquide, mais sans échange d'énergie.

Classification des lois de Newton en tant que lois d'évolution ou lois d'interruption

- La 2ème loi et la loi de gravitation sont des lois d'évolution, car elles décrivent des forces susceptibles de causer des accélérations.
- La 1ère loi et la 3ème loi sont des lois d'interruption, car elles décrivent des conditions sources de contraintes.

1.2.5.3 Loi globale d'interruption et Loi globale du déterminisme

Toute loi d'évolution s'applique et cesse de s'appliquer du fait de lois d'interruption, et seulement du fait de ces lois. On peut donc postuler que l'ensemble des lois d'interruption, déjà définies par l'homme ou non, constitue dans la nature une *Loi globale d'interruption* qui en fait une synthèse cohérente, applicable à toutes les situations : tout se passe comme si les évolutions naturelles étaient régies par une *Loi globale du déterminisme* comprenant la Loi globale d'évolution et (grâce à la Loi globale d'interruption) toutes les conditions d'application nécessaires.

Cette Loi globale du déterminisme comprend un mécanisme algorithmique de supervision des circonstances capable de détecter les causes suffisantes de lancement et arrêt d'évolutions, et de lancer l'application de chaque loi d'évolution avec les conditions initiales appropriées.

Conformément à la doctrine réaliste, l'homme ne fait que découvrir et énoncer, progressivement, les diverses lois d'évolution applicables à des circonstances réductrices. Toutes ces lois supposent des systèmes conservatifs, condition nécessaire du déterminisme lui-même imposée par la Règle de stabilité.

Il n'y a pas de loi d'évolution appliquée à un système dissipatif, faute de pouvoir décrire fidèlement les échanges ou pertes d'énergie et de matière : on se ramène toujours à des systèmes conservatifs évoluant par étapes et auxquels on applique des corrections.

1.2.5.4 Lois de transformation

Un système peut subir deux sortes de transformations : les évolutions et les transitions (changements) d'état. Pour désigner indifféremment l'une ou l'autre nous parlerons de *transformation* ; il sera donc question de *lois de transformation*, et nous postulerons que toute transformation de système étant régie par une loi, elle respecte la Règle de stabilité.

1.2.5.5 Nécessité et définition d'un déterminisme étendu

La nécessité de régir toutes les évolutions par des lois d'interruption entraîne celle d'un *déterminisme étendu*, englobant le déterminisme statistique et donc aussi le déterminisme scientifique, auxquels il ajoute un algorithme universel de décision.

En postulant un déterminisme étendu, on adopte une doctrine du *déterminisme universel* régissant *toutes* les évolutions conservatives de la physique.

Nous avons représenté les divers niveaux du déterminisme selon un diagramme.

Le déterminisme étendu est une doctrine réaliste

Admettre que toute évolution conservative est régie par une Loi globale munie de ses conditions d'interruption est une doctrine réaliste. Mais cette doctrine ne remet pas en cause le fait que c'est l'homme qui rédige les lois qu'il découvre, avant de vérifier leur conformité avec les phénomènes qu'il constate.

1.2.5.6 Conséquences de la Loi globale du déterminisme dues à la causalité

Conséquences métaphysiques de la causalité qui régit l'évolution d'un système tant que ne survient pas une cause d'interruption ou de limitation :

> **« L'application d'une nouvelle causalité est une conséquence instantanée »**
> (des conditions d'interruption sont prises en compte sans délai) ;
>
> **« L'application d'une causalité est une conséquence ininterrompue »**
> (voir *Continuité et ininterruptibilité* et *Postulat de continuité*) ;
>
> **« L'application d'une causalité est déterministe »**
> (voir *Le hasard n'existe pas*) ;
>
> **« L'application d'une causalité conserve l'information d'un système fermé »**
> (voir *Principe de conservation de l'information d'un système matériel fermé*) ;
>
> **« L'application de la causalité a des exceptions dues au principe d'incertitude de Heisenberg »**
> (voir *Fluctuations quantiques dues au principe d'incertitude de Heisenberg*) ;
>
> **« L'application de la causalité a des contraintes diverses : principe d'exclusion de Pauli, invariances CP et CPT, principes de conservation et de symétrie, etc. »**
> (voir *Les niveaux de déterminisme*) ;
>
> **« Le déterminisme n'entraîne pas toujours la prédictibilité des résultats d'évolution »**
> (voir *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*).

Quelles caractéristiques du déterminisme étendu reste-t-il à définir ?

Nous avons besoin d'un postulat de déterminisme adapté à *toutes* les évolutions de la nature, connues ou à découvrir. Un tel postulat doit aussi être un sur-ensemble du déterminisme statistique, lui-même sur-ensemble du déterminisme scientifique, niveaux du déterminisme dont nous avons montré la nécessité. Nous allons construire le déterminisme étendu par induction à partir de propriétés de l'Univers. Voici donc ces propriétés, en commençant par les principes métaphysiques des lois de la nature que le déterminisme étendu doit régir.

1.2.5.7 Métaphysique des lois de la nature

Cette section définit les principes métaphysiques des lois d'évolution que le déterminisme étendu doit régir.

1.2.5.7.1 Uniformité des lois

La nature que les lois physiques décrivent est uniforme. Cette uniformité de l'Univers a des conséquences fondamentales, comme la conservation de la quantité de mouvement, du moment cinétique, de l'énergie, de la charge électrique, etc.

Voici des caractéristiques de cette uniformité.

1.2.5.7.2 Principe cosmologique : l'espace est homogène et isotrope

L'espace astronomique a les mêmes propriétés partout et dans toutes les directions.

> **« L'espace de l'Univers est homogène et isotrope. »**

Cette affirmation est le *Principe cosmologique*, postulé pour simplifier des calculs de Relativité générale.

L'homogénéité et l'isotropie de l'Univers, avant et après le Big Bang, sont confirmées avec une très grande précision par la découverte en 1965 du fond diffus cosmologique : la densité d'énergie de l'Univers primitif était la même en tous ses points, mais il se produisait (et il se produit toujours) des fluctuations quantiques dont sont nées les galaxies. La Théorie de l'inflation explique l'extrême homogénéité constatée aujourd'hui à grande échelle (~100 millions d'années-lumière et plus).

1.2.5.7.3 Les lois physiques sont stables (invariantes) dans le temps et l'espace

On le voit en astronomie : regarder loin, à 1 milliard d'années-lumière, c'est voir à cet endroit-là ce qui se passait il y a environ 1 milliard d'années ; et on constate, alors, que les lois physiques étaient les mêmes que sur Terre aujourd'hui. Cette stabilité est l'origine de la règle de stabilité associée au postulat de causalité dans le déterminisme scientifique.

Même lorsqu'une loi varie avec le temps il y a toujours une loi *stable* qui décrit ou même explique cette variation.

Exemple : le rayon de l'Univers varie ; on s'en est aperçu en 1927 en découvrant son expansion, matérialisée par une vitesse d'éloignement des galaxies lointaines qui croît avec leur distance, mais reste la même dans toutes les directions.

Puis on s'est aperçu que la loi de croissance de ce rayon variait elle-même : l'expansion de l'Univers est de plus en plus rapide.

Enfin, on a prouvé par raisonnement qu'au commencement de l'Univers, une petite fraction de seconde après le Big Bang et pendant un très court instant, sa vitesse d'expansion a été extraordinairement rapide, des milliards de milliards de fois plus rapide que la vitesse de la lumière : ce fut la phase *d'inflation*.

Remarque : la vitesse d'expansion de l'espace n'est en rien limitée par celle de la lumière, $c = 2.99792458 .10^8$ m/s, car elle ne déplace ni matière ni énergie.

1.2.5.7.4 Les lois physiques sont cohérentes (non contradictoires)

Les lois de la nature se complètent sans jamais se contredire. Elles respectent trois principes fondamentaux de la logique : le principe de non-contradiction, le principe du tiers exclu et le principe d'identité. Elles respectent aussi le principe d'homogénéité.

Cette cohérence est inévitable : c'est l'homme qui fait les lois de la nature, et il vérifie pour chaque nouvelle loi qu'elle n'en contredit aucune autre.

Nous savons, en plus, que certaines lois de la nature s'appliquent à un certain niveau de détail sans jamais contredire une loi d'un autre niveau. Exemples :

- Les lois de la thermodynamique s'appliquent sans contredire les lois des mouvements et chocs des molécules.
- Le Principe de moindre action de Maupertuis constitue une loi globale de mouvement qui ne contredit pas les lois de proche en proche de Newton.

1.2.5.7.5 La nature est complète

Considérons la doctrine 2 du réalisme, selon laquelle la nature existe et a des lois indépendamment de l'homme, même si cette doctrine est rejetée par Kant au profit de son idéalisme transcendantal. On constate alors que :

- La nature a *toutes* les lois qu'il faut pour réagir à *toutes* les situations et expliquer *tous* les phénomènes : on dit qu'elle est *complète*.

  (C'est l'homme qui rédige les lois qu'il découvre ; affirmer la complétude de la nature est une position doctrinale réaliste.)
- Il n'y a pas de situation sans loi d'évolution, loi nécessairement universelle et immuable pour que la même cause produit le même effet, partout et toujours.

1.2.5.7.6 L'homme doit imaginer les lois de la nature

Postulat de reproductibilité de l'expérience

Nous postulons que les mêmes causes produisent les mêmes effets, partout et toujours ; mais ces effets reproductibles sont ceux que *nous* constatons, nous hommes.

Pour Platon et Kant, les *vraies* causes et les *vrais* effets (ceux de la nature) nous sont inaccessibles, et il n'y a aucune certitude concernant l'existence de *vraies* lois produisant ces effets à partir de ces causes. Selon cette doctrine-là, nous sommes donc obligés *d'imaginer* des lois déterministes permettant de *décrire, prévoir et prédire* les effets que *nous* constatons, produits par des causes que *nous* imaginons.

Lire ici *Compléments sur l'idéalisme, le matérialisme et le réalisme*, avec ses sous-titres.

Nous suivrons Kant et adopterons donc l'essentiel de sa doctrine d'*idéalisme transcendantal* : c'est l'homme qui définit les lois de la nature et doit ensuite en vérifier la cohérence avec ses constatations, prévisions et prédictions. Toutefois, nous définirons l'espace et le temps non comme des formes (données) sensibles de notre intuition, mais comme le continuum d'espace-temps de la Relativité.

Cette différence est considérable. Alors que pour Kant et son idéalisme transcendantal l'espace et le temps sont des *abstractions* indispensables pour la représentation humaine des phénomènes, l'espace-temps de la Relativité générale est un milieu, *réalité physique que la matière déforme*.

1.2.5.7.7 Postulat d'intelligibilité

Pour que l'homme puisse imaginer des lois d'évolution en accord avec tous les phénomènes du domaine de définition de chacune, il est indispensable que la réalité inaccessible de la nature nous soit intelligible. Nous postulerons donc que :

> **« Rien n'empêche l'homme de trouver des lois qui décrivent parfaitement un phénomène instantané ou évolutif qu'il constate ; rien ne lui est incompréhensible a priori, rien ne restreint sa liberté de connaître. »**

Cette compréhension demandera souvent des efforts, du temps, de multiples itérations, de la collaboration entre chercheurs, de l'honnêteté, etc. Mais a priori aucun phénomène ne nous est incompréhensible à jamais, et nous sommes libres de chercher à le comprendre.

> Cette position est conforme à celle des Lumières [21] et s'oppose à l'attitude d'ignorance résignée de la religion catholique quand elle enseigne que « les voies du Seigneur sont impénétrables » [201]. Elle transgresse aussi la malédiction du péché originel. Elle s'oppose donc aux religions qui voudraient que l'homme croie leurs révélations sans les mettre en doute, en l'assurant qu'il peut avoir confiance dans sa faculté de connaissance.

1.2.5.7.8 Postulat de synthèse naturelle

L'homme imagine souvent ses lois à partir d'expériences dont il se forge une représentation abstraite simplifiée. Cette approche réductrice est nécessaire pour des raisons pratiques comme pour faciliter les raisonnements. Mais les phénomènes réels évoluent le plus souvent selon plusieurs de ces lois humaines, la nature faisant spontanément leur synthèse.

L'homme raisonne aussi, en général, sur des systèmes fermés, alors que la nature ignore cette notion ; un système fermé conserve naturellement l'énergie et la charge électrique, alors que dans la nature rien ne s'oppose à des échanges. L'homme fait des hypothèses de frottements absents ou négligeables, parce qu'il ne sait pas les décrire avec assez de précision pour les soumettre à des lois déterministes ; la nature, par contre,…

La nature fait donc une synthèse spontanée de toutes les lois d'évolution qui s'appliquent à une situation, synthèse que le déterminisme étendu permet en régissant les lois conçues par l'homme chaque fois qu'il peut les définir.

1.2.5.7.9 Complétude à la fois analytique, synthétique et procédurale

Comprendre parfaitement un phénomène c'est pouvoir en décrire tous les aspects : son analyse (décomposition en éléments) ainsi que les relations et interactions entre ces éléments et entre le phénomène et le monde extérieur.

Nécessité de descriptions procédurales

Une telle description à la fois analytique et synthétique est souvent insuffisante si elle n'est pas, en plus, *procédurale*.

> *Procédural*
>
> L'adjectif *procédural* est utilisé par les informaticiens pour décrire la logique d'un raisonnement qui comprend des tests de valeurs et des ruptures de séquence d'instructions, c'est-à-dire des instructions de type :
>
> « Si <condition> alors <action à exécuter ou continuation à une instruction désignée> » Exemple : *Méthode pour une application conditionnelle des lois d'évolution*.

Le caractère procédural est indispensable pour tenir compte d'interactions complexes entre phénomènes, comme ceux où plusieurs lois de la nature s'appliquent simultanément et/ou successivement du fait de la synthèse naturelle.

> Exemple – La trajectoire d'un obus est simple dans le vide : il suit une loi parabolique ; mais on ne tire pas d'obus dans le vide. Dans l'air, il y a d'abord la résistance de l'air, qui varie avec la vitesse instantanée, la température et le vent. Plusieurs lois physiques interviennent donc dans la détermination d'une trajectoire d'obus. La synthèse de ces lois ne peut se contenter d'une formule à plusieurs variables, car selon la valeur de telle ou telle variable une loi de calcul particulière peut changer parce qu'elle franchit un point de bifurcation : voir *Changement de loi d'évolution par bifurcation – Valeur critique*.
>
> Aucune formule ne sera suffisamment générale ou précise pour prédire une trajectoire, il faudra un algorithme, raisonnement procédural dont la liste d'étapes comprend des tests de condition et

des ruptures de séquence. Si on en a besoin plusieurs fois, l'algorithme est mis en œuvre dans un logiciel.

Parfois il faudra prévoir un comportement à plus long terme, en utilisant un raisonnement de passage à la limite ou de convergence d'une suite, opérations impossibles à partir d'analyses et de synthèses telles qu'envisagées par les philosophes comme Descartes et Kant.

Parfois il faudra conclure à l'impossibilité de prévoir à trop long terme, comme Poincaré face au problème de trajectoires d'astres dit « des trois corps »…

Une description d'évolution naturelle quelconque doit donc être procédurale. Kant, par exemple, ne le soupçonnait pas ; et Descartes, dans son *Discours de la méthode* [16], limitait celle-ci à une analyse suivie d'une synthèse.

1.2.5.7.10 Veille, déclenchement et arrêt d'évolutions

Appelons *évolution au sens large* tout changement affectant un système conservatif auquel on s'intéresse, quelle que soit la loi de ce changement. Il peut s'agir :

- D'une loi continue basée sur une équation différentielle, comme celles de Newton et de Maxwell ;
- D'un changement (transition) d'état comme le passage de l'état liquide à l'état solide ;
- D'une émission de photon par passage d'un atome d'un niveau d'énergie à un niveau inférieur, ou d'une absorption de l'énergie d'un photon par un atome qui passe d'un niveau d'énergie à un niveau supérieur ;
- D'une décomposition comme la décomposition radioactive ;
- D'une transformation comme la synthèse d'une paire particule-antiparticule à partir d'un photon de haute énergie, etc.

Par définition, une évolution d'un système est donc un changement naturel qui :

- Nécessite un temps non nul ;
- Met en œuvre une énergie ;
- Change la valeur ou la structure d'une ou plusieurs caractéristiques du système, c'est-à-dire change son état.

Supervision des évolutions de systèmes

La nature déclenche et arrête chaque évolution *instantanément* lorsque les circonstances l'exigent. Elle a donc une *fonction de veille* qui détecte les conditions de lancement ou d'interruption d'une loi d'évolution, et toute évolution est déclenchée selon une loi avec les valeurs initiales de paramètres conformes aux circonstances.

Logiciel superviseur d'un ordinateur

En informatique un *système d'exploitation* comme Windows, Unix ou Android est un programme qui a ces fonctions de veille, arrêt et lancement de programmes d'application avec passage de paramètres ; comme il supervise l'ensemble du fonctionnement d'un ordinateur on l'appelle parfois aussi *superviseur*.

L'action précise de ce programme en réponse à une situation détectée électroniquement (comme la frappe d'un caractère au clavier ou l'arrivée d'un message Internet) est appelée *interruption* : elle consiste à analyser l'événement détecté et décider du « réveil » (lancement avec passage de paramètres) ou de l'arrêt d'un ou plusieurs programmes (d'application ou du système d'exploitation). Les processus d'analyse et de décision sont évidemment de type procédural.

La nature a donc une fonction de veille qui soumet les lois d'évolution à des règles. Exemples : conservation de l'énergie, de la quantité de mouvement, du moment cinétique et de la charge électrique ; principe d'incertitude de Heisenberg, etc.

La nature se comporte donc comme un superviseur de l'ensemble de l'Univers, qui gère tous les débuts et toutes les fins d'exécution de lois d'évolution, en tous ses points et à tout instant. Nous appellerons donc la logique de cette supervision *Loi globale d'interruption,* et en distinguerons au besoin telle ou telle partie applicable à un système particulier sous le nom plus simple de *loi d'interruption* : la Loi globale d'interruption sera donc l'ensemble synthétique des lois d'interruption.

En résumé la nature a deux sortes de lois : les lois d'évolution et les lois d'interruption. Ces lois sont complémentaires, aucune loi d'un type ne pouvant exister sans une loi de l'autre. Leur unité globale synthétique d'action permet leur regroupement en une *Loi globale du déterminisme de la nature*.

1.2.5.7.11 Conclusions sur la causalité et conséquences pour le déterminisme

Une cause suffisante naturelle conservative donnée produit toujours un effet :

- Instantanément ;
- Tant qu'elle existe (sans interruption).

Cet effet est toujours le même, partout : c'est pourquoi on peut postuler qu'il est régi par une loi, donc postuler aussi le déterminisme.

Mais pour que ce déterminisme puisse régir l'évolution de toutes les situations, permettre de les *comprendre* par une description complète, d'en *prévoir* l'évolution, et d'en *prédire* le résultat lorsque c'est possible (et au niveau de détail possible), nous avons enrichi le déterminisme statistique en régissant, avec les lois descriptives et les lois d'interruption du déterminisme étendu :

- Une théorie des fluctuations quantiques (exemple : force de Casimir-Lifshitz) ;
- Des indéterminations dues au principe d'incertitude de Heisenberg ;
- Des principes limiteurs comme celui de Pauli ;
- Des lois de conservation et symétries ;
- Des lois de stabilité et de décomposition aux niveaux moléculaire, atomique ou nucléaire ;
- Des lois de fusion et de synthèse ;
- Des lois d'hystérésis ;
- Des lois de transition de phase ;
- Des lois de représentation, manipulation et stockage de l'information (horizon étiré des trous noirs, principe holographique, etc.) ;
- Une loi de conservation de l'information d'un système fermé.

On peut donc représenter les niveaux de déterminisme sur le diagramme suivant.

1.2.5.8 Les niveaux de déterminisme (diagramme)

Niveaux de déterminisme régissant la connaissance scientifique

Les notions de Déterminisme cognitif humain, *Principe de correspondance*, etc. sont définies ailleurs dans ce texte.

1.2.6 Déterminisme cognitif humain

Remarques préalables

A la différence du déterminisme de la nature, le déterminisme cognitif humain prend en compte les faits suivants :

- L'homme se souvient du passé et transmet des caractères par hérédité ; voir :
  - *Programme génétique et déterminisme* ;
  - *Les universaux, part importante de l'inné humain*.

- L'homme réfléchit, anticipe et s'adapte (par exemple par entraînement sportif), alors que la causalité naturelle est automatique et sans nuance.

Compte tenu des facultés humaines de mémoire et de pensée irrationnelle, le comportement humain ne peut être déterministe aux sens précédents.

- La mémoire est sujette à oublis partiels, erreurs, etc.
- La réflexion humaine n'est pas souvent rationnelle, car le subconscient intervient constamment. En outre, l'esprit ne raisonne qu'en fonction de désirs dont sa raison est esclave ; il est aussi prisonnier de préjugés, d'archétypes et de valeurs culturelles.

Le déterminisme humain est donc très différent du déterminisme de la nature.

1.2.6.1 Déterminisme du vivant

Une forme de déterminisme existe bien dans le domaine du vivant sous la conduite du programme génétique. Certains mécanismes déterministes assurent la vie des cellules, d'autres la réplication héréditaire, d'autres la résistance aux agressions de l'environnement, d'autres encore l'adaptation à des conditions de vie qui changent. Le programme génétique est auto-adaptatif dans certaines limites, cette auto-adaptation étant une caractéristique du déterminisme dans le cas des êtres vivants. Nous approfondissons ce sujet, qui impacte fortement la définition du déterminisme humain dans *Niveaux d'information biologique et déterminisme génétique*.

Mais d'ores et déjà nous pouvons affirmer que les êtres vivants sont soumis à un *déterminisme génétique*, qui est adaptatif et agit à long terme par mutation du génome dans l'hérédité, ou à court terme par modification de l'expression de gènes dans l'adaptation aux conditions de vie [57].

Voir aussi les universaux, à l'origine d'une part importante du déterminisme humain dans le paragraphe *Les universaux, part importante de l'inné humain*.

1.2.6.2 Les 3 déterminants des valeurs selon la psychologie cognitive

Lire d'abord les paragraphes *Valeurs* et *Culture*.

Problématique

Kant croit que l'homme a le pouvoir de déterminer librement ses actes et d'imposer à sa volonté d'être bonne, c'est-à-dire d'être régie par la raison et le devoir en surmontant ses inclinations. Voici un point de vue moderne qui nie l'existence d'un tel libre arbitre.

« Il n'y a pas de pensée qui ne vienne du corps. »

(Toute pensée est une interprétation par le cerveau de son propre état.)

Toute pensée a pour cause une émotion, se poursuit et s'achève avec de l'émotion

La pensée de l'homme n'est qu'un outil au service de ses pulsions et désirs du moment : chaque fois qu'il réfléchit, l'homme cherche une solution pour satisfaire un désir ; il n'existe pas de réflexion sans but affectif, et un tel but est caractérisé par une valeur qui domine toutes les autres pour cette réflexion. C'est là un principe de causalité de la réflexion humaine, une partie du déterminisme humain. La psychologie moderne enseigne que la raison, la rationalité, la logique et la cohérence ne sont pas des valeurs.

Le problème du libre arbitre

Lire d'abord *Libre arbitre*.

Il y a des circonstances où un sujet se sent si peu concerné qu'il peut réfléchir librement (sans être perturbé par des émotions, inclinations ou préjugés), par exemple pour calculer quel jour de la semaine tombait le 14 juillet 1789. Mais, dès que le résultat attendu d'une réflexion a une importance ressentie, il apparaît un problème de liberté : l'homme peut-il réfléchir librement, sans contrainte ? Lorsque sa réflexion aboutit à une décision, est-il libre de choisir ce qu'il veut ?

Les 3 catégories de circonstances qui déterminent la valeur dominante

Trois catégories de circonstances déterminent le contexte dans lequel notre psychisme (conscience et subconscient) fonctionne, c'est-à-dire ses valeurs :

- L'inné (héritage génétique) [57] ;
- L'acquis (culture reçue, formation et éducation, expériences vécues) ;
- Les circonstances (contexte du moment), comprenant :
  - Une situation réelle (exemples : danger immédiat, opportunité, faim…).

- Un futur imaginé ; ce dernier représente le sens de la vie ou de l'action (pourquoi me donner du mal, quel espoir ai-je, que peut-il m'arriver…).

  Ainsi, un homme jugera une même tâche insupportable, désagréable ou très supportable selon l'avenir qu'il imagine s'il l'accomplit ; par exemple :
  - ✓ *Insupportable* s'il est obligé de l'accomplir pendant très longtemps sans profit personnel identifiable, comme un condamné aux travaux forcés ;
  - ✓ *Désagréable* si en l'accomplissant il gagne de quoi vivre, ce qui justifie de supporter le désagrément ;
  - ✓ *Très supportable* si en l'accomplissant il participe à une œuvre admirable qui lui vaudra le respect de son entourage.
- L'interprétation du contexte et de l'acquis par le subconscient, qui produit des jugements de valeur non exprimés par des mots, mais ressentis et pris en compte.

A un instant donné, l'héritage et l'acquis d'une personne déterminent *ce qu'elle est* ; les circonstances déterminent *des contraintes, des opportunités* et *l'avenir qu'elle imagine*.

L'inné ne change que très peu pendant la vie d'un individu, car l'adaptation de son génome et des mécanismes par lesquels il s'exprime à ses conditions de vie est modeste et lente [57]. L'acquis s'enrichit chaque fois que nous apprenons quelque chose et s'appauvrit à chaque oubli ou déformation des informations mémorisées. Les circonstances changent évidemment tout le temps.

Conclusion

L'homme agit exclusivement en réponse au désir dominant du moment, qui résulte de la valeur qui domine son ressenti ; en ce sens-là, il n'a pas de liberté. Si un militaire prisonnier préfère subir la torture au lieu de révéler un secret à l'ennemi, c'est que son patriotisme domine sa douleur.

L'imprévisibilité de l'homme

Les mécanismes génétiques et psychiques peuvent créer des comportements humains imprévisibles du fait de leur complexité, de l'influence du subconscient, d'un acquis variant sans cesse et de contextes toujours différents. Cela n'a pas de rapport avec le déterminisme et ne prouve pas l'existence du hasard.

1.2.6.3 Libre arbitre

Qu'est-ce que le libre arbitre ?

Le libre arbitre est le pouvoir de choisir un acte en toute indépendance ou de ne rien faire, en échappant (croit-on) au déterminisme causal de la nature.

Remarquons d'abord qu'une liberté absolue est impossible : pour choisir, l'homme doit d'abord vivre, ce qui suppose des facultés de raisonnement limitées et orientées par son héritage génétique et ses connaissances (culture, expériences) du moment. Et tout choix se fait dans un contexte, circonstances dont il faut aussi tenir compte. Ce contexte comprend d'abord les lois de la nature, dont aucune action physique ne peut s'affranchir ; il comprend ensuite les déterminants des valeurs humaines à la base de tous ses désirs (voir Les 3 catégories de circonstances qui déterminent la valeur dominante).

> Idéaliste, Kant croit aussi en une liberté de l'esprit, basée sur la Raison, qu'il considère aussi comme toujours libre. Mais la neuropsychologie moderne montre que la Raison n'a aucun pouvoir, c'est un outil soumis aux désirs humains issus des trois déterminants précédents : génétique, acquis (culture, expérience) et contexte de l'instant.

Concernant le déterminisme causal, celui des lois de la nature, il faut rappeler qu'aucune action transcendante n'est possible d'après notre science : la pensée humaine ne subit aucune influence d'un autre être pensant, fut-il divin ; elle nait et demeure dans les limites de notre cerveau. Elle est donc libre de toute influence transcendante.

La pensée humaine est limitée par les possibilités matérielles de l'appareil cognitif : l'homme ne peut penser que ce que son cerveau lui permet de penser, avec son pouvoir de réflexion, sa mémoire, son imagination, ses schémas mentaux… Il a l'impression d'être libre de choisir, mais cette liberté est bornée par ces limites mentales.

L'homme fait des choix parce qu'il a un désir à satisfaire : il choisit *comment* le satisfaire.

> Lire ici *Les 3 déterminants des valeurs humaines selon la psychologie cognitive*.

Chaque choix qu'il croit possible est évalué par l'homme en fonction de ses valeurs du moment. Il a l'impression d'être libre de juger et de décider. Il n'est pourtant maître ni de son héritage génétique, ni de son expérience – dont une partie est intériorisée et se manifeste de manière subconsciente. Sa liberté est réduite aux choix qui dépendent des circonstances, qu'il évaluera en fonction de ses valeurs innées et acquises. Le choix est donc toujours ramené aux mêmes valeurs, l'inné et l'acquis, dont l'homme n'est pas maître. Et son jugement n'est pas libre non plus : ce qu'il a de rationnel n'est pas libre par définition puisque soumis à la Raison universelle, et ce qu'il a d'irrationnel résulte d'affects non maitrisables. L'impression de liberté de l'homme est donc illusoire, sa liberté ne peut être absolue.

> Rappelons ici que la raison n'est pas une valeur, ce n'est qu'un outil au service des affects. Elle régit la découverte des possibilités et de leurs conséquences, ainsi que la manière d'évaluer celles-ci en fonction des valeurs, elle ne définit aucune valeur.

C'est ainsi que l'homme prend une décision (librement, croit-il) en fonction de ce qu'il sait, qu'il imagine et qu'il ressent au moment où il la prend. Mais ce qu'il sait, imagine et ressent peut être fortement influencé par son entourage, surmoi qui exerce une pression sociale, ou par des informations fausses, par exemple trouvées sur Internet.

> De telles informations sont générées sur-mesure pour chaque internaute, par des applications qui connaissent son profil (ses désirs, ses craintes, ses coordonnées, ses achats passés, ses recherches, etc.) suite à des navigations précédentes ; ce profilage systématique des utilisateurs du Web est fait par les outils de recherche comme Google et Bing, par les réseaux sociaux comme Facebook, par des vendeurs comme Amazon, et par des centaines de sociétés spécialisées qui revendent ensuite les profils. Tous ces prestataires de services accumulent les données fournies par chaque utilisateur pour les utiliser en l'influençant, ou les revendre à des entreprises ou des organisations politiques. Ceux qui génèrent de telles informations sur-mesure, à chaque dialogue, ne le font pas pour diffuser la vérité mais pour servir leurs intérêts, et à force de recevoir encore et encore des informations allant dans le même sens beaucoup d'internautes sont influencés et perdent une part de leur liberté.

L'utilisateur du Web et des réseaux sociaux devrait donc savoir qu'il ne peut plus *se* faire confiance, parce qu'il est espionné, manipulé et le sera de plus en plus,.

1.2.6.3.1 Considérations philosophiques sur le déterminisme et le libre arbitre

Traditionnellement, la philosophie distingue deux cas :

1. Les décisions humaines sont libres parce qu'il n'y a pas de contrainte ou de loi ;
   rien n'empêche aujourd'hui un homme de faire ce qu'il veut :
   - ni les lois naturelles, le progrès scientifique et l'accumulation de moyens permettant à l'homme les actes les plus extraordinaires ;
   - ni les règles morales, les nombreux matérialistes athées ne se sentant pas tenus d'en respecter.
2. Les décisions humaines ne sont pas libres parce qu'il y a des lois morales, des coutumes et des lois juridiques.
   - Les lois morales ont une origine ancienne, sous l'influence des universaux et des religions ;
   - Les coutumes appartiennent aux ethnies, conséquences de leurs valeurs ;
   - Les lois juridiques ont été définies par les sociétés en même temps que se structurait leur civilisation.

La thèse d'absence de libre arbitre est combattue

La thèse d'absence de libre arbitre de l'homme est combattue par certains philosophes, qui n'arrivent pas à admettre que l'homme soit une sorte de machine, que la vie et la pensée soient un ensemble de phénomènes soumis au déterminisme de la nature. Voici ce que le mathématicien René Thom écrit dans [63] :

> "Si l'on essaye d'analyser pourquoi les esprits manifestent une telle réticence à l'égard du déterminisme, on peut, je crois, invoquer deux grandes raisons :
> 1. Il y a d'abord ceux qui tiennent à sauver le libre arbitre humain. […]
> 2. Il y a enfin le groupe de ceux qui se sentent opprimés par la montée croissante des technologies, par la collusion de la science et du pouvoir."

La thèse d'absence de libre arbitre est aussi combattue par un matérialiste athée, le philosophe André Comte-Sponville dans le texte [45] pages 42-43 (où on trouve aussi l'excellent texte *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*). Ce philosophe affirme des choses fausses par compréhension insuffisante du déterminisme : il croit au hasard et à la contingence des événements.

Impossibilité d'expliquer le libre arbitre

La liberté et le libre arbitre ne s'expliquent pas ; ils ne résultent d'aucune cause particulière, ils ne sont déterminés par rien car ce sont des absences de contraintes. L'homme est certain d'en profiter parce qu'il sait que rien ne l'empêche de penser, et il n'est pas conscient de ses aprioris et de ses mécanismes cognitifs et affectifs inconscients ; c'est une certitude purement psychologique.

Le déterminisme affirme une absence de liberté de la nature : chaque situation détermine l'évolution qui va la transformer, évolution soumise aux lois de la physique.

La volonté n'a pas de pouvoir en elle-même

Pour échapper au déterminisme de sa nature, un homme doit avoir une volonté capable de dominer ses instincts et pulsions. Cette condition est irréalisable, dans la mesure où :

- la volonté n'est qu'un outil au service de valeurs existantes ;
- l'homme n'est pas conscient de certaines valeurs et mécanismes cognitifs et affectifs, qui pourtant orientent ses désirs et sa pensée.

L'homme est toujours insatisfait

A tout moment, un homme a des aspirations du fait même qu'il vit, et il en est conscient. Lorsqu'il a l'impression que ces aspirations sont vraiment les siennes, qu'elles ne lui ont pas été imposées, et qu'il ne dépend que de lui d'agir pour tenter de les réaliser - et par là de se réaliser, *l'homme se dit libre* et on dit qu'*il jouit de son libre arbitre*. Ses libres choix se font en fonction de ses valeurs, certaines conscientes et d'autres non.

> En fait, l'homme se dit libre de ses choix tout en sachant que la vie en société lui impose des lois, des coutumes et la pression de l'opinion des autres ; mais comme ces limites à sa liberté d'action lui paraissent normales, il n'en souffre pas trop et s'estime globalement libre de ses choix. Ou au contraire, s'il est de nature rebelle, il trouvera excessive l'obligation de conduire en respectant les règles de priorité ou de limitation de vitesse. Ces exemples illustrent le caractère subjectif de l'impression de liberté.

Le libre arbitre selon Sartre

Sartre a montré dans [190] que la conscience de l'homme constate à tout moment une insatisfaction, un manque de quelque chose que Sartre appelle « *manque d'être* » ou « *non-être* ».

> Cette opinion est confirmée par des recherches récentes : l'auteur de [191] confirme que le mécanisme biologique de satisfaction du cerveau humain rend hors d'atteinte une satisfaction totale, en ne permettant au mieux qu'une satisfaction partielle laissant subsister certains désirs.

Le psychisme de l'homme réagit à cette insatisfaction en générant sans cesse des besoins physiques et des désirs psychologiques. Certains de ces besoins et désirs franchissent le seuil de conscience, déclenchant ainsi une réflexion, d'autres restent inconscients tout en exerçant une influence.

Pour Sartre, *l'homme jouit d'un libre arbitre parce qu'il a une conscience* ; et sa conscience échappe au déterminisme, car elle lui permet de penser juste ou faux, et même d'être de mauvaise foi lorsque la bonne foi le conduirait à des conclusions qui le dérangent.

Pour Sartre, le caractère transcendant (c'est-à-dire échappant aux lois déterministes de la nature) du libre arbitre de l'homme n'a pas à être prouvé, c'est une simple conséquence de la manière de fonctionner de sa conscience. Celle-ci est libre *par nature*, ses désirs provenant du « manque d'être » de l'homme, c'est-à-dire de son psychisme qui constate à tout instant que quelque chose lui manque ou lui déplaît. En somme l'homme jouit de son libre arbitre, mais pas au point de pouvoir s'empêcher de désirer quelque chose : même sage, il souffrira toujours de manque d'être.

Le libre arbitre de l'homme le rend responsable de ses actes, bien sûr, mais aussi de ce qu'il cherche à devenir : pour Sartre, l'homme se fait lui-même, librement.

En constatant avec raison que l'homme ne peut jamais s'empêcher de désirer quelque chose, Sartre contribue à la compréhension de la nature humaine. Il suit aussi Freud, qui attribue à l'inconscient de

l'homme tous ses désirs profonds. Aucun homme ne peut chercher à diriger sa pensée consciente dans une direction contraire à ses désirs inconscients, qui correspondent à l'idée qu'il se fait de ce qui est bien, pour lui-même et pour tous ses semblables.

1.2.6.3.2 Le problème de la responsabilité

Si on admet que l'homme n'a qu'un libre arbitre illusoire il n'est jamais responsable de ses actes, qui peuvent toujours être imputés à un désir ou une pulsion dont il n'est pas maître et dont la valeur instantanée est prépondérante dans sa décision.

Ce raisonnement peut convenir à un individu, mais il est inacceptable pour la société où il vit. La vie en société n'est pas possible si les citoyens ne respectent pas des règles définies par la culture et par la loi. Il faut donc que le non-respect d'une telle règle soit reproché à son auteur, ce qui est impossible s'il n'est jamais responsable.

La société a donc prévu des « bons usages », règles de vie non écrites faisant partie de la culture, et des lois écrites prévoyant les sanctions des actes répréhensibles. Ces règles et lois se traduisent, chez tout citoyen, par des valeurs qui doivent le dissuader de les transgresser : je ne vole pas mon voisin parce que cela peut me faire mettre en prison ; on ne me pardonnera pas si j'invoque un désir irrépressible de m'approprier son bien.

Avec ces bons usages et ces lois, les valeurs de chaque citoyen comprennent des garde-fous lui permettant de choisir parmi les possibilités permises… en principe. Son libre arbitre n'est plus aussi libre, au nom de la vie en société.

1.2.6.4 Conclusions sur le déterminisme cognitif humain

Schématiquement, le déterminisme cognitif humain regroupe :

- D'une part le déterminisme étendu, pour rendre compte de la faculté de raisonner logiquement,
- D'autre part le déterminisme génétique avec ses universaux, pour rendre compte des mécanismes cognitifs innés. Mais ce déterminisme-là est lui-même au service des pulsions et désirs, et sujet à des erreurs, des jugements de valeur basés sur des aprioris et des fonctionnements subconscients.

1.3 Hasard

En interrogeant mes amis je n'ai trouvé personne qui nie l'existence et l'influence du hasard ; ce sont même des lieux communs : le hasard existe, admettre son effet est le bon sens même. Nous allons voir pourquoi tous se trompent.

1.3.1 « Au hasard » par opposition à « déterministe »

La notion de hasard s'oppose à celle de déterminisme en niant ou en restreignant les possibilités de comprendre, prévoir et prédire. Selon le *Dictionnaire de l'Académie* [3], une situation ou une évolution est dite « au hasard » lorsqu'elle est :

- Sans but précis (finalité au hasard) ;
- N'importe comment (caractéristiques au hasard) ;
- Sans ordre, ni méthode (structure ou déroulement au hasard) ne permettant pas de calculer une valeur d'une suite connaissant des valeurs précédentes ;
- Selon ce qui se présente accidentellement par l'effet de l'imprévu (sans cause).

Ainsi, par exemple :

- Un phénomène naturel au hasard surviendrait sans que s'applique aucune loi de causalité de la nature, qui aurait alors « fait n'importe quoi sans raison ».

  Exemple : la décomposition radioactive ci-dessus, pour qui n'en connaît pas l'explication physique ; ce phénomène décrit par la Mécanique quantique relève du *déterminisme statistique*.
- La plupart des mesures physiques sont entachées d'erreurs qui en limitent la précision ; un résultat de mesure semble alors aléatoire, défini par exemple par une loi de probabilités comme celle de Gauss, qu'on rencontre si souvent qu'on l'a qualifiée de « Loi normale ».

  Exemple : distribution des tailles (en centimètres) des hommes adultes dans un pays (probabilité qu'un homme adulte donné ait une certaine taille).

Mais là non plus il n'y a pas de hasard, voyons à présent pourquoi.

Comme toute affirmation, cette absence de règle doit être démontrable : l'ignorance de l'existence d'une règle par une personne ne justifie pas qu'elle qualifie une distribution de valeurs de « au hasard ». Mais comme il est impossible de démontrer (en raisonnant par l'absurde) que cette absence de règle contredirait une certitude établie, on doit toujours postuler le hasard en assumant son caractère hypothétique.

Valeur « au hasard » d'une variable

Définition importante

Une variable est au hasard quand sa valeur ne relève d'aucune loi statistique, d'aucune possibilité de prédiction d'une valeur future connaissant une ou des valeurs passées. Cette variable n'est connue, en plus de son type (numérique, binaire…) que par un domaine d'existence comme un intervalle ou un ensemble de valeurs discrètes.

Stochastique (adjectif)

Stochastique signifie « qui relève d'une probabilité », comme le résultat d'un lancer de dé. Une variable est stochastique lorsque ses valeurs sont distribuées selon une loi de probabilité comme la Loi normale, la Loi de Poisson, la Loi Binomiale ou la Loi Uniforme (dont les valeurs sont équiprobables, comme celles d'un lancer de dé).

Différence entre stochastique et déterministe

Dans les mêmes circonstances initiales :

- Un processus stochastique produit des valeurs distribuées selon sa loi de probabilité ;
- Un processus déterministe reproduit une même valeur (à l'échelle macroscopique), ou un même ensemble de valeurs superposées si son résultat n'est pas unique (à l'échelle atomique).

1.3.2 Hasard ou imprédictibilité ?

Le hasard a plusieurs définitions scientifiques que nous préciserons plus loin, mais qu'on peut résumer comme suit : est au hasard toute structure, tout comportement dont on peut *démontrer* l'impossibilité d'une description complète à partir d'une de ses parties et/ou du contexte, faute de lois de déduction ou de calcul applicables.

Si elle existait, une évolution naturelle au hasard serait une caractéristique objective (indépendante de l'homme), et dont l'absence de loi descriptive est démontrée.

Remarque : hasard ou pas, la nature ne peut violer ses lois générales, par exemple de conservation de l'énergie, de la charge électrique, du moment cinétique [100], de la quantité d'information en Mécanique quantique, etc. Ces lois sont définies par l'homme précisément pour régir tous les cas de leur domaine de définition, et sans exception.

1.3.3 Le hasard n'existe pas

Disons-le tout net, comme Kant dans [20] page 286 :

« Tout ce qui arrive est hypothétiquement nécessaire [=nécessaire par hypothèse] : c'est là un principe fondamental qui soumet dans le monde le changement à une loi, c'est-à-dire à une règle s'appliquant à l'existence nécessaire, sans laquelle règle il n'y aurait pas même de nature. Par conséquent, le principe : rien n'arrive par un hasard aveugle *(en latin : in mundo non datur casus)* est une loi *a priori* de la nature. »

« Rien n'arrive par un hasard aveugle est une loi a priori de la nature. »
(c'est l'homme qui définit les lois de la nature, et il les définit sans exception.)

Ou encore dans les Règles de survenance des phénomènes citées par Kant.

Ou comme René Thom, mathématicien médaille Fields 1958, dans [63] :

« Affirmer que « le hasard existe », c'est donc prendre cette position ontologique qui consiste à affirmer qu'il y a des phénomènes naturels que nous ne pourrons jamais décrire, donc jamais comprendre. C'est renouveler le célèbre *ignorabimus* de Du Bois-Reymond... » [64] - C'est aussi contredire le *Principe d'intelligibilité*.

Ou plus brièvement, comme Henri Poincaré dans [65] :

« Le hasard n'est que la mesure de notre ignorance. »

Ou enfin de façon imagée, comme Einstein au congrès Solvay de 1927 :

> « Gott würfelt nicht » (Dieu ne joue pas aux dés : la nature ne fait pas n'importe quoi). Einstein disait cela pour s'opposer à l'interprétation de Copenhague de la Mécanique quantique.

Expliquons cela.

1.3.4 Le besoin de rigueur dans l'invocation du hasard

Quand les gens attribuent-ils quelque chose au hasard ?

Quand une personne affirme que quelque chose est dû au hasard, c'est parce qu'elle n'en connaît pas la cause, donc ne sait pas à quelles circonstances et quelle loi cette chose est due ; c'est peut-être aussi parce qu'elle pense que personne ne sait. C'est là du « *hasard par ignorance* », une confusion entre imprédictibilité et hasard.

> Cas particulier d'ignorance : il arrive que l'imprédictibilité ou l'insuffisance de précision soient dues à la complexité, au nombre de variables du problème. C'est le cas, par exemple, dans le diagnostic d'un psychiatre, dans la prévision d'un cours de bourse par un investisseur ou dans la prédiction d'une évolution du chômage par un politicien.

1.3.4.1 L'attribution d'une cause au hasard exige une démonstration

Affirmer qu'une situation, l'état d'un système ou une évolution, sont dus au hasard demande autant de rigueur qu'affirmer qu'ils sont régis par une loi de la physique.

> A celui qui me dit : *« c'est dû au hasard »*, je réponds : *« prouvez-le ! ».*

L'affirmation « C'est dû au hasard » doit être prouvée par celui qui la formule, avec la même rigueur que la proposition « C'est dû à la loi X ». Or, à part les lois résultant d'une déduction purement logique (qui ne nous apprennent rien, car leur contenu résulte entièrement de leurs prémisses) *une loi de la nature ne se démontre pas*, elle est postulée par induction à partir de phénomènes constatés et de leur évolution, et on l'admet à titre provisoire jusqu'à ce qu'un contre-exemple la fasse déclarer fausse : *une loi affirmée après examen contradictoire par des gens compétents est donc toujours supposée vraie jusqu'à preuve du contraire*.

Aucune constatation d'un ensemble de phénomènes ne prouve qu'ils sont dus au hasard

Mais on ne peut pas démontrer *qu'il n'existe pas* de loi d'évolution d'une situation donnée, c'est-à-dire que d'une fois sur l'autre elle peut ne pas évoluer ou évoluer différemment ; on ne peut prouver qu'une loi *ne pourra pas être trouvée* ou qu'il existera des situations ou une loi *sera nécessairement instable, donc ne sera pas une loi d'évolution*.

> En mathématiques on peut prouver qu'une valeur de variable n'existe pas, mais pas qu'aucune relation n'existe. Lorsque John Bell a démontré que dans un problème de Mécanique quantique « il n'existe pas de variable cachée » c'était à l'aide de corrélations, pas de façon certaine.

Quelles que soient les constatations faites sur des phénomènes et leur nombre, quel que soit l'étonnement qu'ils nous suggèrent, il est impossible d'en déduire une preuve d'absence de loi naturelle qui les régit ; et le fait de ne pas avoir découvert de loi ne prouve pas qu'il n'y en a aucune.

Lorsqu'on ne connaît pas de loi d'évolution d'une situation donnée on peut toujours affirmer cette ignorance, on ne peut jamais affirmer le caractère nécessaire du hasard, avec son absence de loi.

> **« Le hasard est toujours invoqué au lieu de l'ignorance. »**

1.3.5 Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité

En abandonnant le déterminisme philosophique au profit du déterminisme scientifique, puis du déterminisme statistique et enfin du déterminisme étendu nous avons abandonné la promesse de prédictibilité des résultats d'évolution ; nous avons simplement conservé la conséquence nécessaire d'une cause suffisante : le déclenchement immédiat et inévitable d'une évolution.

On peut s'étonner que les promesses du déterminisme (comprendre, prévoir et prédire) aient distingué prévoir et prédire : pouvoir prévoir n'est-ce pas pouvoir prédire ?

Eh bien, non ! Il existe des phénomènes naturels dont les lois d'évolution sont connues, mais dont l'application ne permet pas de formuler toutes les prédictions souhaitables ; voyons cela.

1.3.5.1 Cas dans lesquels une évolution a un résultat imprédictible

L'imprédictibilité d'une situation ou d'un résultat d'évolution peut avoir des causes diverses, mais ne constitue pas une preuve de hasard. Voici des cas d'imprédictibilité du résultat d'une évolution.

1.3.5.1.1 1er cas : la nature statistique de l'évolution de l'objet – Prédictibilité statistique

- *Exemple 1*
  Une loi physique d'évolution déterministe, l'équation de Schrödinger, fait qu'à un instant donné la position et la vitesse d'une particule en mouvement dans un champ électromagnétique ont des valeurs mesurables *possibles* régies par une loi statistique ; ces valeurs sont déterministes et leurs ensembles sont connus avant la mesure ; voir *Evolution vers un ensemble d'états superposés*.

  Mais, à la fin de l'évolution, une valeur effectivement mesurée est choisie dans son ensemble par une opération brutale de décohérence qui n'est pas régie par l'équation de Schrödinger et n'est même pas déterministe, parce qu'il est impossible de la décrire et de l'exécuter de manière reproductible.

- *Exemple 2*
  Un système dynamique (système dont l'évolution est décrite par une suite d'itérations d'une fonction d'évolution déterministe), a fréquemment un état chaotique : il est calculable à chaque itération, mais imprédictible à long terme connaissant seulement son état initial. Il peut seulement être décrit à l'avance, sous certaines conditions, par des statistiques comme un histogramme des états finaux. Voir *Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique*.

Ces deux exemples relèvent du *déterminisme statistique*. Il nous suffit, pour le moment, de donner la définition suivante.

Prédictibilité statistique d'une évolution

Par définition, une évolution a une *prédictibilité statistique* si ses résultats sont stochastiques (=distribués selon une loi statistique) ; une expérience renouvelée plusieurs fois peut alors donner des résultats différents. Sa loi d'évolution est gouvernée par un déterminisme statistique où c'est *l'ensemble des résultats possibles qui est prédéterminé par les conditions de l'expérience et la loi d'évolution, non un résultat particulier.*

Lors d'une telle évolution, la nature refuse le résultat unique que l'homme désire ; c'est l'ensemble auquel ce résultat appartient qui est unique et prédéterminé, chaque expérience ayant un résultat appartenant à cet ensemble.

En outre, lors d'expériences renouvelées ou de changement de valeur initiale avant itération (voir *Chaos*), les résultats sont distribués selon une loi de probabilité elle-même prédéterminée. On ne doit pas parler, alors, de résultat *au hasard* car il ne peut être quelconque, totalement imprévisible ; on parle de *déterminisme statistique* car seul *le choix de résultat* dans l'ensemble prédéterminé est imprévisible ; et il l'est parce que ce choix n'est régi par aucune loi : la décohérence est brutale, le choix d'une position dans le voisinage d'un point est arbitraire, etc.

Par définition, la distribution de ces résultats est alors *stochastique*, pas au *hasard*.

1.3.5.1.2 2ème cas : la complexité

Evolution d'une situation régie par une ou plusieurs loi(s) déterministes

L'effet global d'un grand nombre de phénomènes déterministes, simultanés ou non, peut être imprévisible, même si chacun est simple et à résultat prévisible.

Exemple : considérons une petite enceinte fermée qui contient un nombre immense de molécules identiques de liquide ou de gaz. Le seul fait que ces molécules aient une température supérieure au zéro absolu (-273.15°C) fait qu'elles s'agitent sans cesse, l'énergie cinétique associée à leur vitesse caractérisant la température. Cette agitation, le *mouvement brownien*, les fait rebondir les unes sur les autres et sur les parois, conformément à des lois des chocs élastiques parfaitement connues et déterministes, donc sans intervention du hasard. Mais il est impossible de connaître la position et la vitesse à l'instant *t* d'une molécule particulière, car :

- Elle a subi trop de rebonds contre d'autres molécules en mouvement et contre les parois de l'enceinte pour que les calculs soient à la portée d'un ordinateur, même très puissant ;
- A l'échelle atomique, chaque rebond de molécule est affecté par sa forme irrégulière, la rugosité locale de la paroi, et l'imprécision sur la position, la direction et la vitesse d'un choc due à la largeur du paquet d'ondes de probabilité accompagnant chaque molécule. La loi des chocs élastiques est donc difficile à appliquer avec précision, les conditions initiales de chaque choc étant entachées d'erreurs non négligeables.

Cette impossibilité de connaître le mouvement précis d'une molécule particulière est très générale : la combinaison d'un grand nombre de phénomènes déterministes à évolution individuelle prévisible produit une évolution imprévisible, que ces phénomènes soient ou non du même type. Par *combinaison* il faut entendre ici :

- soit *une succession de phénomènes de même type* comme les chocs élastiques d'une molécule particulière ;
- soit *la simultanéité de phénomènes déterministes différents* qui agissent indépendamment ou interagissent pour produire un effet global ;
- soit *l'instabilité d'un phénomène* qui change de loi d'évolution selon un paramètre critique soumis à *un autre* phénomène d'évolution, lors d'une bifurcation.

En résumé, *la complexité d'un phénomène à composantes déterministes produit en général une évolution imprévisible*, et encore plus imprévisible si on prend en compte les imprécisions dues à la Mécanique quantique.

Il faut pourtant se garder d'attribuer au hasard une évolution qui n'est imprévisible que parce que la complexité du phénomène d'origine rend trop difficile la prévision de son résultat par calcul ou raisonnement. Nous verrons que le caractère aléatoire d'une évolution à l'échelle atomique (évolution décrite par la Mécanique quantique) caractérise un choix d'élément de l'ensemble (déterministe) des résultats que sont les valeurs propres possibles d'une équation, alors que le hasard caractérise l'inexistence d'un algorithme à résultats utilisables.

L'imprévisibilité par excès de complexité, qui n'existe pas en théorie dans la nature (ses évolutions déterministes étant arrêtées ou déclenchées par des lois d'interruption), sévit hélas en pratique. Elle n'affecte pas la nature, qui jamais n'hésite ou ne prévoit l'avenir (ce n'est pas un être pensant), mais elle empêche l'homme de prédire ce qu'elle va faire. Et l'imprévisibilité est d'autant plus grande que le nombre de phénomènes successifs ou simultanés est grand, que leur diversité est grande, que leurs interactions sont nombreuses et que l'imprécision quantique intervient.

Les interactions entre phénomènes ont un effet sur leur déterminisme lui-même. Une évolution dont le résultat impacte les conditions initiales d'une autre évolution joue sur la reproductibilité de cette dernière, ce qui handicape encore plus la prédiction de son résultat.

C'est pourquoi les phénomènes les plus complexes (ceux des êtres vivants, du psychisme de l'homme et de son comportement) ont beau n'être, au niveau biologie moléculaire, que des évolutions physiques déterministes, leurs résultats sont en général si imprévisibles que l'homme a l'impression que la nature fait n'importe quoi.

Calculs trop complexes

Un système soumis à des lois déterministes connues peut avoir une évolution précise exigeant des calculs trop complexes ou trop prolongés pour être réalisables.

Exemples :

- prévoir quelle boule va « sortir » d'une sphère de tirage de loto connaissant les paramètres initiaux ;
- prévoir le temps qu'il fera à Lyon dans 30 jours.

Parade : une description qualitative

La complexité des phénomènes naturels incite souvent l'homme à les décrire au moyen de théories générales, permettant une *connaissance en grandes lignes* avec des règles de possibilité et d'impossibilité, mais ne permettant pas la prédiction d'évolutions.

> Exemple : la théorie de Darwin sur l'évolution des espèces par sélection naturelle prévoit la survie de celles dont les individus sont les mieux adaptés à leur environnement et les plus prolifiques. Mais elle ne permet pas de prédire l'évolution d'une espèce donnée ; on ne sait pas, par exemple, quelle espèce succèdera à *Homo sapiens*.

Compléments sur la complexité :

- *Déterminisme + complexité = imprédictibilité* ;
- [66].

1.3.5.1.3 3ème cas : l'ignorance

En plus de tout ce que nous ignorons en physique, il y a de nombreux systèmes dans la société humaine dont l'évolution est difficile à prévoir, ou à prédire avec la précision désirée, parce qu'on ne peut pas connaître tous les paramètres nécessaires. Exemples :

- des cours de bourse soumis à des anticipations d'investisseurs, optimistes ou non, influencés par des médias ou non ;
- ce qui se passe dans le subconscient, qu'on ne peut décrire avec assez de précision pour que les affects et les raisonnements soient prévisibles.

Certains hommes ont tendance à attribuer au hasard ce qu'ils ne peuvent expliquer ou prévoir. D'autres l'attribuent à Dieu : c'est le cas, par exemple, de la loi américaine qui admet comme cause d'une catastrophe naturelle « An act of God ».

En plus de l'ignorance de paramètres, il y a leur imprécision expérimentale : un résultat peut sembler « entaché de hasard » alors qu'il souffre d'imprécision matérielle ou opératoire.

1.3.5.1.4 4ème cas : l'imprécision

Il y a des cas où la précision du résultat (calculé ou mesuré) de l'application d'une loi d'évolution peut être jugée insuffisante.

Imprécision des paramètres et hypothèses simplificatrices d'une loi d'évolution

La formulation mathématique d'une loi d'évolution a des paramètres. Si ceux-ci sont connus avec une précision insuffisante, le résultat calculé sera lui-même entaché d'imprécision. C'est le cas notamment lorsqu'une loi d'évolution fait des hypothèses simplificatrices.

> Exemple d'approximation (voir *Position d'un pendule simple*)
>
> La dynamique (=mouvement) d'un pendule simple est décrite par une équation différentielle non linéaire. Pour simplifier la résolution de cette équation, on recourt à « l'approximation des petites oscillations », qui assimile un sinus à son angle en radians. Cette simplification entraîne des erreurs de prédiction du mouvement qui croissent avec l'amplitude des oscillations.

Imprécision ou non-convergence des calculs dans un délai acceptable

Si le calcul d'une formule ou d'une solution d'équation est insuffisamment précis, le résultat peut être lui-même imprécis. Il arrive aussi que l'algorithme du modèle mathématique du phénomène ne puisse fournir son résultat, par exemple parce qu'il converge trop lentement. Il peut enfin arriver que le modèle mathématique d'un processus déterministe ait un cas où le calcul de certaines évolutions est impossible, par exemple pour une propagation d'onde.

Changement de loi d'évolution suite à un changement de phase

Une évolution peut être soumise à des lois successives, par exemple lors d'un changement de phase : voir le sous-titre *Changements de phase d'un corps pur*. Le déterminisme étendu prend en compte ce problème avec ses lois d'interruption.

Voir enfin, plus bas, *La sensibilité aux conditions initiales*.

1.3.5.1.5 5ème cas : l'instabilité

Les fluctuations quantiques d'énergie sont dues à une instabilité intrinsèque, une *impossibilité* de définir une énergie à un instant donné à un endroit donné, car elle varie constamment et sans cause ; cette impossibilité résulte du *principe d'incertitude de Heisenberg*, théorème démontré en Mécanique quantique.

1.3.5.1.6 6ème cas : la sensibilité aux conditions initiales

Il y a des lois d'évolution déterministe chaotique où une prédiction précise du changement exige une impossible connaissance de ses paramètres avec une précision infinie. Exemple : trajectoire d'un astéroïde du système solaire, soumise aux perturbations gravitationnelles de l'énorme Jupiter et des autres planètes ; Henri Poincaré a démontré l'impossibilité en étudiant le *Problème des trois corps*.
Nous approfondirons ce sujet plus bas au chapitre *Chaos*, sous le titre *Sensibilité aux conditions initiales dans les systèmes chaotiques*.

1.3.5.1.7 7ème cas : l'exigence d'un raisonnement algorithmique

Lire d'abord *Complétude d'une axiomatique*.

Les *Théorèmes d'incomplétude de Gödel* montrent que les réponses à certaines questions légitimes exigent un raisonnement logique à étapes multiples ; ces réponses ne peuvent résulter d'une simple synthèse d'informations.

Un tel raisonnement est décrit par un algorithme, suite d'étapes de calcul parcourues en tenant compte de valeurs de données au moyen de choix (dits *procéduraux*) du type :

« Si telle condition est remplie continuer à l'étape E_n, sinon continuer à l'étape E_p ».

Le résultat d'un tel parcours, donc du raisonnement, dépend des valeurs de départ et de valeurs calculées précédemment par l'algorithme : il est donc imprévisible au vu des seules données de départ.

> *Exemple d'algorithme :* (source [67])
>
> Le modèle économique appelé "Mésange" (graphique ci-dessous), prend en compte de nombreux mécanismes qui interagissent pour décrire ce qui se passe dans l'économie française lorsqu'on baisse les coûts salariaux, par exemple lors d'une baisse des charges des entreprises. De taille moyenne pour un modèle économique, Mésange comprend environ 500 équations.
>
> Lorsqu'un résultat nécessite un tel algorithme, il faut souvent plusieurs années de travail à des spécialistes pour en écrire le programme. Et lorsque des dizaines d'exécutions de ce programme avec des jeux de paramètres différents ne permettent pas d'en déduire des lois de comportement du résultat simples à expliquer au public, il faut s'abstenir d'invoquer le hasard dans des publications…

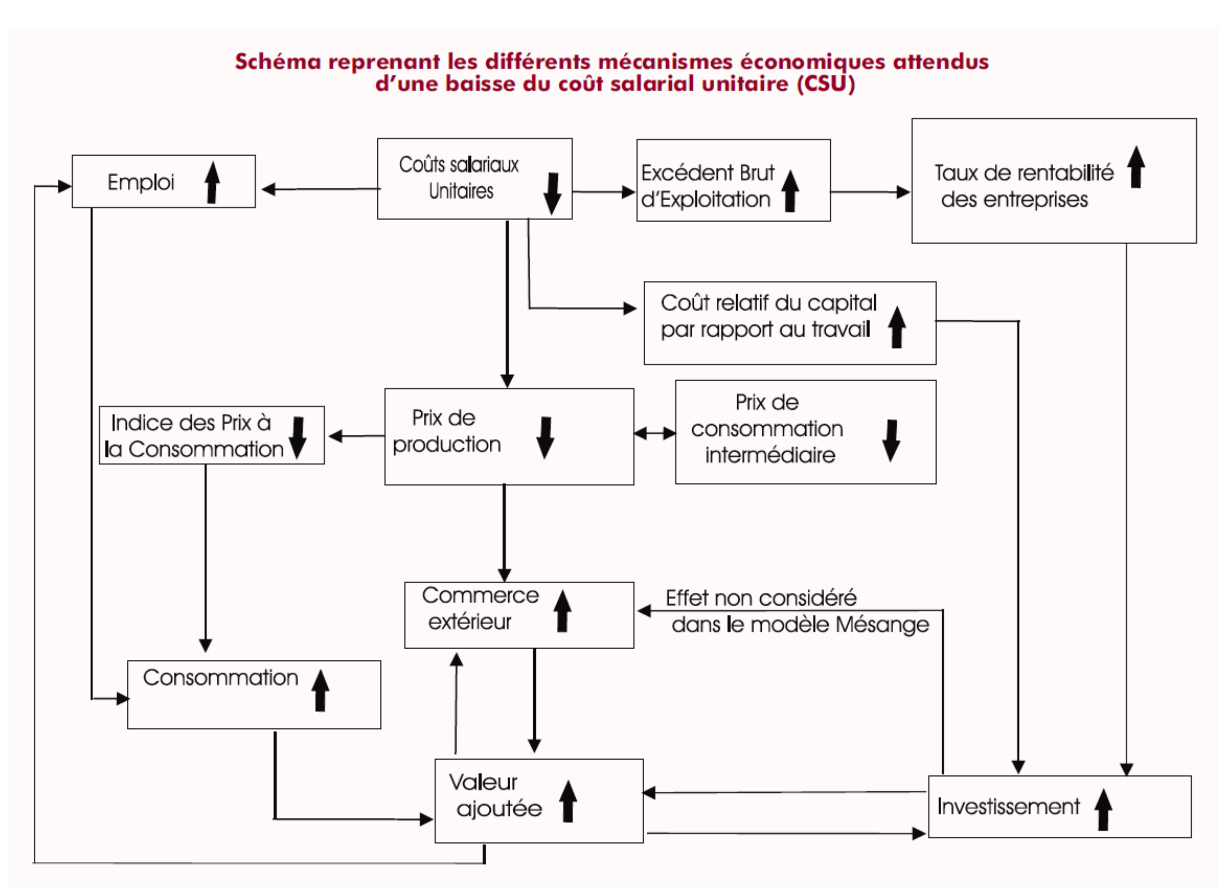


Schéma du modèle Mésange

1.3.5.1.8 8ème cas : des exigences de prédictibilité impossibles à satisfaire

La curiosité fait souvent poser à l'homme des questions auxquelles la nature n'a pas de réponse. Nous avons vu plus haut l'exemple de la décomposition radioactive, où on ne peut savoir quel atome se décomposera le premier et quand. Nous avons aussi vu le caractère probabiliste des positions et vitesses de particules. Il y a également le phénomène de décohérence de la physique quantique, où l'interaction d'une superposition d'états quantiques avec l'environnement macroscopique choisit une des solutions superposées de manière imprévisible. Il y a enfin le phénomène des fluctuations quantiques, les trajectoires chaotiques des astéroïdes, etc.

Il y a des cas où *la loi d'évolution que la nature applique ne peut fournir la précision que nous voudrions*. La loi de décomposition radioactive ne s'applique pas à un atome, mais à une population où chaque atome a une certaine probabilité de se décomposer en un intervalle de temps donné : on ne peut lui faire dire quelque chose pour *un* atome.

> **« Il y a des évolutions régies par une loi d'ensemble ne permettant pas de connaître des événements particuliers ou de savoir ce que devient un des éléments. »**

Il y a aussi les lois de l'espace-temps de la Relativité, où l'ordre de survenance de deux événements *A* et *B* peut être différent pour deux observateurs différents : impossible de faire dire à la nature quel événement est *absolument* le premier parce qu'il n'y a pas, dans l'Univers, de temps absolu (contrairement à ce que postulait Newton dans son ouvrage *Principia* [9]).

> **« Dans l'espace-temps relativiste il n'y a pas de temps absolu : la date-heure d'un événement dépend de la position relative de l'observateur et de son mouvement. »**
>
> **« Il n'y a pas, non plus, d'ordre absolu de deux événements : cet ordre dépend de la position de l'observateur et de son mouvement. »**
> (voir *Cône de lumière*)

Il y a aussi *l'intrication*, où deux photons générés ensemble et partageant une même énergie - pourtant distants de plusieurs kilomètres - cèdent cette énergie et disparaissent ensemble si on capture un seul d'entre eux, malgré la limitation de vitesse d'une propagation de conséquence à celle de la lumière, car les deux photons formant un même objet la disparition de l'un est en même temps disparition de l'autre [96]. Un éventuel désir de connaître l'existence de l'un des deux sans impacter l'autre ne peut être satisfait.

> **« Dans certaines expériences un système intriqué peut grandir indéfiniment, sans cesser de se comporter comme s'il est tout entier au même point de l'espace : on dit que dans ce cas "l'espace n'est pas séparable". »**

Il y a encore le *principe d'incertitude de Heisenberg*, etc.

Toutes ces impossibilités d'obtenir le résultat que nous voulons, ces limitations de la connaissance à ce que la nature veut bien nous dire, ne mettent pas en cause le déterminisme : chaque cause a bien sa (ou ses) loi(s)-conséquence(s), que la nature applique toujours et sans délai, mais c'est à l'homme d'accepter de la connaître sous les formes qu'elle a, pas sous celles qu'il voudrait qu'elle ait.

Ainsi, comme nous ne pourrons jamais voir une particule de l'échelle atomique, nous devons nous contenter de la connaître par l'intermédiaire d'équations qui en décrivent les propriétés, notamment de l'équation fondamentale de la Mécanique quantique, dite « de Schrödinger », qui en décrit l'évolution dans le temps et l'espace. Nous devons renoncer à savoir, à un instant donné, la position et la vitesse de la particule, dont nous n'aurons jamais que des probabilités ou des densités de probabilité, c'est-à-dire une vision floue.

Nous devons alors comprendre qu'une particule peut se trouver à une infinité d'endroits à la fois, un volume donné autour d'un endroit donné ayant alors une certaine probabilité de présence. A une position donnée une particule peut avoir une infinité de vitesses, chacune aussi probabiliste. Une particule peut aussi parcourir une infinité de trajectoires à la fois. Toutes ces réalités ne font intervenir aucun hasard, mais des distributions de probabilités qui limitent les valeurs possibles.

Voir aussi *Conditions nécessaires pour des résultats prédictibles*.

1.3.5.1.9 9ème cas : le psychisme humain

Le cerveau humain a des processus logiques prévisibles (exemple : les déductions rationnelles) et des processus imprévisibles (exemples : les pensées subconscientes, les intuitions, les associations d'idées). Les neurones de la pensée sont des objets matériels, donc toujours soumis à des lois naturelles lorsqu'ils s'excitent et agissent par interconnexion. Mais leurs processus subconscients (qui ont un rôle prépondérant) sont inaccessibles au sujet, qui ne peut donc les comprendre et encore moins en décrire les lois, malgré les progrès des recherches actuelles.

L'imprédictibilité de la pensée humaine ne vient donc pas des processus neuronaux, mais de l'impossibilité d'en connaître suffisamment le fonctionnement subconscient qui interprète en permanence les informations du cerveau (voir *Les pensées ne sont que des interprétations de l'état du cerveau*).

1.3.5.2 Les trois types d'imprédictibilité : logique, théorique et pratique

Source : [68] pages 36 et suivantes

On peut classer les types précédents d'imprédictibilité d'une évolution en trois catégories, pour en faire la synthèse.

1 - Imprédictibilité logique

Est logiquement imprédictible une évolution qui contredit la logique. Exemples :

- Un objet macroscopique ne peut se déplacer, à un instant donné, à la fois plus vite et moins vite que 10m/s, une particule de l'échelle atomique le peut.
- Les évolutions qui ne peuvent être décrites que par un algorithme à étapes multiples, comme celles des systèmes dynamiques itératifs, ne peuvent logiquement être prédites au départ (voir le chapitre *Chaos*).

  Les évolutions à étape unique décrites par un algorithme sont imprédictibles (et même imprévisibles) au vu de leur algorithme, dont l'exécution de certaines instructions dépend de résultats de calculs intermédiaires qui n'existent pas au départ. Exemple : la trajectoire d'un missile qui poursuit un avion à l'aide de son radar n'est pas connue au départ, puisqu'elle s'ajuste au fur et à mesure du vol.
- Les ressentis humains (les affects) mettant en œuvre des processus subconscients inaccessibles, leur prédiction est soit impossible soit très imprécise.

2 - Imprédictibilité théorique

Est théoriquement imprédictible une évolution qui contredit une loi de la nature.
Exemples :

- Déplacement d'un corps pesant ou d'une onde électromagnétique plus rapide que la vitesse de la lumière, c = 299 792 458 mètres/seconde *exactement*.
- Evolution comme celles de la Mécanique quantique, dont la description exacte est impossible (où est *exactement* ma particule ?) parce qu'elle relève d'une description stochastique ; même problème pour l'évolution à long terme d'un système dynamique chaotique.
- Evolution instable, comme la survenance de fluctuations quantiques, qui ne sont régies que par des lois d'interruption comme le principe d'incertitude de Heisenberg.

Les imprédictibilités dues à la Mécanique quantique ne rendent pas caduc le postulat de déterminisme, elles obligent à l'étendre en adoptant le *déterminisme statistique*.

3 - Imprédictibilité pratique

Est pratiquement imprédictible une évolution dont la prédiction demande des moyens indisponibles ou non justifiés par la valeur du résultat désiré. Exemples :

- Prévoir sur quelle face un dé lancé va retomber. Si on mesurait au départ sa position et sa vitesse (linéaire et de rotation) par des capteurs optiques ou autres, puis qu'on faisait le calcul très vite en prenant en compte les éventuels rebonds, on pourrait théoriquement prévoir le résultat, mais est-ce rentable ?
- La complexité d'une évolution pose souvent des problèmes pratiques de prédiction. C'est aussi le cas de l'ignorance et de la sensibilité aux conditions initiales. Ces problèmes introduisent parfois un *horizon de prédictibilité*.

1.3.6 Les trois définitions du hasard

Il y a trois définitions rationnelles du hasard, hélas toutes négatives car de la forme « Est au hasard un phénomène qui n'est pas… ».

1.3.6.1 Définition de René Thom

Le mathématicien René Thom, médaille Fields 1958, a défini le hasard dans [63] comme suit :

> *"Je voudrais dire d'emblée que cette fascination de l'aléatoire* [croire que le hasard existe dans la nature] *témoigne d'une attitude antiscientifique par excellence. De plus, dans une large mesure, elle procède d'un certain confusionnisme mental, excusable chez les auteurs à formation littéraire, mais difficilement pardonnable chez des savants en principe rompus aux rigueurs de la rationalité scientifique.*
>
> *Qu'est-ce en effet que l'aléatoire ? On ne peut en donner une définition que purement négative : est aléatoire un processus qui ne peut être simulé par aucun mécanisme, ni décrit par aucun formalisme. Affirmer que « le hasard existe », c'est donc prendre cette position ontologique [et dogmatique] qui consiste à affirmer qu'il y a des phénomènes naturels que nous ne pourrons*

jamais décrire, donc jamais comprendre. C'est renouveler le célèbre ignorabimus de Du Bois-Reymond… [64] [et contredire le Principe d'intelligibilité]

Le monde est-il astreint à un déterminisme rigoureux, ou y a-t-il un « hasard » irréductible à toute description ? Ainsi posé, évidemment, le problème est de nature métaphysique et seule une option également métaphysique est en mesure de le trancher. En tant que philosophe, le savant peut laisser la question ouverte ; mais en tant que savant, c'est pour lui une obligation de principe - sous peine de contradiction interne - d'adopter une position optimiste et de postuler que rien, dans la nature, n'est inconnaissable a priori [c'est-à-dire le Principe d'intelligibilité]."

René Thom décrit donc l'effet du hasard comme une impossibilité de description en un langage axiomatique (par exemple un langage de programmation) due à une impossibilité de comprendre et prévoir. Cette description correspond bien à la raison le plus souvent responsable de l'affirmation « C'est dû au hasard » : l'ignorance non assumée.

L'irrégularité n'est pas un critère suffisant de hasard

René Thom qualifie donc d'aléatoire tout processus (phénomène observé, nombre ou suite d'éléments) non modélisable par un algorithme. Selon cette définition, la suite des décimales d'un nombre irrationnel comme $\sqrt{2}$ (que l'on sait générer par algorithme) n'est pas aléatoire, bien qu'elle n'ait aucune régularité connue ; l'irrégularité n'est donc pas un critère suffisant de hasard, puisqu'on sait générer par algorithme des suites irrégulières de chiffres.

A ce sujet, voir la définition des *nombres normaux* de Borel au paragraphe *Nombre aléatoire, nombre normal*.

Nous considérons comme aléatoires (soumis à un hasard imprévisible) les tirages du jeu de loto générés par une machine qui agite des boules. René Thom considèrerait-il une telle machine comme un mécanisme, donc ses tirages comme non aléatoires ? Leur caractère aléatoire vient de la complexité de ses processus, où chaque boule subit de nombreux chocs, trop nombreux pour que l'on puisse prédire si elle sortira ou non ; ce caractère aléatoire résulte donc de *l'imprévisibilité par complexité*, sujet que nous avons abordé précédemment ; ce n'est pas un hasard *démontré*.

1.3.6.2 Définition par rencontre de chaînes de causalité indépendantes - Hasard par ignorance

Deux chaînes de causalité (déterministes par définition) issues d'origines indépendantes peuvent se rencontrer, créant alors une situation nouvelle qui n'était prévisible dans le déroulement d'aucune des deux chaînes prises séparément.

Exemple : un jour de tempête, une tuile tombe d'un toit au moment précis où un homme passait par là, et elle le blesse. Si on considère la chaîne de causalité tempête-tuile indépendante de celle de l'homme qui marche (hypothèse non évidente, car toutes deux issues du même phénomène initial du Big Bang), leur rencontre est imprévisible.

Une personne qui n'avait pas prévu cette rencontre peut l'attribuer à tort au hasard. Mais une définition plus complète des circonstances, prenant en compte l'ensemble des deux phénomènes, élimine le hasard : à l'origine, toutes les conditions étaient réunies pour que plus tard la tuile blesse l'homme. L'étonnement ou la rareté d'un phénomène ne justifient pas qu'on attribue au hasard le résultat global de processus qui respectent les lois déterministes de la nature.

Les seuls domaines naturels où on trouve une évolution produisant un semblant de hasard sont la Mécanique quantique et les phénomènes chaotiques ; tous deux sont déterministes et relèvent de la prédictibilité stochastique du déterminisme statistique.

L'exemple de la tuile ci-dessus montre qu'une prévision basée sur le déterminisme doit prendre en compte *tous* les paramètres susceptibles d'intervenir dans l'évolution à prévoir, ce qui est souvent impossible. Refuser sciemment de prendre en compte la situation d'ensemble, c'est accepter l'ignorance et le risque de prédictions fausses.

L'indépendance des chaînes de causalité doit être démontrée, comme l'attribution au hasard. Mais allons plus loin.

La Relativité restreinte montre qu'un événement *A* ne peut être cause d'un événement *B* si l'information "*A* a eu lieu", voyageant à la vitesse de la lumière, arrive à la position de *B* *après* la

survenance de *B* (dans le diagramme d'espace-temps de Minkowski *B* est hors du cône de lumière de *A*). Mais même si cette information arrive à la position de *B avant l'événement B* on peut seulement affirmer que *A peut être* la cause de *B*, pas que *A est* la cause de *B*.

Il y a ensuite la condition d'application du déterminisme : l'évolution doit être régie par une loi stable. Cette condition peut être remplie par tout phénomène naturel conservatif, mais pas par un phénomène où intervient l'action d'un être vivant qui pense, homme ou animal, comme dans le *déterminisme humain*.

1.3.6.3 Définition par la quantité d'information

On peut aussi définir comme aléatoire *un nombre dont l'écriture est plus concise (en nombre de signes ou de bits, par exemple) que le texte de tout algorithme capable de le générer* ; un tel nombre a donc une écriture incompressible par algorithme. En admettant qu'il est absurde d'écrire en un langage informatique un algorithme plus long que le nombre que son exécution générerait, il n'existe pas d'algorithme intéressant capable de générer un nombre aléatoire, ce qui justifie la définition de René Thom.

Le problème de cette définition est d'ordre pratique : étant donné un nombre et un algorithme qui le génère, comment être certain que cet algorithme est le plus concis ? C'est impossible ! La définition ci-dessus n'a donc qu'un intérêt théorique.

> Pour un système dont on décrit l'organisation au niveau microscopique, cette définition correspond, en thermodynamique, à une entropie élevée : il y a beaucoup d'informations ignorées sur sa structure, celle-ci est désorganisée, elle est « au hasard ».

Conclusion sur ces trois définitions du hasard :

> **« Le hasard qui régit une structure ou une évolution ne peut être défini que de manière négative, en disant ce qu'elle n'est pas. »**

Le caractère imprévisible qu'implique le hasard ne peut être défini que par une impossibilité de déduction ou de génération algorithmique.

1.3.7 Conclusion : il n'y a pas de hasard, tout ce qui arrive *devait* arriver

Conclusion de ce qui précède : attribuer ce qu'on n'explique pas, situation ou phénomène, au hasard est toujours une erreur, une manière de ne pas admettre son ignorance.

1.3.7.1 Principe de fatalisme

Puisque toutes les attributions au hasard que l'on constate sont dues à l'ignorance, il est bon de préciser la position de Kant à la page 286 de la *Critique* :

> "Tout ce qui arrive est hypothétiquement nécessaire [postulé nécessaire] : c'est là un principe fondamental qui soumet dans le monde le changement à une loi, c'est-à-dire à une règle s'appliquant à l'existence nécessaire…"

Kant pense donc que les évolutions naturelles suivent un *Principe de fatalisme* :

> (1) **« Tout ce qui arrive devait arriver, car toute évolution a une cause. »**
>
> (2) **« Ce qui n'est pas arrivé ne pouvait pas arriver. »**

Démonstration

En vertu du *Principe de raison suffisante (en abrégé : principe de raison)*, toute situation constatée résulte d'une cause (situation entraînant une évolution) qui a elle-même certainement existé et qui, à son tour, résultait d'une cause, etc. jusqu'au commencement du monde : on parle de *chaîne de causalité* de la situation constatée. Puisque tous les éléments de cette chaîne ont nécessairement existé, chacun comme conséquence du précédent et le premier comme conséquence du Big Bang, on peut parcourir en pensée toute la chaîne de causalité dans son sens normal des causes aux conséquences (du passé vers le présent) pour aboutir à la situation constatée ; celle-ci devait donc nécessairement survenir. Et toutes les évolutions ont été soumises à des *lois de la nature*, elles-mêmes soumises à la *règle de stabilité*.

Critique de cette démonstration et limitation de sa portée

Cette démonstration suppose une limitation des phénomènes au monde macroscopique, car le parcours de la chaîne de causalité du passé vers le futur est supposé unique, ce qui exclut les

résultats multiples d'évolution. Pour tenir compte de la possibilité de résultats multiples, on devrait remplacer la loi (1) ci-dessus par :

« Tout ce qui arrive *pouvait* arriver, car toute évolution a une cause. »

Le principe de fatalisme perdrait alors tout intérêt, car ce serait un truisme.

On peut aussi raisonner en se représentant l'évolution d'un système (la suite de ses états, chacun représenté par toutes les variables qui le décrivent) comme une fonction du temps qui a un domaine d'application commençant à l'origine du monde, le Big Bang ; la continuité de cette évolution (due au caractère ininterrompu de sa cause : voir *Postulat de continuité*) garantit l'existence et l'unicité de son état actuel. Bien entendu, cette continuité ne détermine nullement l'allure de la fonction d'évolution d'une variable particulière, qui peut par exemple être une oscillation amortie.

Au contraire, ce qui n'est pas arrivé n'a pas de chaîne de causalité remontant au Big Bang, et ne pouvait donc pas arriver.

Remarque sur les choix imprévisibles de la nature ou de l'homme
A la fin d'une évolution déterministe régie par l'équation (continue et déterministe) de Schrödinger, le système peut être dans un état particulier appelé « superposition d'états ». Abandonné à lui-même, sans action extérieure, il subira (en général au bout d'un temps très court) une interaction avec son environnement, par exemple un échange de température ou l'intervention d'un dispositif de mesure. De telles interactions « choisissent » un état final visible et stable à l'échelle macroscopique parmi les états superposés, et suppriment les autres états. Elles sont impossibles à décrire avec précision, donc à prédire : elles ne sont pas déterministes. Donc si, à la fin de l'évolution déterministe du système, on considère le choix final comme faisant partie de ce système et de l'expérience, on ne peut plus s'attendre à ce que l'évolution soit déterministe puisqu'elle est perturbée de manière impossible à préciser. *L'évolution déterministe prend donc fin avant le choix final qui en détermine le résultat*.

Plus généralement, on ne doit pas chercher le caractère déterministe d'un phénomène impossible à décrire avec précision comme une pensée humaine, dans laquelle interviennent des processus cognitifs subconscients. Comme nul ne connaît ces processus, on ne peut chercher à en prévoir le déroulement et à en prédire le résultat ; on ne peut donc parler de déterminisme à leur sujet, bien que les processus cognitifs soient tous des interprétations par le cerveau de l'état de ses neurones (voir *Conscience de*), donc des phénomènes matériels déterministes : Kant avait déjà remarqué ce paradoxe.

1.3.7.2 L'évolution de l'Univers depuis le Big Bang n'était pas prévisible

Toute loi d'évolution a un résultat déterministe, sauf lorsque son application se termine par un choix :

1. Choix d'une valeur de variable continue (position, etc.) affectée d'une densité de probabilité.
2. Choix d'un des états d'une superposition quantique par décohérence.
   On peut considérer que le résultat de ce choix est sans conséquence pour l'évolution ultérieure, les états superposés étant équivalents, notamment en énergie : l'évolution ultérieure est donc prévisible.
3. Choix d'une des branches d'une bifurcation. On peut considérer que la branche choisie dépend d'un état de système englobant qui est déterministe, donc que ce choix est aussi prévisible.

Comme à l'échelle atomique (à laquelle se ramènent les lois d'évolution macroscopique) il n'y a pas de frottement, le résultat de toute évolution commencée est, en dernière analyse, prévisible au sens du déterminisme statistique.

Mais contrairement au cas des univers de Laplace et de Newton, cela ne suffit pas pour que toute évolution y ait été (et soit encore) prévisible : dans le cas 1 ci-dessus on peut seulement prédire une valeur avec un intervalle de probabilité. Parfois cet intervalle est insignifiant à l'échelle macroscopique, mais parfois il est amplifié comme lors d'une sensibilité aux conditions initiales.

En outre, *le début* d'une évolution peut résulter d'un autre choix, lui nécessairement non déterministe : un choix fait par un être vivant. Les choix humains, par exemple, sont imprévisibles car soumis à son subconscient, et ces choix comptent : penser aux bombes atomiques de 1945, par exemple. Le raisonnement dépasse alors la dispute entre matérialistes et idéalistes concernant l'intervention ou

non d'une transcendance dans les choix humains : même les matérialistes ont une pensée dont la plupart des raisonnements ont une part d'imprévisibilité subconsciente ! Mais l'imprévisibilité des décisions humaines s'explique par ce subconscient sans intervention transcendante. Et la Terre fourmille d'êtres vivants jouissant d'une liberté de ce genre.

Conclusion :

> **« En toute rigueur l'évolution de l'Univers est imprévisible. »**

1.3.7.3 La causalité déterministe est donc aussi "*présent vers passé*"

Postuler le déterminisme n'implique pas seulement de postuler que l'avenir est prévisible et parfois même prédictible, c'est aussi admettre l'existence d'une chaîne de causalité d'événements et d'évolutions depuis le Big Bang jusqu'au présent.

> Dans sa fonction de description du présent permettant sa compréhension en tant que conséquence du passé et de lois d'évolution, le déterminisme explique aussi *pourquoi* le présent est ce qu'il est. Et cette explication fait appel aux lois physiques d'évolution formulées par l'homme (voir *Le rationalisme critique*), pas à une finalité ou une volonté divines ou une quelconque transcendance.
>
> La causalité impliquée par le déterminisme n'est donc pas à sens unique présent → futur, elle est aussi dans le sens présent → passé (possible en pensée sans contingence ni imprécision).

Cette possibilité de remonter le temps en pensée n'est pas une simple certitude philosophique, elle résulte aussi de la Conservation de l'information d'un système conservatif fermé et de la symétrie temporelle (réversibilité théorique) des lois d'évolution.

Cette conservation de l'information peut être décrite comme le fait qu'à tout instant, pour tout système conservatif, la nature conserve la mémoire des évolutions qui y ont conduit : à tout moment, au cours ou à la fin d'une évolution selon une loi connue, on peut en pensée remonter le cours des événements jusqu'au début de l'application de la loi, car celle-ci est symétrique par rapport au temps.
Voir *Conservations des lois mettant en œuvre des interactions fondamentales*.

1.4 Physique quantique - Mécanique quantique

Ce paragraphe est une introduction, complétée plus bas par *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

1.4.1 Paradoxe de l'émission continue du corps noir – Effet photoélectrique

Lire d'abord en annexe *Rayonnement du corps noir*.

Une quantité d'énergie électromagnétique est quantifiée – Photon

A la fin du XIXe siècle les lois d'évolution de la physique, celles basées sur les lois de Newton comme celles basées sur les équations de Maxwell, étaient continues et s'exprimaient avec des équations différentielles. Mais en cherchant la distribution des intensités d'énergie rayonnée par un corps noir en fonction de la fréquence, Planck s'est aperçu qu'aucune fonction continue ne donnait satisfaction.

En 1900 Planck a trouvé une solution mathématique qui convenait parfaitement (la loi de Planck), mais qu'il ne pouvait s'expliquer ; c'était la *Loi de quantification de l'énergie électromagnétique :*

> **« Une quantité d'énergie électromagnétique de fréquence *f* est une grandeur discontinue multiple d'un minimum proportionnel à *f*. »**

Planck a appelé ce minimum « quantum d'énergie ». Il a trouvé que, pour chaque fréquence rayonnée ν, ce « grain d'énergie » était proportionnel à cette fréquence, avec un même coefficient de proportionnalité pour toutes les fréquences, coefficient qu'il a appelé *h* : l'énergie du quantum d'une fréquence ν était donc $h\nu$.

h est une constante universelle, une des plus importantes de toute la Physique.
Elle a été appelée *constante de Planck* et vaut $h = 6.62618 \cdot 10^{-34}$ joule .seconde.
$h\nu$ est appelé *quantum d'action* (une action étant le produit d'une énergie par un temps).
Ce quantum d'énergie électromagnétique, ce « grain de lumière », a été ensuite appelé *photon*.
L'énergie *E* d'un photon de fréquence ν est donc :

$$E = h\nu$$

C'est la première équation de la Mécanique quantique.

Complément : *Photon*.

L'explication finale d'Einstein

La solution de Planck, conforme aux constatations expérimentales, était purement mathématique : elle n'expliquait pas la raison physique de la quantification. Mais en appliquant la Mécanique statistique à ces rayonnements quantifiés, Einstein prouva en 1905 que, pour chaque fréquence ν, *c'est le rayonnement électromagnétique lui-même qui est constitué de « grains » d'énergie discrets*, chacun d'énergie multiple de $h\nu$: la granularité de l'énergie électromagnétique était donc une réalité, pas un artifice mathématique.

> Les très hautes fréquences ne transportent pas d'énergie thermique, ce qui exclut la possibilité paradoxale d'une énergie rayonnée infinie résultant des équations de Maxwell ; ces équations étaient donc remises en cause dans le cas des spectres de rayonnement thermique par la théorie de Planck-Einstein.

La puissance d'un rayonnement de fréquence ν est proportionnelle au nombre de photons d'énergie $E=h\nu$ par seconde, émis par une source et absorbés par une cible. Le raisonnement d'Einstein était basé sur *l'effet photoélectrique*, découvert en 1887 par Hertz : une surface métallique éclairée éjecte des électrons.

> Mais cette éjection ne se produit que si, pour chaque métal, *la fréquence* lumineuse est suffisamment élevée ; avec une fréquence trop basse même une forte *intensité* lumineuse n'éjecte pas d'électrons. Or l'énergie d'un photon de fréquence ν étant $E=h\nu$ et la fréquence ν caractérisant *la couleur* de la lumière, c'était donc cette couleur du rayonnement qui comptait, pas son intensité : la réalité de la granularité des ondes électromagnétiques était ainsi démontrée. Un électron n'est éjecté d'un atome d'un métal donné que si celui-ci reçoit une impulsion énergétique suffisante, dépendant du métal : un seul quantum $h\nu$ suffit pourvu que ν soit assez grand, une grande quantité d'énergie provenant de photons de fréquence trop faible n'agira pas. Voir [118].
>
> **« La couleur de la lumière est la fréquence de ses ondes électromagnétiques. »**
>
> Ainsi, en 1905, après avoir démontré l'hypothèse atomiste, granularité de la matière, en expliquant le mouvement brownien, Einstein a démontré la granularité des ondes électromagnétiques.

L'explication de l'effet photoélectrique valut à Einstein un prix Nobel de physique.

> *Le prix Nobel d'Einstein*
>
> Einstein n'a pas reçu de prix Nobel en 1921 pour la découverte de la Relativité ("restreinte" en 1905 et "générale" en 1915). La Relativité restreinte a été jugée trop simple pour valoir le prix, et la Relativité générale n'a pas trouvé, en Suède, de physicien capable de la comprendre pendant la première guerre mondiale.

Conséquence fondamentale pour la physique des rayonnements électromagnétiques

L'explication de l'effet photoélectrique eut une conséquence fondamentale : selon l'expérience, un rayonnement électromagnétique peut être considéré tantôt comme un phénomène *continu* régi par les équations de Maxwell, tantôt comme un phénomène *discontinu* (quantifié) décrit par Planck et Einstein.

> **« Un rayonnement électromagnétique a deux comportements possibles : selon l'expérience il apparaît tantôt continu sous forme d'ondes, tantôt quantifié sous forme de particules. »**

1.4.2 Lois de la nature justifiant l'existence d'une physique quantique

Le paragraphe précédent montre que l'énergie électromagnétique est quantifiée, et qu'à l'échelle atomique il y a des phénomènes, comme l'effet photoélectrique, qui n'ont pas d'équivalent à l'échelle macroscopique. Il est donc important d'approfondir la physique de l'échelle atomique et la portée du phénomène de quantification.

Le XXe siècle a été pour les physiciens une époque révolutionnaire, à l'échelle cosmologique avec la Relativité, comme à l'échelle atomique avec la Mécanique quantique. Cette dernière a mis en évidence les 8 principes suivants.

1.4.2.1 Rayonnement tantôt ondulatoire, tantôt corpusculaire

Il existe des lois physiques discrètes (=discontinues), comme la loi sur la quantification de l'énergie électromagnétique. Dans une telle loi, une ou plusieurs variables ne peuvent avoir que des valeurs

multiples d'un quantum, contrairement par exemple à une durée, dont la valeur peut varier d'une quantité aussi petite que l'on voudra.

Selon l'expérience, un rayonnement électromagnétique peut se comporter tantôt comme une onde continue, tantôt comme un flot discontinu de photons.

1.4.2.2 Interprétation nécessairement probabiliste des résultats d'évolution

Le caractère stochastique (=probabiliste) de certains résultats d'évolution, qui constituent nécessairement un ensemble dont les éléments ont des probabilités ou des densités de probabilité prédéterminées d'apparaître si on renouvelle l'expérience qui les mesure un grand nombre de fois. C'est pourquoi nous avons dû introduire un déterminisme particulier, le déterminisme statistique.

1.4.2.3 Equation fondamentale d'évolution de Schrödinger et ses solutions

La Mécanique quantique a une équation fondamentale d'évolution, l'équation de Schrödinger, qui joue le même rôle en physique quantique que les équations de Newton en physique traditionnelle. A l'échelle atomique, toute évolution dans le temps et l'espace est régie par cette équation de Schrödinger, qui peut avoir plusieurs solutions, voire une infinité.

L'équation de Schrödinger a une infinité de solutions

Toute combinaison linéaire de solutions de l'équation de Schrödinger étant aussi une solution, certaines évolutions physiques produisent plusieurs résultats à la fois, voire une infinité, solutions qui existent toutes en même temps en un état particulier de la matière-énergie appelé superposition d'états. Une telle superposition est *cohérente*, en ce sens que ses divers états coexistants partagent l'énergie de départ de l'évolution. C'est ainsi que :

- La molécule d'ammoniac NH_3 peut être synthétisée avec deux états à la fois, l'un où l'atome d'azote N est au-dessus du plan des 3 atomes d'hydrogène H et l'autre où il est en dessous.
- Une particule qui se déplace peut emprunter une infinité de trajectoires à la fois, chacune associée à une certaine densité de probabilité. Ainsi, un électron ou un photon peuvent passer par deux fentes à la fois, produisant des interférences.

  A un instant donné une particule peut être à une infinité de positions à la fois, là aussi avec leurs densités de probabilité, et avoir une infinité de vitesses… Les notions de position ponctuelle, trajectoire (ligne) et vitesse (vecteur avec une certaine grandeur) sont remplacées en Mécanique quantique par des voisinages aux contours progressifs flous.
- Pendant une évolution, son résultat (simple ou multiple) n'existe pas : c'est la fin de l'évolution (appelé la décohérence), par exemple lors d'une mesure, qui génère ce résultat.

  C'est ainsi que le "chat de Schrödinger" n'est pas « à la fois mort et vivant tant qu'on n'a pas ouvert sa boîte ». Il meurt quand il reçoit le poison (et s'il le reçoit), mais nous ne pouvons savoir ce qu'il est devenu qu'en ouvrant la boîte.

1.4.2.4 Complétude et interprétation de l'équation de Schrödinger

L'équation de Schrödinger est fondamentale : elle décrit toutes les évolutions possibles dans le temps et l'espace d'un système dont on ne prend pas en compte le spin. Une telle description est celle de la fonction d'onde calculée par l'équation, fonction d'onde qui est *complète* : elle décrit tout ce qu'on peut savoir de l'état du système.

Schrödinger a établi son équation en 1926 sans comprendre l'interprétation de la fonction d'onde. C'est Max Born qui a publié ensuite la première interprétation de cette fonction d'onde en tant qu'amplitude de probabilité de trouver la particule en un point donné, amplitude dont le carré est la densité de probabilité. Born reçut le prix Nobel de physique en 1954.

1.4.2.5 Conservation de l'information d'un système conservatif qui évolue

L'équation de Schrödinger est déterministe et symétrique par rapport au temps, c'est-à-dire invariable si on change le sens du temps en changeant la variable *t* en *–t*. A partir d'un état d'évolution selon l'équation de Schrödinger connu, où un système est parvenu, on peut en pensée remonter le sens du temps jusqu'à l'origine de cette évolution : la nature « garde la mémoire » de son évolution. L'état du système étant complètement décrit par la fonction d'onde calculée par l'équation, on peut (en théorie) retrouver toute valeur passée de cette fonction, notamment toute l'information descriptive initiale du système :

> **« L'évolution d'un système conservatif conserve son information descriptive. »**

1.4.2.6 Correspondance entre échelles macroscopiques et atomique

Le caractère fondamental de l'équation de Schrödinger permet d'affirmer que toute évolution de l'échelle macroscopique (nécessairement régie par des lois du groupe des lois de Newton et/ou par des lois du groupe des équations de Maxwell) se ramène à des évolutions à l'échelle atomique régies par l'équation de Schrödinger.

- Les propriétés de symétrie de celle-ci existent donc aussi à l'échelle macroscopique.
- Il existe des méthodes de conversion d'équations d'évolution de l'échelle macroscopique en équations de l'échelle atomique : voir *Principe de correspondance*. On peut donc étudier l'évolution d'un système de l'échelle atomique comme s'il était à l'échelle macroscopique en convertissant les équations d'évolution trouvées.

1.4.2.7 Intrication et non-séparabilité de l'espace

Deux ou plusieurs solutions d'évolution d'un système, générées en même temps et partageant une même énergie, peuvent être intriquées, autre état original de la masse-énergie où le système peut s'étendre dans l'espace à l'infini pendant son évolution, tout en se comportant, du point de vue causalité, comme s'il était concentré en un point de l'espace. Toute action sur une partie du système (par exemple un photon d'un ensemble de photons intriqués) agit *en même temps* sur toutes les autres parties, même si elles sont à des kilomètres [96]. L'espace occupé par le système est alors qualifié de *non séparable*.

Expérience de pensée ([272-4] page 126)
Considérons une boîte pleine de lumière dont l'intérieur est fait de miroirs tels qu'un photon ne puisse s'en échapper. Cette boîte est posée sur le plateau d'une balance hypersensible capable de mesurer l'énergie (donc la masse équivalente) d'un photon. A un moment donné un petit trou s'ouvre et un photon – un seul – sort de la boîte.

Question : la balance signale-t-elle la sortie du photon, la boîte étant désormais moins lourde ?

Réponse : non, pas tant que le photon n'a pas été absorbé. Tant qu'il existe et se déplace à la vitesse de la lumière son état est corrélé (intriqué) avec la boîte, dont le poids ne change donc pas. Mais dès qu'il est absorbé par quelque chose, après avoir parcouru hors de la boîte 1 cm, 1 m ou 100 km, la boîte a perdu son énergie et la balance le signale sans aucun délai, malgré la distance. L'intrication c'est cela.

1.4.2.8 Contraintes d'incertitude et d'indétermination - Fluctuations quantiques

Principe d'incertitude de Heisenberg : il est impossible de mesurer simultanément (dans une même expérience) les deux valeurs de certains couples de grandeurs d'un système : {position et vitesse selon une direction donnée}, {orientation angulaire et moment cinétique} ou {énergie et durée}.

L'incompatibilité de la détermination simultanée d'une énergie et d'une durée peut être interprétée comme *une instabilité* ou *une indétermination de l'énergie* : deux mesures identiques d'énergie séparées par un intervalle de temps trop bref ne sont pas nécessairement reproductibles. A l'échelle atomique, tout point de l'espace, dans un atome comme entre deux galaxies, a une énergie potentielle instable, sujette à des fluctuations quantiques d'autant plus importantes qu'on les mesure pendant un instant court.

1.5 Relativité restreinte

1.5.1 Résumé philosophique de ce chapitre

Voici une présentation de la Relativité restreinte aussi dénuée d'équations que possible, pour faire ressortir les importants principes de pensée qu'elle introduit. Lors de son introduction, au début du XXe siècle, la Relativité restreinte mit un terme aux caractères absolus de l'espace et du temps postulés par la physique newtonienne.

A la fin du XVIe siècle Galilée avait déjà remarqué que les notions de position, de temps et de trajectoire ne peuvent être absolues : elles ont besoin de repères et sont nécessairement relatives à ces repères ; la contrainte de *relativité* était née.

Comme il est nécessaire de se repérer à la fois dans l'espace et dans le temps, pour tout ce qui est trajectoire et vitesse on utilise la notion *d'espace-temps à 4 dimensions* *x*, *y, z* et *t*. Un point de cet espace-temps représente un *événement*, avec le lieu *x, y, z* où il s'est produit et sa date *t*.

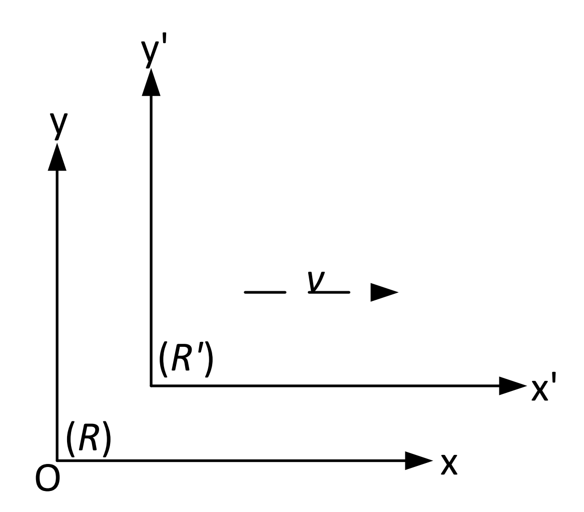
« Une trajectoire n'est jamais absolue, elle est toujours relative à un référentiel. »

Principe d'additivité des vitesses

Tout le monde connaît et utilise sans même y penser le *Principe d'additivité des vitesses* : si je marche à 4 km/h vers l'avant d'un train qui roule à 100 km /h ma vitesse par rapport au sol est 100+4 = 104 km/h. Mais on s'est aperçu à la fin du XIX[e] siècle que si l'une au moins des deux vitesses est très rapide, par exemple voisine de la vitesse de la lumière c = 300 000 km/s, ce principe est faux. La découverte de cette erreur a eu des conséquences considérables.

Les référentiels R et R'

Dans les exemples qui suivent, nous considérerons deux référentiels à axes parallèles, R et R', munis d'horloges identiques réglées à la même heure à l'instant $t=0$. R' se déplace par rapport à R parallèlement à l'axe Ox dans le sens des x croissants et à la vitesse v.



Ce que la Relativité restreinte nous apprend

1. On ne peut plus considérer que l'espace et le temps sont des grandeurs indépendantes : lorsqu'un observateur de R regarde l'horloge de R' en mouvement par rapport à lui, l'heure qu'elle indique dépend de l'endroit où elle se trouve et de la vitesse v de R' par rapport à R.

   La position d'un objet mobile qu'on observe dépend de l'heure d'observation, et le temps d'une horloge en mouvement passe moins vite que celui de l'horloge d'un observateur immobile. Une position et une date-heure sont relatives.

   « Chaque référentiel a son temps (heure et durées) propre. »

2. La lumière a la même vitesse de 300 000 km/s dans toutes les directions de l'espace, malgré le mouvement de la Terre autour du Soleil à 30 km/s.

   Cette vitesse ne dépend que du milieu : vide, air, eau, verre, etc.

3. L'image d'un événement A, survenu au temps t_A, se déplace à la vitesse de la lumière. Tout point qu'elle atteint voit l'événement A tel qu'il était au temps t_A. Nous voyons dans l'image d'une étoile distante de 8 années-lumière son état d'il y a 8 ans.

4. La notion de simultanéité de deux événements, A dans R et B dans R', n'a pas de sens pour deux raisons :
   - Parce que les horloges de R et R' ne vont pas à la même vitesse : même réglées à la même heure au départ elles n'indiquent plus la même heure un instant après ;
   - Parce que la lumière met un certain temps Δt pour aller de A à B. Un observateur à la position de B voit A tel qu'il était il y a Δt secondes.

5. Les lois de la physique traditionnelle de Newton (pour les forces et les mouvements) sont devenues approximatives aux grandes vitesses et aux distances astronomiques.

   Hendrik Lorentz proposa une solution : si on transforme, selon des formules qu'il fournit, les résultats désormais approximatifs d'une de ces lois pour tenir compte de la position et de la vitesse, la loi redevient exacte, son équation reste la même.

   Cette invariance résulte du fait que :

   « Le Principe d'additivité des vitesses est une propriété du seul espace-temps ».

Il ne dépend d'aucune propriété physique comme la masse, l'énergie, etc.

6. *Un repère fixe par rapport aux galaxies lointaines, ersatz de repère absolu*
L'exigence d'un repère pour définir les positions, vitesses et trajectoires introduit le besoin d'un repère fixe. Dans la Physique actuelle on peut toujours admettre qu'un repère défini par rapport aux galaxies lointaines est fixe : faute d'un repère absolu dans l'Univers il constitue une référence stable à l'échelle des siècles.

Galilée a jeté les bases de la Dynamique, partie de la Mécanique qui étudie les relations entre les forces et les mouvements qu'elles produisent, et Newton en a finalisé les lois. La première de ces lois, dite loi d'inertie, s'énonce :

« Un corps immobile ou se déplaçant en ligne droite et sans rotation sur lui-même, à vitesse constante faible par rapport à la vitesse de la lumière *c*, restera immobile ou gardera le même vecteur vitesse tant que, de l'extérieur, aucune force et aucun couple n'agissent sur lui ».

Un référentiel idéal : le référentiel inertiel
Pour qu'un mobile garde le même vecteur vitesse, constant en direction, sens et grandeur conformément à l'hypothèse des référentiels *R* et *R'* ci-dessus, il faut donc qu'aucune force et aucun couple n'agissent sur lui. Nous définirons donc un référentiel idéal comme à la fois fixe par rapport aux galaxies lointaines et tel qu'un corps lié à lui ne subit ni force ni couple. Un tel corps est donc libre de se mouvoir soumis à la seule loi d'inertie ; nous qualifierons donc ce référentiel idéal *d'inertiel*, ou de *galiléen* pour faire honneur à Galilée.

Einstein énonce alors le *Principe de relativité restreinte* comme suit :

« Toute loi de la mécanique de Newton vraie dans un référentiel galiléen est vraie dans tout référentiel galiléen. »
Une loi vraie dans le repère galiléen *R* est vraie dans tout repère galiléen *R'* mobile à vitesse constante par rapport à *R* : mêmes variables, mêmes formules. Il n'est plus nécessaire, alors, de supposer une vitesse faible par rapport à la vitesse de la lumière si on utilise les transformations de Lorentz lorsque c'est nécessaire.

> Exemple : la 2ème loi de Newton $F = m\,\gamma$ décrit l'accélération γ subie par une masse *m* sous l'action de la force *F* dans un référentiel inertiel *R* ; on peut calculer une de ses 3 variables connaissant les deux autres. Dans un autre référentiel inertiel, *R'*, qui se déplace à vitesse constante *v* par rapport à *R*, la loi a le même énoncé $F = m\,\gamma'$, avec une accélération γ' mesurée dans *R'*. Mais si on veut déduire la valeur de γ' de mesures dans *R* il faut utiliser la transformation de Lorentz pour calculer une formule de dérivée seconde pour l'accélération.

7. Dans un référentiel lié à la Terre les étoiles fixes décrivent de grands cercles en un jour astronomique : la loi d'inertie ne peut s'appliquer à elles, car leur mouvement circulaire suppose la force centrifuge due à la gravitation solaire. C'est en cherchant ce que deviennent les lois de mouvement et d'attraction de Newton dans un espace soumis à la gravitation qu'Einstein a découvert la Relativité générale, après 10 ans d'efforts.

8. **« Aucune vitesse ne peut dépasser la vitesse de la lumière. »**
Nouvelle formule d'addition des vitesses en physique relativiste
La transformation de Lorentz n'est pas linéaire pour les vitesses : la vitesse d'un mobile qui se déplace à la vitesse v'_x par rapport à *R'* est vue par un observateur dans *R* à la valeur :

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{v'_x v}{c^2}}$$

C'est là une nouvelle formule d'addition des vitesses v'_x et *v*, qui remplace la formule $v'_x = v_x + v$ de la physique non relativiste.

Démonstration du caractère indépassable de la vitesse de la lumière
Pour voir ce qui se passe lorsque *v* grandit et tend vers *c*, soit $v = c - \varepsilon$ où $\varepsilon > 0$.
En remplaçant *v* par $c - \varepsilon$ dans la formule précédente celle-ci devient :

$$v_x = (c-\varepsilon)\frac{1+\frac{v'_x}{c-\varepsilon}}{1+\frac{v'_x(c-\varepsilon)}{c^2}}$$

On voit que v_x tend vers c-ε lorsque ε tend vers 0, donc $v_x < c$ quel que soit ε. On peut en conclure que :

« Aucune action physique ne peut se propager plus vite que la lumière. »

et aussi que :

« Un événement *A* peut être cause de l'événement *B* seulement si l'image de *A* arrive (à la vitesse de la lumière) à la position de *B* avant la survenance de *B*. »

La causalité de deux événements dépend donc de leurs positions relatives.

Critique : le caractère limite de la vitesse de la lumière a été déduit ci-dessus du modèle d'espace-temps de la physique relativiste apporté par la transformation de Lorentz. Or c'est là un modèle spatial indépendant de propriétés physiques comme la masse ou l'énergie. Il est donc surprenant que l'on déduise une limite de vitesse physique d'une propriété strictement spatiale : la limite n'est-elle pas, plutôt, une limite du modèle mathématique conséquence de sa façon de décrire l'espace et le temps ? Nous allons voir que c'est le cas en considérant le calcul de l'énergie relativiste d'une masse.

9. Nouvelles valeurs des vitesses, des longueurs, des durées, des masses, etc.
Voir aussi les détails du résumé qui suit.

- *Les longueurs d'un référentiel en mouvement R' se contractent vues du référentiel fixe R* : une longueur L_F dans le référentiel fixe devient, dans le référentiel en mouvement à la vitesse *v*, une longueur L_M telle que :

$$L_M = L_F\sqrt{1-v^2/c^2}$$

Cet effet est appelé *contraction de Lorentz*.

- *Le temps se dilate avec un coefficient multiplicateur constant* :

Une durée τ dans le référentiel fixe devient, dans le référentiel en mouvement à la vitesse *v* une durée *t'* telle que :

$$t' = \frac{\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

(une heure du référentiel fixe dure davantage dans le référentiel mobile).

- *Equivalence masse-énergie* :

« Une masse au repos *m* équivaut à une énergie $E=mc^2$ »
La masse est donc une forme d'énergie. Des conversions sont possibles d'une des formes à l'autre.

- *La masse augmente avec la vitesse :*
Une masse augmente lorsque sa vitesse croît : elle accumule de l'énergie cinétique sous forme de masse. La masse augmentée, qualifiée de relativiste, est donnée par la formule :

$$m_R = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

où m_r est la masse relativiste, *m* est la masse au repos et *v* est la vitesse.

« Si un corps absorbe une énergie *E* sa masse augmente de E/c^2. »

Conséquences de cette formule : lorsque la vitesse *v* croît et tend vers *c*, m_r tend vers l'infini ; la vitesse *v* ne peut dépasser la vitesse de la lumière *c* car la quantité sous le radical deviendrait négative.
Voilà la démonstration physique de l'impossibilité d'une vitesse plus rapide que celle de la lumière évoquée au point 8 ci-dessus.

« Aucun objet pesant ne peut aller plus vite que la lumière. »

« Aucun effet physique d'une cause ne peut se propager plus vite que la lumière. »
Les photons propagent la lumière à la vitesse *c* parce qu'ils ont une masse nulle. Ils ne peuvent aller ni plus vite ni moins vite.

10. *Le champ magnétique n'est qu'un effet relativiste de charges en mouvement*
Un champ magnétique n'est pas un type particulier de champ comme un champ de gravitation ou un champ électrique. C'est un effet de charges électriques en mouvement sur d'autres charges en mouvement, s'exerçant en fait par l'intermédiaire de forces électrostatiques.

Il s'explique par un effet relativiste : des charges en mouvement qui s'éloignent paraissent moins denses et des charges qui se rapprochent paraissent plus denses, par contraction de Lorentz. On peut considérer un courant électrique comme deux courants en sens opposés : un courant de charges positives et un courant de charges négatives. Leurs effets opposés sur une charge en mouvement créent une force. Et c'est cette force qu'on attribue à un champ magnétique, notion purement artificielle mais utile dans les raisonnements et les calculs.

Conclusion

A elle seule, la Relativité restreinte a révolutionné toute la Physique à l'exception de la thermodynamique, qui est une physique statistique. Mais en 1905, lorsqu'Einstein l'a publiée, ses raisonnements ont paru si simples qu'ils ne valaient pas un Prix Nobel. Et dix ans plus tard, lorsqu'Einstein a publié la Relativité générale, il n'y a pas eu de physicien en Suède pour la comprendre et lui attribuer le prix. Le premier scientifique à comprendre cette théorie a été un astronome, Eddington, en 1918.
Complément : *Le prix Nobel*.

1.5.2 Toute trajectoire est relative à un référentiel

En Relativité il est beaucoup question de trajectoire d'un corps pesant ou d'un photon. Exemple : la chute libre d'un corps céleste dans l'espace vide de l'Univers soumis à la seule force de gravitation.

Nécessité d'un espace-temps quadridimensionnel

La notion de trajectoire suppose celles de position et de temps, notions qui supposent à leur tour des repères :

- Position par rapport à des axes de coordonnées et unité de mesure de distances ;
- Temps par rapport à une origine et unité de mesure de durées.

Repère, quadrivecteur et événement

Un repère (ou référentiel) définit donc, pour nous, des axes orientés de l'espace et leur unité, ainsi qu'une origine des temps avec sa mesure des durées : c'est donc un ensemble de coordonnées d'un espace-temps à 4 dimensions *(x, y, z, t*) auquel nous donnons un nom de repère, par exemple *R*. Chaque point de cet espace-temps représente un *événement* situé aux coordonnées (*x, y, z*) et à la date *t*. Et pour que les coordonnées de temps soient homogènes à des longueurs, on convient d'utiliser *ct* au lieu de *t*. (*x ; y ; z ; ct*) est alors un *quadrivecteur* de *l'espace-temps*.

Une trajectoire est relative à un référentiel

Un voyageur qui ferme les yeux à l'intérieur d'un bateau voguant sur un lac calme à vitesse constante ne peut se rendre compte de son déplacement parce qu'il n'a pas de repère par rapport auquel il s'en rendrait compte. Indépendamment de la vitesse, la notion même de déplacement n'a de sens que par rapport à un repère, ce n'est pas une notion absolue. Enfin, il en est de même pour la notion de position : elle n'a de sens que par rapport à quelque chose. Parler de trajectoire supposant des positions et des vitesses n'est donc possible que par rapport à un repère, aussi appelé système d'axes ou référentiel.

« Une trajectoire n'est jamais absolue, elle est toujours relative à un référentiel. »

Principe d'additivité des vitesses

Un train roule à vitesse uniforme *v*. Un voyageur à la fenêtre d'un wagon laisse tomber une pierre sur le talus. En négligeant les frottements atmosphériques, quelles trajectoires décrit cette pierre par rapport au voyageur et par rapport au talus ?
Par rapport au voyageur, la pierre tombe tout droit ; par rapport au talus, elle décrit une parabole. Voici les détails.

La trajectoire dépend du système d'axes de référence :

- Par rapport au voyageur la trajectoire est verticale, d'équations :

  $\begin{Bmatrix} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{Bmatrix}$ où *g* est l'accélération de la pesanteur : 9.81 m/s^2

  et *h* est la hauteur d'où la pierre est tombée ;

- Par rapport au talus les équations de la trajectoire parabolique sont :

$$\begin{Bmatrix} x = vt \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{Bmatrix} \text{ d'où } y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v^2} + h, \text{ équation d'une parabole.}$$

1.5.3 Référentiel galiléen – Transformation galiléenne

La loi d'inertie de Newton s'énonce :

> **« Un corps immobile ou se déplaçant en ligne droite et sans rotation sur lui-même, à vitesse constante faible par rapport à la vitesse de la lumière *c*, restera immobile ou gardera le même vecteur vitesse tant que, de l'extérieur, aucune force et aucun couple n'agissent sur lui ».**

Mais dans un référentiel lié à la Terre les étoiles fixes décrivent de grands cercles en un jour astronomique : la loi d'inertie ne peut s'appliquer à elles, car leur mouvement circulaire suppose une force centrifuge.

Pour que la loi d'inertie s'applique, il faut donc choisir un référentiel par rapport auquel les directions des étoiles fixes ne tournent pas. On appellera *galiléen* ou *inertiel* un tel référentiel, du nom de Galilée, un des fondateurs de la Dynamique qui, le premier, a souligné le caractère relatif de tout mouvement [292]. (La Dynamique fait partie de la Mécanique.)

1ère définition d'un référentiel galiléen en tant que repère inertiel
Un référentiel (repère) dont le mouvement est tel que relativement à lui la loi d'inertie reste valable est dit *galiléen* ou *inertiel*.

Autre définition possible :

2ème définition d'un référentiel galiléen
Un référentiel dans lequel un objet isolé initialement au repos reste au repos est dit galiléen.

Ces définitions d'un référentiel inertiel sont les mêmes en Relativité restreinte et en Relativité générale, dont nous parlerons plus bas.

Transformation galiléenne
Soient un référentiel fixe *R* de coordonnées (*x; y; z; t*), et un référentiel *R'* de coordonnées (*x'; y'; z'; t'*) qui se déplace par rapport à *R* parallèlement à son axe *Ox* à la vitesse *v* à partir de l'instant *t=t'=0*. Un même point *P* est repéré dans *R* par (*x; y; z; t*) et dans *R'* par (*x'; y'; z'; t'*) tels que :

x=x'+vt';   y=y';   z=z';   t=t'   (formules de passage de *R'* à *R*)

1.5.4 Principe d'additivité des vitesses

La transformation mathématique faisant passer un point de *R'* à *R* avec les équations ci-dessus est dite *galiléenne* ; on applique cette transformation pour calculer les coordonnées dans *R* connaissant celles dans *R'*, opération appelée *changement de référentiel*.

Démonstration du principe
Soient v_x la vitesse d'un mobile par rapport à *R* et v'_x sa vitesse par rapport à *R'*.
On a :

$v_x = x/t$ et comme $t=t'$ $v_x = x/t'$
Puisque $x=x'+vt'$, $v_x = x'/t' + v = v'_x + v$

On voit que la vitesse dans *R* se déduit de celle dans *R'* en ajoutant la vitesse relative *v* : la transformation galiléenne a pour conséquence *l'additivité des vitesses*.

D'où la loi d'additivité des vitesses : **« $v_x = v'_x + v$ »**

Un changement de référentiel galiléen respecte donc la loi d'additivité des vitesses.

Le principe d'additivité des vitesses est une propriété du seul espace-temps
En démontrant le principe, ci-dessus, on n'a fait aucune hypothèse physique mettant en jeu, par exemple, la matière ou l'énergie : seuls y interviennent l'espace et le temps. Ce principe est donc un principe métaphysique auquel sont soumises toutes les lois d'un mouvement où il n'y a pas de relation entre la vitesse et l'espace, c'est-à-dire où la vitesse est constante (la même en tous les points de l'espace que le mobile peut atteindre).

Extension à une translation non parallèle à l'axe Ox

Le mouvement en ligne droite d'un corps pesant est qualifié de *translation* si ce mouvement ne comprend aucune rotation.

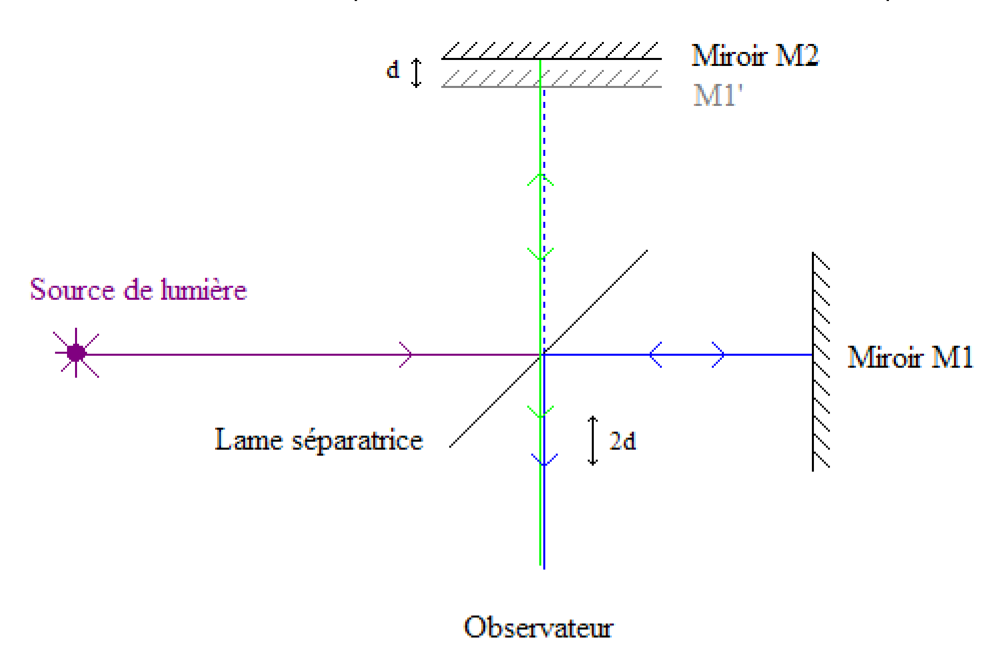
Considérons un référentiel galiléen *R* et un référentiel *R'* dont le déplacement par rapport à *R* est une translation quelconque, non nécessairement parallèle à l'axe *Ox*. Si une masse *m* effectue un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à *R*, elle effectue aussi un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à *R'*. Donc *R* étant galiléen, *R'* est également galiléen :

> **« Toute loi de la mécanique de Newton vraie dans un référentiel galiléen est vraie dans tout référentiel galiléen. »**
>
> (Toute loi physique vraie pour un observateur donné est vraie pour tout observateur en mouvement rectiligne uniforme sans rotation par rapport à lui.)

Einstein a généralisé ce théorème sous le nom de *Principe de relativité restreinte*.

1.5.5 Vitesse de déplacement de la Terre par rapport à l'espace environnant

Les physiciens Michelson et Morley ont voulu mesurer, de 1881 à 1887, la vitesse de la lumière dans deux directions perpendiculaires. Ils voulaient vérifier si son déplacement était supporté par un milieu appelé Ether. Par rapport à ce milieu, la vitesse trouvée devait dépendre de celle de la Terre autour du Soleil et autour de son axe des pôles, environ 30 km/s : voir l'intéressante explication dans [293].



Expérience de Michelson et Morley ©Wikipédia

Leur surprise a été de constater que :

« La lumière a la même vitesse dans toutes les directions de l'espace, malgré le mouvement de la Terre. »

Conclusion sur l'additivité des vitesses

Le principe d'additivité des vitesses est donc faux pour quelque chose qui se déplace à la vitesse de la lumière ou à une vitesse voisine.

En outre, l'existence d'un espace astronomique muni d'un repère absolu est fortement remise en cause. C'est pourquoi Einstein a proposé, en 1905, de renoncer à cet espace absolu qu'avait théorisé Newton, et de considérer la vitesse de la lumière, *c*, comme une *constante de l'Univers*, conformément à l'expérience de Michelson et Morley.

En résumé

La vitesse de la lumière est une constante valant exactement c = 2.99792458 $.10^8$ m/s dans le vide (d'après la définition internationale du mètre), et ce quelles que soient :

- sa couleur (fréquence),

- la vitesse de déplacement éventuelle de la source lumineuse,
- et sa direction dans l'espace.

Cette constance de la vitesse de la lumière est donc une *loi d'interruption* :

« La lumière se propage dans le vide à vitesse constante »
(partout dans un référentiel inertiel et quelle que soit la vitesse de l'observateur).

Il faut donc redéfinir la méthode de calcul des déplacements (positions, temps et vitesses) en tenant compte de cette valeur limite, *c* : c'est l'objet de la *transformation de Lorentz*.

1.5.6 Transformation de Lorentz

Le physicien hollandais Hendrik Lorentz a proposé en 1904 une solution d'additivité permettant à la fois d'ajouter simplement les vitesses faibles par rapport à la lumière et de respecter une vitesse maximum égale à *c*.

La Transformation de Lorentz est un changement de repère galiléen

Cette solution prend la forme de formules de passage d'un référentiel (repère, système de coordonnées rectangulaires) supposé fixe (*x ; y ; z*) à un référentiel (*x' ; y' ; z'*) mobile parallèlement à l'axe des *x* à la vitesse *v,* où les origines des deux référentiels coïncident en *x=x'=0* à l'instant *t=t'*=0.
Ces formules sont connues depuis sous le nom de *transformation de Lorentz* :

$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$y' = y$	$z' = z$	$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Transformation de Lorentz

Ces formules décrivent le passage d'un *événement* à la position (*x ; y ; z*) à l'instant *t* dans le référentiel fixe à ce même événement à la position (*x' ; y' ; z'*) à l'instant *t'* dans le référentiel mobile ; on peut en déduire le passage inverse, du référentiel mobile vers le référentiel fixe.

On constate que :

- Les coordonnées spatiales (*x ; y ; z*) et (*x' ; y' ; z'*) dépendent du temps,
  et que le temps dépend de la position considérée ;

  « La position dans l'espace dépend de l'heure et réciproquement. »
- Les transformations faisant passer de (*x ; y ; z*) à (*x' ; y' ; z'*) ou l'inverse sont linéaires ; même remarque pour le passage de *t* à *t'*.
- Lorsque la valeur absolue de la vitesse *v* est très petite par rapport à *c* (ce qu'on note $v \ll c$), comme c'est le cas dans nos vitesses habituelles, la transformation de Lorentz produit les mêmes formules que la transformation galiléenne (la simple additivité des vitesses précédente), notamment :

  $$x' = x - vt \; ; \quad t' = t$$

  Un phénomène où $v \ll c$ est dit *non-relativiste*, sinon il est dit *relativiste*.
- Dans la transformation de Lorentz seule la direction parallèle à l'axe *Ox* est affectée, les directions des axes *Oy* et *Oz* ne l'étant pas : *y'=y ; z'=z* ; les effets relativistes ci-dessous ne s'appliquent que dans la direction du vecteur vitesse.

Exemple d'application de la transformation de Lorentz à l'addition de vitesses

Soit à ajouter les vitesses *v* (de *R'* par rapport à *R*) et *v'* (du mobile par rapport à *R'*).
La Relativité restreinte nous apprend que lorsque les vitesses *v'* et/ou *v* sont importantes, et que l'une au moins n'est pas négligeable par rapport à la vitesse de la lumière *c*, la vitesse v_M du mobile par rapport au repère *R* est :

$$v_M = \frac{v' + v}{1 + \frac{v'v}{c^2}}$$

La vitesse v_M n'est donc plus $v'+v$. Si par exemple $v'=v=c/2$, alors $v_M=0.8c$, et non c.

1.5.6.1 Interdépendance espace-temps dans la transformation de Lorentz

En Mécanique classique le temps joue un rôle différent des coordonnées spatiales x, y et z : il est indépendant de la position et du mouvement éventuel du référentiel que l'on se donne, et dans la dernière équation de la transformation de Galilée $t'=t$.

Mais dans la transformation de Lorentz le temps est une coordonnée comme les autres et dépend de la position selon l'axe des déplacements (par convention Ox) :

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

« Deux événements $A(x_A,..)$ et $B(x_B,..)$ simultanés dans le référentiel fixe ($t_A = t_B$) ne sont pas simultanés pour un observateur dans le référentiel en mouvement : $t'_A \neq t'_B$ car $x_A \neq x_B$. » (passer de l'un à l'autre exige un certain temps).

Complément utile pour comprendre la Relativité restreinte : voir le paragraphe *Espace-temps de Minkowski*.

1.5.6.2 Effets sur les vitesses, les longueurs, les durées, les masses, etc.

Par rapport à la physique newtonienne, la Relativité restreinte apporte une correction fondamentale :

« Les longueurs et les durées ne sont plus absolues, elles dépendent du déplacement de l'observateur par rapport à l'objet mesuré. »

« Une vitesse relative est toujours inférieure à c. »

Exemple : considérons deux particules qui se déplacent en sens inverse par rapport au référentiel fixe à des vitesses égales à $0.9c$ (l'une à $+0.9c$, l'autre à **-**$0.9c$). Leur vitesse relative (la vitesse de l'une pour un observateur voyageant avec l'autre) n'est pas 2 fois $0.9c = 1.8c$, mais :

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{v'_x v}{c^2}} = \frac{1.8c}{1+(0.9)^2} \approx 0.994c$$

La transformation de Lorentz n'est pas linéaire pour les vitesses. Contrairement à la physique newtonienne elle ne conserve donc pas la quantité de mouvement d'un système lorsqu'on passe d'un référentiel à un autre.

« La quantité de mouvement d'un système change avec le référentiel. »

« Les longueurs se contractent » (contraction dite "de Lorentz")

Une longueur L_F dans le référentiel fixe devient, dans le référentiel en mouvement à la vitesse v, une longueur L_M telle que :

$$L_M = L_F \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Le « coefficient de contraction » $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ est indépendant de la position x et de l'instant t : la transformation est *linéaire*. La longueur d'un segment parallèle à Ox est partout la différence entre les abscisses de ses extrémités.

Mais la contraction n'affecte que les longueurs (la dimension parallèle au déplacement), la largeur et la hauteur perpendiculaires à ce déplacement étant inchangées.

Un observateur fixe voit un cercle en rotation avec une circonférence réduite, bien que son rayon soit inchangé.

« Le temps se dilate avec un coefficient multiplicateur constant »

Une durée τ dans le référentiel fixe devient, dans le référentiel en mouvement à la vitesse v :

$$t' = \frac{\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

(une heure du référentiel fixe dure davantage dans le référentiel mobile : $t'>\tau$).

- Un observateur trouve qu'une horloge qui se déplace par rapport à lui va moins vite.
- C'est pourquoi une particule en mouvement (exemple : un méson π^+) a une durée de vie moyenne avant décomposition plus longue qu'au repos ;
- C'est aussi pourquoi les satellites GPS ont des horloges de haute précision qui retardent par rapport à des horloges terrestres équivalentes : dans les récepteurs GPS il faut donc appliquer par calcul une correction relativiste.

  L'orbite des satellites n'est pas une ligne droite, mais la formule de dilatation du temps s'applique toujours car elle n'exige pas que le référentiel de référence du mouvement soit galiléen ;
- Un temps commun à différents endroits n'existe pas ; en particulier :
  - ✓ il n'y a ni temps commun à tout l'Univers, ni date commune ;
  - ✓ on ne peut savoir ce qui se passe *maintenant* sur le Soleil, car la lumière met ~500 s (8min. 20s) à nous en parvenir ; on voit ce qui se passait il y a 8min. 20s.

  « Entre deux référentiels différents la simultanéité n'a pas de sens. »

  Vérification expérimentale en 1972 : [193].

« Equivalence masse-énergie : une masse au repos *m* équivaut à une énergie $E=mc^2$»

$$E = mc^2$$

(la masse est donc une forme d'énergie)

Cette équation régit les conversions :

- de masse en énergie (exemples : chaleur émise par le Soleil au détriment de sa masse, énergie nucléaire convertie en électricité),
- ou d'énergie en masse (exemple : désintégration d'un photon gamma de haute énergie en une paire de particules électron + positron).

Conséquence : un noyau d'atome a une masse plus faible que l'ensemble des protons et neutrons pris isolément qu'il contient, car ceux-ci ont cédé une importante énergie potentielle de liaison en formant ce noyau.

« La masse relativiste augmente avec la vitesse : une masse au repos *m* a une valeur relativiste m_R à la vitesse *v* :

$$m_R = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$ »

La masse augmente avec la vitesse relative et tend vers l'infini à l'approche de $v=c$. C'est pourquoi :

- la vitesse d'un objet pesant est toujours inférieure à *c* ;
- les conséquences d'un événement astronomique comme la fusion de deux étoiles en un trou noir (avec un colossal dégagement d'énergie électromagnétique et une émission d'ondes gravitationnelles) se propagent dans l'espace intersidéral à la vitesse de la lumière, notamment pour devenir visibles de la Terre (voir tests [194]).

« L'énergie relativiste totale d'un corps en mouvement à la vitesse *v* par rapport à un référentiel fixe est égale à sa masse au repos, mc^2, multipliée par le coefficient de correction relativiste appelé *gamma* $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$ »

Cette énergie comprend la quantité $½mv^2$ appelée *énergie cinétique*, calculée habituellement pour les vitesses faibles où le rapport v/c est négligeable :

(Le développement en série de *E* est : $E = mc^2 + ½mv^2 + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \cdots$)

« Absorption d'énergie par un corps en mouvement »

Considérons un corps de masse inerte *m* se déplaçant à la vitesse *v* par rapport à un référentiel fixe. Si ce corps absorbe une énergie E_0 sans que cela impacte sa vitesse (par exemple sous forme de rayonnement ou sous forme d'énergie de compression pour un ressort) son accroissement d'énergie par rapport au référentiel fixe est :

$$\frac{E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Compte tenu de l'énergie relativiste ci-dessus, l'énergie totale du corps peut s'écrire sous la forme

$$\frac{(m + \frac{E_0}{c^2})c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Le corps a donc la même énergie qu'un corps de masse $m+E_0/c^2$ animé d'une vitesse *v*. D'où le théorème :

« Si un corps absorbe une énergie *E* sa masse augmente de *E/c²*. »

Masse-énergie d'un corps en mouvement, conséquence de ce qui précède

« La masse d'un corps n'est pas constante, elle varie avec son absorption d'énergie. »
On peut donc la considérer comme une mesure de son énergie.
Le principe de conservation de la masse d'un système isolé s'identifie donc avec celui de conservation de l'énergie et on peut donc parler de la *masse-énergie* d'un système pour la quantité :

$$\frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

« Chaque référentiel a son temps propre »

Considérons un train qui roule à vitesse constante et supposons qu'un observateur fixe *sur le talus* voit deux éclairs (événements simultanés) en deux points *A* et *B* de la voie situés à égales distances de part et d'autre de lui.

Si un observateur *dans le train* les voit aussi, à un instant où le train est à mi-chemin entre *A* et *B*, et que le train roule dans le sens de *A* vers *B*, il voit *A* s'éloigner et *B* se rapprocher ; il perçoit donc l'éclair de *B* avant l'éclair de *A*.

« Des événements simultanés par rapport à la voie ne le sont donc pas par rapport à un train en marche » : un référentiel lié à la voie et un référentiel lié au train ont chacun leur temps propre.

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

« Une heure ou une durée n'ont de sens que par rapport à un référentiel précis. »

Cette loi est fondamentalement différente de la loi de l'Univers newtonien du déterminisme scientifique, où l'heure et la durée sont les mêmes partout.

« L'ordre des événements ne dépend pas du référentiel inertiel »
Si l'événement *A* est cause de l'événement *B, A* doit se produire avant *B* dans tous les référentiels inertiels : aucun observateur ne peut voir une conséquence avant sa cause.

1.5.6.3 Le champ magnétique n'est qu'un effet relativiste de charges en mouvement

Un champ magnétique n'est pas un type particulier de champ comme un champ de gravitation ou un champ électrique. *C'est un effet de charges électriques en mouvement sur d'autres charges en mouvement*, s'exerçant en fait par l'intermédiaire de forces de Coulomb. Il s'explique par des forces dues à un effet relativiste : des charges en mouvement qui s'éloignent paraissent moins denses et des charges qui se rapprochent paraissent plus denses, par contraction de Lorentz. On peut considérer un courant électrique comme deux courants en sens opposés : un courant de charges positives et un courant de charges négatives. Leurs effets opposés sur une charge en mouvement créent une force. Et c'est cette force qu'on attribue à un champ magnétique, notion purement artificielle mais utile dans les raisonnements et les calculs.

Les aimants ont des champs magnétiques parce que leur matière est le siège de courants électriques, qu'Ampère (le fondateur de l'électrodynamique) appela « courants particulaires » : c'est *l'hypothèse d'Avogadro-Ampère* [294]. On sait aujourd'hui que, dans un conducteur, ces courants sont dus à des déplacements d'électrons libres négatifs et de « trous » positifs (sautant entre des ions d'atomes ayant

perdu des électrons) ; dans la matière, l'aimantation est due aux moments magnétiques des électrons, protons et neutrons atomiques associés à leur spin.

1.5.6.4 La simultanéité n'existe pas physiquement

La Relativité restreinte montre que la simultanéité (notion intuitive) dépend du mouvement relatif de deux observateurs ; elle n'existe pas de façon absolue.

> Or les lois de Newton supposaient l'existence d'un espace absolu et d'un temps absolu. Par exemple, une force d'attraction gravitationnelle se propageait instantanément, elle agissait partout dès son apparition ; et tout l'espace était « à la même heure », permettant la simultanéité d'événements.

C'est donc toute la physique de Newton qui est fondamentalement fausse lorsque les distances ou les vitesses sont très grandes ; elles ne sont qu'une approximation valable aux petites distances et vitesses de l'échelle humaine.

« Il n'existe pas de simultanéité :

- **Ni à l'échelle de l'Univers, où il n'y a pas de temps universel, absolu ;**
- **Ni même, dans un référentiel donné, entre deux lieux différents, car ils sont séparés au sens causal par le temps que met la lumière pour aller de l'un à l'autre. »**

Représentation graphique de l'ordre des événements

Voir d'abord les définitions de la section *Espace-temps de Minkowski*.

L'espace-temps *de Minkowski* est toujours rapporté à une origine signifiant « ici et maintenant », et cette origine a un cône de lumière futur propre ; tout autre lieu a un autre cône de lumière futur.

L'ensemble des événements de l'espace-temps de Minkowski n'a pas de structure de relation d'ordre temporel unique ; il a autant de relations d'ordre partiel que de lieux.

La simultanéité est donc une notion commode pour nos raisonnements lorsque la vitesse de la lumière est infinie ou que les distances sont négligeables par rapport à cette vitesse. Dans tous les autres cas c'est une impossibilité physique.

Futur et passé : la causalité

Le futur d'un événement *A* comprend tous les événements sur lesquels l'objet en *A* peut agir. Le passé de l'événement *A* comprend les événements qui ont pu avoir un effet sur cet objet. Futur et passé sont dans les deux cônes de lumière de sommet *A*.

Voir aussi *Condition de causalité entre deux événements*.

1.5.7 Principe de relativité restreinte

Même si le déplacement du référentiel *R'* par rapport à *R* n'est pas parallèle à l'axe Ox de *R*, une translation rectiligne uniforme dans *R'* l'est aussi dans *R*, donc :

> **« Toute loi de la mécanique de Newton vraie dans un référentiel galiléen est vraie dans tout référentiel galiléen. »** (Mêmes variables, mêmes formules)

Einstein a généralisé ce théorème sous le nom de *Principe de relativité restreinte* :

> **« Les phénomènes mécaniques de la nature sont régis par les mêmes lois dans tous les référentiels galiléens**. »
> (Abandon de la contrainte : "vitesse *v* par rapport à un référentiel fixe faible par rapport à la vitesse de la lumière, *c* : $v \ll c$").
>
> On peut aussi énoncer ce principe sous la forme :
>
> **« On ne peut, par une expérience dans un référentiel *R*, distinguer le résultat de celui obtenu dans un référentiel *R'* en translation uniforme par rapport à *R*. »**
> (Exemple : des expériences de Mécanique faites dans un navire en mouvement uniforme donnent le même résultat qu'à l'arrêt.)
>
> **« Les *lois* de la nature sont invariantes dans la transformation de Lorentz, mais les *mesures* d'un observateur dépendent de sa vitesse relative par rapport à l'objet mesuré. »**
>
> Cette invariance résulte du fait que
>
> **« La relativité restreinte est une propriété du seul espace-temps ».**

Les conséquences en sont importantes : la vitesse de la lumière dans le vide est constante, avec la même valeur *c* :

- à toutes les échelles : astronomique, humaine et atomique ;
- pour les 4 interactions (forces) de la nature : gravitationnelle, électromagnétique, nucléaire (force forte) et force faible.

Les *lois* de la physique sont les mêmes pour tous les observateurs dont le mouvement a un vecteur vitesse constant (mouvements non accélérés), y compris les lois portant sur la lumière ; mais les *mesures* d'un observateur dépendent de sa vitesse relative par rapport à l'objet mesuré.

Conséquence : la relation entre unités de longueur et unités de temps est indépendante du référentiel si celui-ci est galiléen. On peut donc donner à *c* une définition universelle : *c* = 299 792 458 mètres par seconde *exactement*, c'est une constante de l'Univers qui fait partie du Système international d'unités (SI).

C'est là un principe d'invariance (les physiciens disent « de symétrie ») comme ceux qui affirment qu'une loi physique ne dépend ni du lieu ou de l'instant où on l'applique, ni de l'orientation spatiale du référentiel.

> Exemple d'application : si un observateur qui se déplace à vitesse constante parallèlement à un rayon lumineux mesure la vitesse de la lumière du rayon, il trouvera la même valeur *c* = 299 792 458 m/s quelle que soit sa propre vitesse, même si cette vitesse est 99% de la vitesse de la lumière.

Interprétation du principe de relativité restreinte

- Il est impossible de déceler le déplacement d'un référentiel par une expérience faite entièrement dans ce référentiel :
  - Dans un planeur qui vole silencieusement et sans à-coup on ne peut se rendre compte du déplacement qu'en regardant à l'extérieur ;
  - Dans un engin spatial en orbite terrestre, on perd en plus le sens de la pesanteur ; quand la Terre parcourt son orbite autour du Soleil à une vitesse ~30km/s, nous ne sentons rien de ce déplacement.

  Dans les deux cas la force centrifuge de la trajectoire elliptique équilibre la force centripète de la gravitation. Voir le paragraphe *Pour une masse un mouvement accéléré équivaut à une gravitation*.
- Le principe de relativité restreinte n'affirme pas qu'une même expérience, réalisée dans deux référentiels distincts, donnera les mêmes résultats numériques ; il affirme que les variables intervenant dans ces résultats seront régies par les mêmes lois de calcul ou d'évolution.
- Régissant toutes les lois physiques où il est question de déplacement, ce principe fait partie du déterminisme scientifique, en le précisant.

1.5.8 Théorie de la Relativité restreinte

La théorie de la Relativité restreinte décrit la manière de concevoir et de calculer les déplacements qui, par rapport à un observateur, se déroulent en ligne droite à vitesse constante *v* parallèlement à l'axe des *x* d'un référentiel : elle décrit la structure cinématique de l'espace-temps. C'est un cadre, conforme au déterminisme scientifique, qui régit toutes les lois d'évolution de la nature à l'exception de celles portant sur la gravitation et sur la thermodynamique.

Contrairement à la physique newtonienne, la Relativité restreinte lève la restriction : "*v petit par rapport à c : v≪c*". On calcule ce qui se passe dans un référentiel en mouvement en appliquant aux lois du référentiel fixe la *transformation de Lorentz*.

Pourquoi Relativité *restreinte*

Einstein parle de Relativité *restreinte* parce qu'elle ne considère que des déplacements relatifs à vitesse constante, qui ne sont donc pas affectés par une force accélératrice.

> Exemple simple de déplacement affecté par une force : la trajectoire d'une planète autour du Soleil, qui exerce sur elle une attraction régie par la loi d'attraction universelle de Newton.

Pour tenir aussi compte de forces accélératrices Einstein a publié en 1915, 10 ans après sa théorie de la Relativité restreinte, sa théorie de la Relativité générale.

1.5.9 L'espace-temps relativiste

Dans la *transformation de Lorentz* :

« L'espace et le temps dépendent l'un de l'autre, on ne peut les considérer séparément. »

Il faut donc parler d'espace-temps chaque fois qu'une vitesse n'est pas négligeable par rapport à la vitesse de la lumière *c*.

Conséquences philosophiques

« Il n'existe pas de temps absolu. »

« L'ordre absolu de deux événements n'a pas de sens. »

Notre impression erronée de temps et d'espace absolus (postulats fondamentaux de la physique newtonienne et de la philosophie de Kant) vient d'hypothèses de vitesses toutes négligeables par rapport à la vitesse de la lumière *c* et d'espace euclidien (plat, c'est-à-dire sans déformation).

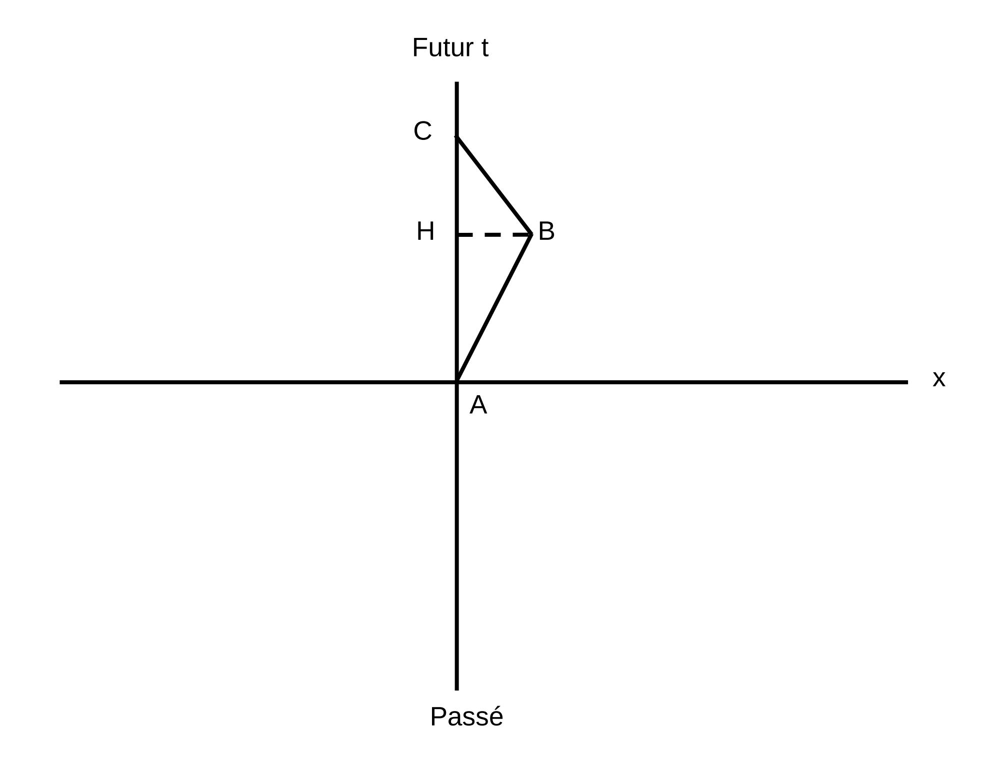
Compléments : *Compléments sur l'espace-temps*.

1.5.9.1 Paradoxe du voyageur de Langevin

Lecture conseillée avant ce paragraphe : *Espace-temps de Minkowski*.

Voici une conséquence du *Théorème des temps propres* : le paradoxe du voyageur de Langevin, appelé aussi *paradoxe des jumeaux*. Considérons deux jumeaux, Pierre et Paul. Pierre reste sur Terre pendant que Paul part (et voyage à une vitesse inférieure à celle de la lumière, bien entendu). Paul décrit une trajectoire *ABC* qui finit par le ramener au point de départ sur Terre, *C*, où Pierre l'attend. Les deux jumeaux constatent alors que Paul, le voyageur, a moins vieilli que Pierre : le temps s'écoulait plus lentement pour Paul que pour Pierre.

La différence de vitesse d'écoulement du temps entre deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre est une caractéristique importante du déterminisme due à la Relativité.



Ce paradoxe s'explique en considérant les intervalles de temps des deux jumeaux calculés dans le diagramme de Minkowski :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

(on retranche au carré du temps dt^2 le carré du temps mis par la lumière pour parcourir le même trajet AB)

- Pendant le voyage aller de Paul, le carré de sa durée de voyage de *A* à *B* est $s^2_{Paul} = AH^2 - BH^2/c^2$, tandis que le carré du temps qui s'est écoulé pour Pierre est $s^2_{Pierre} = AH^2$, donc Paul vieillit moins que Pierre ;
- Pendant le voyage retour de Paul, le carré de sa durée de voyage de *B* à *C* est $s^2_{Paul} = HC^2 - BH^2/c^2$, tandis que le carré du temps qui s'est écoulé pour Pierre est $s^2_{Pierre} = HC^2$, donc Paul vieillit de nouveau moins que Pierre.

En fait, pendant que Pierre restait immobile, Paul subissait des accélérations :

- En *A*, pour atteindre instantanément sa vitesse de croisière en direction de *B* ;
- En *B*, pour atteindre instantanément sa vitesse de croisière en direction de *C*.

C'est la présence des accélérations qui explique les différences de vitesse d'écoulement du temps. *Quelle que soit sa trajectoire le voyageur vieillit moins que son jumeau resté sur Terre,* car le carré de son temps propre se déduit de celui du jumeau en retranchant le carré du temps que met la lumière à parcourir la trajectoire.

Autre exemple : la durée d'un voyage en avion est moindre pour les passagers que pour les personnes restées à Terre [193].

1.5.9.2 Relativité et irréversibilité

Nous avons d'innombrables preuves, factuelles et incontestables, de l'existence de phénomènes irréversibles, dont la Relativité ne remet pas en cause l'irréversibilité.

> Exemple : la décomposition radioactive d'un atome, dont la Relativité peut mettre en cause (pour les préciser par rapport à un repère) la position et l'instant, mais pas le fait qu'une fois décomposé l'atome ne se reconstitue jamais.

Concernant une éventuelle relation entre Relativité et irréversibilité, voici ce qu'on lit dans [79] page 193 :

> "…la révolution associée à la relativité n'affecte pas nos conclusions précédentes. L'irréversibilité, le flux du temps, conserve sa signification dans la cosmologie relativiste. On pourrait même soutenir que l'irréversibilité joue un rôle d'autant plus important que nous allons vers des énergies plus élevées, c'est-à-dire vers les premiers moments de l'Univers."
>
> Cette opinion est confirmée par le paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales*.

1.5.10 Compléments sur l'espace-temps

1.5.10.1 Quadrivecteur et quadrivitesse

[122] page 32 définit un quadrivecteur comme « toute quantité à 4 composantes qui se transforment selon la transformation de Lorentz lorsqu'on change de référentiel inertiel ».

Utilité de cette notion

Un quadrivecteur est un indicateur de direction dans l'espace-temps pour tous les repères inertiels, comme un vecteur indique la direction dans l'espace habituel.

Invariances par une transformation de Lorentz

La transformation de Lorentz conserve :

- Le parallélisme de deux déplacements à un même quadrivecteur ;
- Le produit scalaire de quadrivecteurs $\boldsymbol{A.B} = A^tB^t + A^xB^x + A^yB^y + A^zB^z$
  où les lettres en exposant *t, x, y et z* désignent des composantes ;
- Le carré de la norme d'un quadrivecteur $A^2 = \boldsymbol{A.A} = -(A^t)^2+(A^x)^2+(A^y)^2+(A^z)^2$
  où les lettres en exposant *t, x, y et z* désignent toujours des composantes.

Quadrivitesse

Voir d'abord la définition de *Ligne d'univers* dans *Espace-temps de Minkowski*.

Définition de la quadrivitesse lors d'un événement

Lorsqu'un corps subit, lors d'un événement *E* et en un temps propre élémentaire $d\tau$, une évolution selon sa ligne d'univers qui est un déplacement de quadrivecteur $d\boldsymbol{s} = (dt, dx, dy, dz)$ centré sur *E*, le

rapport $\boldsymbol{u} = d\boldsymbol{s}/d\tau = (dt/d\tau,\ dx/d\tau,\ dy/d\tau,\ dz/d\tau)$ est appelé *quadrivitesse* du corps lors de l'événement E.

- Le quadrivecteur $\boldsymbol{u}$ est tangent à la ligne d'univers en *E*.
- D'après le paragraphe *Effets sur les vitesses, les longueurs, les durées, les masse, etc.*, sous-titre *Le temps se dilate avec un coefficient multiplicateur constant*, on a :

  $d\tau = dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ (ou $dt\sqrt{1-v^2}$ si on mesure les vitesses avec *c* pour unité)

  où $v(v_x, v_y, v_z)$ est la vitesse "ordinaire" du corps dans le même référentiel.
- La relation entre quadrivitesse $\boldsymbol{u} = (u^t, u^x, u^y, u^z)$ et vitesse ordinaire *v* est :

$$u^t = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \quad u^x = \frac{v_x}{\sqrt{1-v^2}}, \quad u^y = \frac{v_y}{\sqrt{1-v^2}}, \quad u^z = \frac{v_z}{\sqrt{1-v^2}}$$

Conséquences

- Le carré d'un intervalle d'espace-temps ne dépend pas du référentiel :

$$\boldsymbol{ds}.\boldsymbol{ds} = \boldsymbol{ds}^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2\ ;$$

- Le carré de la norme de la quadrivitesse $\boldsymbol{u.u}$ d'un corps vaut *-1* quelle que soit sa vitesse :

$$\boldsymbol{u.u} = -(u^t)^2 + (u^x)^2 + (u^y)^2 + (u^z)^2 = -1.$$

1.5.10.2 Quadri-quantité de mouvement

La quantité de mouvement traditionnelle *p*, définie dans un espace-temps non relativiste, est le produit d'une masse *m* par sa vitesse *v* : $p = mv$; si la vitesse est un vecteur $\boldsymbol{v}$, la quantité de mouvement $m\boldsymbol{v}$ l'est aussi : $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$.

Dans l'espace-temps de la Relativité restreinte, on définit la quadri-quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$ d'une masse *m* à partir de sa quadrivitesse $\boldsymbol{u}$ par le quadrivecteur :

$\boldsymbol{p} = m.\boldsymbol{u}$, où $\boldsymbol{p}$ a pour composantes lorsque $c=1$:

$$p^t = mu^t = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p^x = mu^x = \frac{mv_x}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p^y = mu^y = \frac{mv_y}{\sqrt{1-v^2}}, \quad p^z = mu^z = \frac{mv_z}{\sqrt{1-v^2}}$$

1.5.10.3 Conservation et non-conservation de la quantité de mouvement

Dans l'espace newtonien la quantité de mouvement d'un système isolé est constante, et évidemment conservée lors d'un changement de référentiel. Mais ce n'est pas le cas en Relativité restreinte, car nous avons vu que la transformation de Lorentz n'est pas linéaire pour les vitesses :

$$v_x = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{v'_x v}{c^2}}$$

Le principe de conservation de la quantité de mouvement d'un référentiel inertiel à un autre n'est pas compatible avec le *principe de relativité restreinte*.

(Dès que la vitesse relative d'un référentiel par rapport à un autre n'est plus négligeable devant la vitesse de la lumière *c*, la quantité de mouvement d'un système isolé change lors d'un changement de référentiel.)

Par contre **la quadri-quantité de mouvement est conservée par la transformation de Lorentz lors d'un changement de référentiel inertiel**.

1.5.10.4 Energie et quantité de mouvement relativistes, et leur conservation

Définitions valables dans un référentiel RG où les vitesses sont par rapport à $c=1$:

- L'*énergie relativiste* est la composante temporelle de la quadri-quantité de mouvement :

  $E = p^t = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}}$ (en système d'unités RG)
- La *quantité de mouvement relativiste* est un vecteur $\vec{\boldsymbol{p}}$ dont les composantes sont les composantes spatiales de la quadri-quantité de mouvement (p^x, p^y, p^z).

  Le carré de la norme de $\vec{\boldsymbol{p}}$, notée $\vec{\boldsymbol{p}}^2$, est : $\vec{\boldsymbol{p}}^2 = (p^x)^2 + (p^y)^2 + (p^z)^2$.

On a alors :

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2 \quad \text{et} \quad \vec{v} = \frac{\vec{p}}{E}$$

L'énergie relativiste et la quantité de mouvement relativiste d'un système isolé sont conservées lors d'un changement de référentiel inertiel.

Remarques sur l'énergie et la masse

La masse m ci-dessus, conservée lors d'un changement de référentiel inertiel, est une caractéristique d'un système appelée *masse invariante* ou *masse au repos*.

Quand $v \ll c$ on a : $E \approx m + ½ mv^2 + \dots$: l'énergie relativiste est une énergie totale qui se confond avec la somme de la masse au repos et de son énergie cinétique.

L'existence même de cette égalité aux vitesses faibles montre que

« La masse est une forme d'énergie. »

La conversion est possible entre ces deux formes, il y en a un exemple dans la compression d'un ressort dont la masse augmente, et un autre dans la conversion de masse d'hydrogène en énergie dans le Soleil (voir dans *Formation des étoiles et production d'énergie* le *Cycle de Bethe*).

L'expression $E = m$ est valable dans un référentiel RG, où c=1 ; si on ne fait pas cette hypothèse - c'est-à-dire dans le Système international SI - l'expression devient $E = mc^2$, formule célèbre.

Si la masse est pratiquement constante, c'est l'énergie cinétique qui est conservée.

En toute rigueur, l'énergie cinétique E_c d'un corps de masse m n'est pas $½ mv^2$, mais

$$E_c = E - m = m\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} - 1\right)$$

1.5.10.5 Continuum et Continuum euclidien

L'espace-temps d'Einstein est qualifié de *continuum* parce qu'on peut identifier chaque point A par 4 coordonnées et parce qu'il est continu : étant donné un de ses points-événements, A, de coordonnées (x ; y ; z ; ct) et une distance δ aussi petite que l'on voudra, il existe dans l'espace-temps au moins un point-événement B de coordonnées (x' ; y' ; z' ; ct') plus proche de A que δ.

Un continuum est donc indéfiniment divisible et sans interruption (d'un seul tenant).

Continuum euclidien

Einstein appelle *continuum euclidien* un tel espace continu, que l'on peut rapporter à un référentiel dont les axes orientés, perpendiculaires deux à deux, sont rectilignes et gradués (associés chacun à un nombre réel permettant de repérer la position).

> (La possibilité d'associer tout point d'un axe orienté à un nombre réel unique, et réciproquement d'associer tout nombre réel à un point unique de l'axe n'est pas démontrable : c'est *l'axiome de Cantor-Dedekind*.)

Un continuum euclidien n'est pas déformé : c'est un espace-temps *plat*.
Un espace-temps où règne un champ gravitationnel ne peut être rapporté à un tel continuum car la gravitation le déforme ; nous verrons ci-dessous qu'on peut le rapporter à des coordonnées de Gauss.

1.5.10.6 Intervalle d'espace-temps entre deux événements

Considérons deux événements voisins $A(x ; y ; z ; ct)$ et $B(x' ; y' ; z' ; ct')$ de l'espace-temps de *Relativité restreinte*.

Appelons les composantes du *petit* intervalle AB selon les divers axes :

$$dx=x'-x \;;\quad dy=y'-y \;;\quad dz=z'-z \;;\quad dt=t'-t.$$

Appelons enfin ds l'intervalle d'espace-temps tel que :

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2.$$

- Si un photon voyage à la vitesse de la lumière de A à B alors $dx^2+dy^2+dz^2=c^2dt^2$ d'après le théorème de Pythagore et $ds^2=0$.

- Si (contrairement au photon, qui a une masse nulle) c'est un corps pesant qui voyage de *A* à *B* (donc moins vite que la lumière) $dx^2+dy^2+dz^2<c^2dt^2$ et $ds^2>0$.

Interprétation de l'intervalle d'espace-temps

Dans un référentiel inertiel donné, le carré de l'intervalle d'espace-temps est égal :

- A l'opposé du carré de l'intervalle *d'espace* $dx^2+dy^2+dz^2$ pour des événements simultanés (c'est-à-dire tels que $dt=0$) ;
- Au carré de l'intervalle *de temps* c^2dt^2 pour des événements situés au même endroit dans l'espace (c'est-à-dire tels que $dx=dy=dz=0$).

1.5.10.6.1 L'équation métrique, autre définition de l'intervalle d'espace-temps

Métrique

Mesurer une longueur dans un certain espace suppose la définition d'une métrique, c'est-à-dire d'une méthode de mesure de la distance entre deux points, avec sa définition d'une unité.

Dans certains ouvrages comme [122] page 17 l'intervalle d'espace-temps Δs entre deux événements est défini par *l'équation métrique* comme :

$$\Delta s^2 = -\Delta t^2+\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2$$

avec un signe opposé au ds^2 précédent et une unité de temps choisie pour que $c=1$ (système RG). Nous utiliserons souvent cette autre convention.

1.5.10.7 Métrique de Minkowski pour les espaces-temps plats

Dans un continuum euclidien, la distance entre deux points (ou la longueur d'une règle) est définie par une *métrique* (méthode de passage des coordonnées des points à leur distance *ds*) définie par la formule ci-dessus :

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2.$$

Cette méthode de mesure est appelée *Métrique de Minkowski* ; elle est adaptée aux seuls espaces-temps plats.

Invariance d'un intervalle d'espace-temps dans une transformation de Lorentz

Si l'intervalle d'espace-temps *AB* est mesuré, dans deux référentiels *R* et *R'* en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre, par des grandeurs respectives *ds* et *ds'* lorsqu'une *transformation de Lorentz* fait passer de *R* à *R'*, on trouve toujours *ds = ds'* :

« L'intervalle d'espace-temps ne varie pas dans la transformation de Lorentz » :
on dit que c'est un *invariant relativiste*.

Cet intervalle d'espace-temps ne dépend pas du choix de l'origine des axes, qui peut être située en *A*, en *B* ou n'importe où.

Complément utile pour comprendre la Relativité restreinte : *Espace-temps de Minkowski*.

1.5.10.8 Intervalle de temps entre deux événements

Supposons l'origine des axes en *A(0 ; 0 ; 0 ; 0)* et considérons un événement *B(x ; y ; z ; t)* qui peut être cause ou conséquence de *A*, c'est-à-dire tel que :

$$s^2 = t^2 - \frac{x^2}{c^2} - \frac{y^2}{c^2} - \frac{z^2}{c^2} > 0$$

(c'est-à-dire tel que la lumière a le temps de parcourir l'espace de *A* à *B*).

La quantité positive *s* ci-dessus représente « *l'intervalle de temps entre les événements A et B* » dans un système d'unités de distance et temps quelconques.

s^2 *est invariant par la transformation de Lorentz*, c'est-à-dire qu'il a même valeur pour deux observateurs (*x; t*) et (*x'; t'*) en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre :

$$t^2-x^2/c^2 = t'^2-x'^2/c^2$$

Durées d'un déplacement de A à B par rapport à A et par rapport à B (mobile)

Pour un observateur qui se serait déplacé de *A(0,0)* à *B(x,t)* à une vitesse uniforme *x*/*t* par rapport à *A* il se serait écoulé un temps *s*, alors que pour *A* il se serait écoulé un temps *t*.

« Le temps propre *s* d'un observateur en mouvement est tel que $s^2 = t^2 - \frac{x^2}{c^2}$ » (retrancher du carré du temps dans le repère fixe, t^2, le carré du temps x^2/c^2 mis par la lumière pour atteindre le même point.)

Cette remarque explique la perte de synchronisme entre deux horloges qui indiquaient la même heure à l'origine *t*=0 :

« Le temps s'écoule moins vite dans un référentiel en mouvement que dans un référentiel fixe. »

1.5.10.9 Espace-temps de Minkowski

Représentons les raisonnements de causalité sur un diagramme d'espace-temps où l'axe horizontal représente les positions et l'axe vertical les temps (voir diagramme suivant). Utilisons l'événement *A* comme origine des espaces et des temps (« ici et maintenant »), et adoptons comme unité d'espace la valeur de *c*, soit à peu près 300 000 km.

Cône de lumière

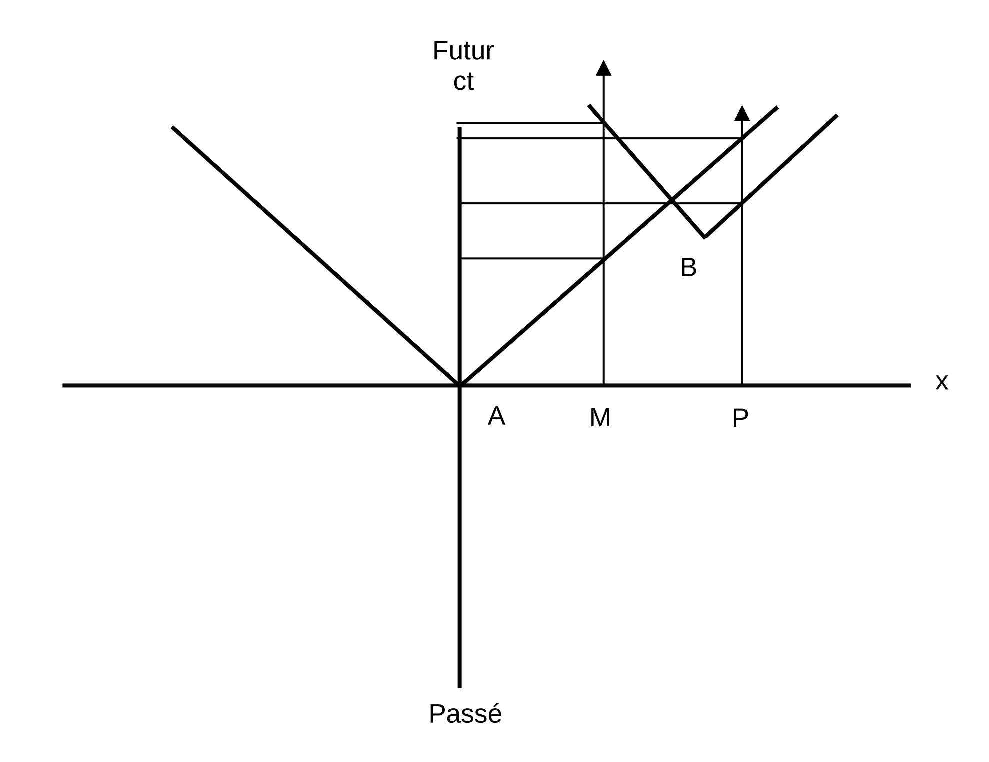
Les points atteints par la lumière partie de l'événement *A* sont sur deux demi-droites à 45 degrés partant de *A*, appelées « droites de lumière » de *A* et délimitant le « cône de lumière » (d'axe vertical) de *A*. Positionnons l'événement *B* à la distance 4 (=4x300 000 km) de *A* et au temps 1 (=1 seconde après *A*), et traçons les demi-droites représentant les heures d'arrivée de la lumière de l'événement *B* aux diverses positions.

Un événement ne peut être cause de *B* que s'il est à l'intérieur de son cône de lumière.

Un observateur en *M*, à 2x300 000 km de *A*, voit l'événement *A* au temps 2 secondes et l'événement *B* au temps de l'intersection de la verticale en *M* avec la demi-droite de lumière gauche de *B*. Le diagramme montre que *l'observateur en M voit A avant B*.

Un observateur en *P*, à la distance 5 (=5x300 000 km) de *A*, voit l'événement *A* au temps 5 secondes et l'événement *B* au temps de l'intersection de la verticale en *P* et de la droite de lumière de droite de *B* : *il voit B avant A*. Donc :

« L'ordre de deux événements dépend de la position de l'observateur ».

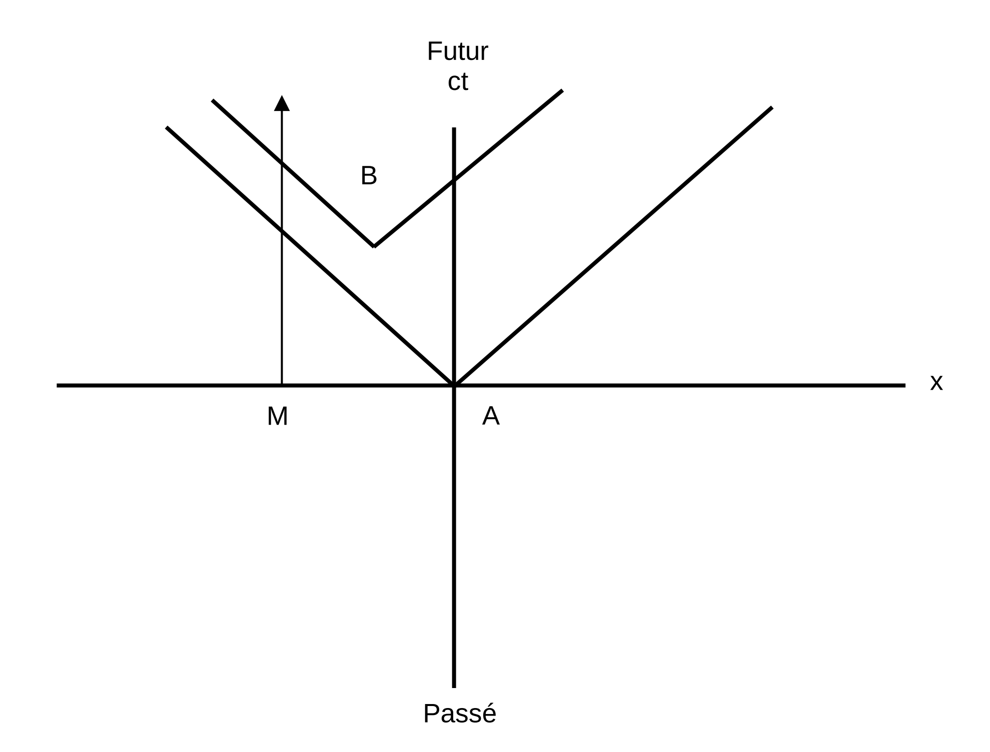


Pour un observateur en *M*, l'événement *A* précède *B*, mais il ne peut être sa cause car il est à l'extérieur du cône de lumière de *B*. Pour un observateur en *P*, l'événement *A* est postérieur à *B*, mais *B* ne peut avoir causé *A*.

Pour les deux observateurs, la distance *AB* (4x300 000 km) est supérieure à celle que parcourt la lumière partant du temps de *A* pour arriver à celui de *B* (1 seconde = 300 000 km), ce qui interdit toute relation de causalité entre *A* et *B*.
B est extérieur au cône de lumière de *A*.

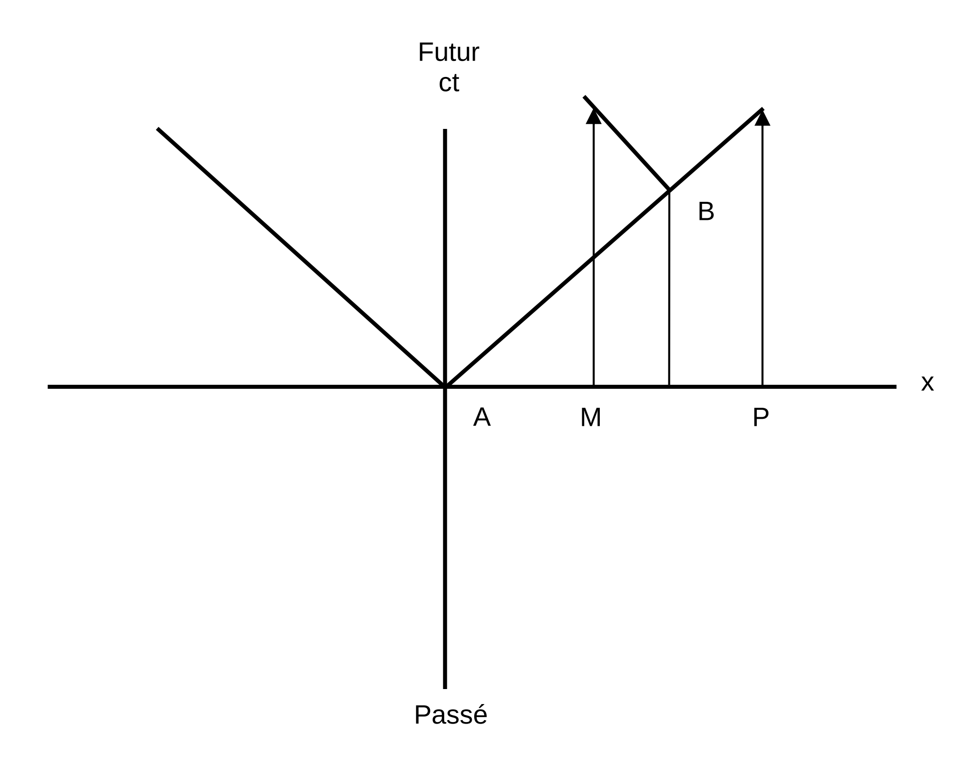
Lorsque l'observateur en *M* aura connaissance de l'événement *A il ne saura pas encore que B aura lieu*, alors que lorsque l'observateur en *P* saura que *B* a eu lieu *il ne saura pas encore que A aura lieu.*

Si *B* était intérieur au cône de lumière de A (diagramme suivant), tout observateur *M* verrait *B* après *A*, quelle que soit sa position, car les demi-droites de lumière de *B* seraient au-dessus de celles de *A* : *B* pourrait être conséquence de *A*.



Enfin, si *B* était sur une des demi-droites de lumière de *A* (diagramme suivant) :

- un observateur en *M* verrait *B* se produire *après A* ;
- un observateur en *P* verrait *B* se produire *en même temps que A*.

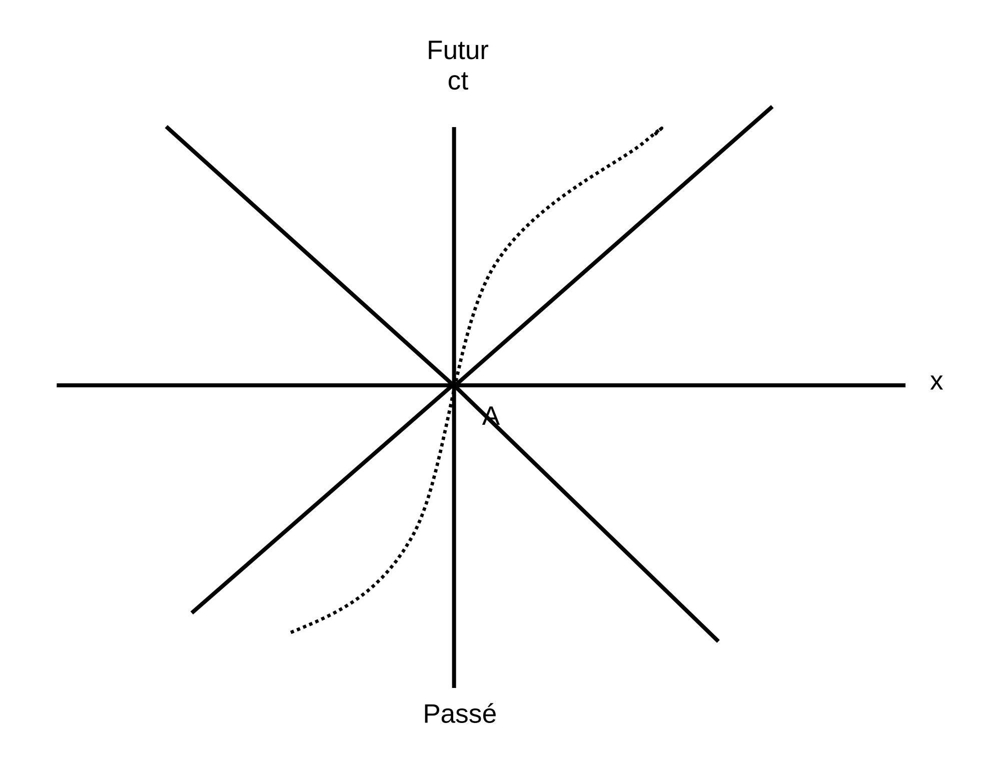


Remarque importante

Les différences de causalité que nous venons de voir ne dépendent pas des lois de la physique. Ce sont des propriétés de l'espace-temps, avec sa constance de la vitesse de la lumière, *c* (constance qui constitue une loi d'interruption) ; cette constance n'est pas vraie en présence d'une accélération gravitationnelle, sujet traité à propos de la Relativité générale.

Ligne d'univers

Dans le diagramme d'espace-temps de Minkowski, la trajectoire d'un mobile est représentée par une ligne appelée « *ligne d'univers* », dont les points représentent les événements (position, date) successifs du mobile considéré. Cette ligne (en pointillés dans le diagramme ci-dessous) est évidemment contenue dans le cône de lumière du point représentant l'événement « ici et maintenant » :



<u>Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers</u>
Chaque objet *A, B, C*… a, dans l'espace-temps de Minkowski, sa propre ligne d'univers, caractérisant son évolution spatiale et temporelle. Supposons que chacun a aussi une horloge, et que toutes les horloges ont été réglées au départ, en un même lieu et à un même instant, pour mesurer le temps à la même vitesse. Chacun des objets *A, B, C*… a ainsi reçu une horloge identique, qui mesure le temps le long de sa propre ligne d'univers. Par définition, ce temps caractéristique de l'évolution d'un objet donné *A* est appelé « temps propre de l'objet A » : il est mesuré sur sa ligne d'univers par une horloge liée à l'objet.

Un autre objet, *B*, sur sa ligne d'univers à lui, a aussi un temps propre, mais ce n'est pas celui de *A* : son horloge, qui indiquait l'heure 0 au départ comme celle de *A*, indique à présent une heure propre à *B*, qui peut être très différente de celle de *A*.

« Le temps s'écoule à des vitesses propres différentes sur des lignes d'univers différentes. »

Théorème des temps propres
Considérons deux événements, *A* et *B*, et divers objets qui ont évolué de *A* à *B* en suivant des lignes d'univers différentes. Si une de ces lignes d'univers est droite, alors la durée (temps propre de *A* à *B*) mesurée le long cette ligne est *plus longue* que toutes les autres ! C'est contre-intuitif, mais c'est démontré dans *Une situation surprenante*.

1.6 Relativité générale

Sources principales de ce chapitre : [122], [106], [112]
Lecture préalable recommandée : *Diagramme de Minkowski*.
Compléments plus techniques : *Relativité générale : compléments*.

La *Théorie de la Relativité restreinte* énonce une propriété importante de l'espace-temps, le *Principe de relativité restreinte :*

« Les phénomènes mécaniques de la nature sont régis par les mêmes lois dans tous les référentiels galiléens. »

Ce principe n'étant valable qu'en l'absence d'effet de la gravitation, Einstein a cherché comment celle-ci influence ces lois physiques. Il a découvert qu'en présence de gravitation l'espace-temps n'est plus un support neutre des évolutions physiques, c'est un milieu que la gravitation déforme, et cette déformation régit de façon déterministe les mouvements des corps dans l'Univers et sa distribution d'énergie.

Après 10 ans de recherches il a formulé la Théorie de la Relativité générale, qui constitue avec la Mécanique quantique l'une des deux plus importantes avancées de la physique, de l'astronomie et de la cosmologie du XXe siècle. Elle est le fondement d'applications aussi répandues que le positionnement par *GPS* (Global Positioning System, USA) ou *Galileo* (Union européenne) [295] et la description des phénomènes de trou noir, d'inflation de l'Univers et de Big Bang.

1.6.1 Conséquences métaphysiques de la Relativité restreinte

« Toute action se propage de proche en proche à une vitesse finie inférieure ou égale à la vitesse de la lumière. » Ainsi, l'attraction gravitationnelle variable d'un système binaire d'étoiles (=qui tournent l'une autour de l'autre) crée des ondes gravitationnelles qui se propagent à la vitesse de la lumière.

« Les résultats prédictibles d'une loi dépendent du référentiel. »
Une loi est la même dans deux référentiels inertiels sans champ gravitationnel en déplacement relatif à vitesse constante, mais la transformation des coordonnées entre ces deux référentiels est celle de Lorentz : les *résultats* d'une loi dépendent du référentiel d'où on les observe. C'est une conséquence déterministe de la Relativité concernant la prédiction des résultats d'évolution.

Condition de causalité entre deux événements

Deux événements *A* et *B* tels que *A* précède *B* sont indépendants si et seulement si leur éloignement est tel que la lumière partant de *A* arrive à la position de *B* *après* la survenance de *B* : dans ce cas-là *A* ne peut être cause de *B*.

« Un événement *A* peut être cause d'un autre, *B*, si et seulement si la lumière de *A* arrive à la position de *B* avant la survenance de *B*. ».

Indépendance entre deux événements et relation de causalité

La notion même de déterminisme régissant les évolutions repose sur l'écoulement du temps, sans lequel elle ne se conçoit pas. Or la Relativité restreinte nous dit que :

« Pour deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre le temps s'écoule à des vitesses différentes, et la simultanéité n'existe plus. »

Plus grave encore : il y a des situations (voir Cône de lumière) où, pour un observateur situé au point *M*, l'événement *A* précède l'événement *B*, alors que pour un observateur situé en un autre point, *P*, c'est l'événement *B* qui précède l'événement *A*. Lorsque l'observateur en *M* aura connaissance de l'événement *A il ne saura pas encore que B aura lieu*, alors que lorsque l'observateur en *P* saura que *B* a eu lieu *il ne saura pas encore que A aura lieu.*

« L'ordre de deux événements dépend de la position de l'observateur ».

1.6.2 Les deux théories de la Relativité d'Einstein

Einstein a publié ses théories de la Relativité en deux étapes :

- 1905 - Relativité restreinte (en anglais *Special Relativity*) ;
- 1915 - Relativité générale (en anglais *General Relativity*).

Le prix Nobel

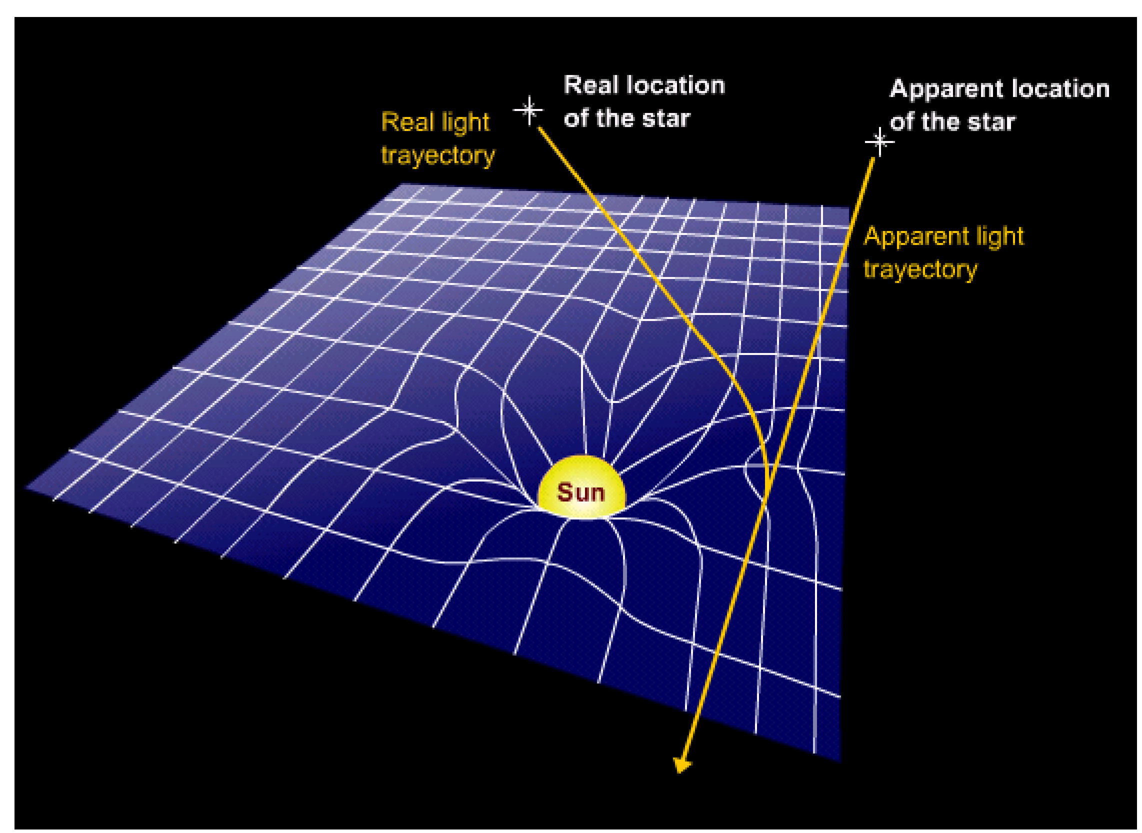
Le prix Nobel pour 1921 a été attribué à Einstein en 1922 pour sa théorie de l'Effet photoélectrique, pas pour la Relativité dont la portée est pourtant révolutionnaire. Voici pourquoi.

La Relativité restreinte est mathématiquement très simple, bien que sa valeur scientifique soit considérable ; le comité Nobel n'a donc pas jugé qu'elle mérite le Prix.

En revanche, la Relativité générale est mathématiquement si difficile que trop peu de théoriciens l'avaient comprise et en saisissaient la portée en 1922. Einstein a proposé dès 1916 [206] l'explication de la précession anormale de Mercure, mais en pleine guerre cette affirmation d'un Allemand inconnu n'a pas attiré l'attention.

Einstein est devenu célèbre en 1919, lorsqu'Eddington a vérifié, lors d'une éclipse de soleil, que la lumière d'une étoile passant près de lui est déviée par lui d'un angle calculé par Einstein, ce qui prouvait que l'espace est déformé par la présence des masses. L'espace n'est donc plus une abstraction indépendante du temps comme dans l'univers de Newton, il fait partie du continuum d'espace-temps, milieu déformable sous l'influence de la gravitation.

- La confirmation expérimentale (déviation de l'image d'une étoile par la masse du Soleil, de direction voisine) est due à Eddington et date de 1919 ;



Déviation de la direction apparente d'une étoile par la déformation de l'espace-temps due à la masse du Soleil

- La première description explicative due à Eddington : *Space, Time and Gravitation* date de 1920, et la description complète par Eddington : *The Mathematical Theory of Relativity* date de 1923, *après* l'attribution du prix Nobel ; Einstein en a salué le caractère de *premier texte de qualité sur la Relativité*, mais il y a aujourd'hui des textes bien plus pédagogiques et en français, comme [122].

Le comité Nobel a donc attribué le prix de physique 1921 à Einstein en 1922 « pour l'ensemble de sa contribution à la physique théorique, dont l'effet photoélectrique », sans citer la Relativité générale que ses membres ne pouvaient comprendre [103].

1.6.3 Pourquoi une nouvelle théorie de la gravitation

Lorsque les prédictions d'une théorie scientifique ne sont pas cohérentes avec certaines mesures la théorie est réputée fausse et doit être remplacée. Parfois - et c'est le cas lors du remplacement de la physique de Newton par celle basée sur la Relativité d'Einstein - la nouvelle théorie apporte surtout une meilleure précision.

1 – Anomalie de l'orbite de Mercure

La physique de Newton – notamment sa loi de la gravitation universelle – explique parfaitement les déplacements des planètes à une petite exception près, une différence de 43 secondes d'arc par siècle dans la position du périhélie de Mercure (le périhélie d'un astre du système solaire est le point de son orbite le plus proche du Soleil).

> *Résumé du problème de l'orbite de Mercure*
> On a constaté au XIXe siècle que le périhélie de la planète Mercure, la plus proche du Soleil, se déplace d'environ 572 secondes d'arc par siècle, alors que les équations de Newton en expliquent 529 : ce périhélie se déplace donc de 43 secondes d'arc par siècle de plus que prévu. La différence ne fut expliquée que par la Relativité générale d'Einstein, publiée en 1915. Un exposé détaillé de ce problème est fourni ci-dessous.

2 – Action instantanée à distance
La physique de Newton suppose que tout l'Univers est à la même heure, la lumière et l'effet de force de gravitation se propageant à une vitesse infinie. Rien n'y justifie ces vitesses infinies et la possibilité d'une attraction à distance, mais aucune connaissance du XVIIe siècle [9] n'en contredisait le postulat.

Les expériences de Michelson et Morley ont montré, de 1881 à 1887, que la vitesse de la lumière est de l'ordre de 300 000 km/s (donc non-infinie), qu'elle est constante et indépendante de la direction de mesure – donc du déplacement de la Terre dans l'espace. Le *principe d'additivité des vitesses* est donc faux pour toute vitesse non-négligeable par rapport à celle de la lumière. La physique de Newton repose donc sur un postulat faux (la vitesse infinie de la lumière) et un principe d'additivité faux, ces deux problèmes n'étant sensibles que pour des vitesses assez élevées.

C'est pourquoi Einstein a proposé en 1905 la Relativité restreinte, qui change à la fois ce postulat et ce principe en s'appuyant sur la Transformation de Lorentz de 1904. Et après dix ans de travail, il a publié en 1915 la Relativité générale, qui explique l'anomalie de l'orbite de Mercure en changeant notre façon de comprendre la gravitation.

La Relativité générale a bien d'autres applications que la cosmologie. Une de ces applications, qui serait impossible sans elle, est le GPS (Global Positioning System [273]) permettant de connaître, à l'aide d'un récepteur d'ondes satellites minuscule, les coordonnées d'un point à la surface de la terre avec une précision d'environ 30 centimètres, en longitude, latitude et aussi altitude.

Complément : *De la mécanique de Newton à celle de la Relativité générale*.

1.6.4 Hypothèses de la Relativité générale

(Pour comprendre la Relativité générale il faut avoir lu la section *Relativité restreinte*.)

1 - Abandon de la contrainte de vitesses relatives constantes
La théorie de la Relativité générale étend celle de la Relativité restreinte en supprimant la contrainte d'absence d'accélération de cette dernière.

2 - Abandon de la contrainte de l'espace et du temps absolus, aux unités invariables
La Relativité générale est une théorie de la gravitation, phénomène dû aux masses qui déforme l'espace-temps en l'allongeant ou en le contractant, en le courbant ou en le tordant.

> Il y a là une différence fondamentale avec l'espace de Newton, abstraction vide servant à situer des corps pesants comme les planètes et le Soleil : l'espace de la Relativité générale est un milieu physique qui sert de support à l'action instantanée à distance de l'attraction gravitationnelle et à la propagation de la lumière.

3 - Pas de prise en compte des effets quantiques
La Relativité générale s'applique à l'astrophysique tant que les effets quantiques sont négligeables. Il n'y a pas de théorie synthétique de la Relativité générale et de la Mécanique quantique, à part la *Théorie des cordes* [128] et la *Théorie de la gravitation quantique à boucles*, qui n'ont pas de validation expérimentale directe mais sont cohérentes avec la Relativité et de la Mécanique quantique.

4 - La Relativité générale est une théorie locale
La Relativité générale décrit la courbure de l'espace au voisinage de tout point de l'Univers, compte tenu de la masse-énergie dont l'effet gravitationnel s'y fait sentir. Elle ne décrit pas la géométrie de l'Univers dans son ensemble, c'est-à-dire sa *topologie*.

5 - Pas de prise en compte de l'évolution de l'Univers
La Relativité générale d'Einstein décrit les effets de la présence de masses, de rayonnements et d'énergie du vide (énergie potentielle) sur la déformation de l'espace *à un instant donné* : ce n'est pas une théorie de l'évolution de l'Univers. Une telle théorie en a été déduite par Friedmann en 1922-1924, et complétée par la découverte de l'expansion par Georges Lemaître en 1927 puis Edwin Hubble en 1929.

6 – Déterminisme scientifique
Comme la Relativité restreinte qu'elle généralise, la Relativité générale est parfaitement déterministe au sens du déterminisme scientifique. Elle prévoit et prédit les mouvements d'un corps en chute libre dans un espace où règne un champ gravitationnel à partir de sa répartition de la masse-énergie.

Chute libre
Un corps en chute libre se déplace en n'étant soumis qu'à la gravitation. C'est le cas des planètes, des étoiles, des gaz et poussières, bref de tous les corps de l'Univers. Un objet libre se déplace en suivant une *courbe géodésique*, plus court parcours possible compte tenu de la courbure de l'espace. Ainsi, l'orbite elliptique d'une planète est le plus court parcours possible dans l'espace déformé par la masse du Soleil ; sur la sphère terrestre tous les méridiens sont des géodésiques entre les pôles.

1.6.5 Masse gravitationnelle et masse inertielle

Complément scientifique : *Masse gravitationnelle et masse inertielle*.

La masse d'un objet est soumise à deux influences :

- L'attraction gravitationnelle entre deux objets, décrite pat la loi d'attraction universelle de Newton ;
- L'inertie, qui s'oppose aux accélérations selon la 2ème loi de Newton.

On démontre en Relativité que :

« Les masses gravitationnelle et inertielle d'un objet sont égales.
On peut donc les confondre et se contenter de parler de *masse*. »
(Masse gravitationnelle et la masse inertielle sont deux comportements d'une même grandeur, la masse.)

Conséquence de l'égalité des masses gravitationnelle et inertielle
Dans un champ gravitationnel donné tous les corps subissent la même accélération ; lancés dans le vide depuis un même point, avec un même vecteur vitesse, ils suivent la même trajectoire, même si leurs matières, leurs formes et leurs masses diffèrent. Tout se passe comme si

« Les trajectoires inertielles dans un champ gravitationnel ne dépendent que de la géométrie de l'espace. »

(On appelle « trajectoire inertielle dans un champ gravitationnel » la trajectoire d'un objet *libre*, ainsi nommé car soumis à la seule influence de la gravitation.)

Dans le vide, à la surface de la Lune, une plume de 1 gramme et une pierre de 1 kg tombent à la même vitesse, subissant la même accélération gravitationnelle.

1.6.6 Pour une masse un mouvement accéléré équivaut à une gravitation

Pour un observateur qui ne sait rien du milieu qui l'entoure, une accélération qu'il ressent (par exemple dans un ascenseur) provoque la même sensation qu'une attraction gravitationnelle.

1 : L'absence de pesanteur en chute libre
Si l'ascenseur tombe en chute libre, son passager sent la même absence de pesanteur que si elle flottait librement dans un espace sans gravité : *dans les deux cas aucune force de gravité n'agit*.

2 : L'effet sur la masse de la pesanteur est le même que celui de l'accélération

- Si l'ascenseur est arrêté, la personne sent l'effet de la pesanteur : sa masse M subit une accélération de $1g$, elle sent qu'elle pèse un poids $P = Mg$.
- La personne ressentirait la même accélération (la même pesanteur) si, en l'absence de pesanteur, son ascenseur montait à une vitesse croissante dont l'accélération serait $1g$.

Dans les deux cas, la cause des effets « pesanteur » et « accélération » sur la masse doit être la même. En tout point d'un champ de pesanteur une masse subit une accélération dont l'effet inertiel est le même que l'effet gravitationnel : 1kg de masse d'inertie est égal à 1kg de masse gravitationnelle. Donc :

Principe d'équivalence des effets de l'accélération et de la pesanteur
« Il n'y a aucune différence entre les effets de l'accélération et de la pesanteur. »
(Aucune expérience à l'intérieur d'un ascenseur ne permet de savoir s'il est dans un champ gravitationnel ou s'il se déplace d'un mouvement accéléré.)

Einstein en déduit que l'égalité entre masses gravitationnelle et inertielle traduit une identité : physiquement il s'agit d'une seule et même masse, intervenant dans deux phénomènes physiques

distincts, la gravitation et l'accélération communiquée à un corps. D'où l'interprétation suivante de la gravitation :

> **« La gravitation est un effet à distance d'une masse, dont la présence produit un champ de force d'attraction agissant sur toute autre masse. »**

Raisonnement d'Einstein concernant l'effet de la gravitation sur la lumière

- Dans un ascenseur qui monte d'un mouvement uniforme (c'est-à-dire non accéléré), un rayon lumineux émis perpendiculairement au déplacement reste horizontal, se propageant en ligne droite.
- Dans un ascenseur qui monte d'un mouvement accéléré, un rayon lumineux émis perpendiculairement au déplacement est légèrement incurvé vers le bas.

En vertu du principe d'équivalence, la gravitation doit avoir le même effet sur la lumière que l'accélération : *elle doit incurver le trajet de la lumière*. Donc :

« La gravitation se manifeste par un effet sur l'espace-temps : *elle le courbe*. »

> La présence d'une masse comme la Terre provoque une gravitation qui courbe l'espace-temps ; c'est cette courbure (qui a l'effet d'un champ) qui à son tour explique l'accélération gravitationnelle (l'attraction de la pesanteur) subie par un objet, même arrêté.

Cette prédiction de sa théorie de la Relativité générale a été confirmée par l'observation d'Eddington en 1919.

Une accélération peut compenser l'effet d'une gravitation

Dans un ascenseur à l'arrêt en haut d'un immeuble un passager ressent l'effet de la gravitation, c'est-à-dire son propre poids. Mais si le câble de l'ascenseur casse, l'ascenseur se met à tomber à une vitesse dont l'accélération est celle de la pesanteur : g (en négligeant les frottements). Pendant cette chute libre, un passager ne ressent plus son poids et un faisceau lumineux émis horizontalement dans l'ascenseur reste parfaitement rectiligne : l'accélération a compensé l'effet de la gravitation.

1.6.7 Postulat fondamental de la Relativité générale

Postulat

« La géométrie de l'espace-temps est déformée par la présence de masses et d'énergie, d'où un effet gravitationnel sur les mouvements, les durées, etc. »

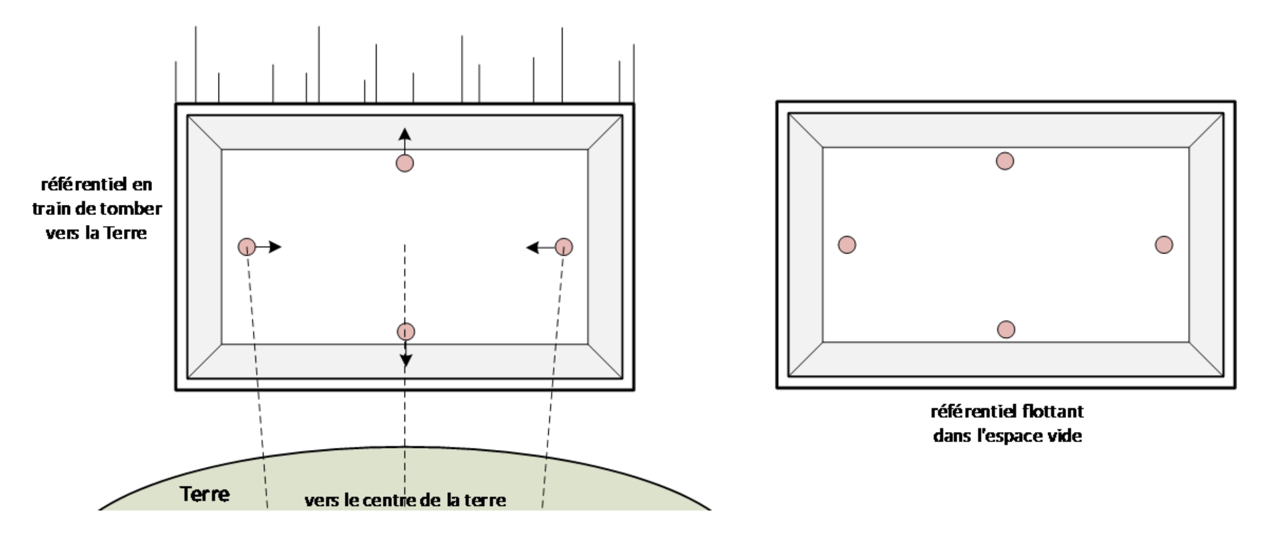
Cette déformation est un étirement, une contraction ou une torsion qui varient d'un point (événement) de l'espace-temps à un autre, donc d'un lieu à un autre et d'un instant à un autre. Dans l'espace-temps déformé par un champ de gravitation :

« La vitesse de la lumière dépend des coordonnées et du mouvement de l'observateur. »

« La longueur d'onde d'un rayonnement peut s'allonger ou raccourcir selon le lieu et le mouvement. »

Réalité de l'attraction gravitationnelle

Considérons dans la figure ci-dessous deux référentiels (par exemple liés à des ascenseurs).



Dans chacun des référentiels il y a 4 billes situées près des parois, du plafond et du plancher, comme sur le référentiel de droite qui flotte dans un espace sans attraction gravitationnelle.

Dans l'ascenseur de droite, qui ne subit pas de gravitation, les 4 billes ne subissent aucune force : elles restent immobiles par rapport à la cabine.

Si l'ascenseur de gauche tombe, attiré par la pesanteur terrestre :

- La bille près du plancher est plus proche du centre de la Terre que le centre de gravité de l'ascenseur : elle est donc attirée plus fort que lui et subit donc une force vers le bas, qui la plaque contre le plancher ;
- La bille près du plafond est plus éloignée du centre de la Terre que le centre de gravité de l'ascenseur : elle est donc attirée moins fort que lui et subit donc une force vers le haut, qui la plaque contre le plafond.

  L'effet de marée

  L'effet combiné de ces deux forces est appelé « effet de marée », parce que sur la Terre il explique les marées qui montent en deux points opposés alignés avec le centre de la Terre, et descendent en deux points à 90° de cette ligne (cet effet théorique est modulé par la forme des côtes et de leur plancher océanique).
- Les billes de droite et de gauche sont attirées vers le centre de la Terre dans des directions qui ne sont pas tout-à-fait parallèles, chacune formant un petit angle avec la verticale. Elles ont donc tendance à se rapprocher du centre de l'ascenseur.

Conclusion : la gravitation est bien réelle.

1.6.8 La gravitation ralentit le temps

Source : [110] page 244 note 8

Le temps est ralenti d'autant plus que la gravitation est intense

« Plus un champ de gravitation est intense, plus le temps y est ralenti. »

Ainsi, puisqu'en plaine on est plus près du centre de gravité de la Terre qu'en montagne, le champ gravitationnel y est plus fort et le temps s'y écoule moins vite : une horloge en plaine va plus lentement qu'une horloge en montagne, la première prend sur la seconde un retard tel que :

$$t_{montagne} - t_{plaine} = \frac{gh}{c^2} t_{plaine}$$

où :

- *g* est l'accélération de la pesanteur, 9.81m/s^2 ;
- *h* est la différence d'altitude en m ;
- *c est la vitesse de la lumière,* ~3 .10^{8}m/s.

Exemple : pour une différence d'altitude de *1000 m* et une durée t_{plaine} = *1 an* on trouve $t_{montagne}$ - t_{plaine} = *3.4 µs* (3.4 microsecondes). L'influence de la gravitation sur le temps est donc minuscule dans ce cas. La différence de vitesse d'écoulement du temps entre le sol et un avion a été mesurée en 1972 : voir [193].

Ralentissement du temps à l'approche d'un trou noir

Lorsqu'en venant de loin un observateur *A* approche à vitesse constante de l'horizon des événements d'un *trou noir*, un observateur lointain immobile *B* le voit aller de moins en moins vite, car le champ de gravitation du trou noir de plus en plus fort pour *A* en ralentit le temps. Quand *A* atteint l'horizon son temps vu par *B* s'arrête, il paraît immobile. Mais attention : la vitesse de passage du temps de *A* n'a pas changé !

Un corps en chute libre va vers un endroit où le temps passe plus lentement

Dans un champ gravitationnel un corps libre suit une géodésique ; il va naturellement vers un endroit où le temps passe plus lentement, attiré par la masse à l'origine du champ.

1.6.9 L'espace cosmique est un champ électromagnétique et gravitationnel

Une des idées révolutionnaires de la Relativité générale est le remplacement de l'espace newtonien, abstrait et vide, par un champ gravitationnel. En effet, Newton lui-même était dérangé par le pouvoir d'accès à distance de son attraction universelle. Il ne savait pas expliquer ce pouvoir, il savait seulement en calculer l'effet.

C'est Michael Faraday, au XIXe siècle, qui apporta un début de réponse. S'intéressant à l'attraction-répulsion de charges électriques et d'aimants, qui agissait elle aussi à distance, il eut l'idée de l'attribuer à un *champ de force* : il a postulé qu'en tout point de l'espace où s'exerce une telle attraction ou répulsion la force qui attire ou repousse est une grandeur vectorielle : elle a une direction, un sens et une valeur numérique. Par tout point de l'espace passe donc une ligne unique à laquelle un tel vecteur est toujours tangent et qu'on appellera *ligne de force*. Pour un aimant, par exemple, on peut obtenir facilement le tracé des lignes de force en saupoudrant une feuille de carton posée dessus de limaille de fer, dont les grains se comportent comme de petits aimants s'alignant avec les lignes de force locales (voir figure).

La notion mystérieuse d'action directe à distance de Newton se trouvait donc remplacée par celle d'un champ de force agissant sur des particules sensibles à l'électricité statique ou aux effets magnétiques d'un courant. Ce champ « transporte » la force correspondante dans tout l'espace où elle agit, ainsi que l'énergie accompagnant l'action.

Circulation d'une charge électrique dans un champ électrique

Lorsqu'une charge électrique se déplace du point *A* au point *B* dans un champ électrique ***E****(x,y,z)* dont elle subit la force, une énergie est mise en jeu : la *circulation du champ W* calculée par l'intégrale $W = \int_A^B \boldsymbol{E}.\boldsymbol{ds}$ le long du parcours considéré, où :

- ***ds*** est le vecteur déplacement élémentaire (*dx, dy, dz*) ;
- ***E.ds*** est le produit scalaire de ***E*** par ***ds***.
- *W* est le travail par unité de charge fourni par une charge positive dans son déplacement de *A* à *B*.

Potentiel d'un champ de force

Lorsque l'énergie *W* (en joules) ne dépend pas du parcours, mais seulement des positions de départ et d'arrivée *A* et *B,* on dit que le champ ***E***(x,y,z) (en volts/mètre) *dérive d'un potentiel*. Ce potentiel *V(x,y,z)* (en volts) est une fonction scalaire de la position dans le champ, dont on peut déduire le vecteur champ ***E(x,y,z)*** par une fonction gradient représentée par l'opérateur nabla **∇** :

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V$$

L'énergie cinétique fournie ou absorbée par une charge électrique se déplaçant dans un champ électrique est échangée contre de l'énergie potentielle du champ.

De même, dans un champ gravitationnel le déplacement d'une masse échange de l'énergie potentielle du champ contre une énergie cinétique, elle-même équivalente à une masse, selon la formule $E=mc^2$.

Ainsi, Faraday nous donna un modèle *qualitatif* de l'action de la force électrique et de la force magnétique. Et James Clerk Maxwell en fit un modèle *quantitatif* avec ses équations. Enfin, Einstein

s'inspira de ce modèle électromagnétique pour la gravitation : il postula en 1905 l'existence, dans le vide de l'espace, d'un champ de force gravitationnel dû aux masses ; mieux même, l'espace *était* ce champ porteur de force et non un vide abstrait.

« L'espace est un champ de forces électromagnétique et gravitationnelle superposées. »

1.6.10 La gravitation n'est pas due à la matière, mais à son énergie potentielle

Lectures préalables conseillées :

- *Energie* ;
- *L'espace cosmique est un champ électromagnétique et gravitationnel*.

Une expérience de pensée

Considérons un système de deux corps, la Terre et une météorite, que nous supposerons isolé dans l'espace et échappant à toute attraction gravitationnelle extérieure. Rapportons ce système à un repère lié à la Terre. Attirée par la Terre, la météorite tombe vers le sol à une vitesse accélérée, en échangeant de l'énergie potentielle contre de l'énergie cinétique. La variation d'énergie potentielle de la météorite ΔE provient d'une perte de masse du système Δm selon la loi $\Delta E=\Delta m.c^2$; l'énergie totale du système isolé reste constante en vertu du principe de conservation de l'énergie : la masse de la météorite diminue au fur et à mesure de sa prise de vitesse.

L'énergie potentielle ne se manifeste pas par une valeur absolue, mais seulement par une variation liée au déplacement de la météorite dans le champ gravitationnel de la Terre. Si, par convention, on attribue la valeur 0 à l'énergie potentielle d'une météorite située à l'infini, sa chute libre rendra cette énergie négative tandis que son énergie cinétique augmentera d'autant.

Conclusions

« Ce n'est pas la matière qui produit le champ gravitationnel, c'est l'énergie potentielle qu'elle contient et qu'elle peut fournir aux dépens de sa masse.

Cette énergie est celle de la force de gravitation, pas celle de la force électromagnétique, de la force nucléaire ou de la force faible. »

(Voir *Les 4 forces fondamentales de la nature*).

« Même en l'absence de "matière" visible, l'énergie potentielle correspondante produit de la gravitation. »

(Exemples : les trous noirs, la matière noire et l'énergie noire de l'Univers.)

(Voir *Proportions de matière baryonique, matière noire et énergie noire*.)

1.6.11 Equation d'Einstein

La Relativité générale décrit la courbure de l'espace-temps en tout point où agit une masse gravitationnelle. Voici l'équation d'Einstein, qui calcule cette courbure en fonction de sa masse-énergie :

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$$

où :

- $G^{\mu\nu}$ est un tenseur (tableau de 4 lignes x 4 colonnes) décrivant la courbure de l'espace-temps en un point. Nous définirons « tenseur » plus bas ;
- G est la constante universelle de gravitation G = 6.67259 .10^{-11} Nm^2/kg^2 ;
- c est la vitesse de la lumière c = 2.99792458 .10^8 m/s ;
- $T^{\mu\nu}$ est un tenseur décrivant la densité et le flux de masse-énergie en ce point.

Cette équation de tenseurs représente un système de 10 équations habituelles.

Elle constitue, avec les équations de calcul des géodésiques d'un espace-temps en tout point, l'essentiel de la Relativité générale ; ces équations permettent de calculer le déplacement d'un corps libre dans l'espace-temps.

L'équation d'Einstein a un nombre indéterminé de solutions… à deviner et vérifier
Il n'existe pas de méthode générale de résolution d'un tel système. Les solutions qu'on trouve sont toutes relatives à un problème physique particulier, où on *devine* une solution et on teste si elle vérifie l'équation d'Einstein. Cette approche utilise des symétries (invariances) physiques connues du problème.

Quand on ne connaît pas de symétrie ou qu'on n'en connaît pas assez, on résout le système d'équations sur un ordinateur, par calcul ; exemples : [208].

[122] page 8 résume la théorie de la Relativité générale en citant John Archibald Wheeler :

> « L'espace-temps dit à la matière comment se déplacer ;
> la matière dit à l'espace-temps comment se courber. »

Complément : Interprétation de l'équation d'Einstein.

1.6.12 Principe de relativité générale

Grâce aux tenseurs, le *Principe de relativité restreinte* peut être étendu :

> **« Une loi physique valable dans un référentiel localement inertiel est valable dans n'importe quel référentiel, muni de n'importe quel système de coordonnées et quel que soit son mouvement. »**

Cet énoncé est une extension considérable du *Principe de Relativité restreinte*, qui s'énonçait :

> « Les phénomènes mécaniques de la nature sont régis par les mêmes lois dans tous les référentiels galiléens. »

Complément : *Principe de relativité générale, extension du principe de relativité restreinte*.

Interprétation du principe de Relativité générale pour la loi « équivalence accélération=pesanteur »
Considérons un observateur dans un référentiel *R'* en mouvement par rapport à un référentiel *R*. Si cet observateur constate une accélération il peut, en vertu du *Principe d'équivalence des effets de l'accélération et de la pesanteur*, l'attribuer à un champ gravitationnel.

> C'est le cas, par exemple, d'un observateur à la périphérie d'un disque en rotation : il ressent l'accélération de la force centrifuge et peut l'attribuer à une gravitation centrifuge. Ainsi, dans un voyage vers Mars qui doit durer plusieurs mois et où les astronautes voudraient éviter de vivre longtemps en apesanteur, il suffirait que leur local d'habitation tourne autour d'un axe situé à une dizaine de mètres pour qu'ils ressentent une gravitation bienfaisante.

Par rapport à l'horloge d'un référentiel donné, l'horloge d'un autre référentiel marchera plus vite ou moins vite, selon sa position et le mouvement relatif de son référentiel ; exemple : *Paradoxe du voyageur de Langevin*.
On ne peut donc utiliser l'horloge d'un référentiel comme référence d'un autre référentiel : il n'y a pas de temps absolu, il n'y a que des temps relatifs.

1.6.13 Espace et temps dans un champ de gravitation

Source : [192] pages 104 et suivantes.

La Théorie de la Relativité générale a un domaine de validité étendu
Dans un champ de gravitation, et contrairement à la Relativité restreinte :

- **« Les rayons lumineux se propagent généralement en décrivant des trajectoires curvilignes. »**
- **« La vitesse de la lumière varie le long de sa trajectoire curviligne. »**
- **« Le temps passe à des vitesses différentes en des lieux différents. »**
- **« Une horloge tourne plus lentement qu'en l'absence de champ de gravitation. »**
  Exemple : une horloge à la périphérie d'un disque en rotation par rapport à son centre fixe prend du retard par rapport à une horloge au centre.
- **« Une horloge marchera plus rapidement ou plus lentement suivant sa position par rapport à un référentiel fixe. »**
  On ne peut donc donner une définition raisonnable du temps au moyen d'horloges qui sont au repos par rapport à un référentiel fixe.

- **« On ne peut définir la simultanéité entre deux événements distincts. »**
  Lire d'abord :
  - *Espace-temps de Minkowski* ;
  - *Les 3 genres possibles d'un intervalle d'événements : temps, espace ou lumière*.

  Soient deux événements *A* et *B* situés en des lieux distincts. Leur simultanéité peut être envisagée *du point de vue de l'un d'entre eux, par exemple A,* ou *du point de vue d'un autre lieu, C*.

  1. *Simultanéité du point de vue de A*
     - En l'absence de relation causale possible entre *A* et *B* (leur intervalle est du genre espace, *B* est hors du cône de lumière de *A*) la simultanéité n'a pas de sens pour *A*.
     - Si *B* est sur une droite de lumière de *A* (l'intervalle *AB* est du genre lumière) *A* et *B* apparaissent « à la même heure », *A* ne peut voir apparaître *B* en même temps que lui-même que si *B* est dans le passé de *A* ; mais alors *B* ne peut voir *A* en même temps que lui-même.
     - Si *B* est dans le cône de lumière de *A* (l'intervalle *AB* est du genre temps) aucune simultanéité n'est possible.
  2. *Simultanéité du point de vue du lieu C*

     C ne peut voir *A* et *B* se produire en même temps que dans un cas très particulier : si *B* est sur la droite de lumière de *A* et que leurs images simultanées arrivent au lieu de *C* à un instant du passé ou du futur où *C* peut les voir.

- Soient un point *A* de la périphérie d'un disque en rotation par rapport à un référentiel fixe *K* et une règle de longueur unité dans *K*. Depuis un point fixe *B* de *K* on verra la longueur de la règle diminuer si elle est tangente au disque, ou rester inchangée si elle est sur un rayon du disque :

  « Dans un champ gravitationnel un corps rigide se déforme pour s'adapter à la déformation de l'espace. »

  Soit un disque en rotation vu d'un repère fixe.
  « Le rapport des longueurs de sa circonférence à son rayon n'est pas 2π. »

- **« La notion de ligne droite n'a plus de sens. »**
  On ne peut donc définir ni un référentiel à axes perpendiculaires, ni les coordonnées *x, y, z, t* d'un événement : les lois de la nature établies pour un référentiel galiléen n'ont pas de sens précis.

  La Terre décrit une ellipse autour du Soleil parce que dans l'espace-temps courbé par celui-ci cette ellipse est, pour elle, une ligne droite (que l'on appelle géodésique). Voir *Postulat fondamental de la Relativité générale*.

Règles de définition de l'espace-temps relativiste

- **« L'espace-temps a 3 coordonnées d'espace et 1 coordonnée de temps. »**
- **« Différence entre espace et temps : alors qu'un objet peut se déplacer dans toutes les directions de l'espace, il ne peut aller que vers le futur. »**
  La coordonnée de temps diffère donc des coordonnées d'espace en ce qui concerne la causalité.

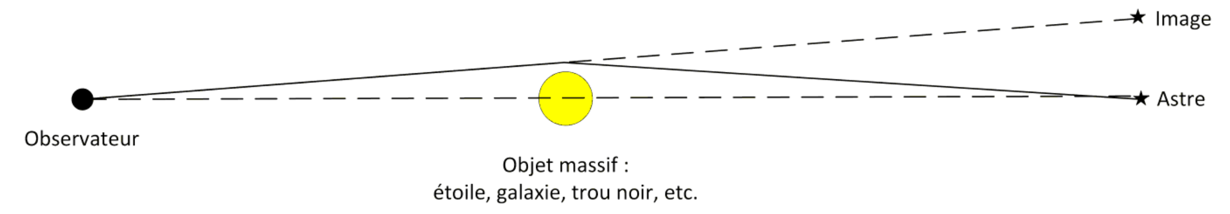
1.6.14 Déviation de la lumière d'un astre par un objet massif

Einstein a prévu dès 1915, en publiant la théorie de la Relativité générale, que la lumière d'une étoile passant très près d'un autre astre avant d'atteindre la Terre serait déviée ; dans le cas de la lumière d'étoiles passant au ras du Soleil, ce serait de 1.74 secondes d'arc. Du fait de la guerre et du temps nécessaire à quelques autres physiciens pour comprendre la Relativité générale, il a fallu attendre le 29 mai 1919 pour qu'une vérification expérimentale ait lieu lors d'une éclipse totale de Soleil. Cette vérification eut, de par le monde, un immense retentissement [103] : la Relativité générale, désormais vérifiée, précisait toutes les lois physiques sauf celles de la thermodynamique !

> Survenant un an après la fin de la guerre mondiale, qui avait fait des millions de morts, cette coopération entre un physicien allemand (Einstein) et deux astronomes anglais (Eddington et Crommelin) était un magnifique message de paix et d'espoir.

Apprenant la nouvelle, un journaliste alla voir Einstein et lui demanda :
« Qu'auriez-vous pensé si l'expérience n'avait pas confirmé votre théorie ? »
Einstein répondit : « J'aurais pensé que Dieu s'est trompé en créant l'Univers ».

En pratique, la position de nombreuses étoiles et galaxies que nous relevons est inexacte, leur lumière étant déviée par un astre lourd ou un trou noir situé sur la trajectoire de leur image.

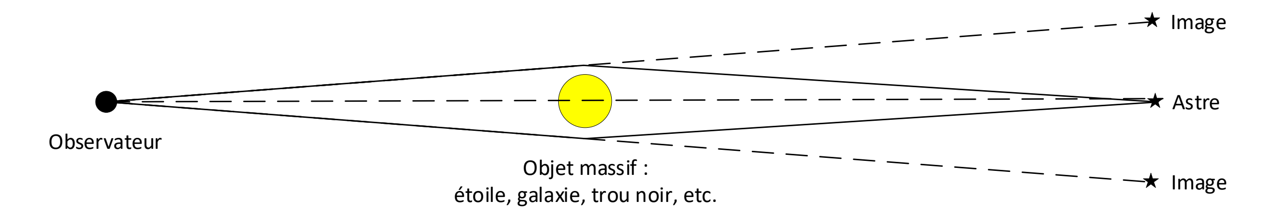


Déviation de l'image d'un astre par un objet massif

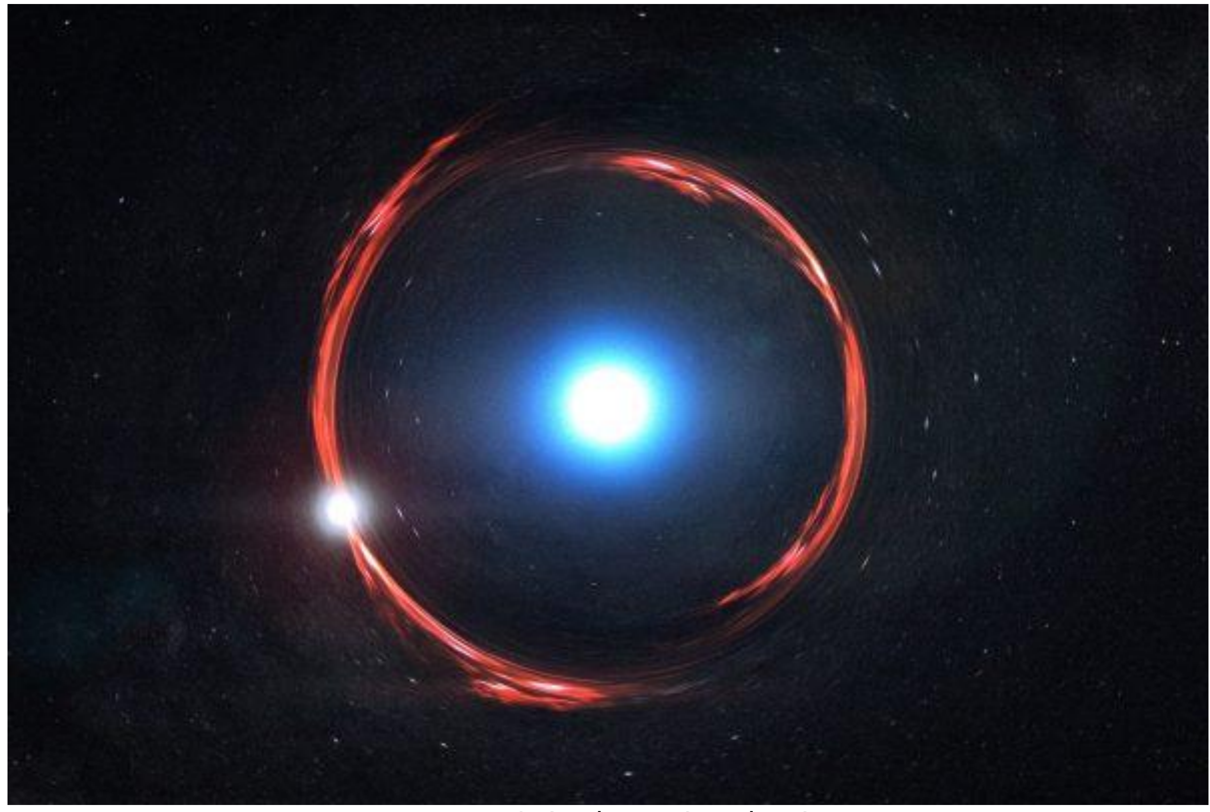
L'image de l'astre est déviée en passant près d'un objet massif : on le voit à côté de sa position réelle ; on peut même, parfois, en voir plusieurs images.

1.6.14.1 Lentilles gravitationnelles

La figure du paragraphe précédent, *Déviation de l'image d'un astre par un objet massif*, montre que si la source et l'observateur sont suffisamment éloignés de l'objet lourd ou de la singularité centrale, la déviation des rayons lumineux par le champ gravitationnel de la singularité peut former *deux* images de la source, l'une due aux rayons passant au-dessus, l'autre aux rayons passant en dessous.



Si en plus la source est parfaitement alignée avec un attracteur sphérique, l'observateur voit la source comme *un « anneau d'Einstein » entourant l'attracteur*.



Anneau d'Einstein © GeekMag Creative Commons

Si l'attracteur n'est pas suffisamment sphérique ou trop grand par rapport à la distance à la source, les déviations et déformations peuvent être différentes.

Amplification de la luminosité

La distorsion gravitationnelle amplifie la luminosité des images, effet précieux en astronomie où beaucoup d'images d'objets lointains sont extrêmement peu lumineuses. Cet effet est notamment utilisé pour voir une étoile naine blanche, une étoile à neutrons ou un trou noir lorsqu'ils passent derrière un astre lourd ; il arrive alors que les deux images créées soient si proches que l'instrument d'observation ne peut les séparer et que leurs lumières s'additionnent.

1.6.15 Pourquoi la gravitation n'a-t-elle pas fait s'effondrer l'Univers ?

Source : [112] page 37 et annexe B.

Le raisonnement de Newton

Ayant supposé que la matière pesante et attractive est répartie uniformément dans l'Univers, Newton s'est demandé comment il se fait qu'un effondrement gravitationnel n'ait pas encore eu lieu. L'explication qu'il a proposée est la suivante :

> « Par raison de symétrie, l'Univers ne s'est pas concentré en un point donné parce qu'il n'y a pas de point privilégié capable d'attirer toutes les masses ; et pour qu'un tel point n'existe pas, il faut que l'Univers soit infini ».

Ce raisonnement est faux.

- La matière peut se concentrer sous l'effet de la gravité sans avoir besoin de « centre attractif final » ; un tel centre est un état final éventuel, pas une condition initiale. Il n'y a pas de point ayant des propriétés particulières dans l'Univers, qui est homogène quelle que soit la position d'où on l'observe.
- Il est facile de démontrer que, dans un espace à densité de matière constante, le temps d'effondrement d'une sphère de rayon *R* sur elle-même est le même quel que soit *R*. Infini ou pas, l'Univers aurait dû s'effondrer aussi vite que n'importe quelle sphère de rayon arbitraire de son espace. Or il ne l'a pas fait.

Solution pour avoir un modèle d'Univers statique : la constante cosmologique

Connaissant ce problème de non-effondrement et acceptant l'hypothèse de densité constante à grande échelle de l'Univers, Einstein a modifié son équation donnant la déformation de l'espace en fonction de la densité de masse-énergie (voir *Equation d'Einstein*) en ajoutant une « constante de gravitation négative » ayant un effet répulsif (pression négative) sur l'espace-temps, appelée *constante cosmologique*. Il a ainsi obtenu un modèle d'Univers statique, auquel il croyait *a priori*, et auquel il a renoncé en regrettant son erreur lorsqu'il a connu l'expansion de l'Univers découverte par Hubble en 1929.

La constante cosmologique d'Einstein n'a pas un effet uniforme de compensation de la gravitation, car un tel effet irait contre le but même de l'équation d'Einstein. L'effet de stabilisation augmente avec la distance : il est négligeable à l'échelle d'une galaxie (50 000 à 100 000 années-lumière), et fort aux échelles de l'ordre du milliard d'années-lumière.

Au total, l'Univers de la Relativité générale d'Einstein est homogène et isotrope, couple de propriétés qu'on a appelé en 1933 *Principe cosmologique*.

1.6.16 Constante cosmologique : les détails

La géométrie de l'espace de l'Univers, conséquence de sa densité moyenne

Voir le paragraphe *Dilatation d'espace à densité d'énergie constante*, notamment sa figure représentant les trois géométries spatiales de l'Univers.

Selon sa densité moyenne à très grande échelle ρ, l'Univers peut :

- Se contracter sous l'effet de la gravitation qui tend à rapprocher les galaxies et leurs étoiles et à concentrer les nuages de poussière ; l'espace de l'Univers serait alors sphérique, la somme des angles d'un triangle dépassant 180° ;
- Se dilater sous l'effet d'une gravitation négative, dont nous parlerons plus loin, la somme des angles d'un triangle étant inférieure à180° ;
- Rester "plat" avec un espace dit euclidien où la somme des angles d'un triangle est égale à 180° : c'est notre espace habituel, celui de physique de Newton.

La densité moyenne ρ est alors voisine d'une densité critique $\rho_0 = 9 . 10^{-27}$ kg/m^3 correspondant à 6 atomes d'hydrogène par mètre cube d'espace (l'hydrogène est de loin l'élément dont la masse domine la somme des masses des autres).

Introduction de la constante cosmologique

Voir d'abord plus haut le paragraphe *Equation d'Einstein*.

L'équation d'Einstein, écrite précédemment sous une forme concise, peut être développée pour séparer les tenseurs d'énergie-impulsion décrivant la matière $T^{\mu\nu}$ et d'énergie-impulsion décrivant l'espace vide $T^{\mu\nu}_{vide}$:

$$G^{\mu\nu} = 8\pi G(T^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}_{vide}), \text{ où } T^{\mu\nu}_{vide} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu} \text{ et } \frac{\Lambda}{8\pi G} \approx 7 . 10^{-27} \, kg/m^3$$

Constante cosmologique Λ, une densité d'énergie négative

Sous cette forme apparaît un terme en Λ (prononcé "grand lambda") qui représente une *densité moyenne d'énergie de l'Univers négative* lorsque $\Lambda>0$. Cette densité d'énergie existe même en l'absence de matière, c'est-à-dire dans un espace vide où la densité de matière $\rho=0$.

Einstein a ajouté la constante cosmologique en 1917 à sa théorie de la Relativité générale de 1915, pour que son effet expansif, antigravitationnel $T^{\mu\nu}_{vide}$ sur l'Univers équilibre l'effet attractif du terme $T^{\mu\nu}$, produisant ainsi un espace statique.

(En 1922, le mathématicien soviétique Alexandre Friedmann abandonna l'hypothèse de l'Univers statique de la Relativité générale et montra, à partir de l'équation d'Einstein, comment l'Univers pouvait évoluer selon les densités d'énergie de la matière, du rayonnement et du vide.
Voir *Equation de Friedmann décrivant l'expansion ou la contraction de l'Univers*.)

Einstein accepta les résultats de Friedmann et supprima sa constante cosmologique – *à tort, car les découvertes ultérieures l'ont rendue indispensable*.

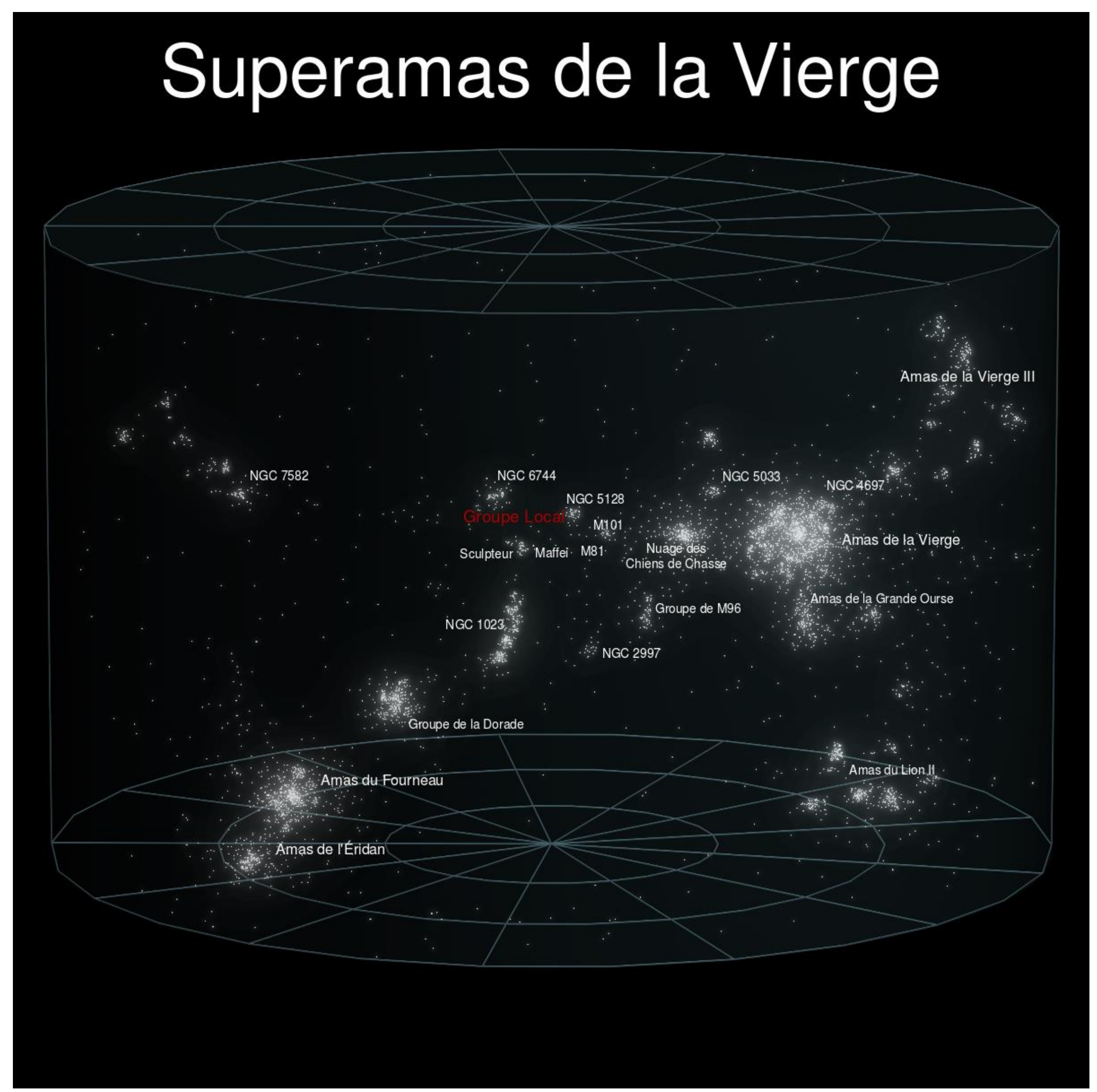
Une gravité négative et ses conséquences

Découverte expérimentalement en 1998, la densité d'énergie négative de la constante cosmologique implique une gravité négative, et une *pression de répulsion de l'espace-temps qui existe même sans masse ni rayonnement, du seul fait de l'existence de cet espace-temps*. La présence de cette constante entraîne :

- Une attraction gravitationnelle un petit peu plus faible qu'en l'absence de cette densité d'énergie négative, effet insignifiant en pratique à une échelle allant jusqu'aux amas de galaxies (environ 300 millions d'années-lumière [207]) ;
- A l'échelle très grande d'un super-amas de galaxies (environ 1 milliard d'années-lumière), l'existence de l'énergie noire, dont l'effet domine celui de la gravitation et qui implique une *expansion accélérée de l'Univers*.

  « A grande échelle l'espace-temps de l'Univers est dominé par une gravité négative entraînant une expansion accélérée. »

  L'énergie noire représente 73% de l'énergie totale de l'Univers, la matière noire 23% et les 4% restants la matière ordinaire : étoiles, gaz et poussière interstellaires. Nous n'avons pas, en 2019, de connaissances concernant la nature physique de la matière noire et de l'énergie noire ; seul leur effet gravitationnel est observé.



Super-amas de la Vierge : environ 10 000 galaxies étalées sur 200 millions d'années-lumière et représentant environ 10^{15} masses solaires. Notre galaxie fait partie d'un amas local situé près d'une extrémité de ce super-amas entourant l'amas de la Vierge.
© Wikipedia Creative Commons.

1.6.17 Géométrie et expansion de l'Univers résultant de la Relativité générale

La Relativité générale d'Einstein décrit l'Univers à un instant donné : elle ne s'occupe pas de son évolution. C'est pourquoi un spécialiste de physique mathématique russe, Friedmann, a déduit en 1922-1924 des équations d'Einstein un modèle dynamique de l'Univers qui en décrit l'évolution.

Théorie de Friedmann décrivant l'évolution de l'Univers "gaz de galaxies"

Alexandre Friedmann était un mathématicien et astrophysicien russe. Avant ses travaux, la Relativité générale décrite par Einstein et de Sitter était une cosmologie statique ; Friedmann y ajouta une dimension évolutive qui apporta une théorie fondamentale :

> **« L'Univers est en expansion.** »
> Cette découverte théorique a été vérifiée cinq ans plus tard par Hubble.
>
> **« L'Univers est né extrêmement petit et a grandi tout en se refroidissant. »**
> C'est l'annonce du Big Bang.
>
> **« Une inflation très rapide à densité d'énergie constante, créant de la masse-énergie à partir de l'énergie potentielle du vide, est possible. »**
> C'est l'annonce de l'inflation de l'Univers.

Dans le modèle d'Univers de Friedmann, la densité d'énergie *a(t)* est toujours la même partout à un instant *t* donné, préservant l'homogénéité de l'espace, mais elle peut changer dans le temps avec l'expansion. Friedmann n'avait pas besoin de constante cosmologique Λ, mais il étudia les solutions sans elle et avec elle en démontrant une équation, *l'équation de Friedmann*, qui décrit l'expansion ou la contraction de l'Univers en fonction du temps et des trois densités d'énergie : matière, rayonnement et énergie potentielle du vide.

Un précurseur de l'expansion de l'Univers et du Big Bang
Friedmann utilisa son équation pour calculer l'âge de l'Univers, instant avant l'expansion où il était réduit à un point, et trouva plusieurs dizaines de milliards d'années avec les données imprécises dont il disposait. Mort en 1925, il ne savait pas que Hubble prouverait expérimentalement cette expansion en 1929 (voir *L'univers en expansion*).

Equation de Friedmann
Le modèle d'univers de Friedmann assimile l'espace à un gaz de galaxies homogène à grande échelle utilisant trois variables principales, en plus de la constante cosmologique Λ :

- Le facteur d'échelle *a(t)* mesurant l'expansion de l'espace en fonction du temps par le rapport $a(t)/\bar{r}$ à la *distance comobile* $\bar{r}$ du point considéré par rapport à l'origine arbitraire (instant présent) ; aujourd'hui *a(t)*=1.

  (Les coordonnées comobiles sont définies comme fixes par rapport à un espace en expansion).
- La densité d'énergie du gaz ρ_0 ;
- La pression du gaz p_0.

Les 3 types de densité d'énergie de l'Univers
La densité d'énergie en un point de l'Univers est la quantité d'énergie (en joules) par mètre cube de volume en ce point.

Il y a 3 sortes de densité d'énergie : matière ρ_m, rayonnement ρ_r et vide ρ_v.

- *La matière* est celle de la masse des galaxies et de la matière noire.
  La *densité d'énergie* ρ_m de la matière de l'Univers est inversement proportionnelle au cube du facteur d'échelle *a*.
- *Le rayonnement* est celui d'un gaz de photons, neutrinos, etc.

  La densité d'énergie du rayonnement ρ_r de l'Univers est inversement proportionnelle à la puissance 4 du facteur d'échelle *a*.

  La température absolue *T* de tout rayonnement varie comme l'inverse du facteur d'échelle *a*. D'où l'importante conséquence :

  « L'expansion de l'Univers a entraîné un refroidissement. »
- *L'énergie du vide* est l'énergie potentielle de la constante cosmologique, qui s'ajoute à l'énergie-impulsion du rayonnement ; sa densité d'énergie est prise en compte comme les autres. D'où les conséquences :

  « La densité d'énergie du vide est constante dans tout l'Univers ; elle ne varie pas avec le facteur d'échelle. »

  « L'espace a pu se dilater, lors de l'inflation, à densité d'énergie constante, donc *en créant de l'énergie à partir de l'énergie potentielle du vide, qui diminuait d'autant.* » Pendant l'inflation l'Univers a grandi en créant de la masse-énergie à partir de l'énergie potentielle du vide.

« La matière se comporte comme une simple force gravitationnelle attractive » ;
« Le rayonnement se comporte comme le potentiel d'une force attractive en $\frac{1}{a^3}$ »;
« L'énergie du vide se comporte comme une force répulsive de type ressort. »

On peut déduire de l'équation de Friedmann la loi d'expansion de l'Univers de Hubble : $v = Hd$, où v est la vitesse d'éloignement d'une galaxie, d est sa distance et le coefficient H est la constante de Hubble ; à l'époque actuelle, où *a(t)=1* et pour des galaxies assez proches, la valeur de H est H_0 = 67.15 km/s/Mpc
(1 mégaparsec Mpc = 3.26 millions d'années-lumière).

L'expansion de l'Univers dépend alors de la densité totale d'énergie ρ_{tot} telle que :

$$\rho_{tot} = \rho_m + \rho_r + \rho_v$$

et la géométrie de l'Univers dépend de la valeur de ρ_{tot} par rapport à une densité critique $\rho_c = \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$
où G est la constante de gravitation $G = 6.67259 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2.
Or ρ_c=9.10^{-27} kg/m^3, ce qui correspond à environ 6 atomes d'hydrogène par m^3.

« La densité de l'Univers correspond à 6 atomes d'hydrogène par mètre cube. »

On prend l'habitude de comparer les densités d'énergie de matière, de rayonnement et du vide à ρ_c au moyen des 3 paramètres sans dimension $\Omega_{m,\ r,\ v}$ définis par :

$$\Omega_m = \frac{\rho_{m0}}{\rho_c}, \qquad \Omega_r = \frac{\rho_{r0}}{\rho_c}, \qquad \Omega_v = \frac{\rho_v}{\rho_c} \qquad (\Omega)$$

et on pose $\Omega = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_v$. Il y a alors 3 cas (voir figure) :

- Si $\Omega > 1$ la géométrie de l'espace de l'Univers est sphérique ;
- Si $\Omega < 1$ la géométrie de l'espace de l'Univers est hyperbolique ;
- Si $\Omega = 1$ la géométrie de l'espace de l'Univers est plate, c'est-à-dire euclidienne.
  Or la valeur mesurée de Ω est très proche de zéro, donc :
  « L'Univers est plat, infiniment grand et ouvert. »

1.6.18 Evolution de l'Univers résultant des recherches les plus récentes

La densité d'énergie constatée est donc si proche de la densité critique que les scientifiques considèrent l'Univers comme *plat, infiniment grand* et *ouvert.*

L'expansion actuelle accélère, après avoir décéléré après le Big Bang pendant 8 à 9 milliards d'années.

Avec $\Omega_m = 0.272$, $\Omega_r = 0.000084$ et $\Omega_v = 0.728$, les calculs montrent l'évolution :

Age de l'Univers t en milliards d'années	*facteur d'échelle a(t)*
0	0.00
1.7	0.20
5.0	0.45
7.5	0.60
10.0	0.75
aujourd'hui 13.8	1.00
20.0	1.53
23.0	1.90

Accélération de l'expansion :
valeurs du facteur d'échelle *a(t)* en fonction du temps *t*

Ainsi, lorsque l'Univers aura 20 milliards d'années, son rayon sera 1.53 fois plus grand qu'aujourd'hui, où il est de 47 milliards d'années-lumière.

1.6.19 Preuves expérimentales de la Relativité générale

Source : [1m]

Nous avons déjà cité des preuves expérimentales de la Relativité générale aux paragraphes suivants :

- *Précession du périhélie des orbites des planètes* ;
- *Déviation de la lumière d'étoiles par la gravité solaire*.

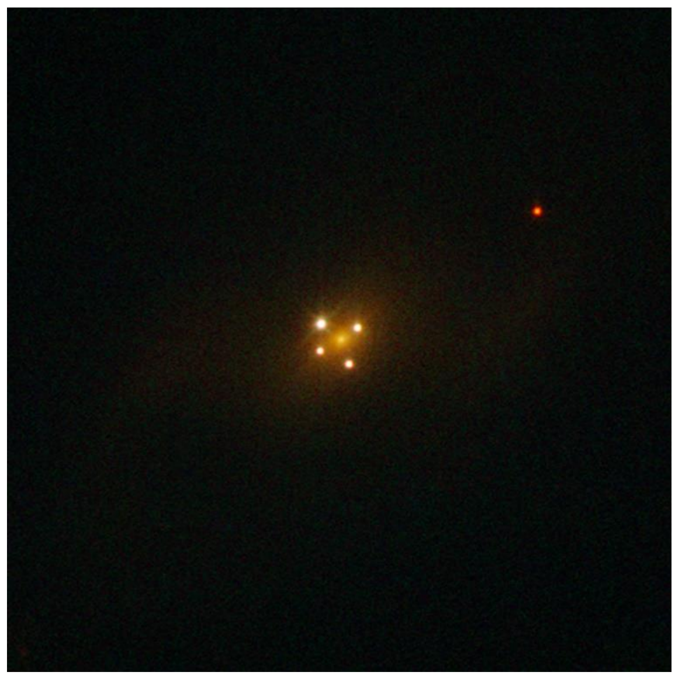
En voici d'autres.

1.6.19.1 Décalage spectral des fréquences dans un champ gravitationnel

Appelé aussi *effet Einstein*, ce décalage a été mesuré dans des expériences terrestres entre des noyaux émetteurs et des noyaux identiques placés à quelques dizaines de mètres de distance verticale ; la prédiction théorique a été vérifiée avec une précision de 5% environ. Elle a également été vérifiée dans l'observation du spectre émis par la surface de l'étoile naine blanche Sirius B [274].

1.6.19.2 Mirages gravitationnels

Un astre (étoile, galaxie) visible *A*, se trouvant sur la ligne de visée d'un astre très massif plus proche *P*, parfois invisible comme un trou noir, est souvent vu sous forme de plusieurs images A_1, A_2, etc. Ces mirages témoignent de la déviation des rayons lumineux dans un champ gravitationnel.



Mirage gravitationnel de la "Croix d'Einstein" créé par la Galaxie UZC J224030.2+032131
© NASA – Hubble Space Telescope 23/01/2012 – Creative Commons

Le champ gravitationnel de la galaxie au centre, UZC J224030.2+032131 (distance : 1 milliard d'années-lumière), dévie et amplifie la lumière d'un quasar lointain (distance : 11 milliards d'années-lumière) situé derrière, créant les 4 images qui l'entourent. La différence d'alignement de la galaxie et du quasar est seulement de 0.05 seconde d'arc, permettant l'effet de lentille gravitationnelle qui crée le mirage.

1.6.19.3 Retard des signaux passant près du Soleil (effet Shapiro)

On a vérifié que l'écho radar d'une planète (Mercure), d'une sonde spatiale (Mariner-6 et 7) ou des stations Viking sur Mars met plus de temps à revenir sur la Terre si l'onde radar passe près du Soleil. Ce retard est causé par le champ gravitationnel du Soleil, qui allonge le trajet lumineux par rapport à la ligne droite et ralentit l'écoulement du temps" ; c'est *l'effet Shapiro* (détails : [215]).

1.6.19.4 Ondes gravitationnelles (autre "effet Einstein")

Avant de décrire les ondes gravitationnelles nous avons besoin de définir le phénomène des *pulsars*, source systématique de ces ondes en présence d'un autre astre lourd voisin.

1.6.19.4.1 Pulsar

Définition

Le mot pulsar, abréviation de *pulsating radio star*, désigne une étoile qui émet des trains d'ondes électromagnétiques de fréquence radio groupés en pulsations très rapides de période extrêmement régulière. Ces ondes sont détectées par des radiotélescopes comme celui que nous avons en France à Nançay.



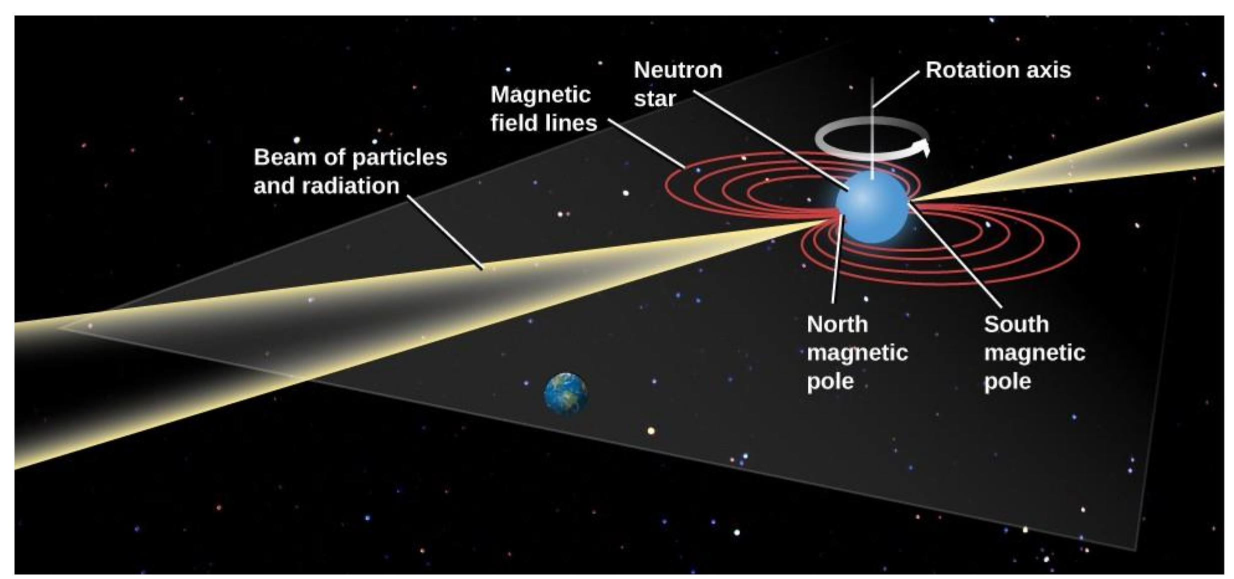
Radiotélescope de Nançay (l'un des plus grands du monde) - © Creative Commons
Réflecteur plan : 200m x 40m en 10 panneaux indépendants entraînés par des treuils.
2ème réflecteur : sphère de rayon 560m centrée à 100m du réflecteur plan.
3 antennes sur un chariot focal roulant sur une voie ferrée de 100 m de long ;
3 bandes de fréquences ~1400 Mhz (21cm), ~1660 Mhz (18cm) ~3330 Mhz (9cm)

Caractéristiques d'un pulsar

- Etoile à neutrons (donc extrêmement dense, composée presque entièrement de neutrons et d'un diamètre ne dépassant guère 20 km).
- Masse entre 1.18 et 1.97 fois celle du Soleil, la plupart ~1.35 fois.
- Formation : effondrement sous son propre poids du noyau d'une étoile qui explose en supernova et subit une fantastique compression gravitationnelle.

  Les neutrons de la surface de l'étoile se décomposent en protons et électrons, et subissent un champ magnétique de l'ordre de 10^{12} gauss (colossal, comparé au champ magnétique terrestre de ~0.5 gauss). Ce champ magnétique entoure l'étoile et tourne avec elle.
- Les particules chargées sont accélérées par le champ magnétique à des vitesses approchant la vitesse de la lumière, *c*, et émettent des ondes électromagnétiques par *rayonnement synchrotron*. Ces ondes, sortant des pôles magnétiques de l'étoile sous forme de faisceaux très étroits, tournent avec elle.
  Lorsqu'un de ces faisceaux atteint la Terre, elle reçoit une bouffée d'ondes radio.

Rayonnement synchrotron
Toute particule qui a une charge électrique et subit une accélération émet des ondes électromagnétiques appelées *rayonnement synchrotron*.
C'est ainsi que les électrons qui oscillent le long d'une antenne émettent des ondes électromagnétiques utilisées par toutes les communications sans fil : radio, télévision, téléphone, etc.



Principe d'un pulsar – Licence Creative Commons
En général, l'axe des pôles magnétiques et des faisceaux est bien moins incliné par rapport à l'axe de rotation nord-sud que celui de la figure

Fréquences des bouffées d'ondes d'un pulsar
La période d'un pulsar donné, intervalle de temps entre deux bouffées reçues, *est extrêmement stable*, variant entre 11.8 secondes et 1.3 milliseconde (correspondant à une étoile qui tourne sur elle-même 716 fois par seconde). Cette vitesse de rotation est limitée à ~3000 tours/seconde par la force centrifuge qu'elle génère à l'équateur, force qui pourrait la faire se disloquer malgré l'énorme attraction gravitationnelle.

Conformément à la Relativité générale, la période d'un pulsar décroît au fur et à mesure que les ondes électromagnétiques émises emportent de l'énergie ; ordre de grandeur de cette décroissance : 10^{-6} seconde par an.

Remarque : Si nos montres avaient la même fidélité comme garde-temps qu'un pulsar, nous pourrions vivre 100 ans avec la même montre en étant certains qu'elle a toujours l'heure juste à 1 dix-millième de seconde près…

Le cas du pulsar PSR B1913+16
Voir [216], [217], [218]
Cette étoile à neutrons est associée en système binaire avec une autre étoile à neutrons, chacune tournant autour de l'autre (autour de leur centre de gravité commun) en 7.75 heures, à une vitesse de l'ordre de ~300 à 400 km/s et à une distance d'environ 1 million de km (~1.5 fois le rayon du Soleil).

Remarque : Comme la stabilité des impulsions reçues d'un système binaire comprenant un pulsar est très grande, on peut mesurer leur décalage Doppler avec une précision considérable et en déduire de nombreuses caractéristiques du système. Voir *Effet Doppler*.

Conformément aux prédictions de la Relativité générale (voir *Précession du périhélie des orbites des planètes*), l'énorme attraction gravitationnelle entre ces étoiles fait que leurs orbites subissent une rotation du périhélie considérable de 4.23 degrés par an (35000 fois plus que la rotation du périhélie de Mercure de 43 secondes par siècle).

Le champ gravitationnel extrême régnant entre les deux étoiles affecte aussi la régularité des pulsations du système, en émettant des ondes gravitationnelles qui emportent une part de leur

énergie cinétique : la distance entre les étoiles diminue d'environ 1cm par jour, et les deux étoiles finiront :

- soit par fusionner en un trou noir,
- soit par la destruction de l'une d'elles par les forces de marée gravitationnelle de son interaction avec l'autre, dont la force d'attraction oscille constamment.

PSR B1913+16 fut le premier pulsar binaire rayonnant des ondes gravitationnelles découvert. Cette découverte fut jugée si importante que ses auteurs, Russell Alan Hulse et Joseph Hooton Taylor, Jr., reçurent le prix Nobel de Physique 1993.

Le cas du pulsar PSR J1748-2446

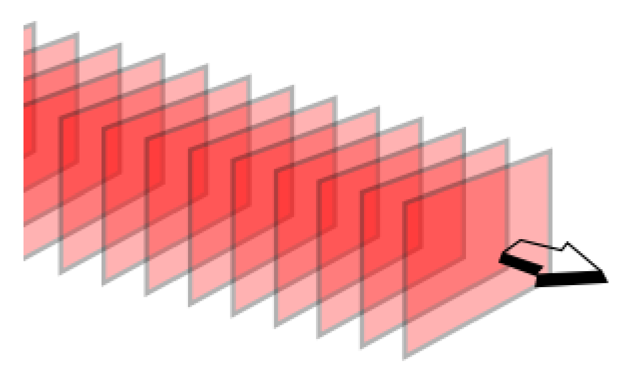
Source : [302]
Ce pulsar tourne sur lui-même 716 fois par seconde, plus vite que n'importe quel autre pulsar connu. Il fait partie d'un système binaire, dont l'autre étoile est une géante issue d'une naine (masse 1/7 de celle du Soleil) dont l'atmosphère a gonflé. Ces étoiles tournent l'une autour de l'autre en 26 heures. Voir aussi [303].

1.6.19.4.2 Ondes gravitationnelles

Généralités

Dans sa Relativité générale, Einstein prédit l'existence d'ondes gravitationnelles.
Une onde gravitationnelle est une variation de la métrique de l'espace-temps, c'est-à-dire une onde de compression et dilatation de l'espace qui se propage comme les variations de pression d'une onde sonore. Elle est due au mouvement relatif de très lourdes masses, comme celles des deux étoiles à neutrons d'un système binaire qui tournent l'une autour de l'autre.

On a observé des ondes gravitationnelles : [194], [219], [220]



Onde plane : plusieurs plans d'onde successifs (surfaces d'égale phase d'une onde dont tous les points sont simultanés) se propagent selon la direction de la flèche

Une onde gravitationnelle plane est la *combinaison linéaire* de deux polarisations, appelées respectivement « droite » et « oblique ».

La propagation d'une onde gravitationnelle s'effectue à la vitesse de la lumière, *c*.

La faiblesse de la force de gravitation par rapport à la force électromagnétique fait que la variation des longueurs d'espace due à l'onde gravitationnelle est minuscule (10^{-30} à 10^{-20} en valeur relative), donc très difficile à détecter. Il faut détecter un allongement ou une contraction de l'ordre de 10^{-18} m, 1000 fois plus petite qu'un proton !

Les ondes gravitationnelles étant quadrupolaires, leur effet a des signes opposés dans deux directions orthogonales : pendant qu'une longueur Nord-Sud s'allonge, une longueur Est-Ouest rétrécit.

Les ondes gravitationnelles se détectent par interférométrie laser dans des instruments en forme de L dont les branches ont plusieurs km de longueur [219].

Sources de rayonnement gravitationnel

Tout mouvement de matière entraîne l'émission d'ondes gravitationnelles, mais les allongements-rétrécissements qui atteignent la Terre sont extrêmement petits, de l'ordre de 10^{-18} m – 1000 fois plus petits qu'un noyau atomique ; on ne peut les détecter que pour des événements extrêmement énergétiques, comme :

- L'effondrement gravitationnel d'un astre massif en fin de vie (supernova) créant une étoile à neutrons ou un trou noir ;
- La fusion de deux trous noirs ou d'une étoile avec un trou noir [221] ;
- Le déplacement relatif du centre de gravité d'un système binaire d'étoiles à neutrons (comme PSR 1913+16).
- Le déplacement d'un amas de galaxies avec une masse de l'ordre du dixième de celle du superamas de Persée. Ce dernier, qui compte des milliers de galaxies baignant dans un nuage de gaz à une température de plusieurs millions de degrés, constitue un des plus gros objets de l'Univers. Distant de 240 millions d'années-lumière, il se déplace à une vitesse de 5366 km/s par rapport à la Terre.

  On a découvert en 2017 qu'un petit (!) amas de galaxies qui se déplace par rapport au superamas y produit une perturbation gravitationnelle sur une étendue de 200 000 années-lumière (deux fois le diamètre de notre galaxie), avec des ondes géantes dont la période se compte en millions d'années. [220].

L'orbite elliptique des planètes faisant varier leur distance au Soleil, leur parcours des orbites émet des ondes gravitationnelles. Mais celles-ci sont trop faibles pour être détectées, et leur chute en spirale vers le Soleil par perte d'énergie potentielle est insignifiante.

Amplitude et énergie des ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles arrivant sur la Terre ont une amplitude droite ou oblique très faible.

> Exemple : Au passage d'une onde d'amplitude moyenne, la distance entre deux particules libres éloignées de 1000 km varie avec une amplitude de l'ordre de 10^{-14}m - à peu de chose près le diamètre d'un gros noyau atomique ; les particules se mettent à osciller l'une par rapport à l'autre, gagnant donc de l'énergie cinétique.

Une onde gravitationnelle de fréquence 1 kHz ayant l'amplitude de l'exemple précédent transporte une intensité énergétique de 30 W/m² (c'est-à-dire 1/30 de l'intensité lumineuse reçue du Soleil). Elle génère des déplacements si faibles parce que la matière ne l'absorbe pratiquement pas.

Dans un système binaire d'étoiles à neutrons tournant très vite l'une autour de l'autre, les ondes gravitationnelles générées emportent de l'énergie potentielle : peu à peu les étoiles se rapprochent et finiront par fusionner, ou l'une d'elles éclatera sous l'effet des marées gravitationnelles.

1.6.20 Particules virtuelles - Electrodynamique quantique

La Mécanique quantique est non-relativiste, en ce sens qu'elle suppose que la gravitation n'a pas d'effet sur les masses, que les particules ne peuvent être ni créées ni détruites, et que leurs vitesses restent suffisamment faibles, donc que l'espace et le temps sont ceux de Newton. Pour lever cette hypothèse, on a créé *l'électrodynamique quantique*.

L'électrodynamique quantique fait la synthèse de la Mécanique quantique, de la Relativité restreinte et des équations de Maxwell de l'électrodynamique classique. Cette théorie décrit mathématiquement les interactions des particules chargées électriquement (électron, proton, quark…) avec un champ électromagnétique et avec d'autres particules chargées.

L'électrodynamique quantique permet des vérifications très précises des postulats et méthodes mathématiques de la Mécanique quantique. Ces vérifications ont été d'une précision extraordinaire dans de nombreuses expériences, par exemple en fournissant la valeur du moment magnétique d'un électron avec une précision relative de 10^{-8}. Cette précision est celle qu'aurait une mesure de la distance Paris-New York à quelques centimètres près !

Non seulement cette précision est un exemple intéressant de la prédictibilité du déterminisme statistique en matière de physique quantique, mais l'électrodynamique quantique met en lumière aussi

d'autres aspects de cette physique. Ainsi, par exemple, l'interaction entre deux particules chargées se fait par échange de « photons virtuels », chacun représentant un quantum d'énergie. Ces photons sont *virtuels* car il n'existe aucun moyen de les capturer pour les voir. Ils se manifestent en agissant comme des forces quantifiées qui transmettent leur énergie entre deux particules mobiles en interaction, dont le vecteur vitesse change de direction et de grandeur lorsqu'elles émettent ou absorbent un tel photon. Ainsi donc, une force peut agir entre deux particules, par exemple lors d'un choc, en transmettant un quantum d'énergie ou plusieurs, et *cette action est parfaitement déterministe dans le cadre d'un déterminisme statistique prenant en compte des discontinuités quantifiées*.

Antiparticules

Autre ajout à la Mécanique quantique, l'électrodynamique quantique introduit, pour chaque particule, une *antiparticule* de même masse et même spin, mais avec des propriétés de charge électrique, moment magnétique et saveur opposées : le positron correspond ainsi à l'électron, l'antiproton au proton, etc.

Une particule qui rencontre son antiparticule peut s'annihiler avec elle en libérant une énergie égale à la masse disparue, conformément à la Relativité ($E = mc^2$). Inversement, un photon d'énergie électromagnétique peut parfois se transformer en matière, par exemple en une paire électron-positron. Enfin, un électron et un positron peuvent s'associer en un atome appelé *positronium*, où le positron constitue le « noyau » autour duquel tourne l'électron.

Mais, hélas, l'électrodynamique quantique est une science inachevée. Il y a des cas où elle prédit des valeurs infinies, physiquement inacceptables. Ce problème a été résolu dans des cas particuliers par une méthode appelée *renormalisation*, qui consiste à prendre en compte l'interaction d'une particule chargée avec son propre champ électromagnétique et à utiliser certaines astuces mathématiques. Le problème de fond est que, malgré les succès et la précision de la partie achevée de cette science, il reste des phénomènes inexpliqués sur lesquels les théoriciens travaillent, notamment une théorie quantique de la gravitation [272].

1.7 La conscience et le cerveau interpréteur

Ce chapitre décrit la nature et le fonctionnement de la *conscience d'un objet* et de la *conscience de soi* : pour une personne, qu'est-ce que « avoir conscience de » ? Comment son esprit passe-t-il de perceptions des sens et d'abstractions diverses à l'impression de conscience ? Qu'est-ce que la conscience en tant qu'ensemble de phénomènes psychiques ?

Sources : [51], [52], [42], [44]

1.7.1 La conscience, ensemble de processus interpréteurs

Le texte suivant résume le fonctionnement de la faculté *psychique* de conscience. Voici des définitions dont nous aurons besoin.

> *Psychisme*
> Le substantif psychisme désigne l'ensemble, conscient ou inconscient, considéré dans sa totalité ou partiellement, des phénomènes et *processus* relevant de l'esprit, de l'intelligence et de l'affectivité, et constituant la vie psychique. Cet ensemble comprend les phénomènes conscients, relevant de l'état d'éveil, et les phénomènes non conscients, présents que le sujet soit éveillé ou non.
> Voir aussi : sens psychique.
>
> *Processus*
> Un processus est l'action d'un mécanisme mental d'un sujet ; c'est un enchaînement d'opérations exécutant des fonctions psychiques :
>
> - Elaboration de concepts (conceptualisation) ;
> - Fonctions *cognitives* ;
>
>   *Cognition (substantif)*
>   Ensemble des facultés mentales d'acquisition, de gestion et d'utilisation des connaissances, notamment les fonctions entendement et mémoire. Elle traduit des représentations d'objets réels en symboles conceptuels et raisonne sur ces symboles.
> - Jugements d'une affirmation (jugements vrai/faux et jugements de valeur) ;
> - Raisonnements (déduire une affirmation d'autres, tenues pour vraies ; chercher un enchaînement de concepts produisant un résultat désiré…) ;

- Organisation par l'entendement et la raison de connaissances présentes à l'esprit :
  - Classification : affirmer qu'un objet fait partie d'un ensemble (exemple : le fromage est un aliment), ou qu'un objet a une certaine propriété.
    Exemple de classes : les catégories de l'entendement.
    Voir aussi *Recognition de concept ou de procédure*.

    Recognition (=récognition) de concept ou de procédure
    C'est l'action de reconnaître en identifiant.

    Chez Kant, la recognition est l'acte de l'esprit par lequel une représentation est subsumée sous un concept, ce qui exige de reconnaître ce concept comme ensemble d'informations incluant celles présentes dans la représentation ; le nom du concept s'applique alors aussi à la représentation.

    Le résultat de cet acte est une meilleure compréhension (connaissance) de l'objet de la représentation : il est identifié au moins par un de ses caractères, celui du concept.

    Dans l'esprit, la formation des représentations et leur interprétation par recognition se déroulent simultanément.

    Recognition de procédure
    L'esprit humain a une faculté de recognition de procédure (suite d'étapes de la pensée) permettant de reconnaître une procédure *P*, adaptée à un problème du moment, en tant que détail ou variante d'une autre procédure, *G*, enregistrée dans sa mémoire de long terme. Exemple : l'esprit sait additionner 142857 et 50834 en reconnaissant dans ce problème un cas particulier d'une méthode générale d'addition de nombres entiers apprise dans l'enfance.
  - Comparaison : comparaison d'éléments (plus petit, plus grand, égal, différent), proportionnalité, inclusion dans un ensemble...
  - Sériation : trier des éléments selon un ordre croissant ou décroissant.
  - Dénombrement : compter des objets quel que soit leur ordre.
  - Opérations formelles : raisonner sur des propositions logiques et des hypothèses, et faire des déductions logiques.
- Etc.

Parallélisme de processus
Le psychisme est capable de lancer et d'exécuter spontanément un grand nombre de processus en parallèle (se déroulant simultanément).
Exemple : après avoir pris conscience d'une représentation :

- L'esprit en tire automatiquement des conséquences simples comme l'évaluation « Est-ce bon ou mauvais pour moi ? ».
  Cette évaluation a une *grandeur* « bon ou très bon ? » / « mauvais ou très mauvais ? » Les évaluations « très » peuvent déclencher des processus prioritaires interrompant des processus en cours.
- L'esprit cherche s'il y a dans sa mémoire des souvenirs qui ont quelque chose en commun avec la représentation actuelle. Chaque souvenir ainsi trouvé est apprécié aussitôt au sens « bon ou mauvais ».

Toutes ces opérations sont des processus lancés spontanément et simultanément sans que le sujet en ait conscience, et se déroulant en parallèle.

1.7.2 Un vieux débat : la conscience est-elle transcendante ?

La présentation du livre récent sur la conscience [44] commence par :
"Ce livre renouvelle le débat séculaire sur la possibilité de réduire la conscience à un processus neuronal." Directeur de recherches au CNRS, l'auteur sait de quoi il parle. Voilà des siècles que des philosophes se demandent si l'esprit humain, avec sa conscience du monde et sa conscience de soi, est une conséquence du seul fonctionnement physique du cerveau. La conscience ne résulte-t-elle pas aussi (comme le croyait Descartes) de quelque chose d'immatériel, comme Dieu ? Puisque lors d'un rêve notre pensée vagabonde sans cause consciente, et puisqu'elle crée souvent des idées spontanément, comment ne pas supposer qu'elle a des facultés transcendantes ?

Le problème de la nature de la conscience humaine a une dimension métaphysique : est-elle d'origine exclusivement matérielle, intérieure à notre corps, ou a-t-elle en plus des causes non matérielles (transcendantes) comme l'influence divine ?

Descartes, méfiant des interprétations de son esprit : *Je suis une chose qui pense*

Au XVIIe siècle, Descartes savait comme Platon que l'homme n'est pas conscient de la réalité, mais seulement des idées de son esprit, idées qui comprennent des représentations mentales des perceptions de ses sens. Croyant qu'il pouvait se tromper, et désirant malgré cela trouver la vérité sur la nature de son être fait d'un corps et d'un esprit, il commençait par mettre ses interprétations en doute dans [17] :

> « Je suppose donc que toutes les choses que je vois sont fausses ; je me persuade que rien n'a jamais été de tout ce que ma mémoire remplie de mensonges me représente ; je pense n'avoir aucun sens ; je crois que le corps, la figure, l'étendue, le mouvement et le lieu ne sont que des fictions de mon esprit. Qu'est-ce donc qui pourra être estimé véritable ? » ([17] *Méditation seconde*)
>
> Ces hypothèses relèvent du scepticisme.

Bien que doutant de tout, Descartes était certain d'exister au moins en tant que "chose qui doute" :

> « De sorte qu'après y avoir bien pensé, et avoir soigneusement examiné toutes choses, enfin il faut conclure, et tenir pour constant que cette proposition : Je suis, j'existe, est nécessairement vraie, toutes les fois que je la prononce, ou que je la conçois en mon esprit. » ([17] *Méditation seconde*)

Descartes finit par conclure qu'en plus d'avoir un corps matériel, "substance corporelle, étendue", il avait aussi un esprit (une âme) "substance pensante, intelligente" :

> « Mais qu'est-ce donc que je suis ? Une chose qui pense. Qu'est-ce qu'une chose qui pense ? C'est-à-dire une chose qui doute, qui conçoit, qui affirme, qui nie, qui veut, qui ne veut pas, qui imagine aussi, et qui sent. » ([17] *Méditation seconde*)

Dans les deux passages précédents, le "je" de "je suis" désigne à l'évidence l'objet de la *conscience de soi*, expression que Descartes n'utilise pas. Mais hélas, en se contentant de qualifier sa conscience de *substance pensante*, Descartes ne l'explique pas ; et en attribuant toutes choses à Dieu, il en admet la transcendance ; nous approfondirons cela dans le chapitre *La métaphysique de Descartes*.

Un professeur : « Aucune cause physique n'explique les abstractions humaines »

De nos jours (2009), le livre d'un professeur de philosophie enseigne que « La nature abstraite de la pensée humaine l'empêche de résulter d'un phénomène exclusivement physique : aucun phénomène matériel ne crée d'abstraction ; quel que soit leur fonctionnement, les neurones ne suffisent pas pour expliquer la conscience humaine, il faut en plus quelque chose de transcendant. »

Nous allons voir pourquoi cette opinion si répandue aujourd'hui est fausse : le phénomène matériel qui crée des abstractions est le cerveau interpréteur humain.

1.7.3 Conscience *de*

On parle de *conscience de*… pour désigner les mécanismes psychiques par lesquels l'homme prend connaissance d'un objet présent à son esprit. On en parle avec les verbes avoir et être :

- Quand j'ai conscience d'un objet, il est *présent à mon esprit*, je peux en parler.
- Quand je suis conscient d'une situation, elle est présente à mon esprit.

> *Présence à l'esprit – Prise de conscience*
>
> Un phénomène ou un objet est dit *présent à l'esprit* (qui l'a *pris en compte* en en *prenant conscience*) lorsque sa représentation est en mémoire de travail et qu'elle a commencé à être appréhendée par l'entendement, ou qu'elle est associée à un concept issu de l'intuition, de l'entendement, de la raison ou de l'imagination.
>
> La prise de conscience d'une représentation se fait par conceptualisation.
>
> *Domaine d'attention*
>
> Un *objet* présent à l'esprit du sujet fait l'objet d'un acte d'*attention*. Celle-ci peut concerner plusieurs objets à la fois, par exemple pour comparaison ou pour synthèse. Un sujet qui distingue plusieurs objets ne peut en citer qu'un à la fois, mais celui-ci peut résulter d'une comparaison ou d'une synthèse.

Objet d'un sujet
Un sujet considère comme objet :

- Tout ce qui est extérieur à lui-même et qu'il perçoit ou imagine ;
- Un concept qu'il crée par sa pensée ;
- Ce qui a une existence en soi, indépendante de la connaissance ou de l'idée qu'un être pensant peut en avoir…

La *conscience de* est un état instantané du psychisme

C'est une « photo » du contenu de l'esprit. Cet état change automatiquement au fur et à mesure que l'objet de conscience change : lorsque je suis conscient qu'un ballon vient vers moi, son image dans mon esprit (sa photo) change (ou est remplacée) au fur et à mesure de son déplacement.

(Citation de [20] pages 364-365)
"Chacun doit nécessairement […] regarder l'activité de pensée comme de simples *accidents* de son existence et comme des déterminations de son état."
(Fin de citation)

Accident (substantif)
En philosophie un accident est un état qui peut apparaître ou disparaître sans destruction du sujet. Exemple : l'eau (en tant que corps composé de formule chimique stable H_2O) a trois états (accidents) : solide, liquide et vapeur ; ce sont des *accidents* de son existence.

"Les déterminations d'une substance qui ne sont que des modes particuliers de son existence s'appellent *accidents.* Elles sont toujours réelles, puisqu'elles concernent l'existence de la substance…" ([20] page 256)

Inhérence et subsistance
On appelle *inhérence* un état accidentel du sujet (comme « vapeur » pour l'eau), alors que l'existence du sujet *sans précision de durée* est sa *subsistance.*

L'état où l'esprit a conscience de quelque chose n'est pas obtenu passivement, il résulte d'une attention qui est *intentionnelle*, que cette attention ait été déclenchée volontairement (par un raisonnement) ou par un réflexe.

La conscience de résulte d'un ensemble de données (informations)

Dans mon esprit, l'état d'un objet à un instant donné (l'ensemble des informations à son sujet dont je suis conscient) figure sous forme d'un ensemble de données appelé *représentation* de l'objet dont je suis conscient ; la construction physiologique et psychique d'une représentation en mémoire à partir d'un objet des sens est décrite dans *Les étapes de l'intuition selon Kant*.

Cet ensemble d'informations en représente à la fois *les caractéristiques* et *la signification psychologique* qu'il a pour moi, propriétés que je peux décrire et dont je peux parler.

Signification psychologique (sens psychique)
Sentiment qu'inspire une pensée ou une perception. - Exemples :

- Pour un optimiste, la vie a un sens et mérite des efforts ; pour un *nihiliste* elle n'en a pas, et il peut se laisser aller à l'abattement comme à la révolte violente.
- Le nihilisme est une doctrine de désespoir pour qui aucune valeur n'a de réalité. Le nihiliste nie les valeurs morales, religieuses et sociales, car elles n'ont pas, à ses yeux, de *sens psychique*. Pour lui, aucun espoir n'est permis, aucun effort n'est justifié, aucune autorité n'est supportée.

Le sentiment ci-dessus est toujours fortement dépendant des conséquences imaginées à la suite de la perception ou de la pensée : le rôle de cette imagination (spontanée ou délibérée) est très important.

Cet ensemble d'informations dont j'ai conscience est la seule origine possible de mon appréhension de l'objet, puisque mon cerveau ne peut manipuler que les abstractions qu'il s'est construit ou possède depuis sa naissance. Répétons cette affirmation importante, sur laquelle repose tout l'Idéalisme critique de Kant :

« Mon cerveau ne peut manipuler que les représentations qu'il s'est construit ou possède depuis sa naissance ».

L'état psychique *conscience de* se confond donc avec cette représentation : lorsque je me souviens d'avoir eu *conscience de* quelque chose, ce sont *des données* que j'extrais de ma mémoire.
Justification : une conscience de est nécessairement un ensemble de données

- 1ère raison : l'état d'un système est décrit par un ensemble de variables ayant une valeur à un instant donné. Si le système évolue dans le temps (en se déplaçant, en se transformant…) son état change, et certaines des variables qui le décrivent changent de valeur.

  Or la *conscience de* est un état psychique à un instant donné, résultat pour un individu de l'état de certains de ses neurones et des excitations (signaux électrochimiques transportant des informations) qu'ils se sont transmis. A un instant donné, la *conscience de* est donc décrite par un ensemble de données, celui de l'état des neurones correspondants et des excitations émises et reçues jusqu'à cet instant-là.

  Il y a donc un « code conscient », propre à chaque individu, qui décrit la représentation dont il a conscience à un instant donné. Selon [42] page 205 :

  > « La distribution des cellules actives et inactives compose un code interne qui reflète fidèlement le contenu de la perception subjective. Ce code conscient est stable et reproductible : ce sont toujours les mêmes neurones qui déchargent dès que le patient pense à Bill Clinton. Il suffit, pour les activer, d'imaginer le visage du président : la plupart des neurones du cortex temporal antérieur répondent avec la même sélectivité aux images réelles et aux images mentales. La mémoire suffit également à les réactiver. »

- 2ème raison : lorsque je suis conscient de quelque chose (et seulement si j'en suis conscient, ce qui implique que j'y fais attention), je peux en parler. Or les muscles qui agissent pour parler (ceux de la bouche, etc.) sont commandés par des neurones moteurs. Comme tous les neurones, ceux-ci sont activés par des signaux d'excitation et seulement de cette manière-là ; ils sont donc activés par des données, celles des signaux reçus, elles-mêmes provenant d'autres neurones, etc., l'origine de la chaîne de neurones étant la *conscience de*.
  Pour activer une chaîne de neurones se terminant par les neurones moteurs de la parole, la *conscience de* ne peut donc être qu'un ensemble de données. Si l'origine des signaux activant la parole était une fonction *autonome* et *inconsciente* du psychisme elle ne pourrait pas émettre des signaux aboutissant à des paroles cohérentes, fonction du seul contenu de la *conscience de*.

La conscience d'une représentation est celle de son concept, et seulement celle-là
L'ensemble de données décrivant un objet, qu'il soit concret (phénomène) ou abstrait, présent à l'esprit ou en mémoire de long terme, est sa *représentation*. Dire que l'esprit est conscient d'un concept, c'est dire que la représentation dont il est conscient est interprétée par lui sous forme de ce concept, que c'est ainsi qu'il la voit. Représentation et concept correspondent au même état des mêmes neurones ; les notions de *représentation* et de *concept* sont deux manières complémentaires de décrire cet état, comme en physique la matière et l'énergie, ou les comportements ondulatoire et corpusculaire de la lumière.

Toute prise de conscience est accompagnée d'un affect
Chaque arrivée d'une représentation en mémoire de travail provoque sa conceptualisation par l'entendement : elle devient présente à l'esprit sous forme de concept. Ce concept est accompagné d'une évaluation spontanée qui le juge « favorable » ou « défavorable », « prometteur » ou « inquiétant ». En fonction de cette évaluation et de son intensité, la raison intervient éventuellement pour approfondir le concept et ses conséquences, et chaque étape de cet approfondissement est accompagnée d'un jugement de valeur spontané.
Voir aussi :

- *Conscience de soi* ;
- *Aperception (substantif)* ;
- *Conscience des actes et des procédures*

Conscience (tout court)
La *conscience* (tout court) est l'ensemble des processus psychiques permettant la connaissance du monde et de soi-même à l'état d'éveil : attention, *conscience des autres et de soi*, fonctions psychiques, représentations et affects. Les fonctions psychiques manipulent des données abstraites (les représentations) pour les mémoriser, raisonner sur elles et commander des actions musculaires. Du point de vue physiologique les fonctions résultent d'états et d'excitations de neurones.

On se représente parfois cette forme de *conscience* sous forme d'*appareil virtuel* regroupant des fonctions psychiques ; on dit par exemple : « les fonctions nécessaires à l'entendement sont *dans la conscience* ». On parle aussi d'*appareil inconscient* pour le dispositif virtuel où se produisent les phénomènes psychiques inaccessibles à la *conscience* ; on dit par exemple : « la faculté de reconnaissance des visages fait partie de l'inconscient ».

La conscience en tant que processus interpréteur, selon Kant

Kant pense que la conscience fonctionne comme un interpréteur dont le logiciel est le même pour toutes les représentations et tous les raisonnements, donc indépendant de cas particuliers de phénomène ou de raisonnement. Nous avons aujourd'hui la même interprétation du fonctionnement de la conscience.

Conscience des actes et des procédures

L'esprit de l'homme a une conscience de ses actes et opérations mentales, en plus de celle de ses représentations évoquée à propos de la conscience de soi. Il se souvient de ses gestes et des procédures (suites de gestes ou d'opérations mentales) utilisées pour résoudre un problème particulier.

"Je me souviens du chemin pour aller à gare et de la méthode d'addition de deux nombres."

L'homme qui a conscience de ses actes et de ses pensées s'en souvient et peut les reproduire. Il peut y réfléchir et en induire des méthodes valables pour tous les cas semblables ; exemples : la méthode pour additionner deux fractions, la méthode de dérivation d'une fonction trigonométrique. Enfin, il peut reconnaître dans une suite d'actions ou de pensées un cas particulier d'une procédure plus générale : si on me présente un raisonnement en trois étapes, je sais reconnaître s'il s'agit d'un syllogisme.

1.7.4 Interprétation - Processus de la conscience

Source : [43]

Voir d'abord la définition d'un processus.

Les pensées ne sont que des interprétations de l'état du cerveau par lui-même

Notre psychisme (activité cérébrale) est incapable de manipuler des objets physiques. Il ne manipule que des abstractions qui les représentent appelées concepts, et nos facultés n'ont que deux origines possibles : celles dont nous avons hérité de nos ancêtres en naissant, par notre génome [57], et celles que nous nous sommes construites depuis - notamment en nous représentant mentalement le monde que nous percevons.

Dans mon esprit, c'est une abstraction appelée *représentation* qui tient lieu d'objet, réel ou abstrait. Mon esprit ne peut pas voir ma maison physique, il "voit" son image abstraite (un phénomène dont est issue une représentation) et il la considère comme réelle. Et c'est sur le concept associé à cette représentation, sur ce qu'il en voit comme sur ce qu'il en imagine, qu'il raisonne si nécessaire ;
c'est son seul accès à la réalité, c'est ce qui en tient lieu pour l'esprit.
Voir *Principe de la primauté de la connaissance sur les objets (doctrine)*.

Cette constatation réfute donc l'argument philosophique « *Aucune cause physique n'explique les abstractions humaines* » : c'est bien une telle cause, le fonctionnement de notre cerveau, qui explique toute notre pensée, avec sa conscience et ses abstractions ; nous l'avons vérifié à l'aide d'enregistrements de l'activité cérébrale.

Notre système nerveux transmet les perceptions de nos sens à notre cerveau, qui les interprète. La représentation en mémoire de travail d'une image perçue est interprétée en tant qu'image, parce que nous avons appris depuis la naissance à l'interpréter comme cela. Les lettres et mots d'un texte sont interprétés comme tels parce que nous avons appris à lire. Une sensation de brûlure est interprétée comme de la chaleur et une douleur à l'endroit correspondant du corps. Une suite de représentations correspondant à un ballon qui arrive vers moi est interprétée correctement, etc.

En outre, tous les événements perçus par nos sens externes et interne sont appréciés comme « Bons » ou « Mauvais » au fur et à mesure de leur interprétation, appréciation complétée par une prédiction « Prometteur » ou « Inquiétant ».

Le cerveau peut aussi créer des idées à partir de représentations et d'autres idées ; il n'a besoin d'aucune transcendance pour cela. Enfin, aucune expérience possible ne peut prouver une action transcendante, pas plus sur un cerveau que sur quoi que ce soit d'autre dans l'Univers ; nous allons développer cela.

1.7.5 Modèle informatique du psychisme

Nous pouvons concevoir aujourd'hui les facultés de bas niveau du psychisme comme un ensemble de processeurs (ordinateurs) interconnectés fonctionnant en parallèle :

- Un processeur des informations provenant des sens, qui les met en mémoire de travail et les traduit en jugements qualitatifs de bas niveau : favorable/défavorable, prometteur/menaçant, etc. Ce processeur produit des perceptions.
- Un processeur d'intuition et d'entendement, qui interprète les perceptions et les suites de perceptions pour fournir des concepts de l'entendement, premier niveau de la compréhension. Ces concepts sont immédiatement jugés au sens favorable/défavorable.
- Un processeur de raisonnement, qui assemble rationnellement des concepts de l'entendement et de la raison, eux aussi appréciés au fur et à mesure de leur génération.
- Un processeur de la mémoire, au service des autres, avec des facultés de recherche, synthèse, analogie, conscience de soi, mémorisation des étapes de travail du processeur de raisonnement, etc. Ce processeur transfère sans cesse des représentations entre la mémoire de travail (à court terme) et la mémoire de long terme.
- Un processeur des affects, jugeant tout ce qui passe par la mémoire de travail et contrôlant le fonctionnement des autres processeurs, dont il lance et interrompt des traitements. C'est le *système d'exploitation* du psychisme, le siège des jugements de valeur, de la conscience et des émotions. Comme les autres, le processeur de raisonnement est à son service : ce n'est jamais la raison qui régit les choix d'une personne, contrairement à ce que pensait Descartes.

  « Nos choix ne sont pas régis par la raison, mais par les affects. »

Tous ces processeurs fonctionnent comme des ordinateurs indépendants, partageant la même mémoire et se sous-traitant des raisonnements partiels sur des données fournies à chaque appel.

La rationalité scientifique préfère le matérialisme ou une doctrine équivalente

Voir si nécessaire les définitions du matérialisme et de son opposé, l'idéalisme.

Le problème de la nature de la faculté humaine de conscience a une dimension philosophique : est-elle d'origine exclusivement matérielle, intérieure à notre Univers, ou a-t-elle en plus des causes non matérielles (transcendantes) comme l'influence divine ?

L'approche rationnelle adoptée par tous les scientifiques suppose la compréhension du monde et de ses lois physiques à partir de faits réels, ainsi que de théories dont nul ne peut prouver la fausseté (on ne peut jamais prouver la *vérité*, notion impossible à définir en toute rigueur, mais on peut prouver l'erreur d'un raisonnement ou la non-conformité d'une affirmation avec une expérience particulière).

Une définition ou une théorie scientifique excluent l'influence et la volonté divines

Qu'il soit ou non croyant, un scientifique ne peut invoquer l'influence de Dieu, de l'esprit ou de l'Idée pour expliquer un phénomène matériel qu'il étudie : il doit se comporter en matérialiste. S'il admettait la possibilité d'une origine ou d'une influence transcendante dans notre Univers, il renoncerait à en comprendre rationnellement certaines situations ou phénomènes à partir de faits vérifiables ou de théories falsifiables, donc à en prévoir l'évolution. Ayant besoin de comprendre les situations et de prévoir leur évolution, l'homme ne peut donc renoncer à postuler la rationalité du matérialisme, doctrine qu'aucune déduction logique ou causale n'impose. C'est pourquoi un scientifique cohérent peut aussi adopter l'Idéalisme transcendantal de Kant, tout aussi athée en matière de raisonnement scientifique que le matérialisme.

Notre approche, dans ce texte, sera donc matérialiste. Nous postulerons que :

- La pensée est une conséquence du fonctionnement physique du cerveau, même si nous ne comprenons pas tous les détails de ce fonctionnement.
- Aucune influence sur la pensée (transcendante, spirituelle ou autre) ne s'exerce ou ne s'est exercée. La pensée et sa conscience supposent un cerveau vivant, et réciproquement un cerveau pense continuellement du seul fait qu'il vit, à l'état d'éveil ou de sommeil.

Une pensée non rationnelle, par exemple esthétique, a toute sa place

Il ne faudrait pas déduire de ce qui précède que seule la pensée rationnelle est valable. J'aime la musique de Mozart sans savoir pourquoi ; comme toute impression esthétique, apprécier un morceau

de musique ou une peinture se produit sans réflexion, spontanément et sans délai. Je ne vois d'ailleurs pas pourquoi il faudrait toujours comprendre *pourquoi* on éprouve ceci ou cela : souvent l'émotion suffit.

1.7.6 La conscience s'explique sans invoquer de transcendance

La conclusion qui découle des paragraphes précédents a un niveau métaphysique :

« La conscience s'explique sans invoquer de transcendance. »

1.8 Vérité et règles de connaissance

Ce court chapitre apporte un éclairage moderne aux idées de Descartes et de Kant sur la rationalité et la recherche de la vérité.

1.8.1 Vérité

La notion de vérité est étonnamment riche et sa connaissance intervient dans tous les raisonnements rigoureux.

1.8.1.1 Vérité d'une connaissance, d'une proposition

Lire ou relire d'abord *Jugement* ; *Jugement analytique ; Jugement synthétique ; Jugement synthétique a priori : quand est-il possible ?*

Assentiment
(Citation de [37] page 73)
"La vérité est [une] *propriété objective* de la connaissance ; le jugement par lequel quelque chose est *représenté* comme vrai (le rapport à un entendement et par conséquent à un sujet particulier) est *subjectif,* c'est *l'assentiment*."
(Fin de citation)

La qualité de vérité ne concerne donc que les jugements. Ceux-ci portent sur des propositions et, plus généralement, sur des textes quelconques. Mais attention : une affirmation doit *avoir un sens* et être *possible* pour qu'on puisse juger sa véracité.

Vérité sémantique (vérité qui a trait à la *signification*, c'est-à-dire au *contenu*)
Vérité d'une connaissance d'objet
(Source : [20] page 148)
Si on définit la vérité d'une connaissance comme *l'accord de celle-ci avec son objet*, il n'existe pas de critère *universel* de vérité (valable quel que soit l'objet de la connaissance). En effet, un tel critère devrait permettre de distinguer avec certitude entre les significations d'un objet et de la connaissance qu'on en a, ce qui est absurde par définition même du contenu d'une connaissance, qui est sa signification !

Vérité d'une proposition
Mais qu'en est-il de la vérité d'une proposition ? Un texte que je lis dit-il la vérité sur son objet ? Pour en juger, je devrais connaître avec certitude la signification de l'objet ; mais si c'était le cas, pourquoi me donner la peine de lire le texte ? Pour vérifier si son auteur dit la vérité sur l'objet, c'est-à-dire comprend la même chose que moi ? Mais si, ne connaissant pas la vérité sur l'objet, je lis le texte pour l'apprendre de son auteur, je n'ai aucun moyen de savoir s'il dit vrai ; je peux tout au plus chercher dans le texte des contradictions avec des certitudes que j'ai par ailleurs, ou des erreurs *formelles*, problème abordé au paragraphe suivant. Arrêtons ici cette discussion, car elle sort du cadre de la métaphysique.

1.8.1.2 Vérité formelle (qui a trait à la forme, indépendamment du sens)

(Source : [20] pages 148-149)
Puisqu'une logique expose des règles *universelles* de l'entendement et de la raison, une proposition doit nécessairement les respecter toutes sous peine d'être fausse (de se contredire elle-même dans au moins un cas).

Mais un tel respect est *formel* : le fait qu'une proposition ne se contredise pas (=qu'elle soit formellement correcte) ne garantit pas qu'elle soit vraie, elle peut parfois contredire son objet. La logique pure n'a pas les moyens de découvrir, dans une proposition, une éventuelle erreur sur le contenu, mais seulement une erreur formelle.

Par définition, vérité *formelle* est synonyme de vérité *logique*.

La vérité formelle d'un texte est l'absence de contradiction interne

(Citation de [37] pages 56 à 58)
"La vérité *formelle* consiste simplement dans l'accord de la connaissance avec elle-même, en faisant complètement abstraction de tous les objets et de toute différence entre eux.

Et par conséquent les critères formels universels de la vérité ne sont rien d'autre que les caractères logiques universels de l'accord de la connaissance avec elle-même, ou ce qui est la même chose - avec les lois universelles de l'entendement et de la raison.

Ces critères formels universels ne sont assurément pas suffisants pour la vérité objective, mais ils doivent cependant être considérés comme sa condition *sine qua non* [la satisfaction de tous ces critères est une condition nécessaire d'existence].

Car avant de se demander si la connaissance s'accorde avec l'objet, il faut d'abord se demander si la connaissance s'accorde avec elle-même (selon la forme). Et telle est l'affaire de la logique.

Les critères formels de la vérité en logique sont :

1. Le principe de contradiction, qui détermine la possibilité logique d'une connaissance ;

   [Le principe de déterminabilité d'un concept, conséquence du principe de contradiction ;]
2. Le principe de raison suffisante, qui détermine la réalité logique d'une connaissance.

   Principe de raison suffisante (aussi appelé Principe de raison)

   « Tout ce qui existe* (objet) *et tout ce qui se produit* (événement) doit avoir une *cause* due à une loi de la nature. *»

   Voir aussi Cause efficace (suffisante).

   (Citation de [20] page 266)
   "Le principe de raison suffisante [du déterminisme] est le fondement de toute expérience possible, c'est-à-dire de la connaissance objective des phénomènes relativement à la façon dont ils se rapportent les uns aux autres dans la succession du temps."
   (Fin de citation)

   Pour une étude complète voir [39].

La vérité logique d'une connaissance requiert en effet :

- Qu'elle soit logiquement possible, c'est-à-dire qu'elle ne se contredise pas.
  Mais cette marque de la vérité logique interne est seulement négative car une connaissance qui se contredit est assurément fausse, mais une connaissance qui ne se contredit pas n'est pas toujours vraie ;
- Qu'elle soit fondée logiquement, c'est-à-dire :
  - Qu'elle ait des principes :
    - ✓ [qu'elle soit conforme au postulat de causalité
    - ✓ ou qu'elle soit une déduction logique d'une proposition certaine.

    (Voir *Les deux sortes de déduction causale*) ;]
  - Qu'elle n'ait pas de conséquence fausse.

    C'est là un critère de vérité logique externe et de conformité à la rationalité.

  Les deux règles suivantes s'appliquent :

  [Règle 1] De *la vérité de la conséquence* on peut conclure à *la vérité* de la connaissance *P* prise pour principe, mais de façon négative seulement : si une conséquence fausse suit d'une connaissance *P*, alors cette connaissance *P* elle-même est fausse. Car si le principe est vrai, la conséquence également devrait être vraie, puisque la conséquence est déterminée par le principe.

  Mais on ne peut pas conclure à l'inverse : « si aucune conséquence fausse ne découle d'une connaissance *P*, cette dernière est vraie » ; car d'un principe faux on peut conclure des conséquences vraies.

  [Raisonnement apagogique (=par l'absurde)
  Ce mode de raisonnement, selon lequel la conséquence peut seulement être un critère négativement et indirectement suffisant de la vérité de la connaissance, est appelé en logique le mode *apagogique* (en latin : *modus tollens*).

Apagogie – Apagogique

- Apagogie : raisonnement par lequel on démontre la vérité d'une proposition en prouvant l'impossibilité ou l'absurdité de la proposition contraire.
- Apagogique : par l'absurde.

Conséquence importante :
Il suffit de tirer *une seule* conséquence fausse d'une connaissance pour faire la preuve de sa fausseté, alors que mille conséquences vraies n'en prouvent pas la vérité dans tous les cas.]

Origine du critère moderne de vérité scientifique

(Source : [20] page 650)
Kant remarque fort justement qu'il est plus facile et plus rigoureux de chercher si une proposition ou une thèse est *fausse* grâce à un seul contre-exemple, que de chercher si elle est *vraie* connaissant tous ses cas possibles d'application.

La vérité par consensus
Cette règle est d'une grande importance, car la méthode scientifique moderne de validation d'une théorie qui ne peut être prouvée de façon strictement déductive en résulte : *si aucun des spécialistes à qui la théorie a été soumise n'a pu la réfuter, par expérience ou raisonnement, on admet qu'elle est vraie*. C'est là une vérité par consensus, essentiellement provisoire, mais c'est *la* démarche admise.

« Il suffit d'un contre-exemple pour prouver qu'une théorie est fausse. »

[Règle 2] *Si toutes les conséquences d'une connaissance sont vraies, cette connaissance est vraie jusqu'à preuve du contraire.* Car s'il y avait quelque chose de faux dans la connaissance, il devrait se trouver également une conséquence fausse.

Donc de la conséquence on peut conclure à l'existence d'un principe [la possibilité d'une affirmation], mais sans être capable de prouver ce principe [cette affirmation]. C'est seulement de l'ensemble de toutes les conséquences qu'on peut conclure d'un *principe* qu'il est vrai [d'une affirmation qu'elle est vraie].
[Raisonnement positif et direct (en latin : modus ponens)
Avec [ce] mode de raisonnement positif et direct, la difficulté vient de ce qu'on ne peut connaître apodictiquement la totalité des conséquences. Ce mode de raisonnement ne produit qu'une connaissance vraisemblable et hypothétiquement vraie [=vraie par hypothèse], c'est-à-dire une hypothèse inductive selon laquelle « si beaucoup de conséquences sont vraies, toutes les autres peuvent également être vraies jusqu'à preuve du contraire ».]

(Fin de citation de [37])

Différence entre vérité formelle et vérité sémantique

Un théorème démontré dans le cadre d'une axiomatique est vrai, mais sa signification et sa valeur dans un domaine réel auquel on applique l'axiomatique ne sont pas établis par la démonstration ; celle-ci n'est que *formelle*. Ainsi, un théorème formellement établi en mathématiques peut se révéler faux ou dénué de sens dans certains cas en physique, lorsqu'on y modélise la réalité par des fonctions et équations relevant d'une axiomatique.

En somme, l'application correcte des règles de déduction et l'existence d'un théorème ne garantissent rien quant à la sémantique de ce théorème. Pour tout théorème (ou formule, ou équation…) il faudra ensuite effectuer des vérifications :

- Ce qu'il affirme ou prédit est-il conforme à la réalité expérimentale ?
(l'expérience confirme-t-elle la théorie ?)
- Les conséquences qu'on en tire ne contredisent-elles pas une autre certitude ? Une seule contradiction suffit pour prouver qu'un énoncé est faux.
- Si le théorème, la formule ou l'équation décrivent une *réalité physique*, une vérification empirique (=expérimentale) s'impose pour vérifier l'absence de résultat constituant un démenti.

1.8.1.3 Validité objective

Selon le dictionnaire [3]

(Logique) la validité d'un raisonnement ou d'une proposition est sa cohérence formelle.

Chez Kant

La validité objective d'une connaissance est sa vérité formelle.

Exemple : (Citation de [20] page 235)
"Même l'espace et le temps, si purs que soient ces concepts de tout élément empirique, et si

forte que soit la certitude qu'ils sont représentés pleinement *a priori* dans l'esprit, seraient pourtant dépourvus de toute validité objective, comme de tout sens et de toute signification, si n'était démontré ce que leur usage a de nécessaire pour les objets de l'expérience ;"
(Fin de citation)

(Pour Kant, l'espace et le temps sont des abstractions a priori, indispensables à toute représentation de phénomène. Aujourd'hui nous avons la masse-énergie, la charge électrique, etc. En physique quantique la réalité n'est souvent représentée que par une équation (exemple : la structure atomique d'une molécule peut être décrite par une solution d'équation traduisant un état stationnaire).

L'intuition d'un objet en crée une représentation fidèle, qui ne le déforme pas :

« Ce ne sont pas ses sens qui trompent l'homme, c'est son jugement »

deux personnes distinctes forment la même représentation d'un même objet.
La connaissance issue de cette représentation a une validité objective.

Différence entre validité objective et validité subjective

Une validité objective d'une connaissance ou d'une proposition :

- Est absolue, c'est-à-dire formelle, indépendante des circonstances de sa formation ;
- Est appréciée de la même manière par tous les sujets, alors qu'une validité subjective ne s'entend que pour l'un d'eux.

Différence entre validité objective et validité absolue

Un concept d'un objet des sens créé par l'entendement pour l'expérience d'un phénomène a une *validité objective*, alors qu'un concept de chose en soi (créé par la raison et représentant tous les objets d'une classe) a une *validité absolue*.

1.8.1.4 Vérité : les principes universels

Ces principes logiques sont des critères simplement formels de vérité.

Il y a 3 principes qui sont des critères universels de vérité simplement formels ou logiques.

(Citation de [37] pages 58-59)

- "Le principe de contradiction et d'identité par lequel la possibilité interne d'une connaissance est déterminée pour des jugements problématiques ;

  [Ses quatre parties sont :

  - Principe de [non-]contradiction (avec le Principe de déterminabilité)
  - Principe d'identité
  - Principe de fatalisme
  - Principe de non-contingence]
- Le principe de raison suffisante sur lequel repose la réalité (logique) d'une connaissance et le fait qu'elle soit fondée comme matière pour des jugements assertoriques ; [voir Le principe de raison suffisante du déterminisme, fondement de toute expérience possible]
- Le principe du tiers exclu sur lequel se fonde la nécessité (logique) d'une connaissance ; - le fait qu'il soit nécessaire que nous jugions ainsi et non autrement, c'est-à-dire que le contraire soit faux — principe pour des jugements apodictiques."
  [C'est sur ce principe que reposent les démonstrations par l'absurde.]

(Fin de citation)

Les 4 principes « traditionnels » de logique

On appelle traditionnellement *principes de logique* les 4 principes suivants :

- Principe d'identité ;
- Principe de contradiction (aussi appelé "de non-contradiction") ;
- Principe de milieu exclu (ou du tiers exclu) ;
- Principe du syllogisme.

Mais la tradition n'est pas à jour : on connaît aujourd'hui bien plus de principes de logique. Ceux qui sont utiles en métaphysique sont dans *Principes de logique*, d'autres (utiles en logique et en mathématiques) sont dans [12].

1.8.1.5 Vérité empirique

Il s'agit ici de la vérité d'une affirmation scientifique : loi physique, théorie, etc.

1.8.1.5.1 Critère de vérité scientifique : l'examen contradictoire

Qu'est-ce qui garantit que la nature suit toujours la *Règle de stabilité* ? Rien, c'est un pari que l'homme fait, celui d'avoir deviné une règle naturelle d'évolution ; il a postulé - par induction à partir de cas particuliers - que cette règle existe et n'a pas d'exception, en se promettant de la modifier s'il en trouve une ou s'il découvre le moindre contre-exemple.

1.8.1.5.2 Preuve de vérité remplacée par l'absence de preuve de fausseté

La vérité-consensus

Une loi de la nature ainsi définie n'a pas besoin de preuve théorique ou expérimentale pour être considérée comme toujours vraie : elle l'est *par définition*. La charge de la preuve de vérité est inversée : pour que la loi proposée soit fausse, il suffit *d'un seul* contre-exemple d'évolution ou de l'imprécision significative *d'une seule* prédiction.

- Cette doctrine de la vérité a été proposée par Kant dans [33] §4 pages 43-44 : "La mathématique pure et la science pure de la nature […] contiennent des propositions qui sont universellement reconnues, les unes apodictiquement, certaines par la seule raison, les autres par le consentement universel que fait naître l'expérience, et comme néanmoins indépendantes de l'expérience."

  [La vérité par consensus, notamment celle des lois de la nature, est aujourd'hui universellement reconnue, même si elle doit être provisoire.]

  Exemple du caractère provisoire des lois physiques : le mouvement des planètes
  Voir ci-dessous *L'histoire des orbites planétaires*.

- Nom actuel de cette doctrine : « Rationalisme critique de Karl Popper » [101].

Une vérité scientifique est toujours provisoire

Quelle que soit son origine, une loi est aujourd'hui réputée vraie jusqu'à ce que des personnes habilitées à en juger la véracité en aient trouvé un défaut : la vérité des scientifiques d'aujourd'hui est une vérité par consensus de non-fausseté, personne n'ayant trouvé de preuve théorique ou expérimentale de fausseté ou d'imprécision.

En pratique, une nouvelle loi est publiée par son auteur avec un texte justificatif. Ce texte est examiné par des gens supposés compétents : le comité de lecture de la publication qui a reçu le texte, puis les lecteurs de cette publication. Ces derniers cherchent à reproduire les résultats et/ou à valider les démonstrations déductives. Tant que ces vérifications n'ont pas eu lieu, la loi proposée n'est qu'une proposition, une conjecture.

En cas de désaccord, un dialogue et des tests contradictoires cherchent à conforter, déconforter ou modifier le texte proposé.

Origine de cette manière d'établir la vérité d'une loi scientifique

L'idée de remplacer les preuves expérimentales de vérité d'un texte, impossibles à satisfaire pour tous les cas possibles, par une preuve unique d'erreur, a été formulée en 1781 par Emmanuel Kant, dans la *Critique de la raison pure* [20] page 650, où il écrit :

> « …si même une seule et unique conséquence fausse peut être tirée d'une proposition, cette proposition est fausse. »

Cette idée a été reprise par Karl Popper dans sa doctrine, décrite en français par Renée Bouveresse en 1978 dans *Karl Popper ou le rationalisme critique* [55] ; elle est appliquée de nos jours par tous les scientifiques. Conclusion :

> **« Une loi scientifique n'a pas d'exception : elle est toujours vraie *par définition*, et toujours provisoire car falsifiable. »**

L'objection de la variabilité du vivant

Mais une objection évidente apparaît : comment définir la vérité dans une science du vivant comme la médecine où « chaque patient est un cas particulier » ?

Le problème vient de la complexité des phénomènes du vivant.

Exemple : la transmission d'excitations nerveuses des vertébrés passe par des connexions entre neurones appelées synapses en utilisant 13 mécanismes moléculaires, dont l'un avec échange de 183 protéines différentes, le tout comptant un millier de protéines. Une loi proposée de comportement des synapses ne pourra faire l'objet que de tests très partiels : elle restera donc « supposée vraie compte tenu des tests effectués » jusqu'à ce qu'une critique justifiée apparaisse. Et selon la gravité du risque considéré, on lui fera ou non confiance en attendant.

Le problème de l'intervention du hasard dans une évolution naturelle est donc celui de la validité sans exception du *principe de raison* ci-dessus pour l'existence d'une loi, et de la règle de stabilité pour son unicité et son universalité. Voyons cela.

1.8.1.6 Le rationalisme critique

Le rationalisme critique est la méthode scientifique actuelle pour trouver les lois de la nature en trois étapes. Elle a été proposée par Karl Popper [55].
Voici sa mise en œuvre.

- D'abord l'homme imagine des lois pour rendre compte de ce qu'il observe et prévoir ce qu'il pourra observer.
- Ensuite l'homme postule que la nature obéira à ces nouvelles lois, conformément au Principe de la primauté de la connaissance sur les objets.
- Enfin, tous les scientifiques qui le peuvent vérifient les lois énoncées (leurs calculs théoriques et leurs prédictions expérimentales). Il leur suffit de trouver une seule erreur dans une nouvelle loi pour qu'elle soit fausse.

La vérité scientifique est donc aujourd'hui une *vérité par consensus de non-erreur*.

- Tant qu'une nouvelle loi n'a pas encore résisté à des tentatives d'en prouver la fausseté, elle est provisoire, c'est une conjecture proposée.
- Une nouvelle loi peut être entièrement expérimentale, sans base théorique ;
  c'est souvent le cas dans les sciences de la vie. Si elle est bien falsifiable, elle pourra être considérée comme valable provisoirement tant qu'aucun scientifique n'a formulé d'objection rédhibitoire.

  C'est pourquoi l'auteur de la loi doit la publier pour susciter des commentaires, sur Internet (dans des sites internationaux comme https://arxiv.org) et/ou dans des revues de classe mondiale comme *Nature* (https://www.nature.com/).
- Plus généralement, une loi proposée n'exige pas d'être comprise pour être valable. Il suffit :
  - qu'elle soit falsifiable ;
  - qu'elle n'ait pas d'objection connue et ne contredise pas une loi existante ;
  - et qu'elle respecte la Règle de stabilité pour que ses résultats soient reproductibles.

Voici un exemple d'application de la méthode du rationalisme critique.

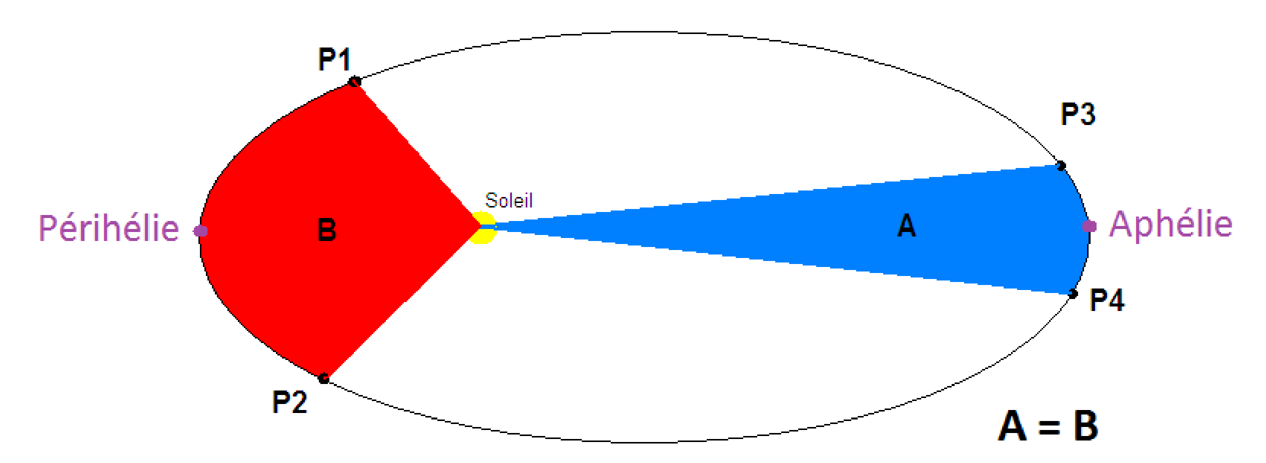
1.8.1.6.1 L'histoire des orbites planétaires

Désirant prévoir les dates des événements célestes remarquables, comme les éclipses et les conjonctions (alignements de planètes), l'astronome du IIe siècle Ptolémée a fait des relevés de positions d'astres et publié des tables vers l'an 150 après J.-C. [40]. Ses réflexions et calculs étaient assez remarquables : leur précision a satisfait les astronomes jusque vers 1576, année où Tycho Brahe construisit un observatoire d'une précision encore jamais atteinte pour pouvoir faire des relevés et prédictions encore plus précis.

Lois de Kepler
Les 3 lois de Kepler décrivent le mouvement des planètes autour du Soleil.
Elles ont été établies par Kepler en essayant successivement pendant une dizaine d'années l'adéquation de diverses formes de courbes planes (cercles, ovales… ellipses) aux positions relevées par Tycho Brahe. Elles se démontrent en moins d'une heure à partir des lois de Newton.

1ère loi de Kepler (1609)
« Les planètes décrivent des ellipses dont le Soleil est un foyer. »

2ème loi de Kepler (1609)
« Le *rayon vecteur* qui relie le Soleil à une planète balaye des aires de l'ellipse trajectoire proportionnelles aux temps de parcours. »



Balayées pendant un même temps, les aires en rouge et en bleu sont égales
Licence https://jeretiens.net

3ème loi de Kepler (1618)
« Les carrés des durées de révolution (durée de l'année de la planète) sont proportionnels aux cubes des grands axes de l'ellipse trajectoire. »

Tycho Brahe était un astronome danois, le premier homme qui ait jamais fait des mesures précises de position d'astres (angles azimut et hauteur, heure) ; la précision de ses relevés était telle que s'il fallait désigner un « inventeur de la précision » ce serait lui. Ses observations de l'orbite de Mars ont été utilisées par Kepler, son élève et assistant, pour établir ses trois lois de mouvement des planètes.

Une conclusion s'impose ici : une connaissance suffisamment précise de l'état d'un objet (valeurs des variables qui le décrivent, formes géométriques, etc.) ou d'une loi physique d'évolution exige souvent un raisonnement. Celui-ci permet des descriptions et prédictions qui font l'objet de vérifications. Tout cela est empirique, certes, mais les scientifiques admettent aujourd'hui comme vraisemblable toute description ou loi physique dont on ne peut démontrer l'erreur, par des déductions ou des expériences ; une telle vérité est toujours provisoire, jusqu'à découverte d'un énoncé plus précis ou plus général.

L'affirmation de vérité est donc remplacée aujourd'hui par l'échec des critiques, tentatives des scientifiques de prouver expérimentalement une erreur.

Alors que 1000 vérifications correctes ne donnent pas une certitude de vérité d'une théorie, un seul contre-exemple donne une certitude d'erreur, car *les lois scientifiques (imaginées par l'homme, rappelons-le) n'ont jamais d'exception*.

Les lois successives des orbites, de plus en plus précises
Après les tables de Ptolémée il y a eu les lois de Kepler ; puis leur démonstration théorique par les lois de Newton ; puis la limitation de la durée de prédiction des trajectoires due aux perturbations chaotiques de Henri Poincaré ; puis l'explication des anomalies de Mercure par la Relativité générale d'Einstein en 1915 : chaque fois, on a amélioré la précision des trajectoires.

Compléments sur les théories :

- du rationalisme critique ;
- du chaos ;
- de la Relativité générale.

1.8.1.6.2 Une théorie scientifique doit être falsifiable
Ce principe de validation par absence d'erreur suppose la possibilité de vérifier empiriquement la théorie : celle-ci doit donc être *falsifiable*. Exemples :

- Affirmation falsifiable : loi d'Ohm : « L'intensité de courant électrique *I* à travers une résistance *R* est proportionnelle à la différence de potentiel *V* entre ses bornes » $V = RI$.
- Affirmation infalsifiable : « Les dégâts de la foudre sont d'origine divine ».

1.8.1.6.1 Objection holistique à la falsifiabilité

Source : [55] pages 52-53

L'interprétation holistique (appelée aussi « holiste », « globaliste » ou « de Duhem-Quine ») affirme que ce n'est jamais une hypothèse isolée qui est testée, c'est un contexte entier, une axiomatique non (ou mal) explicitée dont l'hypothèse n'est qu'une partie. Donc lorsqu'une hypothèse testée est réfutée, il n'est pas facile de savoir si la réfutation porte sur elle seule, ou sur tout ou partie de son contexte, ou sur l'hypothèse dans son contexte ; et lorsqu'elle est vérifiée, elle l'est dans un certain contexte expérimental - et lui seul. Un appareil ou une expérience ne mesurent que ce qu'ils ont été faits pour mesurer, pas forcément ce que nous souhaitons mesurer.

Donc si une expérience réfute un énoncé, on est seulement certain que *quelque chose a produit une erreur*, mais pas forcément que c'est l'énoncé tel qu'il est. Il appartient donc à l'expérimentateur et à l'ensemble de la communauté scientifique d'attribuer ou non la réfutation à l'énoncé en question, ou d'expliquer les causes de l'échec d'une manière satisfaisante.

1.8.1.6.2 La « vérité-consensus » du rationalisme critique

La véracité d'une affirmation scientifique (simple proposition ou théorie complexe) est caractérisée aujourd'hui par une *absence totale d'erreur*, que son origine soit théorique ou expérimentale. Cette définition de la vérité par consensus fait l'objet d'une théorie appelée *Rationalisme critique*, défendue au XXe siècle par Karl Popper [55] après une première suggestion de son principe par Kant.

> La méthode de Kant et Popper consiste, pour convaincre de la vérité d'un texte, à le présenter à toute personne capable de le comprendre et de le juger. Si aucune de ces personnes ne trouve une objection, soit logique soit empirique, le texte peut être considéré comme vrai provisoirement, jusqu'à ce qu'on découvre un cas où il est faux.

Justification du nom « rationalisme critique »

- Rationalisme : voir sa définition.
- Critique : la véracité d'une théorie ou d'une loi n'est acquise qu'après critique par des *pairs* (collègues de la discipline), c'est une véracité par consensus.

1.8.1.6.3 Risques et inconvénients d'une vérité scientifique par consensus

Les postulats de causalité et de déterminisme peuvent être considérés comme vrais

En vertu de ce qui précède, une vérité scientifique résulte d'un consensus et d'une absence de contre-exemple. Le postulat de causalité et le déterminisme, tous deux falsifiables, sont jugés aussi vrais que s'ils étaient démontrés : puisque le *déterminisme étendu* régit les règles d'évolution de l'ensemble des lois de l'Univers, s'il était faux une au moins de ces lois serait fausse dans un cas au moins.

Reste le problème de l'examen par la communauté scientifique

Le problème est alors, pour l'auteur d'une nouvelle théorie, d'obtenir l'attention de la communauté scientifique. C'est souvent très difficile parce que la publication dans les revues qui font autorité comme *Physical Review*, *Science*, *Nature* ou *La Recherche* est filtrée par des comités de lecture dont l'ouverture d'esprit et la neutralité ne sont pas nécessairement toujours parfaites. Il reste la publication dans des revues de moindre notoriété, sur Internet ou chez un éditeur, mais sans garantie d'attirer suffisamment l'attention pour que le texte soit correctement examiné et critiqué. Ce problème n'est pas nouveau : déjà en 1906 Ludwig Boltzmann, immense savant père de la Mécanique statistique et précurseur des travaux de Planck et Einstein, s'était suicidé de désespoir devant l'attention insuffisante accordée à ses travaux.

Autre problème : le financement d'une recherche est souvent accordé par des politiciens dont les motivations sont tout sauf scientifiques ; il arrive aussi qu'il soit soumis à l'approbation de spécialistes concurrents qui voudraient les fonds et la notoriété pour leurs propres travaux…

1.8.1.6.4 Evolution d'une vérité, de la science et du monde selon Popper

Une vérité ne peut devenir définitive que si l'on cesse de la soumettre à la critique !

La science, ensemble de vérités établies conformément à la méthode scientifique, ne peut donc cesser de progresser que si l'homme cesse de remettre en cause ses connaissances.

Le seul domaine qui fournit des vérités absolues est celui des mathématiques, notamment celui de la logique formelle. Dans tous les autres domaines *toute vérité est provisoire, destinée à durer tant qu'on n'en a pas trouvé une meilleure, qui résiste à davantage de critiques ou fournit davantage de connaissances ou de prédictions.* Et nous pouvons nous contenter de vérités provisoires et perfectibles, comme nous le faisons en astrophysique et en médecine.

1.8.1.6.5 Le rationalisme critique peut se baser sur l'idéalisme transcendantal

Le progrès continu des sciences témoigne de la validité de l'approche du rationalisme critique en tant que méthode scientifique. Cette méthode de recherche de la vérité repose sur le *Principe de la primauté de la connaissance sur les objets*, doctrine de Copernic, Kepler et Kant. Sur le plan métaphysique, on peut adopter cette méthode en postulant la doctrine de l'Idéalisme transcendantal de Kant ou du Réalisme transcendantal pour garantir la rigueur philosophique de la science ainsi découverte progressivement.

1.8.1.6.6 Comparaison du rationalisme critique avec l'empirisme

Rationalisme critique

Popper admet avec les empiristes qu'*aucun ensemble fini d'expériences ne peut justifier une conclusion générale*, qui en serait nécessairement déduite par induction. Mais pour lui rien ne prouve, non plus, que l'induction n'est justifiée que par le confort psychologique de l'homme, que la généralité d'une théorie rassure. L'induction est aussi valable que n'importe quel autre processus psychique pour énoncer une loi générale, car *ce n'est pas le processus dont on doit juger la validité mais son résultat*, et ce jugement reposera sur une critique.

Popper recommande donc d'*examiner en priorité les conjectures les plus riches, les plus audacieuses* pour apprendre le maximum de choses nouvelles le plus vite possible. Un énoncé hypothétique peut même être indécidable, et être accepté jusqu'à preuve d'erreur s'il est falsifiable et qu'on ne lui a pas trouvé d'exemple prouvant qu'il est faux, alors qu'il a au moins un exemple qui le justifie.

Comparaison des preuves de l'empirisme et du rationalisme critique

Les empiristes justifient chaque induction en tentant d'en apporter le plus possible de preuves expérimentales, *démarche de vérification* qui à l'évidence ne peut être exhaustive, donc ne peut être probante. Les rationalistes critiques, au contraire, justifient leurs conjectures par une *démarche falsificatrice*, en cherchant à les réfuter, démarche où un seul contre-exemple suffit.

Pour qu'une théorie puisse être considérée comme acceptable au moins provisoirement, elle doit être falsifiable et résister à toutes les critiques. Mais *pour qu'une théorie soit critiquable il faut d'abord qu'elle existe, qu'on l'ait formulée*. *La recherche de la vérité doit donc partir d'une théorie énoncée, comme l'affirment les rationalistes du XVIIIe siècle, et non des expériences comme le recommandent les empiristes*.

> *Exemple*
>
> Lorsqu'il cherchait la forme de l'orbite de Mars à partir des relevés de positions célestes de Tycho Brahe, Kepler a essayé successivement de nombreux types de courbes planes avant de trouver (au bout d'une douzaine d'années !) que celle qui convient le mieux est une ellipse ayant le Soleil pour foyer. Chaque essai consistait à partir d'une forme de courbe (exemple : un ovale), à calculer ses paramètres à partir de quelques points observés, puis à vérifier si d'autres points observés étaient bien sur la courbe, aux erreurs d'observation près. La méthode de Kepler a bien consisté à partir d'une théorie (la forme testée) et à la soumettre à la critique, pas à partir d'observations pour en déduire une théorie des orbites.

On ne peut jamais prouver qu'une théorie est parfaite, c'est-à-dire qu'elle ne peut être rendue plus précise ou plus complète. Les empiristes considèrent un résultat d'expérience comme une vérité absolue, à jamais infalsifiable ; ils ont tort, car pour une compréhension, une prévision et une prédiction du comportement c'est la théorie générale qui compte, et elle est définie par l'homme jusqu'à falsification ou amélioration.

1.8.2 Connaissance et compréhension

1.8.2.1 Connaissance

Définition du dictionnaire

Le substantif *connaissance* au singulier a plusieurs sens. Le seul qui nous intéresse ici est : *savoir ce qu'un objet est* (par sa représentation et son concept associé) indépendamment de l'origine de cette connaissance (intuition, entendement ou raisonnement).

Chez Kant

Introduction de la notion de connaissance dans la Critique

Kant aborde l'étude de la connaissance dans *l'Introduction* de la *Critique* :

[20] page 110 – *VII. Idée et division d'une science particulière portant le nom de critique de la raison pure*.

(Citation de [20] page 143)

[Les deux sources fondamentales de la connaissance : intuitive et discursive]

"Notre connaissance procède de deux sources fondamentales de l'esprit, […]

- la première [l'intuition] est le pouvoir de recevoir les représentations (la réceptivité des impressions),
  [cette source nous *donne* un objet : elle est *intuitive*.]
- la seconde [l'entendement] est le pouvoir de connaître par l'intermédiaire de ces représentations un objet (spontanéité des concepts) ;
  [cette source *pense* l'objet en relation avec cette représentation (comme simple détermination de l'esprit) : elle est *discursive*. Le concept d'une représentation se forme spontanément lorsque la conscience la prend en compte.]

  > [*La connaissance fournie par l'entendement est discursive*
  > "De la part de l'entendement, la connaissance humaine est *discursive* c'est-à-dire qu'elle se produit par des représentations qui fondent la connaissance sur ce qui est commun à plusieurs choses…" ([37] page 64)] […]

[Une connaissance exige à la fois intuition et concepts]

Intuition et concepts constituent donc les éléments de toute notre connaissance, si bien que ni des concepts, sans une intuition leur correspondant de quelque manière, ni une intuition sans concepts ne peuvent fournir une connaissance.

Les deux éléments [intuition et concept] sont ou purs ou empiriques.

- *Empiriques* si une sensation (qui suppose la présence réelle de l'objet) y est contenue ;
- *Purs,* en revanche, si à la représentation n'est mêlée aucune sensation.

[L'esprit prend en compte la représentation reçue lorsqu'il ressent quelque chose]

On peut appeler [la sensation] la matière de la connaissance sensible.

[Intuition pure : forme de la perception – Concept pur : objet en général, existence]

Par conséquent, une intuition pure contient exclusivement la forme sous laquelle quelque chose est intuitionné, et un concept pur uniquement la forme de la pensée d'un objet en général [c'est-à-dire son existence en tant qu'objet]. Ce sont uniquement des intuitions ou des concepts purs qui sont possibles *a priori :* des intuitions ou des concepts empiriques ne le sont qu'a *posteriori* [c'est-à-dire par expérience]."

(Fin de citation)

Connaissance et expérience

- "*D'un point de vue chronologique*, nulle connaissance ne précède en nous l'expérience, et c'est avec celle-ci que toute connaissance commence." ([20] page 93)
- "L'expérience […] constitue l'unique connaissance où nous sont donnés des objets." ([20] page 287)

Origines psychiques de la connaissance

(Source : [20] page 113)

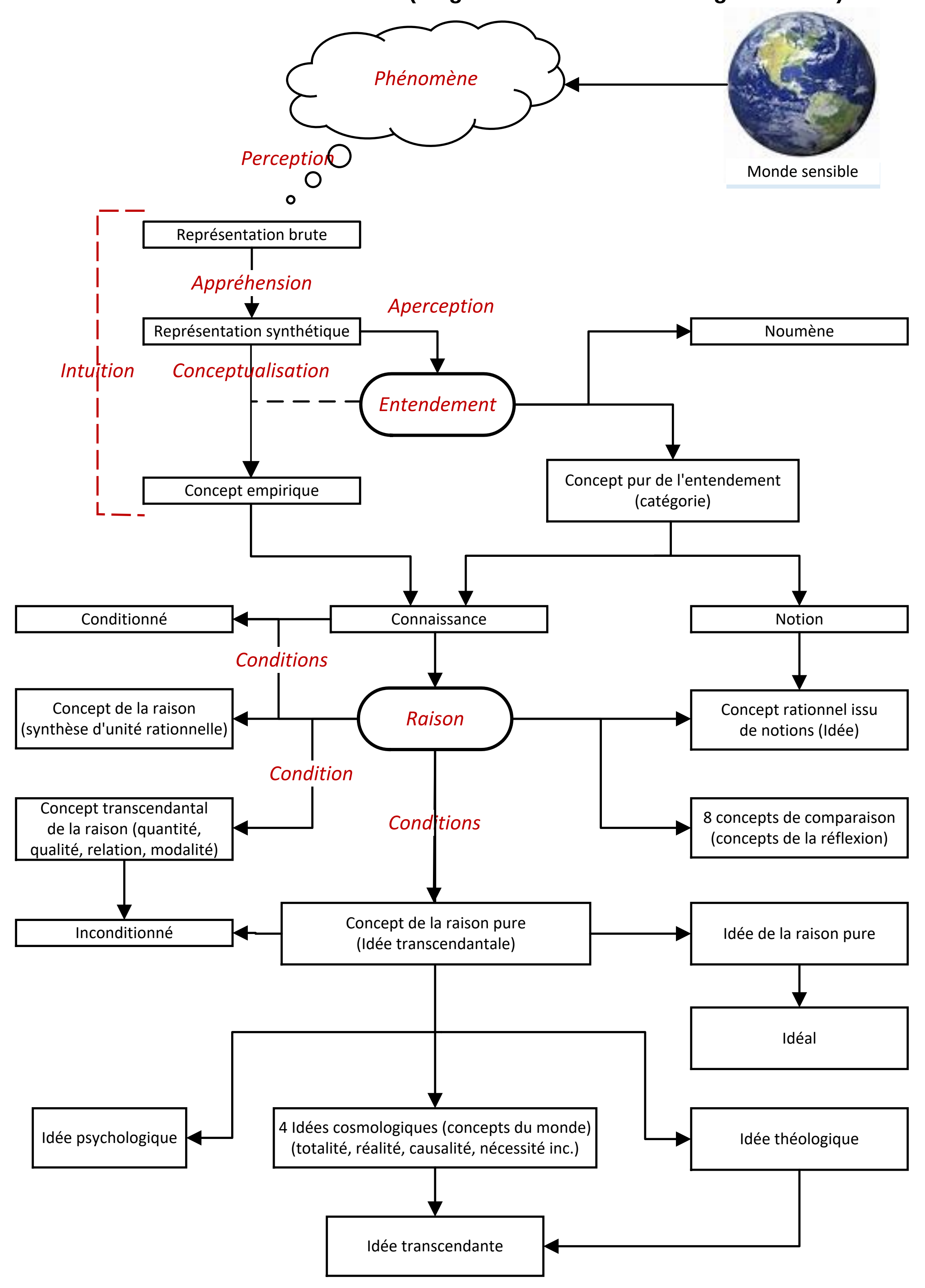
Il y a deux souches [facultés, mécanismes créateurs] de la connaissance humaine :

- La sensibilité, par laquelle les objets sont *donnés*, créant une connaissance empirique intuitive, les intuitions
- L'entendement, par laquelle les objets sont *pensés* sous forme de concepts.

La sensibilité et l'entendement doivent nécessairement s'agencer l'un à l'autre par l'intermédiaire de la fonction transcendantale de l'imagination. Une connaissance transcendante (attention : transcendante, pas transcendantale) est donc aussi impossible qu'une connaissance métaphysique.

Spontanéité de la connaissance
La connaissance d'un phénomène se forme spontanément en présence de son intuition (dont la représentation fournit un concept empirique) et de son concept pur de l'entendement (catégorie)

1.8.2.2 Ensembles d'informations (diagramme selon terminologie de Kant)



Les ensembles d'informations

1.8.2.3 Raisonnement

Définition la plus générale
Le raisonnement est une opération discursive par laquelle on conclut qu'une ou plusieurs propositions (prémisses) entraînent la vérité, la probabilité ou la fausseté d'une autre proposition (conclusion).

Définition omettant la probabilité
Le raisonnement est :

- La faculté d'analyser le réel ; de percevoir les relations entre les êtres, les rapports entre les objets, présents ou non ; de comprendre les faits ;
- L'exercice de cette faculté, activité de la raison discursive ;
- Une suite logique de propositions aboutissant à une conclusion ;
  exemples : un syllogisme, une *récurrence*.

  Récurrence
  Un raisonnement par récurrence consiste à étendre à tous les termes d'une suite u_n une relation R vérifiée par les deux premiers termes u_0 et u_1 sous la forme $u_{n+1} = R(u_n)$.
  Exemple : soient $u_0 = 1$ et la relation $u_{n+1} = ½u_n$.
  Les termes successifs de la suite sont alors : 1 ; ½ ; ¼ ; 1/8, etc.
- Une suite de jugements qui s'enchaînent de manière que l'attribut du premier devient le sujet du second, et ainsi de suite ...

Cas des raisonnements déductifs, les seuls dont nous avons besoin dans ce texte
Kant ne connaît que les raisonnements déductifs par inférence (déductions immédiates) ou syllogisme, (déductions médiates), mais il y en a d'autres.

Exemples de raisonnements autres que l'inférence et le syllogisme :
la récurrence ; la simplification ; la composition ; l'importation ; l'exportation ; la transposition ; par l'absurde, etc. Tous ces raisonnements sont utilisés en logique et en mathématiques.

Par définition, les raisonnements déductifs vont du général au particulier.

(Citation de [20] page 562)
"La raison est un pouvoir de dériver le particulier à partir du général".
(Fin de citation)

(Citation de [20] page 335)
"Les raisonnements *immédiats* sont des inférences, raisonnements d'entendement ; les raisonnements *médiats* sont des syllogismes, raisonnements de la raison."
(Fin de citation)

Les trois sortes *formelles* de raisonnement de raison

- *Catégorique* : un jugement catégorique consiste en une assertion sans condition ni alternative, par exemple lorsque ce jugement affirme ou nie un attribut par rapport au sujet. Exemple : « *A* est *B* »
- *Hypothétique* : qui repose sur une hypothèse. Kant dit : "…hypothétiquement".
  Exemple de proposition hypothétique : « Si *A* alors *B* »
- *Disjonctif* : qui repose sur l'opérateur logique OU, avec 2 cas :
  - (cas général, en logique) : OU non-exclusif (« l'un, l'autre ou les deux ») ;
  - (chez Kant) : OU exclusif « l'un ou l'autre, mais pas les deux ».

  Cet opérateur permet de choisir un sous-ensemble d'un ensemble selon un certain critère. Il attribue aussi une valeur logique vrai/faux à la proposition *c* telle que *c* = a OU *b* connaissant les valeurs logiques des propositions *a* et *b*.

1.8.2.4 Compréhension

Compréhension a deux sens :

- Sens 1 : L'action de comprendre (entendre, assimiler), décrite ci-dessous ; exemple : « J'ai compris le théorème de Pythagore ! »
- Sens 2 : L'inclusion de quelque chose dans un ensemble plus vaste, décrite plus bas ; exemple : « Les Etats-Unis comprennent 50 états ».

Sens 1

En plus de la *différence entre la pensée d'un objet et sa connaissance*, il y a une différence entre la connaissance (par intuition et entendement), et la compréhension décrite ici.

Différence entre penser un objet et le connaître par entendement

Il y a une différence entre *pensée* d'un objet (le connaître seulement par entendement, avec des jugements au sens des catégories de Kant), et *connaissance* de l'objet (en avoir une expérience effective d'où on a déduit son concept) :

- Un concept sert à *penser* un objet ; mais sans intuition cette pensée est pure abstraction, quelque chose qu'on *imagine* mais qu'on ne *connaît* pas.
- La connaissance d'un objet comprend à la fois *les concepts des catégories de l'objet*, par lesquels on le pense, et *l'intuition* par laquelle l'objet est donné.

Qu'est-ce qu'avoir compris un objet physique ou un phénomène ?

C'est pouvoir rendre présentes à l'esprit les relations de l'objet ou du phénomène avec des choses que l'on connaît déjà :

- Sur le plan (statique) du contenu, ces relations peuvent être des catégories (au sens de Kant), des représentations (avec les concepts résultant de leur interprétation), des structures, le gestalt… *avoir compris un sujet sur le plan statique, c'est pouvoir en faire des analyses et des synthèses*.
- Sur le plan (dynamique) de la création, la liste des étapes ou l'algorithme qui expliquent son existence à partir d'états connus ou de transformations précises : *avoir compris un objet physique ou une situation sur le plan dynamique, c'est en proposer des historiques possibles de constitution ou reconstitution*.
- Sur le plan (dynamique) de *l'interaction* avec son environnement et des transformations internes, la liste des causes et conséquences mettant en œuvre une énergie ou produisant une évolution.

  Exemples d'interactions :

  - Traitement de l'arrivée d'une commande par un service commercial ;
  - Réponse d'une voiture à l'appui sur la pédale de frein.

2. L'univers

Laissant de côté les croyances philosophiques et religieuses sur l'Univers, voici un résumé de ce que notre science nous enseigne de vérifiable.

2.1 L'Univers est né lors du Big Bang

Tout ce qui existe, a existé ou existera dans l'Univers a une *chaîne de causalité* remontant au Big Bang, la naissance de l'Univers ;

> *Chaîne de causalité et régression*
> D'après le principe de raison toute situation est due à une cause, elle-même due à une autre cause, etc. La suite de ces causes définit une chaîne de causalité qui remonte le temps jusqu'au Big Bang.
> Une telle remontée s'appelle une *régression*.
>
> *Cause première*
> Une chaîne de causalité, dont les situations sont à des dates arbitraires, peut en compter une infinité, même si sa durée totale est faible. La philosophie traditionnelle fait remonter la chaîne de causalité d'une situation particulière *S* jusqu'à une *cause première sans cause*, c'est-à-dire une situation initiale comme le Big Bang qui constitue une exception postulée (bien qu'injustifiée) au principe de raison.
>
> Certains philosophes qualifient cette cause initiale de *nécessaire*, car « puisque la situation *S* existe il faut bien que sa chaîne de causalité ait commencé à une certaine date dans le passé ». Certains affirment ensuite, toujours sans preuve, que cette cause première est un *Être suprême*, Dieu, existant sans avoir lui-même été créé (logique, non ?). Et, dernière affirmation sans preuve, ils considèrent ce Dieu comme omnipotent, omniprésent, parfait, juste, éternel, etc. et capable d'intervenir dans le monde. Où est leur rigueur ?
>
> *Descartes et Spinoza : « On ne peut concevoir Dieu comme non-existant »*
> Ces philosophes considèrent qu'on ne peut concevoir Dieu comme non-existant puisque le monde existe : pour eux qui refusent l'idée d'une chaîne de causalité de durée infinie (non créée car ayant toujours existé), la chaîne de causalité du monde doit nécessairement avoir une cause première sans cause, Dieu.
> Voir en complément :
>
> - *Régression : les deux logiques de remontée d'une chaîne de causalité* ;
> - *Dieu est inconcevable comme non-existant* ;
> - *Big Bang, la naissance de l'Univers.*

On ne connaît pas la cause de l'explosion du Big Bang : peut-être n'a-t-elle pas de cause si elle est due à une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant. On sait seulement que l'existence du Big Bang explique beaucoup de constatations physiques, et qu'elle est cohérente avec les équations d'état de l'Univers d'Einstein et l'équation d'évolution de Friedmann, équations dont nous avons de nombreuses preuves expérimentales de validité.

Nous ne savons pas s'il a existé un pré-Univers (espace-temps et masse-énergie) avant ce Big Bang, nous n'avons à ce sujet que des conjectures. Notre espace-temps est apparu en même temps que la masse-énergie de l'Univers lors du Big Bang, car l'existence de quelque chose implique à la fois celle d'un temps (date-heure), celle d'un lieu ou d'une étendue, et celle d'une masse-énergie. En outre, la Relativité restreinte, simple propriété géométrique de l'espace, montre que la position d'un objet mobile et l'instant où on le considère sont interdépendants.

« L'existence physique se conçoit seulement à la fois dans l'espace et le temps, et concerne une masse-énergie »

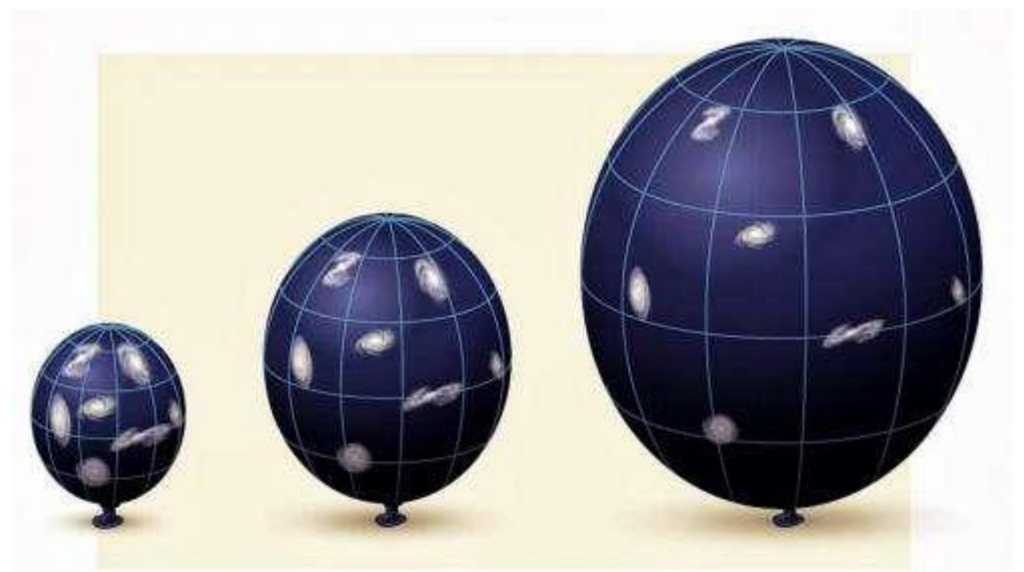
A sa naissance, l'Univers était minuscule mais extraordinairement dense et chaud, si chaud que sa masse-énergie était une sorte de « soupe quantique », plasma de baryons (protons, neutrons, etc.) et de photons.

Structure d'espace-temps
La Relativité générale d'Einstein nous apprend que l'Univers est un continuum (espace continu) quadridimensionnel : 3 dimensions d'espace + 1 dimension de temps, le tout formant l'espace-temps. Le temps est une dimension *nécessaire* de cet espace-temps, dont on ne peut concevoir un espace réel sans temps ou un temps réel sans espace. Ainsi :

« Notre temps a commencé lors du Big Bang, il y a 13.8 milliards d'années. »

Quelques chiffres sur l'Univers
L'Univers observable depuis la Terre est une sphère de la surface de laquelle la lumière a mis 13.8 milliards d'années pour nous parvenir depuis le Big Bang : son rayon est défini par un temps de parcours, pas par une distance. Cet Univers observable contient environ 10^{12} galaxies (1000 milliards de galaxies contenant chacune environ 100 milliards d'étoiles.)

Cet univers est en expansion : son rayon grandit dans toutes les directions, comme un ballon qu'on gonfle mais plus vite que la vitesse de la lumière ; deux galaxies distantes de 1 milliard d'années-lumière s'éloignent l'une de l'autre.
Une des pages web qui expliquent cela clairement est [270]. Et voici une illustration de cette expansion :



Expansion de l'Univers selon Eugenio Bianchi, Carlo Rovelli et Rocky Kolb

La vitesse d'expansion de l'Univers ayant varié dans le passé, les galaxies les plus lointaines jamais créées depuis le Big Bang sont à une distance d'environ 47 milliards d'années-lumière, à la surface d'une sphère appelée *Univers physique actuel*.

1 année-lumière = 9.4605 10^{12} km (environ 10 000 milliards de km).

« Le rayon de l'Univers physique est de 47 milliards d'années-lumière. »

La surface de l'Univers physique s'éloigne de nous environ 6 fois plus vite que la vitesse de la lumière c = 299 792 458 m/s. Une telle vitesse ne contredit pas la Relativité générale, car celle-ci ne limite à c que les vitesses de ce qui est matière ou rayonnement, pas celle de l'expansion de l'espace lui-même.

« L'expansion de l'Univers fait croître son rayon plus vite que la vitesse de la lumière. »
Les calculs montrent que le rayon de l'Univers physique croît environ 6 fois plus vite.

2.1.1 La transcendance n'est qu'une illusion philosophique

Aucune intervention transcendante (de l'extérieur de l'Univers) n'est possible dans l'Univers : aucune n'a créé, ne créera ou ne modifiera quelque chose à l'intérieur, parce que l'Univers étant en expansion plus rapide que la vitesse de la lumière cette intervention se propagerait plus vite qu'elle, ce que la Relativité interdit.

Toute intervention (action) physique suppose un échange d'énergie, et aucun échange n'est possible s'il suppose une propagation d'énergie plus rapide que la lumière.

La seule évolution qui peut être plus rapide que la lumière est l'expansion de l'Univers, régie par les équations de la Relativité et de Friedmann.)

La transcendance est physiquement impossible

Aucune cause de l'intérieur de l'Univers ne peut agir à l'extérieur… si cet extérieur existe (même raison : la Relativité). Et nous ne saurons jamais s'il y a un extérieur à l'Univers : aucune information ne peut franchir la limite de l'Univers, car elle suppose un déplacement d'énergie comme la lumière ou les ondes gravitationnelles.

2.1.2 Paradoxe d'Olbers

L'astronome Olbers a proposé en 1823 le paradoxe suivant, appelé aussi *Paradoxe de la nuit noire*.

Enoncé

« Si l'Univers est infini et la densité de sa population d'étoiles est homogène, toute direction dans laquelle on regarde le ciel nocturne devrait contenir une étoile : il devrait donc y avoir de la lumière la nuit, car tous les points du ciel devraient être lumineux. »

Raisonnement

En réfléchissant au même problème en 1610, Johannes Kepler avait conclu que l'Univers n'était pas infini et/ou n'avait pas un nombre infini d'étoiles.

Mais il y a d'autres solutions :

- Certaines étoiles sont peut-être trop récentes pour que leur lumière ait eu le temps de nous parvenir.

  Cette solution suppose que la lumière a une vitesse finie et que l'Univers n'est pas en expansion, ou que son expansion est moins rapide que la vitesse de la lumière. Or Newton croyait que la vitesse de la lumière est infinie, et son espace étant une abstraction n'avait aucune raison de se dilater…
- Certaines étoiles sont déjà mortes : nous ne les voyons pas parce qu'elles n'envoient plus de lumière.
- L'éclat d'une étoile diminuant avec la distance, nous ne voyons pas celles qui sont trop faibles parce qu'elles sont loin.

Nous allons voir dans ce chapitre ce qu'il en est, en commençant par un résumé de nos connaissances cosmologiques actuelles.

2.2 Généralités sur l'Univers

Définitions de l'Univers

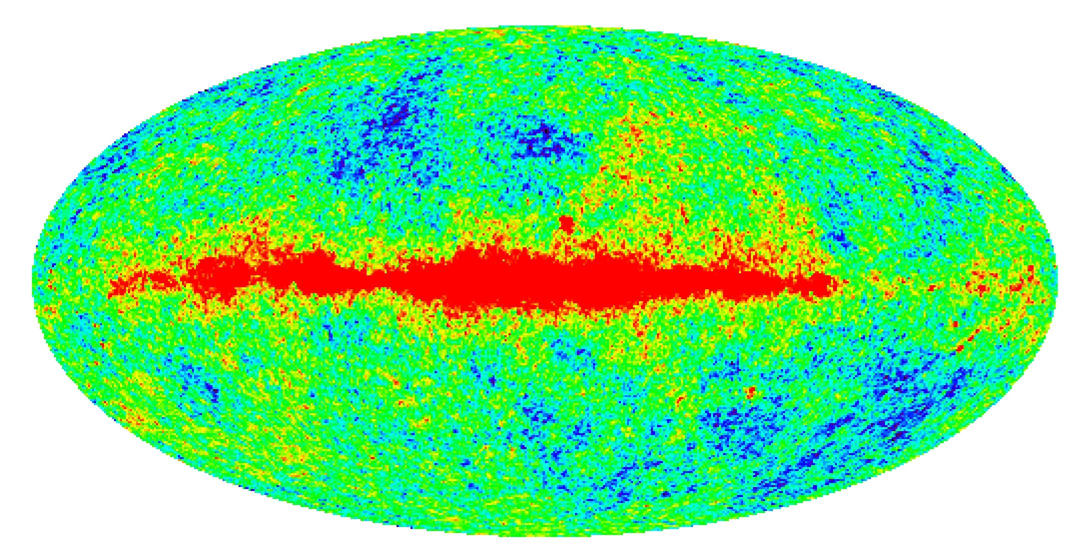
- (Philosophie et langage courant) : ensemble de tout ce qui existe physiquement à un instant donné, la totalité des êtres et des choses.
- (Univers physique sensible) : ensemble des choses et des phénomènes physiques perceptibles par l'homme et objets de la science.
- (Astronomie – Univers avec une majuscule) : ensemble des galaxies, considérées dans leur évolution dans l'espace et le temps.
  Pour un astronome, il y a environ 10^{12} galaxies, 10^{23} étoiles.
- (Physique de la Relativité générale) : tout ce qui a existé, existe et existera dans le même espace-temps (continuum quadridimensionnel) que la Terre.

Données principales actuelles

- *Naissance* : notre Univers est né d'une explosion colossale, le Big Bang, il y a 13.8 milliards d'années (voir *Big Bang et première seconde de l'Univers*). Il se peut qu'il soit né d'une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant [109].
- *Principe cosmologique* : c'est un ensemble de deux principes d'invariance spatiale de l'Univers, qui ne s'expliquent que par l'occurrence d'une inflation
  (phénomène décrit plus bas) :
  - *L'homogénéité*, invariance (à l'échelle du milliard d'années-lumière) de la distribution des galaxies (densité de galaxies par milliard d'années-lumière cube) ;
  - *L'isotropie*, invariance du fond diffus cosmologique dans les diverses directions d'observation.

    Le fond diffus cosmologique est un rayonnement électromagnétique présent dans tout l'Univers et extrêmement isotrope. C'est un reste du rayonnement émis 380 000 ans après

le Big Bang, lorsque la dilatation de l'Univers l'avait suffisamment refroidi pour qu'il devienne transparent. Aujourd'hui, la dilatation a réduit la température de ce rayonnement à 2.7°K.



Carte du ciel entier montrant le fond diffus cosmologique.
Les différences de couleur proviennent des différences d'intensité du rayonnement (de l'ordre de 10^{-6}°K) dues aux variations de la densité de matière qui ont donné naissance aux galaxies.

Détails du Principe cosmologique et du fond diffus cosmologique : voir plus bas *Fond diffus cosmologique – Homogénéité et isotropie de l'Univers*.

- *Dimension* : *l'Univers observable depuis la Terre, qui en est le centre,* est une sphère de la surface de laquelle la lumière a mis 13.8 milliards d'années pour nous parvenir depuis le Big Bang : cette surface est aussi appelée *Horizon cosmique*.

  Le rayon de cet horizon est défini par ce temps de 13.8 milliards d'années, pas par une distance, contrairement à ce qu'on entend trop souvent. C'est cet Univers observable qui contient environ 10^{12} galaxies.

- *Expansion* : l'Univers est en expansion depuis le Big Bang : les galaxies lointaines s'éloignent de nous d'autant plus vite qu'elles sont loin.

  Loi de Hubble : la vitesse de croissance du rayon de l'Univers observable est proportionnelle à la distance à la Terre du lieu considéré. Ce rayon croît de 23 km/s par million d'années-lumière d'éloignement. C'est pourquoi il existe une distance au-delà de laquelle la vitesse d'éloignement est celle de la lumière, ~300 000 km/s. Nous voyons pourtant des lieux plus éloignés, parce que leur image est partie à une époque où l'Univers était plus petit.

  La vitesse d'expansion de l'Univers a varié depuis le Big Bang, décroissant pendant les 8 premiers milliards d'années environ, puis croissant depuis. Du fait de cette vitesse d'expansion variable, les galaxies les plus lointaines jamais créées depuis le Big Bang sont aujourd'hui à une distance d'environ 47 milliards d'années-lumière, à la surface d'une sphère appelée *Univers physique actuel*.
  Voir aussi *L'expansion actuelle avec dilution et refroidissement*.

  Volume et surface de Hubble
  On appelle *Volume de Hubble* l'intérieur de la sphère à la surface de laquelle les galaxies s'éloignent de nous aujourd'hui à la vitesse de la lumière, sphère appelée *Surface de Hubble*. Les galaxies situées au-delà émettent aujourd'hui une lumière qui ne nous atteindra jamais, car elle se propage vers nous moins vite que l'Univers ne se dilate.

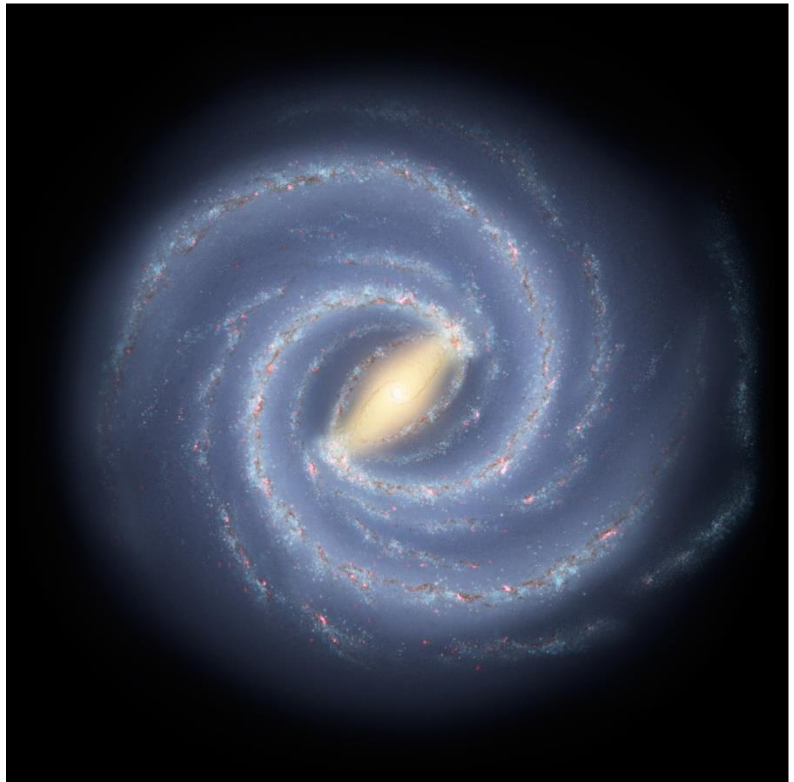
  Une limite infranchissable
  Les galaxies au-delà de la surface de Hubble s'éloignent de nous plus vite que la vitesse de la lumière c = 299 792 458 m/s ([235]). Une telle vitesse d'expansion ne contredit pas la Relativité générale, car celle-ci ne limite à c que les vitesses de ce qui est matière ou rayonnement, pas celle de l'expansion de l'espace ; mais cette vitesse d'expansion a une conséquence philosophique : aucune action physique ne peut franchir cette surface, ni de l'extérieur vers

l'intérieur ni l'inverse : cette transcendance-là est physiquement impossible, alors que pour les philosophes traditionnels l'expérience ne peut ni la démontrer ni l'infirmer. [237]

2.2.1 Notre galaxie, la Voie lactée

L'Univers observable contient ~ (signe qui veut dire "environ") ~10^{12} galaxies. Une galaxie est un groupe d'étoiles d'une dimension ~50 000 années-lumière (1 année-lumière ~10 000 milliards de km).

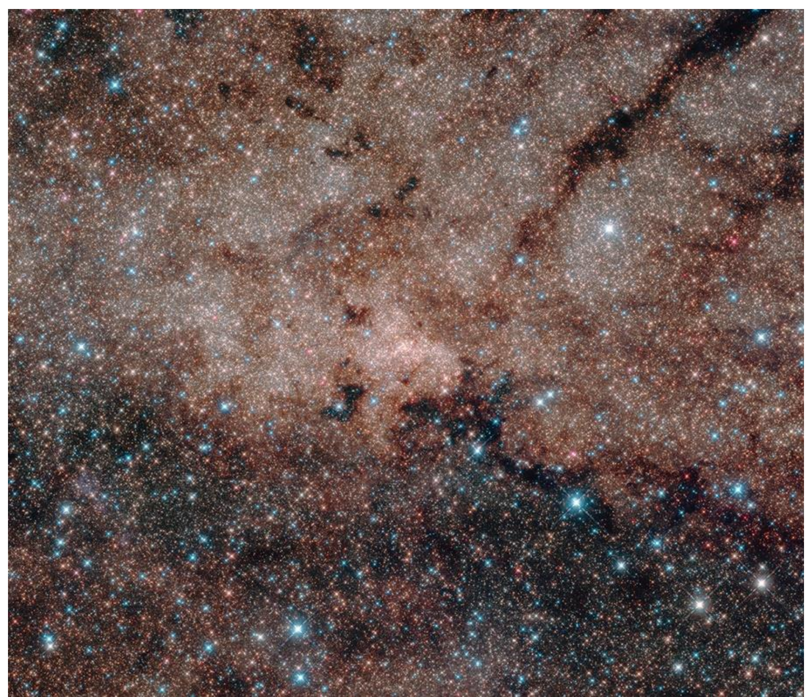
Notre galaxie, la *Voie lactée*, est un disque plat qui a un diamètre ~100 000 années-lumière et une épaisseur ~1000 années-lumière. Elle contient entre 200 et 400 milliards d'étoiles. La partie qui contient le Soleil fait un tour complet autour de son centre de masse (dit *centre galactique*) en ~220 millions d'années. Le système solaire est à ~28 000 années-lumière du centre galactique et 20 années-lumière au-dessus de son plan central. De l'intérieur de la Voie lactée où nous sommes nous n'en avons pas de vue générale, mais nous en avons peu à peu construit une représentation raisonnablement exacte, que voici.



Représentation de la Voie lactée ("spirale barrée") construite vers 2010 : © NASA-JPL

Voir *L'échelle des distances dans l'Univers* : [212].

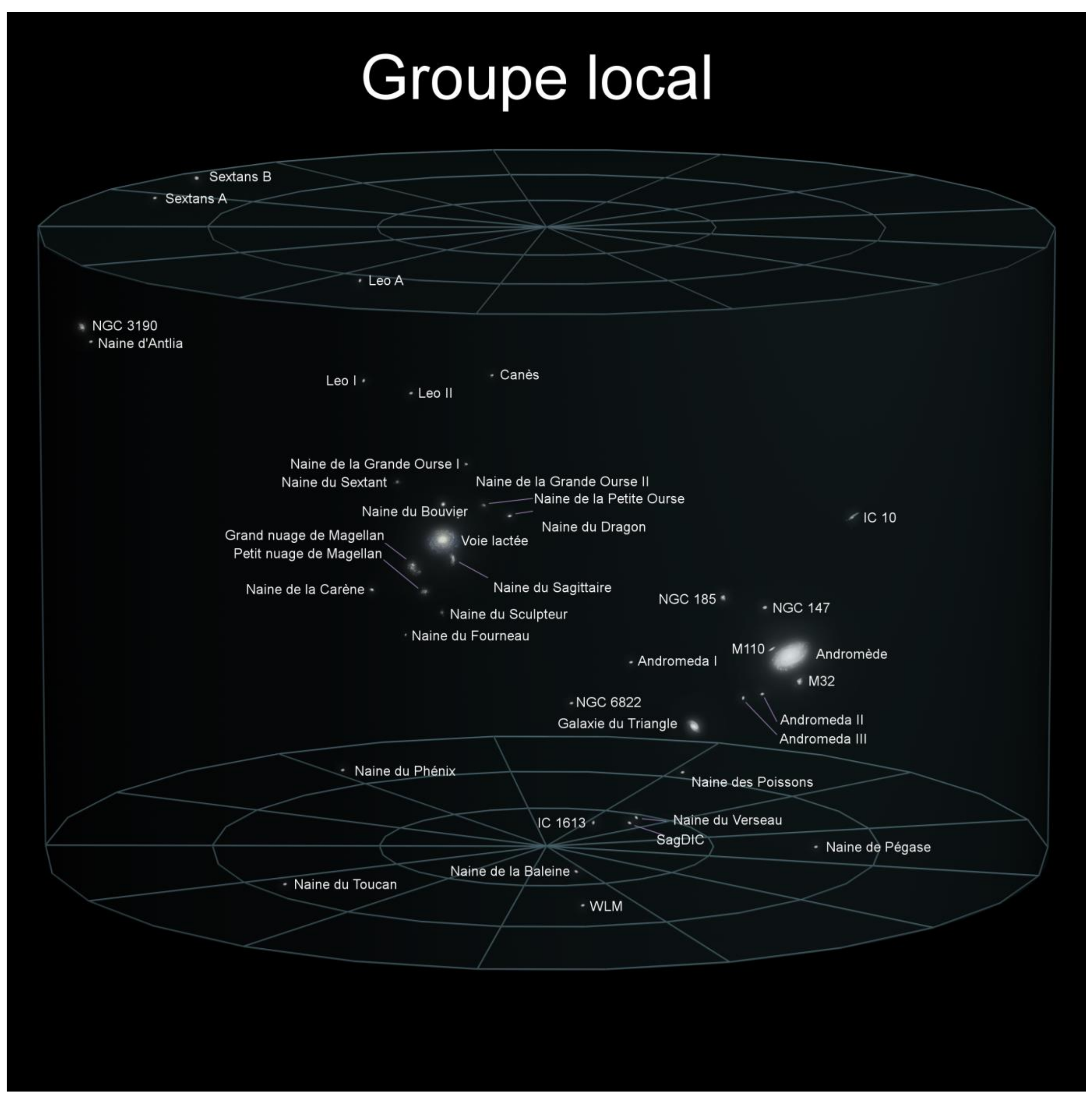
Nous savons désormais que la Voie lactée a plus de planètes que d'étoiles : voir l'animation [236]. Au télescope, le centre de notre Voie lactée (un renflement ~6000 années-lumière d'épaisseur) offre une photo comme la suivante :


Détail du centre de notre galaxie - © NASA ESA – A. Guez, V. Bajaj

Avec un télescope à champ large situé en montagne à ~5000 m d'altitude, le centre de la Voie lactée donne une photo comme celle-ci :

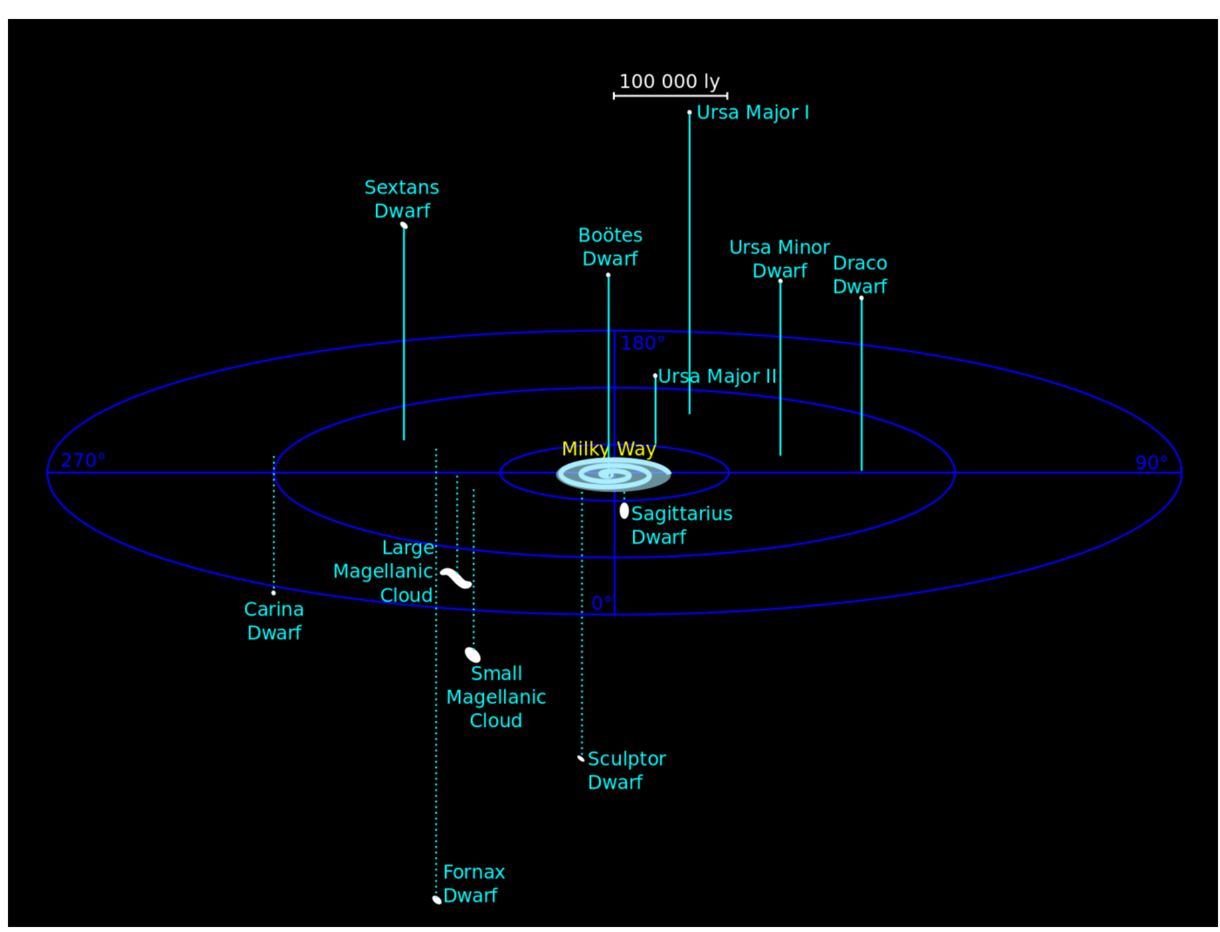

Photo à champ large de la Voie lactée, prise à 5000 m d'altitude (Serge Brunier)

Les galaxies sont en général regroupées en "amas" ou "groupes". Voici notre groupe local :



Groupe (amas) local de galaxies, comprenant la Voie lactée, la grande galaxie voisine d'Andromède et des galaxies satellites © Creative Commons

Notre Voie lactée a elle-même des galaxies satellites :



La Voie lactée et quelques-unes des 55 galaxies satellites listées, selon [238]

2.2.2 L'espace "vide" est un champ gravitationnel contenant de l'énergie

Une étendue d'espace intergalactique dans laquelle on ne trouve aucun atome (il y en a en moyenne 6 par m^3 dans l'Univers observable, la plupart d'hydrogène, ce qui laisse beaucoup de place entre eux) est parcourue par des rayonnements, par exemple le *fond diffus cosmologique* ; elle n'est donc pas vide d'énergie.

Mais en plus de ces rayonnements il y a partout un champ gravitationnel, qui a aussi son énergie, une énergie potentielle toujours négative : *l'énergie du vide*.
Voir paragraphe *Energie négative en physique*.

Aucun point de l'Univers n'est donc vide : en chaque point il y a au moins de l'énergie rayonnée et de l'énergie gravitationnelle. Toutes les énergies (matière, rayonnement et vide) s'additionnent car ce ne sont que des manifestations différentes d'énergie. Cela confère à tout point de l'espace-temps une densité totale d'énergie dont dépend la courbure du voisinage, calculée par l'équation d'Einstein.

« Tout point sans matière de l'Univers est parcouru par des rayonnements et contient une énergie potentielle de gravitation : il n'y a donc aucun point vide (=dénué d'énergie). »

2.2.3 Espace et temps sont inséparables

Il n'existe aucun lieu où il n'y a pas de temps qui passe, aucun instant distinct de tout lieu : l'espace et le temps sont inconcevables physiquement l'un sans l'autre. L'existence de quelque chose s'entend « quelque part » et « à un certain instant ».

« L'Univers n'a pas de point hors du temps ou d'instant hors de l'espace. »

2.2.4 L'espace cosmique "vide" contient de la matière et de l'énergie noires

Le « vide » de l'espace cosmique contient au total bien plus que la matière que nous voyons dans toutes les étoiles, planètes, astéroïdes, poussières et gaz à faible pression, même si on y ajoute l'énergie potentielle de gravitation et l'énergie des divers rayonnements qui le parcourent (addition

justifiée par l'équivalence masse-énergie représentée par la formule $E = mc^2$ de la Relativité). En ajoutant la masse des trous noirs que nous ne voyons pas, mais dont nous voyons les effets gravitationnels (qui montrent que la masse de certains peut dépasser un milliard de fois celle du Soleil), nous sommes toujours loin du compte. *La masse totale des corps célestes lumineux ou sombres que nous connaissons, avec ses milliers de milliards de galaxies, représente seulement environ 4.9 % de la masse-énergie de l'Univers*.

« 95% de la masse-énergie de l'Univers est invisible et sa nature est inconnue. »

L'étude des mouvements des galaxies, de leurs satellites et des amas d'étoiles qui les entourent montre qu'il existe nécessairement, dans chaque galaxie et dans son voisinage, une masse énorme que nous ne voyons pas, parce qu'elle n'émet pas de lumière et n'en absorbe pas. Au total, cette masse représente environ 5 fois celle de la masse-énergie visible dans l'Univers, c'est-à-dire environ 27 % de l'énergie totale ; on l'appelle « **matière sombre** », « **matière noire** » ou « **matière cachée** » (dark matter).

« 27% de l'énergie de l'Univers est une matière noire invisible mais pesante. »

Dans l'Univers primitif il y avait des zones à peu près sphériques de matière noire appelées « halos », au centre desquelles les galaxies que nous voyons se sont formées. Ces halos existent toujours, et leur masse importante explique la vitesse de rotation étonnamment élevée des amas et galaxies satellites des galaxies principales.


Galaxie spirale NGC 6946 © Coldspring observatory - Calvert

2.3 L'univers en expansion

Le décalage des raies spectrales des galaxies (redshift)
Lire d'abord la définition et le principe d'un spectromètre dans [118].

En 1929, l'astronome américain Edwin Hubble mesura au spectromètre la distance et la vitesse de galaxies lointaines par rapport à la Terre. Sa mesure de la distance n'était pas très précise, mais celle de la vitesse l'était parce qu'on mesure avec précision le décalage z (*redshift*) des raies spectrales de la lumière de la galaxie :

$$z = (\lambda_{galaxie} - \lambda_{fixe}) / \lambda_{fixe}.$$

Dans cette formule, $\lambda_{galaxie}$ est la longueur d'onde d'une certaine raie du spectre de la galaxie lointaine (toutes s'éloignent de nous) et λ_{fixe} est la longueur d'onde de cette même raie mesurée dans un laboratoire terrestre. $\lambda_{galaxie}$ est plus grande que λ_{fixe} car l'expansion de l'Univers dilate les longueurs d'onde.

La relation entre redshift z et facteur d'échelle a_e au moment de l'émission d'une image de galaxie qui nous parvient est :

$$z = \frac{1}{a_e} - 1 \qquad \text{(Z)}$$

car par définition le facteur d'échelle actuel est $a_0 = 1$.

Cette formule valable pour les galaxies proches et lointaines, exige de connaître la loi *a(t)* et la coordonnée $\bar{r}_e$ de la galaxie. Mais connaissant cette loi, une mesure de z permet de calculer la coordonnée $\bar{r}_e$ (voir Facteur d'échelle - Modèle d'Univers).

Plus une galaxie est loin de nous, plus elle s'éloigne rapidement

Hubble s'aperçut que plus une galaxie est loin de nous, plus elle s'éloigne rapidement : quelle que soit la direction de l'espace où on regarde, les galaxies lointaines s'éloignent de nous à une vitesse proportionnelle à leur distance ; l'*Univers est donc en expansion dans toutes les directions* : tout l'espace s'étire comme s'il était à la surface d'un ballon qu'on gonfle ; et cet étirement est d'autant plus rapide que l'objet est lointain.

« L'Univers se dilate à une vitesse proportionnelle à la distance. »

En fait c'est l'espace entre galaxies lointaines qui s'étire, les galaxies elles-mêmes conservent leur forme, leurs dimensions et celles de leurs galaxies satellites.

Il y a donc deux champs de force agissant à la fois :

- A l'échelle galactique : la gravitation domine ;
- A l'échelle du milliard d'années-lumière : la force d'expansion domine. C'est cette force-là que Hubble a découverte.

2.3.1 Loi de Hubble : vitesse d'expansion de l'Univers

Hubble énonça donc ce qui est devenu la *Loi de Hubble* :

$$v = Hd\text{, où :}$$

- la vitesse d'éloignement v est en km/s ;
- la distance d est en mégaparsecs (1 Mpc = 3.26 millions d'années-lumière = $3.09.10^{19}$ km) ; plus une galaxie est loin, plus on la voit telle qu'elle était il y a longtemps.
- H (la constante de Hubble) vaut 67.15 km/s/Mpc : l'expansion est linéaire et isotrope : plus une galaxie est loin plus elle s'éloigne vite, et ce à la même vitesse dans toutes les directions.

  Du reste, l'Univers lui-même est isotrope : à grande échelle, il a les mêmes propriétés physiques et la même géométrie (au sens relativiste) dans toutes les directions ; voir *Les trois géométries possibles à grande échelle de l'Univers*.

  Il est important de noter que l'expansion ainsi constatée :

  - n'a pas de centre ou de position privilégiée : à grande échelle elle affecte tout l'Univers, et partout de la même façon ;
  - à l'échelle galactique elle ne change pas les formes et tailles des objets.

Relation entre redshift et constante de Hubble pour des galaxies proches

En appelant H_0 la valeur de H mesurée actuellement (comme ci-dessus au paragraphe *Paramètre et constante de Hubble – Densité critique Ω*, sous-titre *La loi de Hubble déduite de celle de Friedmann*), on a :

$$z \sim H_0 d \quad (z \text{ est de l'ordre de } H_0 d)$$

car pour des galaxies à une distance quelconque la formule valable est (Z) :

$$z = \frac{1}{a_e} - 1 \qquad \text{(Z)}$$

Nos unités de longueur et de temps en changent pas

L'expansion de l'Univers agrandit les longueurs d'ondes : un rayon lumineux monochromatique jaune parti de très loin et voyageant depuis 1 milliard d'années voit sa longueur d'onde croître avec l'expansion ; sa couleur passe du jaune au rouge.

Mais nos unités de longueur et de temps ne changent pas, et la vitesse de la lumière de nos équations ne change pas.

« L'expansion de l'Univers agrandit les distances sans changer les unités de longueur et de temps. »

2.3.2 Conséquences cosmologiques de la Loi de Hubble

- En supposant constante la quantité de masse-énergie de l'Univers, sa densité a diminué depuis le passé et diminue constamment encore : *l'Univers se dilue*.
- En supposant constante l'énergie de l'Univers parce qu'il est fermé, la densité d'énergie diminue avec l'expansion : *l'Univers se refroidit*.

  Il se refroidit d'autant plus que l'expansion de l'espace allonge la période de tout rayonnement émis il y a longtemps : les rayonnements à ~3000°K partis de la première époque visible, lorsque l'Univers avait 380 000 ans, sont reçus aujourd'hui en tant que fond diffus cosmologique à 2.7°K – donc très froids.
- Si la constante de Hubble a toujours eu sa valeur actuelle (ce qui est très approximatif) alors il y a 1/H= 13.9 milliards d'années tout l'Univers était concentré en un même point en ayant une densité énorme : ce fut le *Big Bang*.
  En fait, selon les mesures de 2013 de l'engin spatial européen Planck [239] :
  - l'Univers est né il y a 13.8 milliards d'années ;
  - H = 67.15 km/s/Mpc ;
  - La proportion de matière noire dans l'Univers est 26.8%;
  - La proportion d'énergie noire est 68.3%;
  - La proportion de matière ordinaire est 4.9%.

  La valeur 1/H est appelée « Temps de Hubble ».

La Terre est le centre de l'Univers observable. Mais aucun point de l'Univers n'est privilégié, son expansion affecte tous ses points et depuis le même instant, le Big Bang. Les lois physiques n'ont pas changé depuis et sont les mêmes partout.

« Les lois physiques sont les mêmes dans tout l'Univers et à toutes les époques. »

2.3.3 Les trois rayons de l'Univers

Il y a 3 réponses à la question : « Quel est le rayon de l'Univers ? »

- *L'Univers observable, défini par un temps*
  On appelle *Univers observable* la sphère de l'intérieur de laquelle la lumière a eu le temps de nous parvenir en 13.8 milliards d'années, c'est-à-dire depuis le Big Bang. Le rayon de cette sphère est d'environ 47 milliards d'années-lumière, supérieur à 13.8 milliards car l'Univers s'étendait pendant qu'elle voyageait. La loi de Hubble ne peut s'expliquer que par une expansion simultanée de cet Univers en tous ses points.
- *Le Volume de Hubble*
  L'Univers observable n'est pas le même que celui du *Volume de Hubble*, intérieur à la sphère de Hubble de la surface de laquelle les galaxies s'éloignent de nous à une vitesse égale à *c*. La différence de rayon entre l'Univers observable et la sphère de Hubble est due à l'expansion, dont la vitesse a varié : elle a décru pendant les premiers 8 à 9 milliards d'années et croît depuis.

  Une galaxie située aujourd'hui à l'extérieur de la sphère de Hubble, mais dont la lumière nous parvient parce qu'elle est partie il y a entre 9.1 et 13.8 milliards d'années, s'éloigne de nous à une vitesse supérieure à *c*.

  « Il existe une partie invisible de l'Univers qui s'éloigne de nous plus vite que la lumière. »

  Mais aucune information, aucune énergie, aucune matière – donc aucune action – provenant de l'extérieur du volume de Hubble ne peut nous atteindre ; cette impossibilité a d'importantes conséquences philosophiques.

  Le temps passant, l'expansion fait que nous verrons un espace contenant de moins en moins de galaxies lointaines, car les galaxies proches du bord de l'horizon s'échappent et s'évanouissent progressivement.
- *L'Univers physique, créé depuis le Big Bang*
  La sphère de *l'Univers physique* actuel, de rayon ~47 milliards d'années-lumière, contient environ 10^{12} galaxies, 10^{23} étoiles. La lumière des galaxies à sa surface (appelée *fond diffus cosmologique*) nous parvient encore, car elle est partie il y a 13.8 milliards d'années, quand

l'Univers était beaucoup plus petit. Mais leur lumière *partie aujourd'hui* ne nous parviendra plus. [240]

Pour plus de détails voir l'article [241].

Au-delà de l'Horizon cosmique, la vitesse d'éloignement est plus rapide que *c*

La surface de l'Univers observable s'éloigne de nous plus vite que la vitesse de la lumière [242].

L'Univers n'a aucune raison de n'exister qu'à l'intérieur du Volume de Hubble, lui-même intérieur à l'Univers observable. Bien qu'on ne puisse pas voir cet espace *tel qu'il est aujourd'hui*, on sait qu'il existe, donc qu'il contient *des points qui s'éloignent de nous plus vite que la vitesse c*, points que nous ne verrons donc jamais. On est certain de cette existence, car on voit des galaxies (appelées *quasars*) dont le décalage z est supérieur à 1.4 (exemple : $z = 7.7$, qui correspond à une distance d'environ 30 milliards d'années-lumière), ce qui s'explique par le fait que la lumière que nous en recevons est partie à un moment où l'Univers était beaucoup plus petit et a eu le temps d'arriver ; nous voyons aujourd'hui les astres tels qu'ils étaient lorsqu'ils ont émis la lumière que nous observons, il y a parfois plus de 13 milliards d'années. Les astres les plus lointains, créés peu après le Big Bang, sont à ~47 milliards d'années-lumière, rayon de *l'Univers existant* (ou *Univers physique*).

Mais, objecteront certains, Einstein a démontré qu'aucune vitesse supérieure à *c* n'est possible : aucun déplacement de matière, aucun rayonnement, aucune conséquence d'un phénomène physique ne peut se propager plus vite que la lumière ! C'est vrai, mais cette objection ne tient pas : l'expansion de l'Univers, où toute distance et toute longueur grandit, échappe à la contrainte de vitesse inférieure ou égale à *c*. Pour un observateur donné, tout se passe comme si tous les objets lointains d'un Univers sans expansion s'éloignaient en se déplaçant, mais en réalité c'est l'espace lui-même qui grandit : une règle graduée grandit et toute mesure d'objet voisin de l'espace par rapport à cette règle reste constante.

Près de la surface de Hubble : une couche fine chaude analogue à l'Horizon étiré

La loi de déformation de l'espace due à la Relativité générale s'applique à une couche sphérique d'espace de notre côté de la surface de Hubble, comme elle s'applique à l'Horizon étiré au-dessus de l'horizon des événements d'un trou noir :

- En approchant de la surface de Hubble le temps (vu de loin) ralentit et semble s'arrêter ;
- Vue de la Terre, la surface de Hubble est précédée d'une couche sphérique où la température est extrêmement élevée ;
- Pour un observateur qui approcherait de la surface de Hubble (en allant plus vite que la lumière, donc un observateur s'éloignant avec l'expansion) la couche précédente n'existe pas plus que l'Horizon étiré n'existe pour un observateur en train de le franchir en chute libre, ou déjà du côté singularité de l'horizon des événements : c'est une autre conséquence du *Principe de complémentarité*, appliqué cette fois à la surface de Hubble au lieu de l'horizon d'un trou noir.

Pour un observateur terrestre, les bits d'information d'un corps qui s'éloigne et franchit la surface de Hubble y sont rayonnés par lui vers l'intérieur de l'Univers, comme par le rayonnement de Hawking pour l'Horizon étiré d'un trou noir. Mais *la Terre ne les verra plus*, car leur distance grandit plus vite que la lumière ne la traverse.

Pour un observateur qui franchit la surface de Hubble, son information survit avec lui. Mais elle a *disparu à jamais pour nous* car l'expansion est plus rapide que la vitesse de la lumière.

2.3.4 Températures et densités pendant les 100 000 premières années

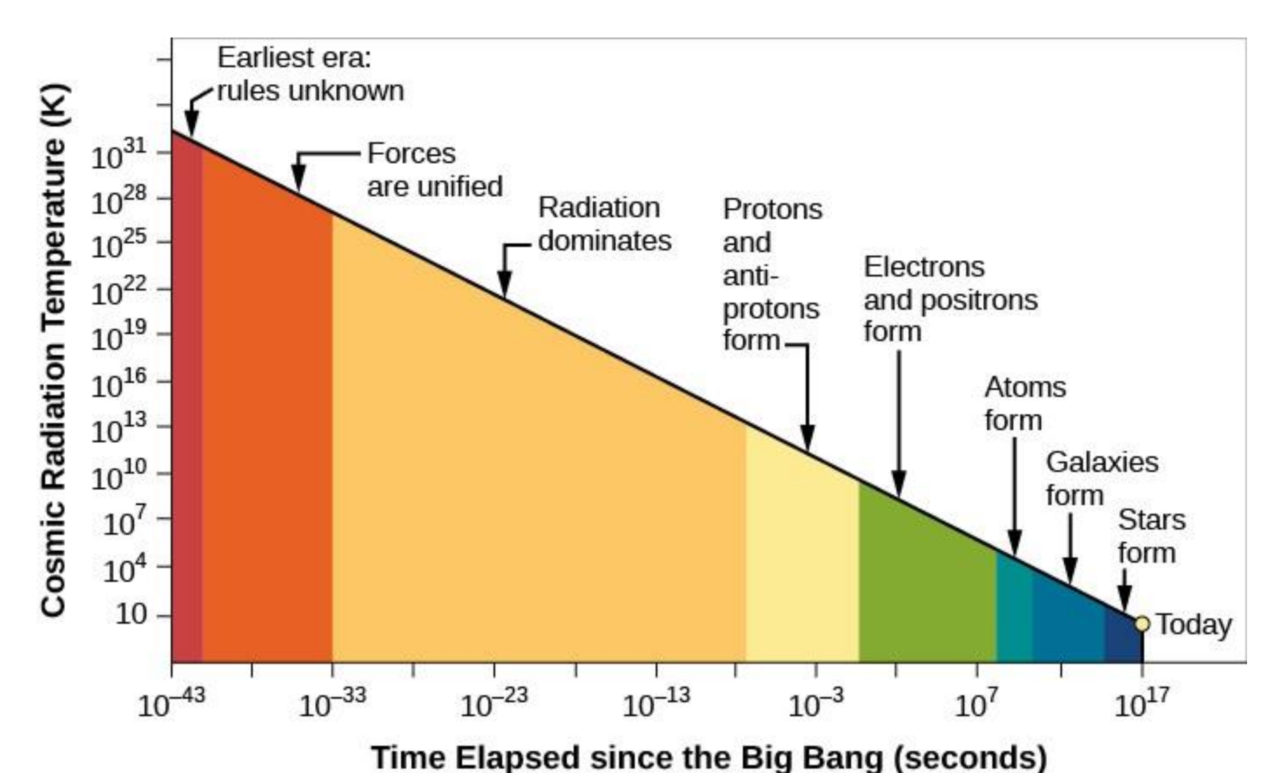
Source : [112] page 86

Depuis l'inflation qui a suivi le Big Bang l'Univers est en expansion. Son énergie se dilue, la densité d'énergie diminue, la température des particules de cette énergie baisse.

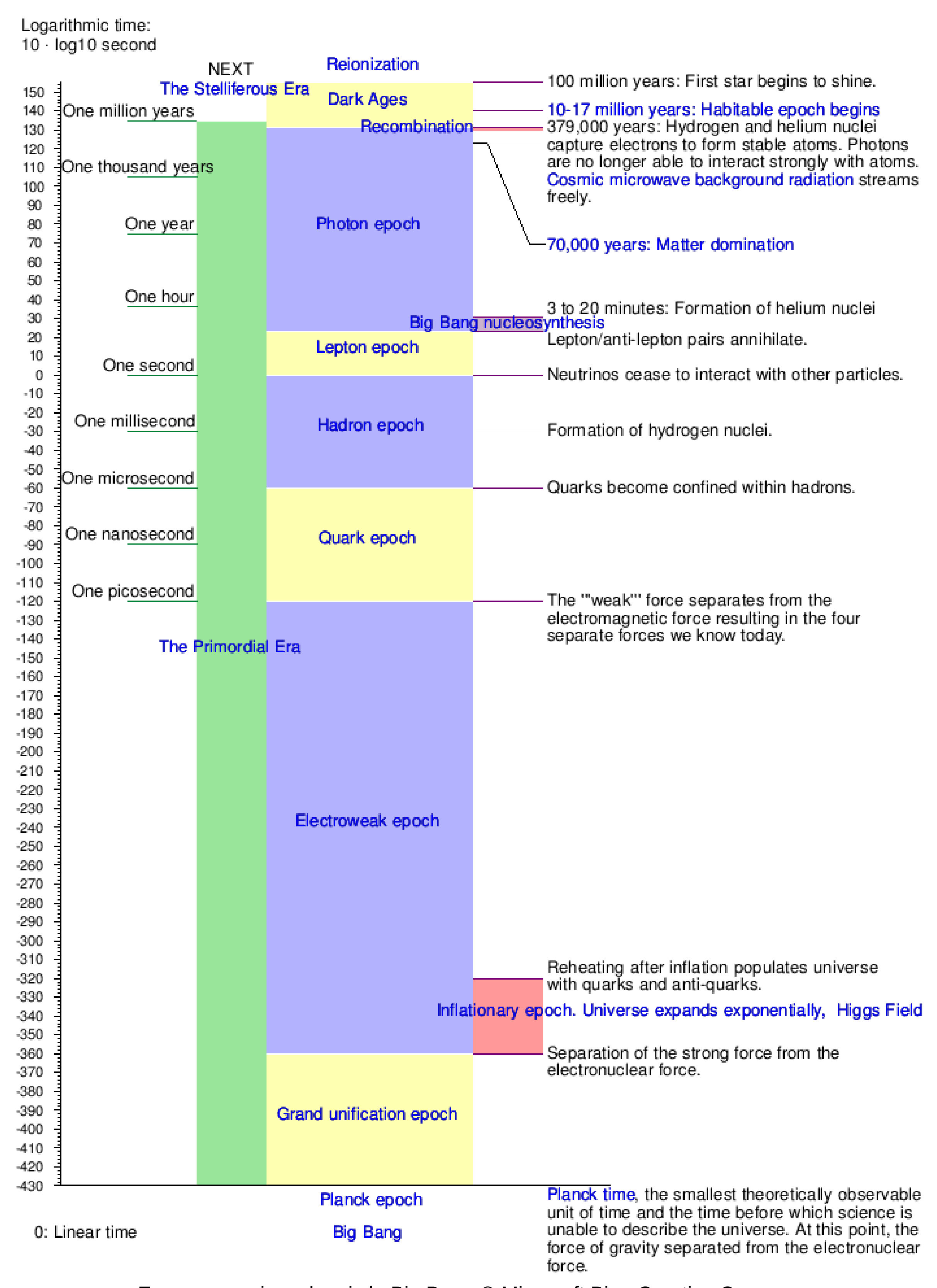
Voici quelques états du plasma de l'Univers pendant ses 100 000 premières années.

Temps depuis le Big Bang	Etat du plasma composant l'Univers T=température en °K ; D=Densité (eau=1) ; P=Pression (atmosphère actuelle=1)
10^{-39} seconde	T = 10^{29}°: énergie d'une particule ~10^{16} GeV (1 proton=1GeV) D = 10^{84} : densité de 10^{12} soleils comprimés dans 1 proton
1 seconde	T = 10^{10}°: température d'une explosion de supernova D = 500 000 P = 10^{21} atmosphères
7 jours	T = 17 .10^{6}°: température plus chaude qu'au centre du Soleil D = 10^{-6} : densité un millionième de celle de l'eau P > 10^{9} atmosphères
1 an	T = 2 .10^{6}°: température voisine de celle de la couronne solaire D < 10^{-9} : densité inférieure au milliardième de celle de l'eau P > 10^{6} atmosphères
100 000 ans	T = 5800°: température voisine de celle à la surface du Soleil D = 10^{-19} : densité bien plus élevée que la densité actuelle

A titre de comparaison, le plus puissant accélérateur de particules du monde (au CERN, à Genève) fournit des énergies de 13 .10^{12}eV, comparables à celles des particules de l'Univers âgé de 5 .10^{-15} seconde selon [243] : on est encore loin des conditions de l'ère de Planck.



Evolution de l'Univers : relation temps-température © Microsoft Bing Creative Commons



Eres successives depuis le Big Bang © Microsoft Bing Creative Commons

2.3.5 Les premiers temps de l'Univers jusqu'à la recombinaison

Lire d'abord *Températures et densités pendant les 100 000 premières années*.

Source [122] pages 284… et 342…

L'Univers a été opaque jusqu'à 380 000 ans après le Big Bang

Jusqu'à ~380 000 ans après le Big Bang, l'Univers était si dense et si chaud que les protons et les électrons (animés de vitesses énormes du fait de la température) ne pouvaient se combiner pour former des atomes d'hydrogène ; ils restaient sous forme de particules chargées libres qui diffusaient la lumière, rendant l'Univers opaque.

La recombinaison : première formation d'atomes d'hydrogène neutres

Au bout de 380 000 ans, l'expansion de l'Univers avait réduit sa fantastique température initiale de l'ordre de 10^{50}°K à moins de 4000°K, permettant à des atomes neutres d'hydrogène de se former plus souvent qu'ils ne se décomposaient ; et vers 3000°K ces atomes ne pouvaient plus se décomposer : tous les protons et électrons libres se sont combinés en émettant des photons, formant de l'hydrogène neutre. Cette étape de la vie de l'Univers est appelée « *recombinaison* », bien que ce fut la première fois depuis le Big Bang que des protons et électrons libres se combinaient.

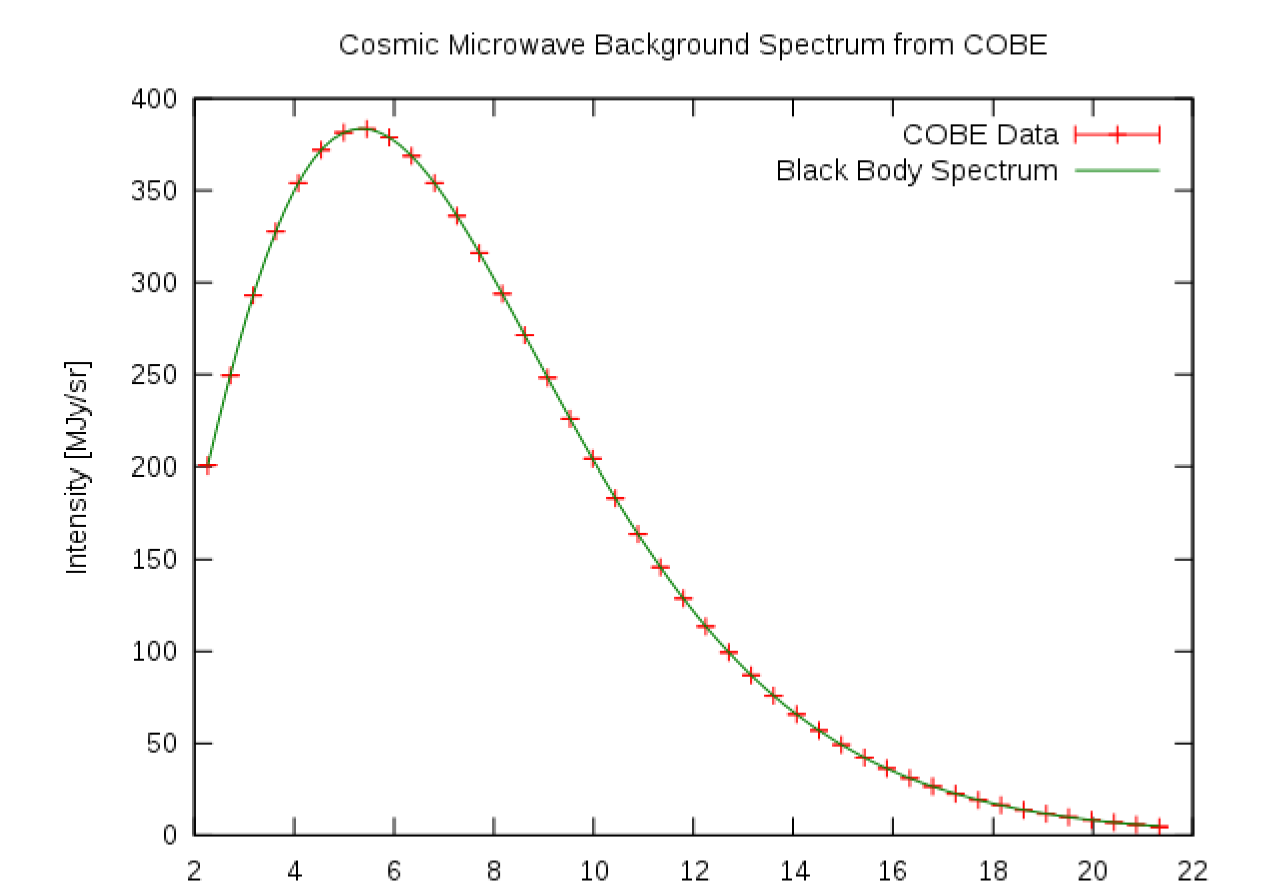
Conséquence de la recombinaison : l'Univers devint transparent

Comme il n'y avait plus de charges électriques libres pour diffuser les photons et que l'hydrogène neutre n'en diffuse pas, ces photons pouvaient alors se propager très loin : *l'Univers devint transparent*. Le facteur d'échelle *a(t)* de l'équation de Friedmann valait alors ~1/1100 : l'Univers était environ 1100 fois plus petit qu'aujourd'hui.

2.3.6 Le fond diffus cosmologique

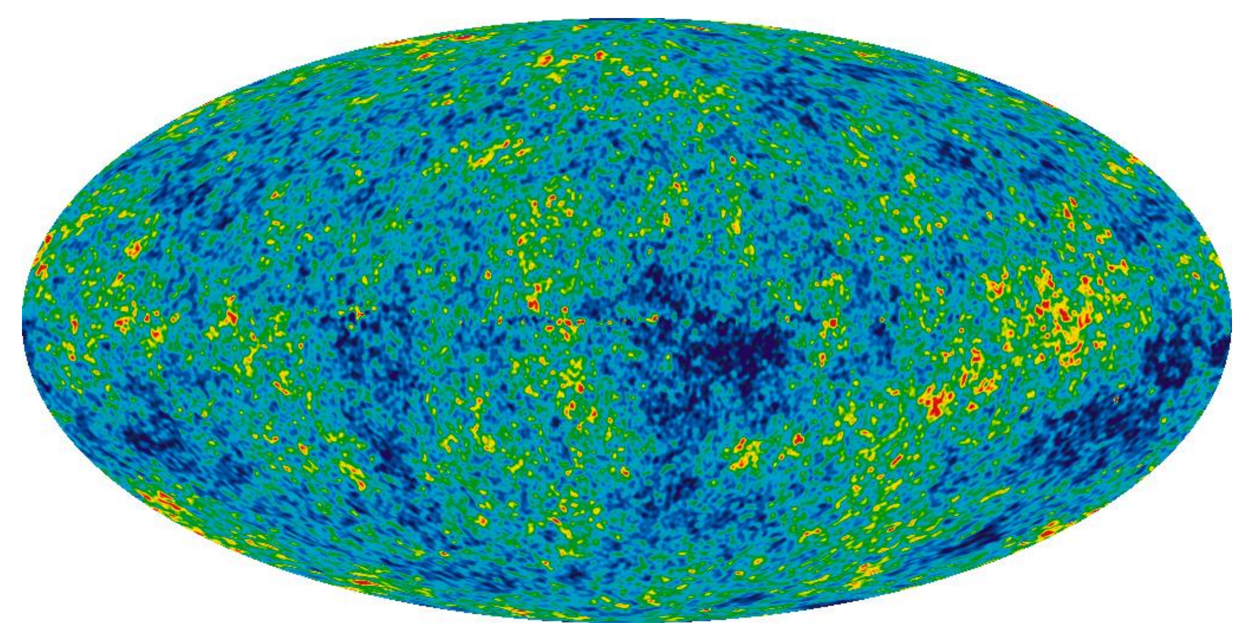
La lumière émise depuis la recombinaison à une température ~3000°K a vu sa longueur d'onde augmenter progressivement du fait de l'expansion de l'Univers qui s'est poursuivie jusqu'à nos jours, où elle correspond à une température de 2.735°K (moins de 3°K du zéro absolu), et à des ondes de fréquence radio. Ces ondes, appelées « fond diffus cosmologique » (Cosmic Microwave Background : CMB), sont captées par les radiotélescopes terrestres et des engins spatiaux spécialisés.

Ce rayonnement « fossile » diffus provient, à toutes les heures du jour et tous les jours de l'année, de toutes les directions de l'Univers, montrant que celui-ci était déjà, lors de son émission il y a 13.8 milliards d'années, *extrêmement homogène et isotrope* si l'on fait abstraction des inévitables fluctuations quantiques d'énergie : les variations relatives de température absolue mesurées sont de l'ordre de 10^{-5}°K, et leurs emplacements correspondent à la présence ou l'absence de matière (visible ou noire) susceptible de se condenser ultérieurement par attraction gravitationnelle pour former des galaxies. Tout se passe comme si le fond du ciel était un *corps noir* de température uniforme égale à 2.735°K à ~1/100 000ème de degré K près.



Identité des spectres des rayonnements du fond diffus cosmologique et d'un corps noir

Pour trouver des variations de couleur (donc de température et de densité) inférieures à 10^{-5}°K on a lancé des engins spéciaux de plus en plus sensibles :
COBE (1989), WMAP (2001) et PLANCK (2013) [239], qui ont permis d'établir des cartes thermiques du ciel entier comme la suivante.



Fond diffus cosmologique du ciel entier depuis 13.77 milliards d'années
Le décalage spectral dû au déplacement de la Voie lactée à 369 km/s par rapport aux galaxies lointaines a été compensé. © NASA

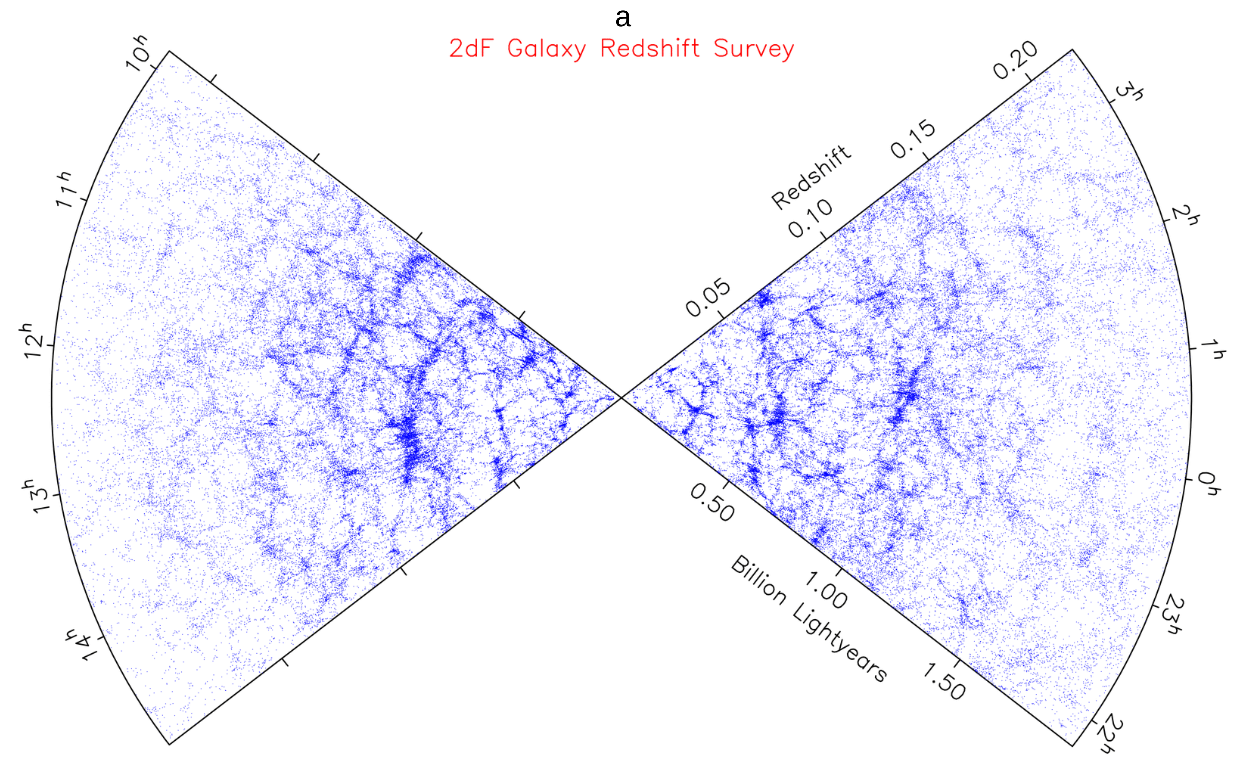
Dans cette carte, les régions les plus bleues représentent les températures les plus basses, les plus rouges étant les températures les plus élevées ; différences visibles mais minimes car inférieures à 10^{-5}°K : *l'Univers est donc extrêmement isotrope*.

L'Univers est homogène en plus d'être isotrope
La remarquable isotropie de l'Univers mesurée dans le fond diffus cosmologique, du point de vue des températures - donc de la densité d'énergie, ne prouve pas qu'à l'époque "380 000 ans" l'Univers était homogène : il était possible que la Terre soit au centre de l'Univers, l'espace ayant une symétrie sphérique dont la densité est fonction du rayon.

Des mesures de la distribution des densités de 220 000 galaxies à très grande échelle [244] ont montré que :

- A petite échelle (jusqu'à ~0.3 milliard d'années-lumière de distance) la distribution des galaxies est inhomogène : il y a des « filaments », des vides, des « murs » et des super-amas de galaxies.
- A moyenne échelle (jusqu'à ~1.3 milliard d'années-lumière) la distribution des galaxies est plus homogène.
- Au-delà de 1.3 milliard d'années-lumière, la densité de galaxies apparaît très homogène.

a



Distribution de la densité de galaxies à petite, moyenne et grande échelle selon l'étude 2dF
© Matthew Colless

Le graphique ci-dessus, issu de [244], montre une densité de galaxies qui décroît lorsque l'éloignement croît. Cet effet est dû à la méthode de mesure, qui détecte moins de galaxies à plus grande distance ; nos connaissances suggèrent qu'à très grande échelle (plusieurs milliards d'années-lumière), la densité de galaxies est la même partout : *l'Univers est homogène en même temps qu'isotrope, et ce depuis le Big Bang*.

> **« L'Univers est, et a toujours été, extrêmement homogène et isotrope en ce qui concerne la densité des galaxies et la température. »**

2.3.7 Homogénéité et isotropie s'expliquent par la théorie du Big Bang

L'existence du fond diffus cosmologique s'explique par celle d'un Big Bang, dont elle valide la théorie : si le Big Bang a existé (si sa théorie est correcte), les calculs montrent qu'il doit subsister de l'explosion un rayonnement résiduel, que nous appelons *fond diffus cosmologique* [245].

Pourquoi le rayonnement subsiste après 13.8 milliards d'années

L'explosion du Big Bang, l'inflation et l'expansion qui ont suivi ont affecté simultanément tout l'espace de manière homogène, toutes les galaxies s'éloignant l'une de l'autre.

> L'extrême homogénéité est constatée par les mesures du fond diffus cosmologique faites par les trois engins : COBE, WMAP et Planck. Le spectre de fréquences de ce fond est remarquablement identique à celui du corps noir, la lumière stellaire qui se superpose à lui étant à une température très supérieure.

Le rayonnement subsiste dans l'espace parce qu'il nous en arrive toujours de loin, 13.8 milliards d'années après la recombinaison. La Terre continue à le recevoir comme elle reçoit la lumière des galaxies les plus anciennes, émise peu après le Big Bang ([112] page 74). Peu à peu, l'expansion plus rapide que la vitesse de la lumière fait disparaître de notre horizon cosmique les galaxies qui en sont les plus proches, mais le fond diffus cosmologique continuera à nous arriver tant qu'il restera au loin de la matière à la température qu'il avait lorsque l'Univers est devenu transparent.

2.3.8 Conséquences de l'homogénéité et de l'isotropie constatées

L'expansion de l'Univers a commencé partout en même temps

Si l'expansion de l'Univers avait commencé plus tôt dans certaines régions que dans d'autres, ces régions auraient disposé de plus de temps que les autres pour se dilater et se refroidir, et les

variations de température observées auraient été bien plus grandes que les 0.002 % observés dans le fond diffus cosmologique.

Il n'y a pas eu d'égalisation des températures, faute de temps

Il n'y a pas eu, non plus, d'égalisation de la température entre régions, faute de temps : entre régions opposées de notre Univers visible, éloignées de plus de 13.8 milliards d'années-lumière, une égalisation n'aurait pas eu le temps de se propager, car une vitesse de propagation d'énergie est au plus égale à celle de la lumière, *c*.

Conclusion : toutes les régions de l'Univers ont disposé du même temps de refroidissement :

« Le Big Bang s'est donc produit dans tout l'Univers en même temps. »

L'explication de ces phénomènes tient en un mot : *l'inflation*, décrite un peu plus loin.
Avant elle, l'Univers était si petit qu'on peut le supposer homogène et isotrope ; il avait les mêmes propriétés partout. L'inflation a été tellement rapide que d'éventuelles hétérogénéités apparues après son commencement n'ont pas eu le temps de se propager : deux points initialement très proches ont fini par s'éloigner l'un de l'autre à une vitesse très supérieure à *c*. L'inflation a préservé l'homogénéité initiale et explique l'homogénéité actuelle à 0.002 % près.

(Ce n'est que depuis la fin de l'inflation, pendant l'expansion qui dure toujours, que les conséquences d'une évolution physique en un point *A* peuvent se propager vers un point *B*, à une vitesse toujours limitée par *c* ; c'est ce qui nous permet de voir des galaxies, situées à des années-lumière de nous, dans leur état lors de l'émission de la lumière que nous en recevons.)

2.3.9 Le Problème de l'horizon

Les cartes de fond diffus cosmologique CMB montrent que des régions extrêmement distantes du ciel (aujourd'hui à des milliards d'années-lumière) avaient la même température à 10^{-5}°K près lors de l'émission du fond diffus cosmologique ; cette constatation très surprenante a été appelée *Problème de l'horizon* : voici son énoncé.

« Comment des régions de l'Univers actuel, éloignées entre elles de milliards d'années-lumière, peuvent–elles avoir les mêmes propriétés thermiques et la même densité de matière ? Comment se fait-il qu'elles obéissent aux mêmes lois physiques et se ressemblent tellement ? »

Ces régions semblent reliées par d'évidentes relations de causalité : elles devaient être en équilibre thermique à l'époque de l'émission du fond diffus cosmologique, donc très proches.

Solution du problème

Il y a donc sûrement eu un *phénomène d'inflation*, croissance ultra-rapide du rayon de l'Univers (des milliards de fois plus rapide que la vitesse de la lumière) très peu de temps après le Big Bang, tout de suite après l'ère de Planck. Cette croissance du facteur d'échelle est prévue par l'équation de Friedmann, déduite de celle d'Einstein en renonçant à la constance de la densité d'énergie lorsque le temps passe ; elle est possible quand l'énergie du vide domine fortement les autres formes d'énergie.

Avec les connaissances actuelles, quand l'énergie potentielle du vide domine et $\Omega_k = 0$, l'équation de Friedmann se simplifie et devient :

$$a(t) = a(t_s)e^{\sqrt{\frac{8\pi G\rho_v}{3}}(t-t_s)} \qquad \textit{(INFL)}$$

où :

- $a(t)$ est le facteur d'échelle de l'espace, mesurant son expansion ;
- ρ_v est la densité d'énergie du vide au moment de l'inflation ;
- t_s est l'instant du début de l'inflation ;
- G est la constante de gravitation.

Dans ces conditions, le facteur d'échelle $a(t)$ a pu croître de façon exponentielle, augmentant le rayon de l'Univers des milliards de fois plus vite que la vitesse de la lumière. L'équation d'Einstein et celle de Friedmann qui s'en déduit prévoient donc la possibilité d'une croissance exponentielle de l'Univers tant que des conditions précises d'énergie sont réunies.

« La théorie de Friedmann prévoit une croissance exponentielle du rayon de l'Univers pendant la courte phase d'inflation. »

Les 3 étapes de croissance de l'Univers après le Big Bang
10^{-36} seconde après le Big Bang, époque où l'énergie des particules valait ~10^{16} GeV, deux régions connectées causalement étaient à une distance de l'ordre de celle que peut parcourir la lumière depuis le Big Bang, c'est-à-dire *c* x 10^{-36} seconde ~3 **.**10^{-28} m. Or, du fait de l'inflation puis de l'expansion, l'Univers a depuis grandi en trois étapes, son rayon étant multiplié successivement par :

- ~10^{30} selon la loi exponentielle de l'équation (INFL) :
  voir paragraphe *Le Problème de l'horizon* ;
- puis ~10^{23} selon l'équation (RAD) pendant les 53 000 ans jusqu'à la fin de l'ère radiative : voir paragraphe *L'ère radiative* ;
- puis 10^4 selon l'équation (EU) de l'expansion encore en cours actuellement :
  voir paragraphe *Equation d'expansion de l'Univers*,

soit au total environ ~10^{57} fois (valeur approximative, mais en tout cas colossale).
La taille des régions causalement connectées au début de l'inflation est donc aujourd'hui de l'ordre de 10^{-28} x 10^{57} = 10^{29} m, plus grande que le rayon de l'Univers observable de 13.8 milliards d'années-lumière (~10^{26} m).

« Tout notre Univers observable fait donc partie d'une même région causalement connectée avant l'inflation (c'est-à-dire dans le même état physique), ce qui justifie la théorie d'un Big Bang suivi d'une inflation. »

Remarque
Une explication comparable et complémentaire, avec des chiffres différents concernant l'amplitude de l'expansion, est fournie par Max Tegmark dans [203-1] :
voir le paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales*.

2.3.10 Inflation et transport d'énergie par le boson de Higgs
Source : [112]

A la suite d'idées émises par Georgy Gamow et quelques autres, la théorie de l'inflation (Inflationary Universe Theory) a été précisée sous sa forme actuelle par Alan Guth [112], [246].

2.3.10.1 Explication de principe du déclenchement de l'inflation : théories de Grande unification et de Superunification

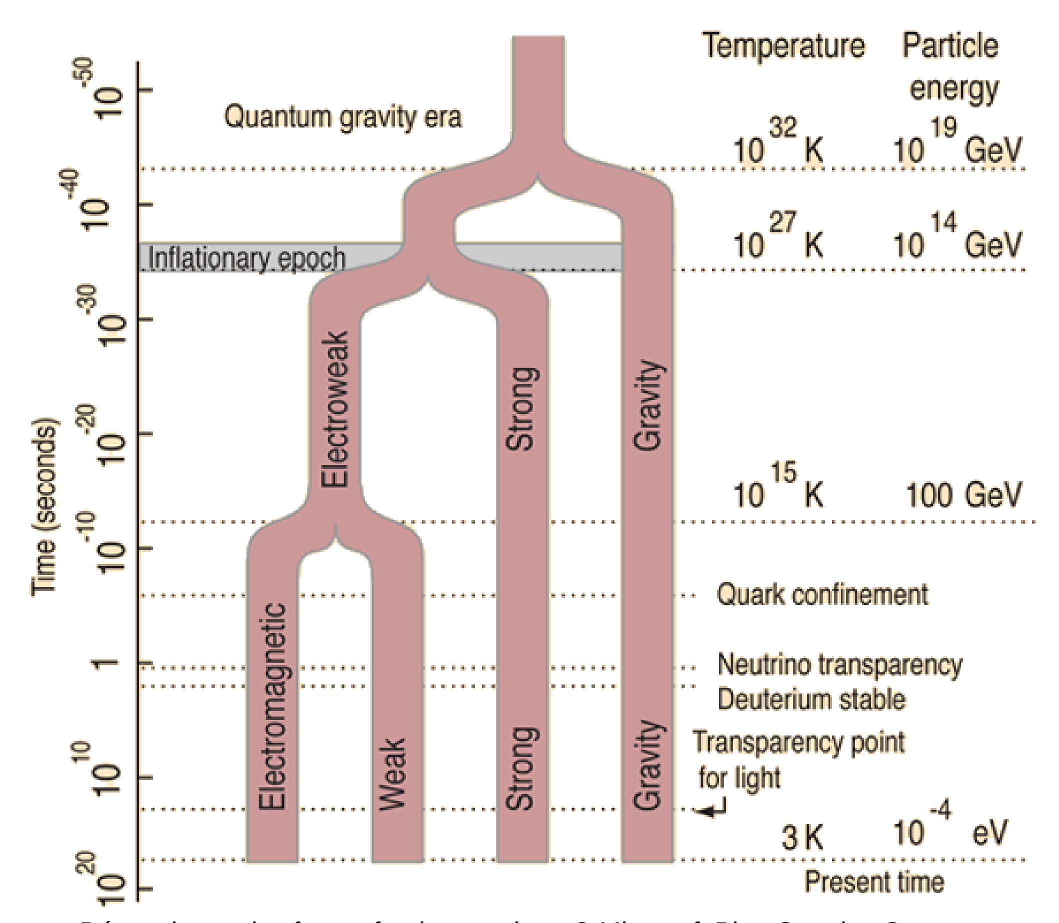
La baisse de température de l'Univers après le Big Bang
La température de l'Univers a baissé continuellement entre le Big Bang et l'inflation.
L'explication physique du déclenchement de cette inflation est fournie par les *Théories de Grande unification* (sigle anglais : GUT) : à des températures suffisamment élevées, telles que l'énergie k_BT des particules atteint ou dépasse 10^{16} GeV (~10^6 joules), les trois interactions forte, faible et électromagnétique sont unifiées : c'est *l'ère de Grande unification*, décrite par ses théories ci-dessous.

Théories de l'après Big Bang : la Grande unification et la Superunification
La force de gravitation, négligeable devant les autres forces lorsque l'énergie est de l'ordre de 10^{16} GeV, devient comparable à elles à une énergie de l'ordre de 10^{19} GeV appelée *énergie de Planck*.

A l'ère de Planck (avant l'ère de Grande unification) les quatre forces (force de gravitation, force forte, force faible et force électromagnétique) pourraient donc, en principe, être unifiées en une *Théorie de Superunification*. Une telle théorie est annoncée par Vladimir Leonov - et apparemment par lui seul [247].

Selon [112] pages 131-132 (note) il existe d'autres théories unificatrices basées sur la *Théorie des super-cordes* (des "cordes" d'épaisseur nulle de 10^{-35}mètres de long), mais sans confirmation expérimentale directe ou indirecte. Il existe aussi une *Théorie de la gravitation quantique à boucles*.

Une transition de phase (=transition d'état)
Lorsque sa température baisse en-dessous du seuil d'énergie de 10^{16}GeV, le plasma de l'Univers subit une transition de phase (changement d'état comme le changement de glace en eau) qui sépare l'interaction forte des deux autres interactions, qui restent unifiées en une *interaction électrofaible*.



Découplages des forces fondamentales - © Microsoft Bing Creative Commons

La température baissant toujours, lorsque l'énergie des particules passe en dessous de 100 GeV, l'interaction électrofaible se sépare à son tour en *interaction faible* et *interaction électromagnétique* (raison : les bosons vecteurs W^+, W^- et Z^0 médiateurs de l'interaction faible ont des masses de l'ordre de 90 GeV, alors qu'un photon médiateur d'interaction électromagnétique a une masse nulle).

Déclenchement de l'inflation

L'inflation de l'Univers est due à une énergie particulière et à son effet gravitationnel.
Cette énergie doit avoir une densité colossale, disponible en quantité illimitée pour rester constante alors que l'Univers y puise la croissance exponentielle de sa quantité de matière-énergie. Et l'effet de cette énergie doit être une pression d'expansion de l'espace, une *gravitation négative, répulsive*. Voir dans le paragraphe *Equations d'état de l'Univers considéré comme un « gaz » de galaxies* le sous-titre *Les 3 types de densité d'énergie de l'Univers / L'énergie du vide*.

Matière à l'état de « faux vide »
(Citation de [112] pages 245-246)
"Nous allons voir […] que la cause de l'inflation est un état particulier de la matière appelé « faux vide ». C'est un champ de type Higgs souvent appelé *inflaton*, champ scalaire dont l'état représentatif est au centre des diagrammes de densité d'énergie en forme de chapeau mexicain [décrit au paragraphe *Rupture spontanée de symétrie* ci-dessous]. Un tel état est métastable, c'est-à-dire stable pendant très peu de temps, avant d'évoluer vers la courbe de densité d'énergie minimum entre le bord du chapeau et son renflement central ; l'état de « faux vide » à haute température aura alors changé de phase vers un état à température plus basse stable où les interactions fondamentales forte, faible et électromagnétique sont séparées. L'inflation aura alors pris fin."
(Fin de citation)

La qualification de « faux vide » vient de ce que *dans cet état la densité d'énergie de l'espace due aux champs de Higgs nuls n'est pas nulle*, alors qu'on s'attend à ce que l'énergie due à un champ nul soit nulle, comme c'est le cas pour la gravitation et les champs électromagnétiques.

Au début de l'ère de Grande unification, l'espace vide de l'Univers a une densité d'énergie potentielle énorme en l'absence de champ de Higgs.

Lorsque l'inflation a lieu, les conditions qui satisfont l'équation de Friedmann (INFL) du paragraphe *Le Problème de l'horizon* sont satisfaites, et le facteur d'échelle *a(t)* de l'espace grandit à vitesse exponentielle. Pour comprendre ce phénomène, voyons d'abord les *Théories de Grande unification*.

2.3.10.2 Théories de Grande unification

Lire d'abord *Onde électromagnétique*.

Exemple de théorie de Grande unification

H. Georgi et S. L. Glashow ont proposé dans [248] la théorie de Grande unification SU(5), qui a été vérifiée le 23/07/1982 par des expériences en Europe sous le Mont Blanc. Cette théorie, qui explique toutes les lois physiques, est confirmée par la constatation expérimentale au Mont Blanc de la désintégration d'un proton, dont la demi-vie supérieure à 10^{32} ans est bien plus longue que l'âge de l'Univers ; car si une telle désintégration est observée, toute matière se désintègre plus ou moins vite.

La théorie proposée explique l'évolution de l'Univers à partir d'un état où l'énergie des particules (toutes identiques à l'époque, peu après le Big Bang) était colossale.
Elle prévoit l'existence d'un nouveau type de bosons, les bosons X, capables de transformer des quarks en leptons (électrons et neutrinos) et réciproquement, et explique la désintégration de protons et la formation de nombreuses particules.

Résultats prédits par la théorie

Source : [112] pages 132 et suivantes.
Les interactions SU(*) et U(1) sont définies un peu plus bas, au paragraphe *Rupture spontanée de symétrie*.

- Les théories de Grande unification sont les seules qui expliquent l'égalité des charges de l'électron et du proton en valeur absolue. Elles le font à partir de symétries reliant les propriétés des électrons et des quarks constitutifs du proton, symétries vérifiées avec une précision relative fantastique de 10^{-21}.
- Les théories de Grande unification prédisent la force des interactions de particules connues à partir de trois interactions fondamentales, de forces différentes :
  - L'interaction de couleur de la *Chromodynamique quantique* appelée SU(3), intervenant dans l'interaction forte ;
  - Les interactions SU(2) et U(1) intervenant, respectivement, dans les forces faible et électromagnétique.

  Bien que différentes, les forces de ces trois interactions tendent vers l'égalité quand la température augmente, à une énergie des particules comprise entre 10^{11} et 10^{17} GeV ; les théories de Grande unification expliquent cette égalisation.

La raison de l'existence de *plusieurs* théories de Grande unification est la complexité des phénomènes dont elles synthétisent le comportement : une théorie particulière est déterminée par plus de 20 paramètres à mesurer expérimentalement.

Raison sous-jacente de l'unification des trois interactions à haute énergie

La possibilité d'une description unifiée des trois interactions - forte SU(3), faible SU(2) et électromagnétique U(1) – est confirmée par un phénomène complexe de *rupture spontanée de symétrie*, exemple parfait de loi d'interruption.
Voici ce qu'est cette rupture spontanée.

2.3.10.2.1 Rupture spontanée de symétrie

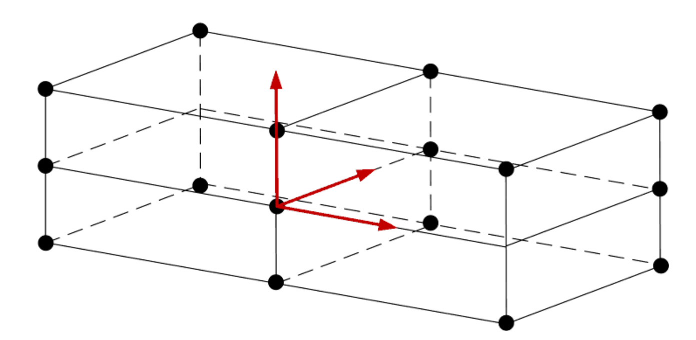
Lire d'abord le paragraphe *Champ et boson de Higgs*.
La lecture du paragraphe suivant, assez technique, n'est pas indispensable à la compréhension de la *Théorie quantique des champs*, qu'il ne fait que compléter.

Source : [112] pages 135 et suivantes.
La rupture spontanée de symétrie est le phénomène qui explique la possibilité d'unifier, en une *Théorie de Grande unification*, les trois interactions forte, faible et électromagnétique. Il intervient aussi dans la construction de la *Théorie électrofaible* et dans le comportement de la particule de Higgs du *Modèle standard des particules élémentaires*.

Définition d'une symétrie qui se brise spontanément

Dans une théorie descriptive d'un système, une symétrie qui se brise spontanément est une symétrie invisible (qui ne se manifeste pas) tant que le système est dans un état d'équilibre thermodynamique.

Exemple : rupture spontanée de symétrie dans la structure cristalline d'une topaze (pierre semi-précieuse jaune vif) lors de sa formation par solidification. Cette structure est qualifiée d'*orthorhombique* : les atomes sont disposés aux sommets de parallélépipèdes rectangles dont les trois dimensions sont de longueurs différentes.



Dans un échantillon de topaze à l'état liquide la règle de symétrie est *l'invariance par rotation* : les lois physiques décrivant cette structure sont les mêmes dans les trois directions axiales (en rouge) : le liquide est isotrope. La solidification (cristallisation) rompt spontanément cette symétrie en introduisant des différences de distance interatomique entre les trois directions.

Symétrie de base de la Théorie de Grande unification

Dans le cas de la *Théorie de Grande unification* la symétrie est entre comportements de particules. Lorsque la température de l'espace confère à ses particules une énergie supérieure à 10^{16} GeV, la symétrie *de base* de cette théorie se manifeste de deux manières :

- Les trois interactions du Modèle standard des particules élémentaires :
  - SU(3), interaction de la force nucléaire (force forte, agissant sur les quarks) ;
  - SU(2), interaction de la force faible (mettant en œuvre des neutrinos) ;
  - U(1), interaction de la force électromagnétique (mettant en œuvre des photons),

  sont impossibles à distinguer : il n'y a en fait qu'une seul type d'interaction ;
- La symétrie de la *Théorie de Grande unification* entraîne que les lois physiques qui s'appliquent ne font pas de distinction entre un électron, un neutrino ou un quark.

Ce refus de la nature de distinguer entre interactions et entre particules est une symétrie, analogue à la symétrie de rotation précédente refusant de distinguer entre directions de l'espace avant la formation du cristal de topaze.

Mécanisme d'une rupture de symétrie

Exemple : cas du cristal de topaze

Dans le cas du cristal de topaze, les atomes se placent le long d'axes qui se définissent spontanément au début de la solidification, et qui se conservent ensuite pendant cette cristallisation. Les trois directions axiales du cristal se distinguent ainsi l'une de l'autre et de directions quelconques de la phase liquide : il y a rupture spontanée de symétrie pendant la solidification.

Cas de la Théorie de Grande unification

Les conditions de rupture de la symétrie électrofaible qui génère les masses des particules élémentaires connues sont des valeurs particulières de leur densité d'énergie. En construisant la *Théorie de Grande unification*, les théoriciens ont défini délibérément un ensemble de champs permettant une rupture de symétrie, les *champs scalaires de Higgs*, et un mécanisme de rupture, le *mécanisme de Higgs*.

Dans le *Modèle standard des particules élémentaires* on définit un champ associé à chacune des particules fondamentales. C'est le photon qui sert de modèle de base (archétype) pour les autres modèles.

Pour tous ces champs on postule une existence et un comportement décrit par un ensemble d'équations. Le caractère quantique de ces champs et de ces particules affirme que leur énergie

existe en quantités indécomposables ; par exemple, les champs de Higgs ont une énergie quantifiée en *particules de Higgs*.

Pour obtenir une rupture spontanée de la symétrie électrofaible, les théoriciens ont formulé les *Théories de Grande unification* de telle manière que la densité d'énergie des champs de Higgs ait un comportement particulier pour l'énergie la plus basse.

Pour la plupart des champs (par exemple le champ électrique et le champ magnétique) la densité d'énergie du champ a sa plus basse valeur possible, zéro, quand le champ disparaît. Mais dans un champ de Higgs les théories prévoient une densité d'énergie minimum quand il n'est pas nul :

« Les champs de Higgs de l'espace vide ont des valeurs non nulles lorsqu'ils se stabilisent dans l'état d'énergie minimum. »

Chapeau mexicain
Le diagramme de principe ci-dessous montre (selon l'axe vertical) l'évolution de la densité d'énergie résultant des densités d'énergie de deux champs de Higgs *A* et *B* (selon les axes horizontaux) qui interagissent et ne s'ajoutent pas brutalement.

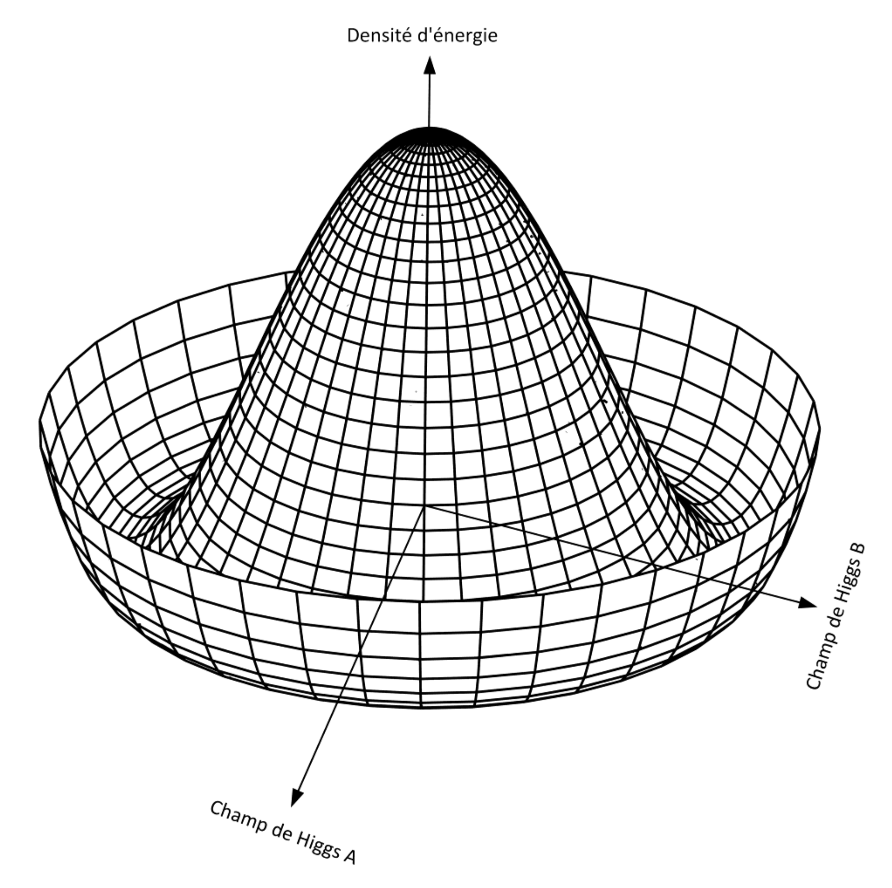
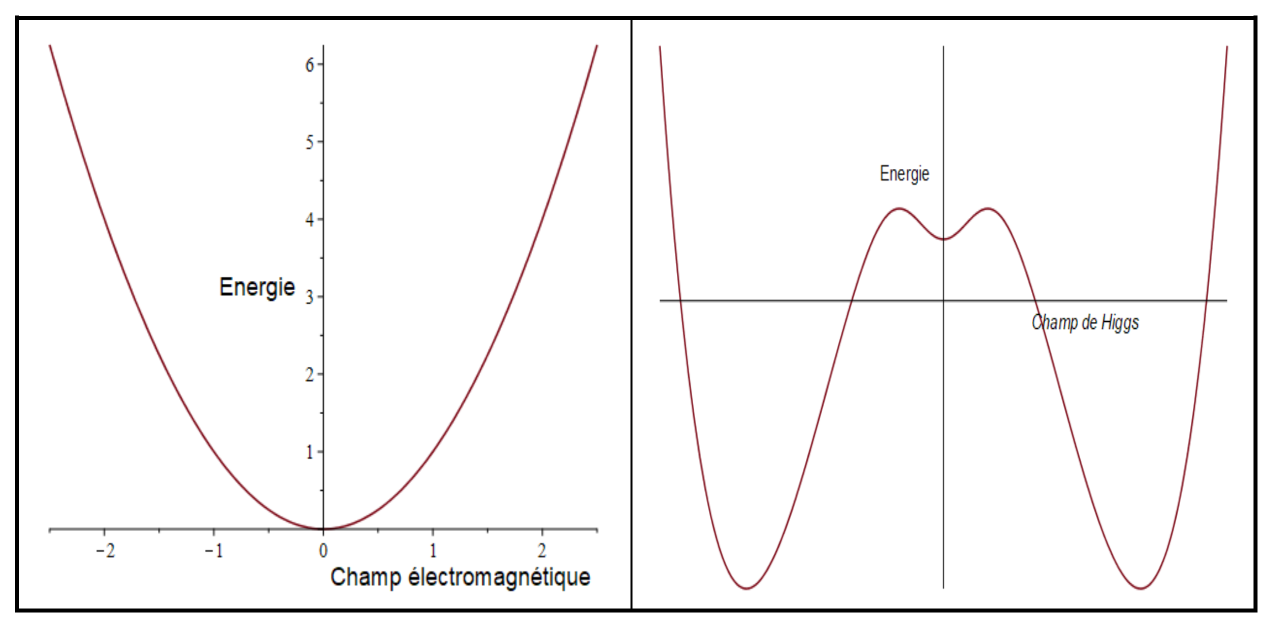


Diagramme en forme de chapeau mexicain

Pour comprendre ce qu'implique la forme de la surface ci-dessus (appelée *Mexican hat*, chapeau mexicain) imaginez une petite bille placée sur le renflement central près du sommet. Soumise à l'attraction gravitationnelle, la bille a une énergie potentielle qui croît avec son "altitude". Pour être stable, elle a donc tendance à descendre pour atteindre la plus basse énergie potentielle possible, sur la ligne courbe horizontale de hauteur minimum séparant le renflement central du bord qui remonte.

> Le diagramme ci-dessus a été délibérément « raboté » dans la partie « bord du chapeau » la plus éloignée de l'axe : on en a limité la hauteur pour montrer le renflement et la ligne la plus basse qui sépare celui-ci du bord ; en réalité, le bord remonte à l'infini.
>
> Ce diagramme à deux variables de Higgs n'est qu'une illustration d'une réalité plus complexe mettant en œuvre bien plus de champs, dans le cadre d'une *Théorie de Grande unification* qui n'est encore qu'esquissée.

Notion de puits de potentiel
Les diagrammes ci-dessous illustrent la notion de « puits de potentiel » : à gauche dans un champ électromagnétique, à droite dans un champ de Higgs. Dans ce dernier cas, une bille initialement dans le creux en haut du renflement doit vaincre une barrière de potentiel pour sortir du creux et pouvoir descendre vers la ligne d'énergie minimum. L'énergie nécessaire peut être fournie (en probabilité), par un *effet tunnel*.



Puits de potentiel

Si les champs de Higgs *A* et *B* sont tous deux nuls, la densité d'énergie résultante est celle du point dans l'axe du chapeau, au centre creusé du renflement, et elle est assez élevée ; mais elle correspond à un état métastable.

Remarque : il peut paraître curieux qu'il faille une énergie non nulle pour que les deux champs *A* et *B* disparaissent, mais les mesures en théorie électrofaible ont confirmé que la nature se comporte bien ainsi.

L'état de densité d'énergie minimum d'un champ de Higgs n'est pas unique : il y en a autant que de points de la ligne d'énergie minimum précédente entre renflement et rebord : la bille pourrait s'y arrêter n'importe où. Les valeurs des champs de Higgs dans le vide ne sont donc pas déterminées par des considérations d'énergie, de même que les directions d'alignement des atomes d'un morceau de topaze sont choisies au hasard au début de sa solidification.

Ce choix aléatoire des valeurs non nulles des champs de Higgs rompt la symétrie des interactions de Grande unification, comme l'orientation initiale choisie au refroidissement rompt la symétrie rotationnelle de la topaze. Dans les deux cas les lois de base de la physique restent inchangées, leur symétrie étant brisée spontanément.

Considérations philosophiques sur le déterminisme de l'état final
L'évolution de l'état d'un système relevant de la *Théorie de Grande unification* est, comme toutes les évolutions naturelles, dirigée vers l'énergie potentielle minimum, dont il existe une infinité de couples de champs de Higgs {*A*, *B*}. Cette évolution est déterministe statistique, le choix de l'état final dépendant d'autres paramètres que les variables *A* et *B* précédentes, choisies pour simplifier l'exposé ; dans la mesure où on ne connaît pas *tous* ces paramètres, l'état final paraît aléatoire. Mais c'est là un hasard comme tous les autres que nous avons vus : un effet de notre ignorance, pas une évolution non-déterministe.

Les nombreuses autres particules de la théorie interagissent avec les champs de Higgs, dont les choix de valeurs initiales les affectent ; des particules distinctes interagissent avec des champs de Higgs distincts, ce qui permet à certaines de se différencier d'autres, alors que sans les champs de Higgs on pourrait les confondre.

Ainsi, la masse d'une particule étant déterminée par son interaction avec des champs de Higgs, les masses de celles qui interagissent avec le champ de Higgs *A* deviendront différentes de celles qui interagissent avec le champ *B*.
Noter que :

« L'interaction d'une particule avec le champ de Higgs modifie sa masse. »

Effets des interactions de particules avec des champs de Higgs

Dans une *Théorie globale de Grande unification* prenant en compte beaucoup de champs de Higgs, l'action de ces champs fait que certaines particules se comportent comme des électrons, d'autres comme des neutrinos et d'autres encore comme des quarks.

De même, certains des bosons (particules porteuses de force, c'est-à-dire d'interaction) se comporteront comme les gluons de l'interaction forte, d'autres comme les bosons vecteurs W^+, W^- et Z^0 de l'interaction faible, et d'autres enfin comme des photons de l'interaction électromagnétique.

C'est donc leur interaction avec différents champs de Higgs qui distingue la manière dont les particules de ces trois forces fondamentales se comportent ; ainsi, les masses importantes des particules W (80.4 GeV) et Z (91.2 GeV) sont dues à divers champs de Higgs.

Lois physiques de *basse énergie* de la topaze et de la Théorie de Grande unification

Dans un cristal orthorhombique, dont les distances entre atomes sont différentes selon les 3 axes, la lumière se propage à une vitesse qui a 3 composantes différentes, une pour chacune des directions axiales.

**« La lumière se propage à des vitesses différentes dans des milieux différents.
L'indice de réfraction *n* d'un milieu est le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide, *c*, et la vitesse dans le milieu. »**

Exemple : l'indice de réfraction de l'eau étant 1.333, la vitesse de la lumière y est 1.333 fois moins rapide que dans le vide. Voir *Indice de réfraction*.

« Dans certains milieux comme un cristal orthorhombique, chaque plan du cristal a son propre indice de réfraction. »

Les propriétés des forces et particules sont dues aux champs de Higgs

Dans notre Univers l'espace baigne dans des champs de Higgs, dont nous interprétons les effets comme des conséquences des lois physiques que nous avons adoptées.

- Nous interprétons les propriétés des forces électromagnétique, forte et faible comme des effets de la structure orthorhombique sur la vitesse de la lumière.
- De même, les propriétés différentes que nous trouvons aux électrons, aux neutrinos et aux quarks ne sont pas absolues : ce ne sont que des vues particulières de l'interaction de ces particules avec les champs de Higgs constants présents dans tout l'Univers.

Lois physiques de *haute énergie* de la topaze et de la Théorie de Grande unification

Chauffé suffisamment, un cristal subit une transition de phase : il fond et devient liquide. Ce liquide est isotrope : la distribution des atomes a une symétrie de rotation rétablie à des températures suffisamment élevées.

De même, dans les *Théories de Grande unification* une transition de phase se produit à des températures extrêmement élevées. Voici ce qui se passe.

- Au zéro absolu, les deux champs de Higgs *A* et *B* de notre exemple précédent sont dans un état d'énergie minimum, représenté par un point sur la ligne séparant le renflement du « chapeau » de son « bord ». L'état d'un système est représenté par un point P_0 de cette ligne.
- Quand la température augmente, les champs de Higgs acquièrent de l'énergie thermique et commencent à osciller. Tant que la température est basse, les oscillations du point *P* représentant l'état sont de faible ampleur autour de P_0 : la symétrie reste brisée.
- Lorsque la température dépasse une certaine valeur, le point *P* s'agite violemment, passant parfois par-dessus le sommet du renflement. Sa position moyenne devient le centre du « chapeau » et toute trace des valeurs initiales des champs de Higgs à température zéro est perdue. Chaque champ de Higgs ayant désormais une valeur moyenne nulle, la symétrie de Grande unification est rétablie. Les interactions SU(3), SU(2) et U(1) se confondent et il n'y a plus de distinction entre électrons, neutrinos et quarks.

Dans une *Théorie de Grande unification* moyenne cette transition se produit à une température voisine de 10^{29}°K, correspondant à une énergie thermique moyenne de 10^{16}GeV.

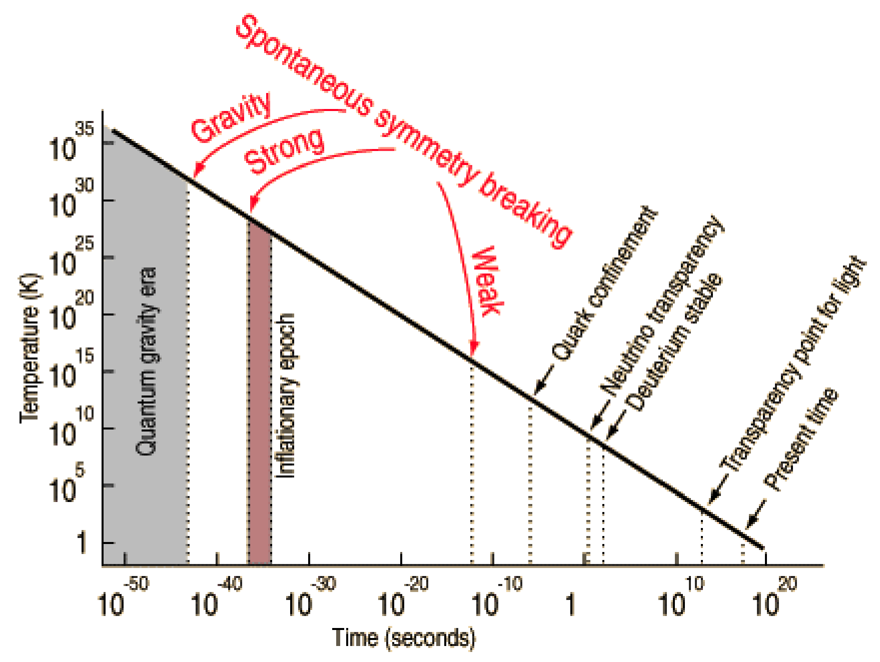
Remarque : une telle température est fantastiquement élevée, même pour les objets étudiés en astrophysique. Le centre d'une étoile chaude, par exemple, est à environ 10^{7} degrés.

L'énergie à laquelle la rupture de symétrie cesse et la Grande unification se produit est celle à laquelle les champs de Higgs agissent : on l'appelle *énergie d'unification*.

- A des énergies d'interaction des particules encore plus grandes, les valeurs des champs de Higgs sont sans effet. Les particules porteuses de force se comportent toutes de la même façon et les interactions ont une symétrie parfaite de Grande unification.
- Par contre, à des énergies d'interaction plus faibles que l'énergie d'unification, l'effet des champs de Higgs est important : certaines particules porteuses de forcent se comportent selon le modèle SU(3), d'autres selon SU(2) et d'autres enfin selon U(1) ; le *Modèle standard des particules élémentaires* s'applique.

Conditions de survenance d'une rupture spontanée de symétrie

Evolution de la température de l'Univers après de Big Bang.



Température des particules de l'Univers en fonction du temps
© Microsoft Bing Creative Commons

Le graphique montre la température et le temps depuis le Big Bang où chacune des forces de gravitation, d'interaction forte et d'interaction faible s'est séparée des autres forces.

2.3.10.2.2 Modèle d'Alan Guth : la surfusion a créé les conditions de l'inflation

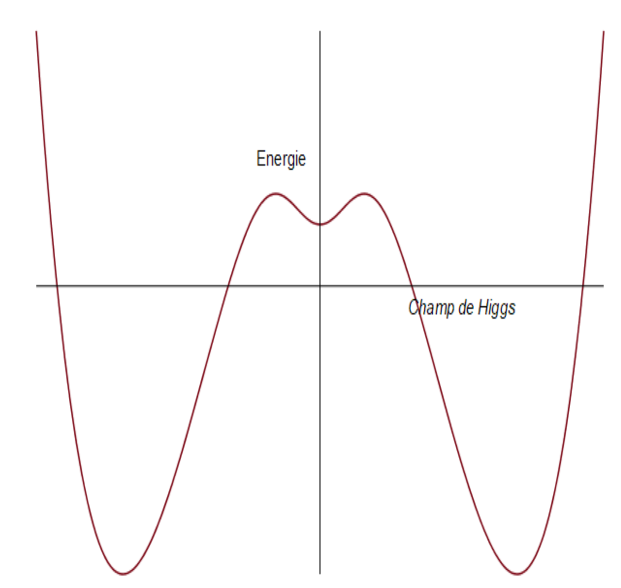
Le physicien américain Alan Guth a proposé un modèle de déclenchement de l'inflation (rupture de symétrie de l'état de Grande unification) basé sur l'existence postulée d'un « faux vide » métastable en haut du renflement de la surface d'énergie en forme de chapeau mexicain.

Selon ce modèle, le refroidissement de l'Univers en dessous de l'énergie d'unification d'une *théorie de Grande unification* a subi un phénomène de *surfusion*, les symétries de Grande unification persistant à une énergie plus basse de 10^{16} GeV.

Surfusion

La surfusion est un état métastable (transitoire) d'un corps en train de passer de la phase liquide à la phase solide : malgré la baisse de température, il arrive que le corps reste à l'état liquide jusqu'à une température bien plus basse que sa température de solidification "normale" ; c'est ainsi que de l'eau pure qu'on refroidit peut rester liquide jusqu'à environ - 40°C.

La surface descriptive de la densité d'énergie des champs de Higgs présentait alors, au sommet du renflement de son chapeau mexicain, un puits de potentiel dont le profil a été illustré au paragraphe précédent *Rupture spontanée de symétrie* ; le revoici :



Métastabilité de l'état d'énergie appelé « faux vide »

Une densité colossale de l'Univers et une inflation à densité constante
Au fond de ce puits, la densité d'énergie était très élevée, comme le sont toutes les énergies d'une *théorie de Grande unification* : exprimée sous forme de masse, cette densité était de l'ordre de 10^{83} kg/m^3, ~10^{65} fois plus que la densité d'un noyau atomique. Cette densité d'énergie n'était pas due aux particules elles-mêmes, mais au résultat de leur interaction avec les champs de Higgs ; nous verrons en décrivant l'inflation elle-même que *cette densité n'a pas varié* pendant la très courte durée de l'inflation, de l'ordre de 10^{-32} s.

« Au début de l'inflation la densité de l'Univers était colossale, 10^{65} fois plus forte que celle d'un noyau atomique, du fait de l'interaction de ses particules avec les champs de Higgs. L'inflation de l'espace a alors eu lieu *à densité constante*, créant de la masse-énergie à partir de l'énergie potentielle du vide. »

L'état « dans ce puits » de l'énergie des champs de Higgs, constamment perturbé par des fluctuations thermiques, a fini par sortir du puits par effet tunnel et dévaler la pente du renflement jusqu'à la ligne d'énergie minimum (selon [250]). Mais il a duré suffisamment longtemps pour que se réalisent les conditions de l'inflation prévues par l'équation de Friedmann (INFL) : voir ci-dessus *Le Problème de l'horizon*.

Ces conditions « état de faux vide » « dans le puits », ont permis aux champs de Higgs de créer un champ de gravitation négative et une pression positive très intenses, équivalant à une constante cosmologique inimaginable de l'ordre de 10^{100} fois plus forte que sa valeur actuelle. L'équation de Friedmann prévoit alors une *explosion exponentielle de l'espace qui dure jusqu'à ce que cesse la surfusion*, c'est-à-dire l'inflation.

2.3.10.3 Principe de l'inflation

Définition : le phénomène d'inflation est une dilatation (expansion, croissance du rayon) de l'Univers à une vitesse exponentielle pendant une minuscule fraction de seconde (~10^{-32}s), commencée très peu de temps (~10^{-36}s) après le Big Bang.

Aux très hautes énergies des ères de Superunification (10^{-43}s) et de Grande unification (10^{-35}s) le plasma de l'Univers est décrit le mieux par des champs.

Les découplages du paragraphe *Les transitions de phase séparent les forces fondamentales* sont dus à des champs de spin zéro dont les particules quantiques d'interaction sont des bosons de Higgs. *Quand un tel champ scalaire a une valeur non nulle, il interagit avec les bosons vecteurs, dont les*

particules se comportent alors comme si elles étaient massives, alors que dans le cas des photons leur masse est nulle.

Comme le photon du champ électromagnétique, le boson de Higgs (de masse 125 GeV) transporte de l'énergie ; mais il crée aussi une pression négative, équivalente à une antigravitation. Et à la différence du champ électromagnétique, son état de plus basse densité d'énergie n'est pas celui d'énergie nulle ; l'énergie transportée par le boson de Higgs scalaire se comporte alors comme une énergie potentielle du vide à une température $T_{e\neq vide}$. D'après le principe d'incertitude de Heisenberg, lorsque cette énergie est suffisante pendant un temps suffisamment long, l'Univers dominé par l'énergie du vide se met à se dilater de manière exponentielle sous l'influence de la pression négative : *c'est l'inflation*.

La densité d'énergie du vide Ω_v équivaut alors à une constante cosmologique Λ de l'ordre de 10^{100} fois plus forte que celle qu'on constate de nos jours, et le rayon de l'Univers double toutes les τ secondes, où $10^{-43} < \tau < 10^{-35}$ seconde.

Un refroidissement extrême suivi d'un réchauffement à haute température

Après quelques 260 doublements, la température qui était au départ $T_{e\neq vide}$ est descendue très bas, au voisinage du zéro absolu, plus bas que la température du « vide normal » $T_{normale}$, exactement comme de l'eau en surfusion est à une température largement inférieure à 0°C. Cette baisse de température libère de l'énergie, qui est alors disponible pour que la différence de température $T_{normale} - T_{e\neq vide}$ réchauffe la masse-énergie à une haute température, engendrant le plasma de particules, antiparticules et photons de l'état qui suit l'inflation.

2.3.10.4 Détails du déroulement de l'inflation

Environ 10^{-36} seconde après le Big Bang, l'énergie du vide de l'Univers avait dominé fortement les autres formes d'énergie pendant suffisamment longtemps pour que l'équation de Friedmann admette une solution particulière, instable, où il y a une pression négative qui dilate l'espace ; cette dilatation se produit à densité de masse-énergie constante, *ce qui crée de la masse-énergie*.

« L'inflation de l'Univers résulte d'une pression négative due à l'énergie du champ de Higgs présent dans le vide de l'espace. »

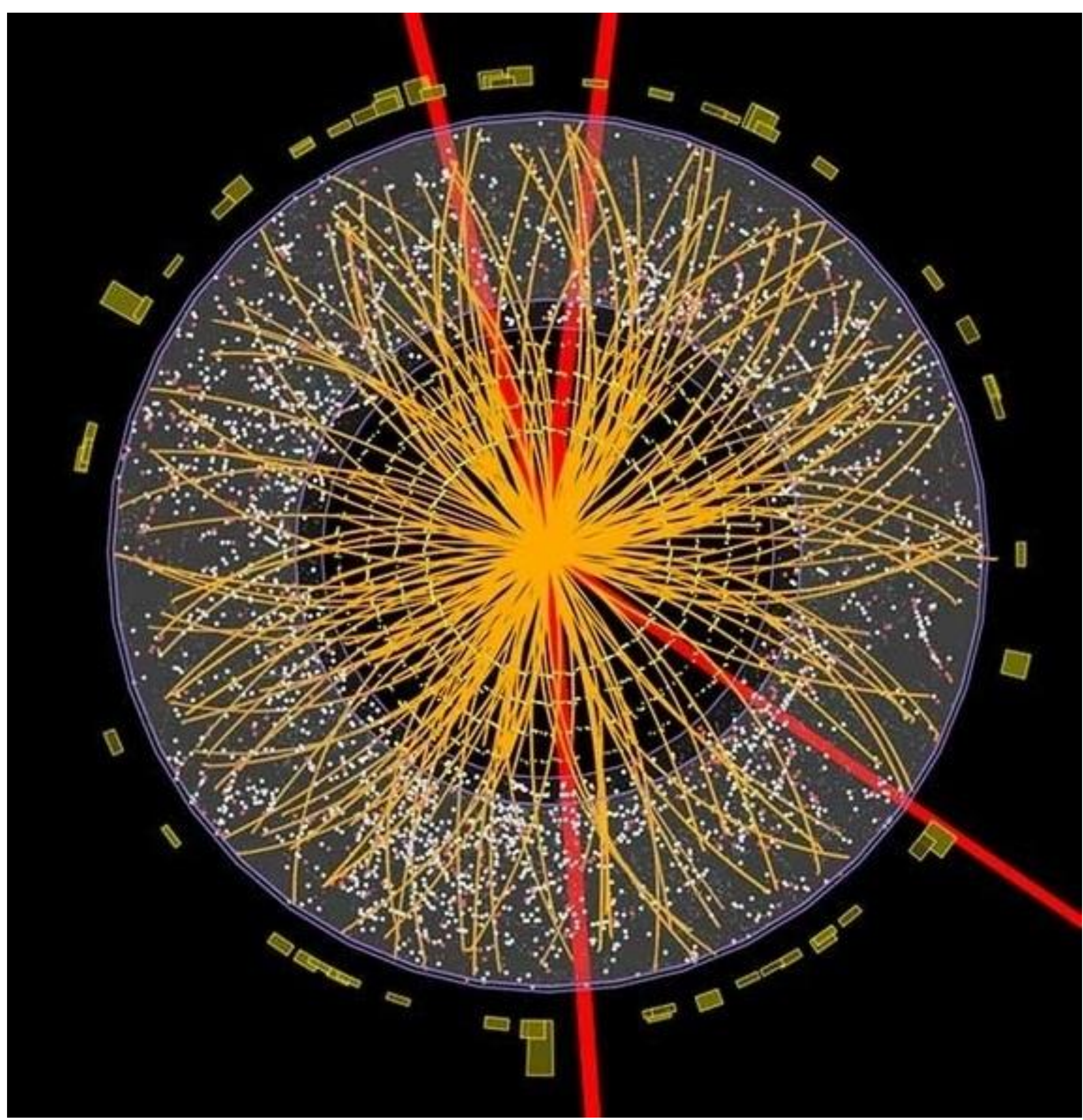
« Au fur et à mesure que l'inflation augmente son volume, l'espace crée de la masse-énergie dans la même proportion, sa densité restant constante. »

Bien entendu, la masse-énergie créée provient de quelque part, il n'y a pas de création magique à partir de rien ; elle provient de l'énergie potentielle de l'espace « vide » lui-même, qui décroît.

Analogie : l'énergie cinétique d'un corps qui tombe provient de la décroissance de l'énergie potentielle du champ de gravitation dont la force le fait tomber.

Pendant cette phase d'inflation, l'énergie potentielle de chaque point de l'Univers peut devenir aussi négative que nécessaire, pour alimenter l'inflation en baissant.

Comme le champ électromagnétique, le champ de Higgs transporte de l'énergie. La transformation de son énergie en masse-énergie de l'Univers occupant le volume créé a eu lieu grâce au boson de Higgs, facteur de la conversion nécessaire.



Détection du boson de Higgs au CERN par l'expérience ATLAS :
désintégration en 4 muons (en rouge) - © Microsoft Bing – Creative Commons

Ce processus d'expansion auto-entretenue de l'espace créa la quantité d'énergie qu'il faut, à la vitesse qu'il faut, pour que sa densité reste constante. La croissance fut exponentielle : toutes les τ secondes, l'espace a doublé dans chacune des trois dimensions, le volume et la masse étant chacun multiplié par 8. La vitesse de croissance des dimensions a doublé aussi toutes les τ secondes : une région *A*, 2 fois plus éloignée de nous qu'une région *B*, s'est éloignée 2 fois plus vite, comme l'expansion avec sa loi de Hubble. La force gravitationnelle d'expansion due à la pression négative était 3 fois plus forte que la force d'attraction due à la masse, d'où le résultat explosif.

Des valeurs extrêmes
La suite 1 ; 2 ; 4 ; 8… ; 2^n … croît très vite avec *n*. Ainsi, avec *n = 16* elle atteint 65 536, avec *n = 50* elle atteint 1 125 899 906 842 624 (~1125 trillions), etc. On sait que pour notre Univers la durée τ d'un doublement fut de l'ordre de 10^{-37} seconde et qu'il y eut environ *n = 260* doublements, multipliant son rayon par environ $2 . 10^{78}$. La durée totale de l'ensemble de ces doublements fut inférieure à 10^{-32} seconde : ce processus fut donc extrêmement rapide, permettant à la fin à un rayon lumineux de parcourir à la vitesse *c* moins de $3 . 10^{-27}$ mètre (1 trillion de fois moins que le diamètre d'un proton.)

Cette phase brève de l'évolution de l'Univers est appelée *inflation*. Lorsqu'elle commença, l'Univers pesait une centaine de grammes et était un milliard de fois plus petit qu'un proton ; lorsqu'elle prit fin,

l'Univers avait une quinzaine de centimètres de diamètre et avait la même quantité d'énergie (future masse-énergie) qu'aujourd'hui [203-1].

La fin de l'inflation selon Alan Guth
L'inflation a pris fin comme elle avait commencé, sur une transition de phase du plasma quantique de l'Univers, lorsque la température est passée en dessous de 10^{15} degrés K. Selon [112] page 175, l'effet tunnel n'a pas cessé brusquement : des « bulles » sont apparues partout à la fois dans l'espace d'énergie « faux vide » de la nouvelle phase, comme les bulles de vapeur apparaissent dans de l'eau qui bout.

Chaque bulle est née petite, mais sa taille a crû presque à la vitesse de la lumière, et le phénomène a duré jusqu'à ce que les bulles occupent tout l'espace. Le contenu de chaque bulle était de l'espace dans lequel les champs de Higgs avaient des valeurs égales à celles de la ligne d'énergie minimum du chapeau mexicain, ou en étaient très proches.

L'énergie portée par les champs de Higgs a produit, en étant libérée, des particules de haute énergie, dont les chocs avec d'autres particules ont créé de nouvelles particules. Le résultat a été une « soupe » chaude de particules dans laquelle l'expansion actuelle a commencé : l'Univers s'est réchauffé après l'inflation.

Conclusion
(Citation [112] page 15)
« Le processus d'inflation explique la création de pratiquement toute la masse-énergie de l'Univers. La théorie de l'inflation implique aussi que l'Univers observable n'est qu'une petite partie de l'Univers entier, et qu'il est très probable qu'il y a une infinité d'autres univers complètements distincts du nôtre. »
(Fin de citation)

« Le processus d'inflation explique la création de pratiquement toute la masse-énergie de l'Univers à partir de l'énergie potentielle du vide. »

2.3.10.5 Dilatation d'espace à géométrie constante

Pendant l'inflation l'espace s'est dilaté *à géométrie constante*, en conservant les formes. Dans une telle dilatation, tout se passe comme lorsqu'on augmente l'échelle d'une carte de France : la forme du pays est la même à l'échelle 1cm = 10km qu'à l'échelle 1cm = 2km, seule la carte change de taille. La propriété de conservation des formes est restée vraie pensant toute la durée de l'inflation, bien que le volume de l'Univers ait été multiplié par $2 .10^{78}$ (oui : 2 suivi de 78 zéros), son diamètre étant multiplié par $\sim10^{26}$.

En comparaison, l'expansion qui a suivi la phase d'inflation jusqu'à nos jours n'a multiplié le rayon de l'Univers que par environ 1100 depuis le moment où l'Univers était âgé de 380 000 ans.

En fait la conservation des formes n'est pas tout-à-fait parfaite, à cause des imprécisions de la Mécanique quantique : le champ *inflaton* n'a pas exactement la même force partout. Cette force est entachée de fluctuations et, selon l'endroit considéré, son effet prend fin à des instants légèrement différents, produisant des différences de densité et de température. Ces différences sont amplifiées par l'inflation et deviendront des étoiles.

2.3.10.6 Dilatation d'espace à densité d'énergie constante

Pendant l'inflation, la dilatation de l'Univers a eu lieu *à densité d'énergie constante, en créant toute la masse-énergie nécessaire au fur et à mesure*.

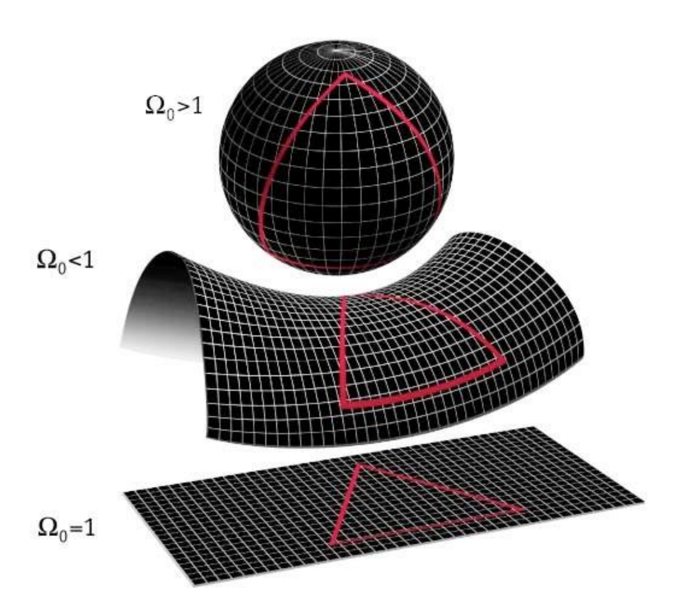
Les fluctuations quantiques de densité précédentes ont été amplifiées par l'inflation, produisant des régions ayant des formes particulières. Le respect de cette conservation des formes est mesuré par une variable appelée $\Omega = \rho/\rho_0$, rapport entre la densité de l'Univers ρ et une *densité critique* $\rho_0 = 9 .10^{-27}\ kg/m^3$.

Cette densité critique, observée encore aujourd'hui à très grande distance, correspond à 6 atomes d'hydrogène par mètre cube d'espace de l'Univers.

« Le "vide" de l'Univers contient l'équivalent de 6 atomes d'hydrogène par m³. »

Les calculs montrent que la conservation parfaite des formes de l'Univers a lieu pour la densité critique $\Omega = 1$. Lorsque $\Omega > 1$, la masse-énergie a tendance à se regrouper à petite échelle de distances, alors que lorsque $\Omega < 1$ elle se regroupe plutôt à grande échelle. La mesure actuelle de Ω

pour l'espace lointain trouve *Ω = 0.96* : le regroupement de masse-énergie s'est produit plutôt à grande échelle au début de l'inflation. La forme d'une région affectée à ce moment-là a subi la dilatation du reste de l'inflation. Dans l'espace proche de notre amas local de galaxies (l'amas de la Vierge), où ce que l'on voit est des milliards d'années plus récent qu'à grande échelle, il n'y a pas eu de regroupement mesurable dû à l'inflation.



Géométries de l'espace : sphérique, hyperbolique et plat

2.3.10.7 Phénomènes expliqués par l'inflation

<u>L'inflation aplatit toute courbure initiale de l'espace</u>

Quelque ait été la courbure de l'espace avant l'inflation, la colossale extension de l'espace de celle-ci l'a aplatie d'une façon considérable, suffisante en tout cas pour que l'amplification de courbure par la gravitation de l'expansion qui a suivi ne l'affecte guère : voir *Problème de l'espace plat (=de courbure nulle)*. L'inflation résout donc le problème d'instabilité du modèle d'Univers de la Relativité générale, contredisant de ce fait le premier argument des tenants du *Principe anthropique*.

<u>L'inflation dilue d'éventuels monopoles magnétiques</u>

Lire d'abord *Monopoles magnétiques*.

Ce phénomène peut expliquer l'absence de tels monopoles, qu'aucune observation n'a pu trouver à ce jour.

<u>L'inflation explique l'homogénéité et l'isotropie de l'Univers (problème de l'horizon)</u>

Avant l'inflation, tout l'Univers était si petit qu'il était en contact causal avec l'Horizon cosmique de tout événement : thermodynamiquement il était nécessairement en équilibre. Or l'inflation n'a pas perturbé les positions relatives et les équilibres énergétiques, et après l'inflation l'Univers s'est réchauffé et a poursuivi son expansion, générant les températures constatées par le fond diffus cosmologique actuel. Ce phénomène explique l'homogénéité et l'isotropie constatées : les lois et constantes de l'Univers sont les mêmes partout.

> **« L'inflation a dilué la matière présente avant elle et réparti uniformément la densité de masse créée à partir de l'énergie des champs de Higgs. »**

<u>L'existence des galaxies</u>

L'existence des galaxies, visibles sous forme de défauts d'isotropie du fond diffus cosmologique, s'explique par des fluctuations quantiques inévitables de la densité d'énergie du plasma avant inflation, plasma par ailleurs globalement en équilibre thermique et énergétique. Pendant environ 200 millions d'années après inflation, les zones les plus denses se sont concentrées par effet gravitationnel jusqu'à la formation d'étoiles et de galaxies.

Complément : [253].

2.3.10.8 Conjecture : l'inflation se poursuivra éternellement par endroits

L'inflation ultra-rapide et à densité d'énergie constante, qui a concerné au début tout l'espace qui est devenu *notre* Univers observable, a pris fin au moins dans notre amas local de galaxies. L'Univers que nous voyons aujourd'hui se dilate beaucoup plus lentement : son rayon double tous les 8 milliards

d'années environ, alors qu'il doublait au début à chaque ~10^{-38} seconde : dans notre région, *l'inflation* est devenue de *l'expansion*, le rayon de l'Univers physique croissant environ 6 fois plus vite que la vitesse de la lumière.

« Le rayon de l'Univers croît environ 6 fois plus vite que la vitesse de la lumière. »

La théorie montre que l'inflation n'a pas été la même dans tout l'Univers (observable et extérieur). Nous pensons qu'il y a des régions où elle se poursuit de nos jours et continuera indéfiniment, alors que dans d'autres elle est devenue ou deviendra de l'expansion.

Il existe donc un processus physique qui transforme l'énergie de la forme qui se dilate à densité d'énergie constante en la forme à conservation d'énergie totale de notre vie quotidienne. C'est dans cette dernière forme que la masse-énergie existe dans les régions de notre Univers observable, en expansion lente depuis l'inflation.

Nous pensons qu'*à chaque instant il se crée, au-delà de notre Univers, plus de matière-énergie par inflation qu'il ne s'en transforme comme dans notre Univers* : si cette conjecture est vraie l'inflation continuera éternellement quelque part dans l'Univers extérieur ; et un certain nombre de régions encore en cours d'inflation finiront par se transformer en régions en expansion.

2.3.10.8.1 Pluralité possible du phénomène d'inflation

[122], [203-1] et [253] citent la possibilité de multiples régions de l'espace où une inflation s'est produite ou pourrait encore se produire, comme l'inflation qui a suivi l'ère de Planck dans notre Univers observable. Cette possibilité a existé et existe toujours, mais toute affirmation concernant l'extérieur de l'Univers observable ou le temps qui précède l'ère de Planck est spéculative.

« Il est possible qu'il y ait un extérieur à notre Univers et qu'il contienne des régions en inflation et des régions en expansion. »

Discussion philosophique

Le fond du problème reste que la théorie de l'inflation est une invention humaine. Ses prédictions sont cohérentes avec certains faits, mais improbables pour d'autres… qui ne sont pas vérifiables, car externes à notre Univers observable. Alors des articles comme [253] la déclarent douteuse en raison de probabilités trop faibles ou trop fortes d'occurrence de paramètres divers, et évoquent le *Principe anthropique*.

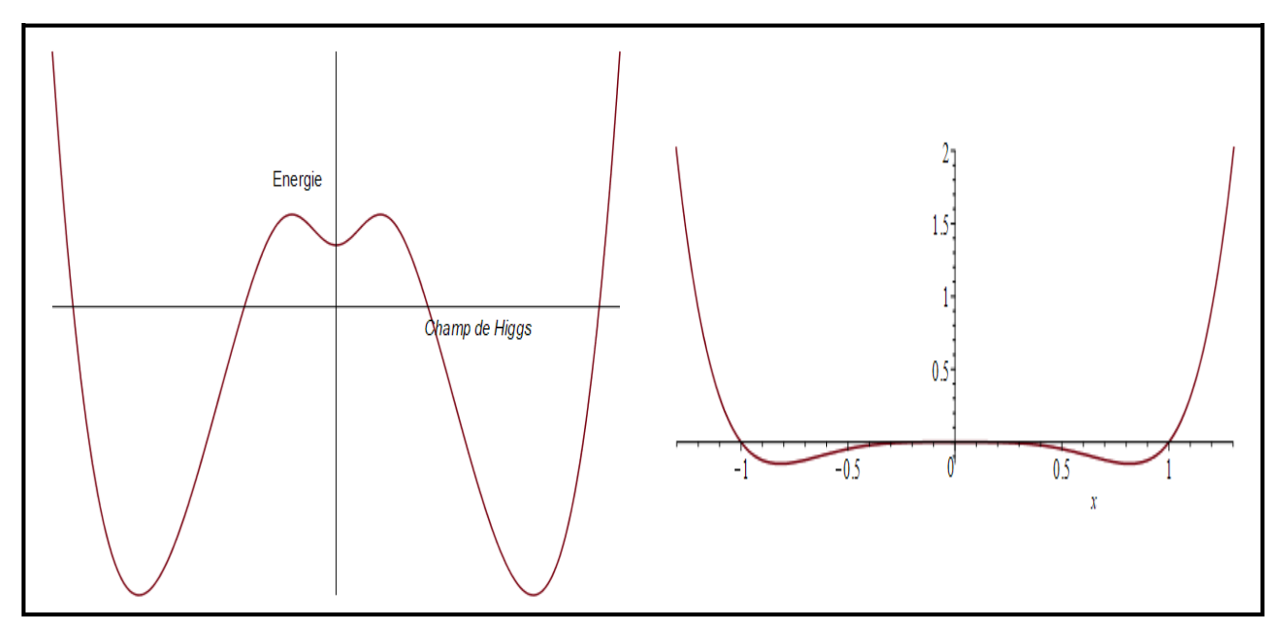
L'attitude rationnelle face à ces doutes et ces spéculations veut qu'ils soient librement exprimés et discutés, et qu'une théorie ne soit abandonnée que si elle contredit un fait avéré ou si une théorie différente confirme ces faits mieux qu'elle.

2.3.10.9 Le modèle d'inflation d'Alan Guth remplacé par celui d'Andrei Linde

Le modèle d'inflation d'Alan Guth avait les avantages exposés précédemment dans les paragraphes *Problème de l'horizon* et *Problème de l'espace plat (=de courbure nulle)* et permettait les conclusions citées dans *Phénomènes expliqués par l'inflation*. Mais son hypothèse de puits de potentiel posa un problème insurmontable de description plausible de la fin de l'inflation : bien que très rapide, la croissance des bulles ne pouvait remplir d'énergie de manière homogène tout l'espace créé par l'inflation.

Le physicien russe Andrei Linde proposa un modèle présentant les différences suivantes avec celui d'Alan Guth ([112] page 211 figure 12.2) :

- Il n'y a pas de « faux vide » stable dont l'état des champs de Higgs doit sortir par effet tunnel : le sommet du renflement du chapeau mexicain est simplement très plat. Voici la comparaison de ces deux profils de densité d'énergie :



Profil à puits de potentiel d'Alan Guth — Profil à renflement aplati de Linde

- L'inflation se termine brutalement chez Alan Guth. Chez Linde elle prend fin progressivement, le point représentatif de l'état d'énergie parcourant d'abord lentement la pente faible du plateau initial, avant de descendre plus vite vers la ligne de densité d'énergie minimum. L'inflation a lieu pendant la lente descente du plateau initial, et prend fin quand la descente accélère.
- En fin d'inflation, l'énergie des bulles se dissipe rapidement chez Alan Guth sans parvenir à remplir tout l'espace en inflation, alors que chez Linde elle oscille autour du point d'énergie minimum en passant graduellement à d'autres particules et en réchauffant tout cet espace.

N'ayant pas l'inconvénient d'hétérogénéité de la densité d'énergie en fin d'inflation, le modèle d'Andrei Linde est donc devenu le modèle accepté d'inflation, enrichi par la dimension théorique apportée par Albrecht et Steinhardt [254].

Raison de la présentation de ces deux modèles dans ce texte

L'histoire de la création de ces deux modèles, de la critique du premier et de son remplacement par le second, illustre le déroulement de la recherche scientifique dans des domaines comme la cosmologie et la physique quantique.

Les deux modèles utilisent à la fois les équations de la Relativité générale et de la Mécanique quantique, alors qu'il n'existe pas de synthèse de ces deux théories. Il s'applique à un domaine (l'ère de Grande unification) où on ne peut espérer faire d'expériences, où il faut donc *imaginer* une théorie mathématique modélisant la réalité, puis vérifier si cette théorie ne contredit aucune théorie acceptée.

Alan Guth, auteur de l'ensemble du modèle d'inflation sauf sa fin, a accepté avec enthousiasme la solution de Linde, qu'il présente en détail dans son livre [112] ; les deux savants, l'Américain et le Soviétique, ont collaboré en toute amitié et toute objectivité.

Complément : *Les fluctuations quantiques à l'origine des galaxies*.

2.3.10.10 Critique philosophique de cette théorie de l'inflation

Pour que l'Univers subisse une expansion de l'ordre du minimum de celle qu'on constate sur le fond diffus cosmologique il faut qu'elle dure suffisamment longtemps. Cela exige que l'évolution de la densité d'énergie potentielle en fonction du champ scalaire de Higgs avant la transition de phase de l'ère de Grande unification ait une forme et des valeurs extrêmement précises, faute de quoi l'inflation n'aurait pas eu lieu ou aurait eu lieu en produisant des formes d'espace très différentes de l'espace plat qui est le nôtre.

On ne connaît pas la raison d'être de cette forme et de ces valeurs, et des cosmologistes se sont étonnés :

> « Comment se fait-il que la nature ait adopté les valeurs constatées, alors qu'une multitude d'autres formes et valeurs étaient possibles ? »

La probabilité que la mesure d'une grandeur réelle donne une valeur précise est infiniment faible par rapport à l'infinité d'autres valeurs possibles.

La philosophie a déjà réfléchi, à propos du *Principe anthropique*, au problème d'étonnement devant un phénomène naturel qui ne s'explique qu'avec des valeurs de variables extrêmement précises.

2.3.10.10.1 Principe anthropique

Définition

Le principe anthropique est une croyance selon laquelle des caractéristiques de structure de l'Univers, des valeurs de constantes et des lois physiques ont pour cause une volonté transcendante d'adéquation à l'existence de la vie.

Origine du principe anthropique

En plus des exigences extrêmement précises précédentes pour que l'inflation ait eu lieu, les physiciens ont remarqué des coïncidences troublantes entre diverses constantes de l'Univers et la possibilité d'une vie terrestre (voir [257] et [203-1] pages 138 et suivantes) :

- Il y a d'abord le *Problème de l'espace plat (=de courbure nulle)* : le modèle d'univers de la Relativité générale est fondamentalement instable.
  Voir en complément [256].

  Cet argument est sans valeur compte tenu de l'inflation, inconnue lors de son énoncé. Comme souvent en physique, un résultat surprenant est dû à la non prise en compte d'un phénomène ou d'une variable.

- L'astronome anglais Fred Hoyle a remarqué qu'une valeur *à peine différente* de l'intensité de l'interaction nucléaire aurait pratiquement réduit à néant la génération de carbone dans les réactions de fusion stellaires, les seules dans l'Univers à en fabriquer. Puisque sans carbone la vie telle que nous la connaissons est inconcevable, il semble que l'interaction nucléaire ait « juste la force de champ qu'il faut » pour que la vie apparaisse dans l'Univers [258].

  Pour les tenants du principe anthropique, *ces surprises ne peuvent s'expliquer que par l'influence de la volonté d'un Créateur, car il y a plusieurs coïncidences comme celle-là.*

- Le physicien prix Nobel Steven Weinberg a remarqué dans son livre [259] qu'il y a un rapport entre la valeur de la constante cosmologique Λ de la Relativité générale et l'existence de la vie sur la Terre. Une valeur trop élevée de cette constante (source de gravitation négative, donc d'expansion) aurait empêché toute formation de galaxie, donc aussi la formation du système solaire. Sa valeur connue est compatible avec la répartition de matière observée et l'expansion de l'Univers, donc la vie terrestre.

  Cette critique philosophique est analogue à la précédente.

Ces coïncidences sont si nombreuses et si troublantes que des physiciens comme Robert Dicke ont postulé l'existence d'un « *Principe anthropique* », selon lequel elles ne sont pas le fruit du hasard.

Détails sur le principe anthropique

Ce principe postule que ces constantes ont exactement « les bonnes valeurs » pour que la vie apparaisse et évolue vers la complexité que nous constatons dans l'homme, sans avoir besoin de la sélection naturelle de Darwin. Tout se passe comme si l'Univers était soumis à un déterminisme global, comme si une volonté téléologique externe à l'Univers l'avait fait tel qu'il est, avec les lois qu'il a, pour que la vie apparaisse et évolue en complexité jusqu'à l'homme qui l'observe aujourd'hui.

Le principe anthropique est donc une forme moderne de la preuve physico-théologique de l'existence de Dieu [237], dont Kant a démontré l'impossibilité dans sa *Critique de la raison pure* [20] en 1781 ; détail de sa preuve : [237].

Discussion

Le principe anthropique est-il un déterminisme divin ?

Les coïncidences de valeurs de constantes ci-dessus étant réelles, chacun est libre de les interpréter comme il veut, notamment *en postulant l'existence à l'échelle de l'Univers d'un déterminisme de niveau supérieur à tous les autres*. Ce déterminisme-là régirait les divers déterminismes des lois physiques, comme le *Principe de moindre action de Maupertuis* détermine *globalement* un choix de trajectoire au lieu de la détermination de proche en proche résultant du déterminisme *ponctuel* des lois de Newton ; on peut aussi y voir une manifestation du dessein d'un Créateur, mais c'est là une pure spéculation, pas une preuve.

Il faut rappeler le principe d'identité
Le *Principe d'identité* fait que la réalité à un instant donné est ce qu'elle est et ne peut être autre, même si notre esprit s'en étonne, le regrette ou y trouve des coïncidences.

Considérons alors les diverses constantes et lois de l'Univers telles que si l'une était un tant soit peu différente l'homme ne pourrait exister. *Sachant qu'il existe, il est impossible de trouver le moindre fait qui contredise cette existence ; si on en trouvait un, ce serait à coup sûr une erreur !* Toutes les valeurs de constantes et lois physiques remarquables associées par certains à l'existence de l'homme *n'auraient pu être différentes* : voir *Principe de fatalisme*. S'étonner, alors, que telle constante ait une valeur très proche d'une limite qui rendrait la vie impossible est humain, mais ne prouve rien car elle ne peut avoir que la valeur exacte qu'elle a.

> Pour la nature, la notion de proximité d'une valeur n'a pas de sens ; à un instant donné une grandeur physique a la valeur *exacte* qu'elle a. Juger qu'elle est *proche* d'une autre valeur, ou qu'une *différence relative d'un milliardième* changerait la face du monde sont des réactions humaines sans rapport avec les lois physiques.
>
> Un jugement de proximité doit être *prouvé*, soit logiquement soit en approfondissant ses conséquences. Voir le paragraphe *Caractère humain, artificiel, de la notion d'échelle*.

Des probabilités qui n'ont pas de sens
Un autre argument faux en faveur du principe anthropique fait intervenir *une probabilité pour qu'une constante de l'Univers importante pour l'existence de l'homme ait (ou n'ait pas) la valeur précise qu'elle a*.

La probabilité d'une situation étant le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles (si ces cas sont équiprobables), on ne peut la calculer que si l'on connaît ces deux nombres ; par exemple, la probabilité pour qu'un lancer de dé donne un 3 est calculable, car ce cas "favorable" unique fait partie de 6 cas "possibles" équiprobables. On calcule aussi, par exemple, une telle probabilité en Mécanique quantique, lorsque la valeur d'une variable mesurée est une valeur propre d'un ensemble (le *spectre* de l'observable) qui en a un nombre fini connu, chacune assortie d'une probabilité calculable.

Lorsque la constante considérée de l'Univers est un nombre réel, le nombre de cas possibles est infini.

- La probabilité d'une valeur donnée n'a en général de sens que pour un certain intervalle autour de cette valeur et si l'on connaît la loi de *densité de probabilité de la constante* ; sans cette densité de probabilité, la notion de « *faible* différence entre une variable et une valeur critique » n'a pas de sens. Or on n'a jamais vu un partisan du principe anthropique, qui s'étonne de la proximité d'une valeur de constante avec une valeur critique pour l'existence de la vie, prendre soin de citer la densité de probabilité dans leur voisinage ; et on ne l'a pas vu parce que la loi de densité de probabilité d'une constante n'existe pas !
- En mathématiques, la *Théorie de la mesure* définit aussi la probabilité qu'un ensemble de valeurs réelles, fini ou au moins dénombrable, soit de mesure nulle, donc que « trouver une valeur *hors* de cet ensemble est certain presque partout » ; le qualificatif "presque" désigne alors une mesure nulle par rapport à une mesure non-nulle, celle de l'ensemble complémentaire : voir *Sens de « presque tous » en mathématiques*. Mais un tel ensemble de valeurs est rare en physique et il faut l'invoquer avec prudence.

La contingence imaginaire
On a utilisé (pour prouver l'existence de Dieu par l'argument dit "cosmologique") l'affirmation que « l'existence d'une chose est contingente, car elle aurait pu ne pas exister ». C'est là une spéculation pure, puisque la constante ne peut pas, justement, avoir une valeur autre que celle qu'elle a, du fait du principe d'identité.

Tout calcul de la probabilité pour qu'une situation *qui s'est produite* se soit effectivement produite car *on peut imaginer* qu'elle ne se fut pas produite, est une spéculation sans valeur lorsqu'il est impossible de connaître ou de dénombrer toutes les évolutions qui ont fait qu'elle s'est produite et toutes celles qui auraient pu se produire. De même, calculer la probabilité de non-survenance d'un événement du passé qui ne s'est pas produit est absurde.

Le besoin de l'homme que l'Univers ait un sens conforme aux valeurs morales

Le principe anthropique a souvent été utilisé par des idéalistes, pour qui l'idée matérialiste que l'homme est le produit d'un Univers dominé par des forces aveugles et indifférentes est insupportable. Certains rejettent cette idée parce qu'elle ne permet pas de justifier l'origine des valeurs morales, origine qui pour eux ne peut être que divine parce que ces valeurs sont par essence universelles et éternelles, conformément (par exemple) à l'enseignement de Saint Thomas d'Aquin.

Les matérialistes répondent à cette objection que les scientifiques savent aujourd'hui - preuves ethnologiques à l'appui - que *les principes de morale humains sont des conséquences de l'évolution des sociétés humaines, qui les ont définis progressivement siècle après siècle* [149]. Ils reprochent aux idéalistes :

- d'avoir inventé le concept d'un Dieu sacré pour pouvoir Lui attribuer sans justification les principes de morale auxquels ils tiennent et qu'ils veulent faire respecter ;
- de ne pas expliquer pourquoi Dieu, si moral, a permis l'existence de barbares comme Hitler, Pol Pot et Ben Laden, dont l'éthique est à l'évidence peu conforme à celle des textes sacrés ; est-ce une erreur ou une indifférence de Sa part, un pouvoir insuffisant, une punition pour les autres hommes ? Les philosophes connaissent ce problème depuis les Grecs anciens sous le nom de « *Problème du mal* »).

Un principe infalsifiable

Le principe anthropique est comme l'affirmation d'existence de Dieu, un énoncé *infalsifiable* ; il n'a donc rien de scientifique ; c'est donc un émerveillement d'idéaliste et le fruit de l'imagination. On peut toujours spéculer que, dans un autre Univers où les lois physiques seraient différentes, l'homme n'aurait pu apparaître, mais c'est là pure spéculation et il n'y aura jamais d'avancée scientifique permettant de le savoir ; nous ne saurons jamais rien scientifiquement concernant un hypothétique espace extérieur à l'Univers observable ou l'ayant précédé.

Conclusion

Le principe anthropique est une spéculation idéaliste irrationnelle qui introduit un déterminisme divin, finalité destinée à combattre le déterminisme matérialiste.

La recherche d'exoplanètes

On peut cependant interpréter l'existence d'un ensemble de conditions à satisfaire pour que la vie apparaisse pour délimiter des régions, au voisinage d'autres étoiles que le Soleil, où une vie telle que nous la connaissons serait possible. Dans une telle région, par exemple, la température doit permettre l'existence de l'eau à l'état liquide, l'étoile ne doit pas émettre de rayonnement mortel, etc. Sous cette forme-là (ensemble de conditions d'une vie comme celle de la Terre) le principe anthropique est utile aux astronomes qui cherchent des planètes (appelées *exoplanètes*) où la vie pourrait exister.

2.3.10.10.2 Caractère humain, artificiel, de la notion d'échelle

La notion d'échelle (« petit », « atomique »…) est une abstraction humaine dont la nature n'a que faire. L'homme s'en sert pour mieux se représenter les situations et les phénomènes, notamment lorsqu'il compare une chose à une autre. Mais la nature ne juge rien, par exemple que « quelque chose est *grand* ou *petit* par rapport à autre chose ; dans chaque situation elle applique la loi d'évolution qui convient, choisie d'après une loi d'interruption qu'elle seule a défini : elle prend en compte l'ensemble des paramètres qui s'appliquent, que l'homme considère cet ensemble comme local ou global, macroscopique ou microscopique.

Dire qu'entre deux valeurs d'une même variable la différence relative est minime, car elle n'est que de 10^{-15} (un millionième de milliardième), n'a pas de sens probant pour la nature ; nous en avons donné des exemples dans la théorie des systèmes dynamiques (Chaos) à propos de *La sensibilité aux conditions initiales*. Un jugement comme « c'est étonnamment petit » n'est donc pas probant, il exige un examen des détails et de la prudence.

2.3.10.10.3 Principe cosmologique

Conclusions du paragraphe précédent

Rien ne prouve que la Terre soit le centre de l'Univers ou en occupe un endroit particulier. « L'Univers est homogène en même temps qu'isotrope » est un postulat fondamental de la Relativité générale appelé « *Principe cosmologique* ».

Si on admet ce principe, on doit aussi admettre que l'Univers n'a pas de « bord », car pour paraître identique de n'importe quel point d'observation :

- Ou l'Univers est infini dans toutes les directions, sa densité de galaxies étant la même partout à très grande échelle ;
- Ou l'Univers est fini, mais sphérique au sens topologique de surface fermée.

L'univers est infiniment grand

Si l'Univers était fini on observerait, dans le fond diffus cosmologique, des ondulations de température (donc de densité d'énergie) de fréquences bien définies. Comme nous n'observons aucune régularité de cette espèce, nous devons admettre - au moins en première approximation - que l'Univers est aussi *infiniment grand*.

« L'Univers est infiniment grand, nous n'avons pas de preuve du contraire ».

L'âge de l'Univers est infini

S'il est vraiment infiniment grand, l'Univers a aussi un âge infini, car il n'a pu devenir infiniment étendu en un temps fini : *il a donc toujours existé* ; plus exactement, *il existe depuis que le temps existe*, car espace et temps ne peuvent exister l'un sans l'autre.

Cette conclusion est cohérente avec la définition de l'espace-temps de la Relativité générale d'Einstein ; et elle ne contredit pas le fait que l'âge de notre Univers *visible* est de 13.8 milliards d'années correspondant à un rayon physique de 47 milliards d'années-lumière, car il peut exister un extérieur invisible. Mais tout cela n'est qu'une approximation, rappelons-le.

« **L'Univers est infiniment âgé : il a toujours existé. »**

Comment l'Univers infiniment grand peut-il être en expansion ?

Quand on parle d'expansion de l'Univers on parle de la croissance des distances entre galaxies lointaines : l'Univers infini a été, est et restera infini. En outre, les distances entre galaxies proches, appartenant à un même amas, sont bien plus affectées par le rapprochement gravitationnel que par l'expansion, qui n'est sensible qu'à grande échelle.

L'univers contient une masse-énergie infinie

A très grande échelle, mettons au-delà de 200 millions d'années-lumière, la densité de masse-énergie observée dans l'Univers est constante : sa répartition est uniforme, à toutes les distances et dans toutes les directions ; on doit donc postuler qu'elle est la même, aussi, au-delà de notre Univers observable, donc que *la quantité de masse-énergie contenue dans l'Univers infini est infinie*.

« A grande échelle la densité de l'Univers est homogène. »

« Les lois et constantes de l'Univers sont les mêmes partout et dans toutes les directions. »

2.3.10.10.4 Monopoles magnétiques

Paul Dirac (Prix Nobel de physique 1933) a prédit en 1931 l'existence d'une particule appelée *monopole magnétique*, qui équivaudrait à un aimant réduit à un seul de ses pôles et serait une « charge magnétique » comme il y a des charges électriques.

L'existence d'une seule de ces particules suffirait pour expliquer la quantification de la charge électrique, toujours multiple de celle de l'électron $e = 1.6.10^{-19}$ coulomb ; cette quantification est largement prouvée expérimentalement sans être expliquée théoriquement. Mais l'existence physique de monopoles n'a jamais pu être prouvée : ni expérimentalement (peut-être parce que leur masse supposée serait trop grande pour apparaître dans nos accélérateurs de particules), ni par observation astronomique.

La théorie de l'inflation admet la possibilité d'apparition de monopoles avant ou pendant l'inflation, mais celle-ci en diluerait le nombre tellement que leur observation deviendrait extrêmement improbable. La non-observation de monopoles magnétiques est donc cohérente avec la théorie de l'inflation, sans en constituer une preuve.

2.3.10.11 Régénération éternelle des régions en inflation

Sources : [112] pages 246 et suivantes et [260]

Transition de phase d'une région de « faux vide »

Nous avons vu dans *Le Problème de l'horizon* que l'expansion de l'espace est décrite par le facteur d'échelle *a(t)* de l'équation (INFL) de Friedmann, fonction exponentielle du temps. Une région en expansion, faite de *N* volumes élémentaires de « faux vide », subit une transition de phase analogue à celle d'une décomposition radioactive, mais caractérisée par une période de demi-vie de l'ordre de $\tau = 10^{-37}$ seconde : toutes les τ secondes le nombre de volumes *N* restant à changer de phase est divisé par 2.

Mais contrairement à une décomposition radioactive, la quantité de matière restant à convertir ne diminue pas : elle croît à la vitesse où l'expansion la crée, c'est-à-dire beaucoup plus vite que la transition de phase. Un tel processus ne peut donc s'arrêter par lui-même : il continue indéfiniment « à côté » des espaces déjà « transitionnés », dans la mesure où le phénomène de création de matière dispose d'une réserve inépuisable d'énergie potentielle.

« Une fois démarrée, l'inflation d'une région de « faux vide » ne s'arrête jamais. »

Un univers englobant et une infinité d'univers

Il est donc probable que *tout notre Univers observable n'est qu'une infime partie d'un espace qui a subi l'inflation*, et qu'il fait partie d'un Univers englobant où il existe un nombre immense de régions encore à transitionner et de régions déjà transitionnées.

Chaque région en inflation génère donc, croyons-nous, une infinité d'univers, qui à leur tour génèrent des univers, etc. Et tous les univers générés subissent un Big Bang comme le nôtre. Certaines régions restent plates comme lui pendant des milliards d'années, puis deviennent progressivement plus sphériques avant de s'effondrer comme un trou noir, en un « Big Crunch » ; d'autres régions croissent indéfiniment, leur densité d'énergie baissant jusqu'à être négligeable. Des univers disparaîtront donc, tandis que d'autres apparaîtront, éternellement. La génération des univers est distribuée au hasard dans l'espace-temps.

Il y a une régénération éternelle de l'espace-temps et une reproduction d'univers.

Tout cela a été étudié sérieusement, scientifiquement et philosophiquement : [261].

2.4 Matière noire et énergie noire

Source : [239]

La matière ordinaire (protons, neutrons, etc.) visible en astronomie ne représente que 4.9% de la densité d'énergie de l'Univers, rayonnement de photons et neutrinos compris.

Matière noire

Cette proportion ne suffit pas pour expliquer la vitesse élevée de rotation des galaxies satellites autour de la Voie lactée : à l'évidence, il existe un champ gravitationnel plus intense que celui produit par les étoiles et nuages visibles, donc une forme de matière invisible qui l'explique ; on l'a appelée *matière noire*, et elle forme un halo autour de la Voie lactée. Cette matière noire, dont on ne connaît pas la nature physique exacte, représente 26.8% de la densité d'énergie de l'Univers : *5 fois plus que celle de la matière visible*.

La matière noire n'émet aucun rayonnement électromagnétique et n'en arrête aucun. C'est pourquoi elle n'est « visible » que par ses effets gravitationnels.

« L'Univers contient 5 fois plus de matière noire invisible que de matière visible. »

Energie noire

Depuis 1998, des mesures ont montré que l'expansion de l'Univers est à vitesse accélérée, alors que la loi de Hubble la suppose à vitesse constante. L'énergie potentielle du vide prévue par la Relativité générale, de tenseur d'énergie-impulsion $T^{\mu\nu}_{vide} = \frac{-\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu}$, et de densité d'énergie effective $T^{tt}_{vide} = \frac{\Lambda}{8\pi G}$ est la seule source de gravitation négative connue, la seule à même d'expliquer cette accélération ; cette densité d'énergie représente 68.3% de celle de l'Univers : *plus de 2 fois celle de la matière visible et invisible*.

« L'Univers contient plus de 2 fois plus d'énergie noire que de matière visible et invisible. »

On ne connaît pas la nature exacte de cette énergie noire ; seuls ses effets sont connus et pris en compte dans les calculs de la théorie d'évolution de Friedmann.

L'énergie du vide prise en compte par Einstein dans la Relativité générale comprend de l'énergie gravitationnelle, toujours négative ; elle ne comprend pas l'énergie du vide précédente, responsable de l'accélération de l'expansion. Ces connaissances sont récentes, elles demandent à être précisées.

2.5 Big Bang et première seconde de l'Univers

Sources : [203-1], [127], [262]

Historique

Le premier cosmologiste à avoir proposé que l'Univers est né d'une grande explosion a été l'abbé Georges Lemaître, en 1927 ; mais sa proposition n'a pas retenu l'attention des scientifiques.

C'est Edwin Hubble qui a publié, en 1929, le premier article montrant la relation entre décalage spectral (redshift) [118] et distance, preuve expérimentale de l'expansion de l'Univers. On lui attribue - et à lui seul compte tenu de la modestie de l'abbé Lemaître qui n'a pas fait valoir son antériorité – la découverte de cette expansion.

Le terme « Big Bang » a été inventé en 1946 par George Gamow [262], pour désigner l'explosion du début de l'Univers, il y a 13.8 milliards d'années.

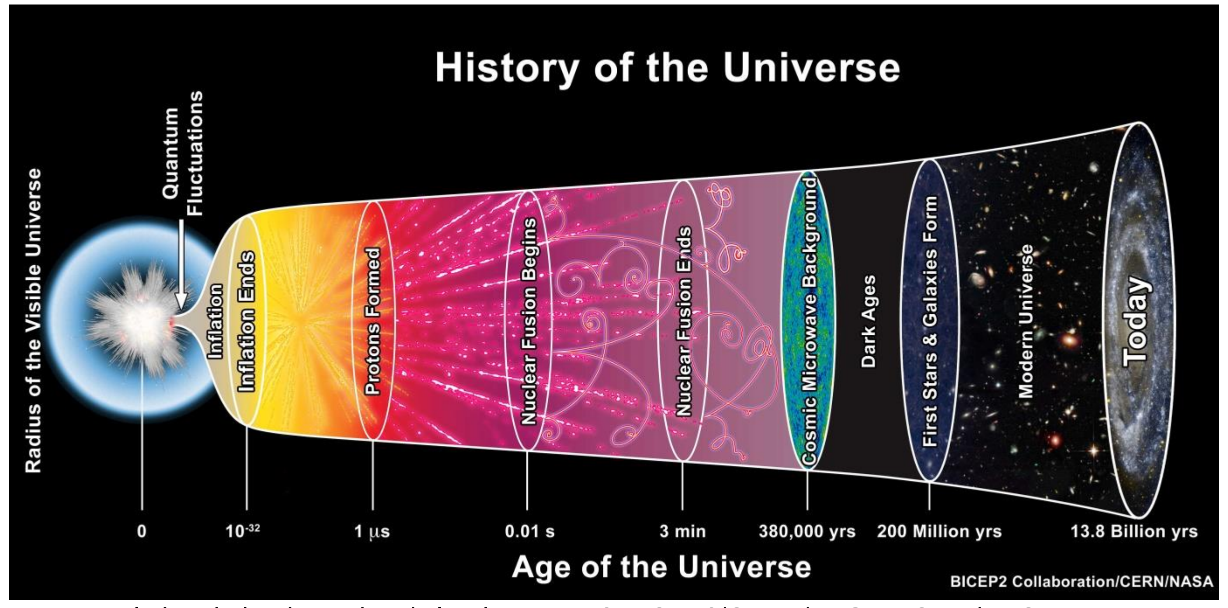
La théorie du Big Bang a l'avantage d'être une solution du paradoxe d'Olbers :

- La lumière a une vitesse finie : *c* = 299 792 458 m/s ;
- L'Univers observable a un âge fini : 13.8 milliards d'années ;
- L'Univers observable est en expansion accélérée, sa sphère limite s'éloignant environ 6 fois plus vite que la vitesse de la lumière ;
- La lumière qui nous vient de toutes les directions de l'espace est le fond diffus cosmologique, dont les longueurs d'onde centimétriques ne sont visibles qu'avec un radiotélescope ;
- Il fait noir la nuit parce que la densité d'astres visibles, qui diminue avec la distance (étoiles à proximité, galaxies au loin), est faible.

La naissance de l'Univers

Lors du Big Bang l'Univers était très petit (de l'ordre de la longueur de Planck) et il a commencé son expansion, croissance de son rayon qui se poursuit toujours et dont voici des détails.

Il faut bien comprendre que l'explosion du Big Bang a eu lieu dans tout l'Univers en même temps, pas en un certain point de l'Univers. L'inflation et l'expansion qui ont suivi ont aussi affecté tout l'espace en même temps (voir *Homogénéité et isotropie s'expliquent par la théorie du Big Bang*).



Evolution de l'Univers depuis le Big Bang - © BICEP2/CERN/NASA – Creative Commons

On ne connaît pas la cause de cette explosion : peut-être n'a-t-elle pas de cause si elle est due à une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant [109]. On sait seulement que l'existence du Big Bang explique beaucoup de constatations physiques et qu'elle est cohérente avec les équations d'état de l'Univers comme *l'Equation d'Einstein* et *l'Equation d'évolution de Friedmann*.

Selon [112] page 85, la température à l'instant du Big Bang dépassait nettement 10^{12}°K (un trillion de degrés). L'énergie conférée aux particules à une telle température décompose même les noyaux atomiques en protons et neutrons. Aujourd'hui nous sommes encore entourés des « cendres » de cette explosion sous forme de rayonnement, le fond diffus cosmologique à 2.7°K, après des milliards d'années d'expansion et de refroidissement.

Théorie du Big Bang
La Théorie du Big Bang ne décrit pas l'explosion elle-même, mais ce qui s'est passé après [246]. Elle a suscité trois questions si fondamentales qu'une absence de réponse l'aurait remise en cause :

- Le *Problème de l'horizon* ;
- Le problème de l'espace plat, très homogène et isotrope ; Voir :
  - *Problème de l'espace plat (=de courbure nulle)* ;
  - *Principe cosmologique : l'espace est homogène et isotrope*.
- Le problème des *monopoles magnétiques*.

Voir les paragraphes correspondants.

Qu'y avait-il avant le Big Bang ?
Selon la Relativité générale l'espace-temps est né avec le Big Bang : avant lui il n'y avait rien, ni espace ni temps. La question posée n'a donc pas de sens. Le Big Bang est un événement limite de l'espace-temps.

Mais la théorie de la Relativité générale ne s'applique pas au-delà de *l'ère de Planck*, donc ne permet pas de raisonner sur le Big Bang. Nous avons aujourd'hui deux théories qui franchissent cette limite et proposent un « avant Big Bang » : la *Théorie des cordes* et la *Théorie de la gravitation quantique à boucles*.

2.5.1 L'ère de Planck (ère de Superunification)

Nous ne connaissons pas l'état exact de l'Univers à l'instant 0 de son explosion initiale, état appelé *singularité cosmologique*. Nous savons seulement qu'il était extrêmement petit et qu'il existe une distance L_p en dessous de laquelle la force de gravitation elle-même doit être considérée comme différente de la nôtre, et nos lois physiques (y compris celles de la Mécanique quantique) ne s'appliquent plus ([252] page 346). Cette distance minimum est appelée « *distance de Planck* » ou « longueur de Planck » L_p et vaut :

$$L_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6 \,.10^{-35} \text{ m} \qquad \text{(Longueur de Planck)}$$

où :

- $\hbar = h/2\pi = 1.054589 \,.10^{-34}$ joule .seconde ; ($\hbar$ se prononce h-barre), h étant la constante de Planck, $h = 6.62618 \,.10^{-34}$ joule .seconde.
- G est la constante universelle de gravitation $G = 6.67 \,.10^{-11}$ Nm^2/kg^2 ;
- c est la vitesse de la lumière dans le vide, $c = 299\,792\,458$ m/s.

Cette longueur L_p est minuscule, environ 10^{20} fois plus petite que le diamètre d'un proton : $1.66 \,.10^{-15}$ m.

Espace minimum compte tenu à la fois de la Relativité et de la Mécanique quantique
Le principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta x.\Delta p \geq ½\hbar$ implique que l'impulsion d'une particule pesante très petite, occupant un espace très petit Δx, ne peut être précisée qu'avec une incertitude Δp considérable. Or l'impulsion p de la particule est le produit de sa masse m par sa vitesse v, qui intervient dans son énergie $E=½mv^2$. Plus l'erreur Δx sur la position est petite, plus l'énergie E de la particule peut être grande. Or la Relativité nous apprend qu'une énergie importante dans un espace petit, c'est-à-dire une densité d'énergie importante, peut s'effondrer en trou noir. Donc un espace trop petit ou une particule pesante trop petite peuvent disparaître en un trou noir. Le plus petit espace concevable pour qu'une particule qui l'occupe ne s'effondre pas en trou noir est la longueur de Planck L_p ci-dessus.

« L'espace n'est pas divisible à l'infini : la plus petite longueur concevable dans la physique de la Relativité générale et de la Mécanique quantique est la longueur de Planck. »

Le postulat de l'espace quantifié où règne un champ gravitationnel quantifié

Les physiciens pensent donc que l'espace n'est pas divisible à l'infini et qu'il existe un « atome d'espace » grand comme une longueur de Planck (les anciens Grecs appelaient « atome » la plus petite partie possible de la matière, partie indivisible).

« Aucun espace plus petit que la longueur de Planck n'est mesurable. »

La Mécanique quantique ne prend pas en compte la force de gravitation : elle ne tient compte que de la force électromagnétique, beaucoup plus intense. Mais à l'échelle de la longueur de Planck la gravitation intervient, et c'est alors une *gravitation quantique*.

De même qu'il existe un espace minimum L_p, il existe un temps minimum t_p :

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 0.5391 .10^{-43} \text{ s} \quad \text{(Temps de Planck)}$$

Le temps de Planck t_p est le temps que met la lumière, à sa vitesse *c*, pour parcourir la distance l_p. Un temps plus petit que t_p impliquerait une vitesse plus grande que *c*, que la Relativité interdit pour tout objet possédant une énergie.

« Aucune durée plus courte que le temps de Planck n'est possible. »

L'ère de Planck : les premiers 10^{-43} seconde

Au début de l'Univers, immédiatement après le Big Bang et pendant une durée de l'ordre de 10^{-43} seconde, il y a eu une ère appelée *ère de Planck*. L'Univers était alors dominé par les effets quantiques de l'énergie de gravitation (l'énergie potentielle responsable de l'attraction gravitationnelle).

L'univers contenait un plasma dont la densité d'énergie était si élevée qu'elle pouvait faire se rapprocher des particules à une distance inférieure à la distance de Planck. Ces particules étaient des particules et antiparticules virtuelles – quarks-antiquarks et leptons-antileptons - apparaissant et disparaissant aussitôt et animées d'une énergie énorme. La charge électrique totale nulle de l'Univers étant invariable (c'est un principe de la physique) il y avait autant de particules que d'antiparticules.

Mais l'Univers a rapidement commencé à se dilater par inflation, *en créant de l'espace et de l'énergie à densité d'énergie constante*, puis plus lentement par expansion *à énergie totale constante*, en diluant son énergie. Et l'expansion continuant encore de nos jours, il n'y a plus jamais eu d'endroit où la densité d'énergie était suffisante pour contraindre des particules à s'approcher plus près que L_p… sauf dans les trous noirs.

> A des distances de l'ordre de celle de Planck et des densités d'énergie suffisantes pour créer un trou noir, la Mécanique quantique et la Relativité générale s'appliqueraient toutes deux… si on en avait une synthèse, qu'on n'a pas, hélas (sauf dans les théories sans validation expérimentale que sont celle des Cordes et celle de la Gravitation quantique à boucles) ; c'est le plus grand problème de la physique contemporaine.

Avec nos connaissances actuelles, aucune distance inférieure à L_p n'a de sens pour un phénomène physique. Le postulat de continuité de l'espace n'est pas vrai pour des distances inférieures ; en tout cas, nous ne pouvons pas le supposer aujourd'hui.

Pendant l'*ère de Planck*, les quatre forces fondamentales (force nucléaire, force faible, force électromagnétique et gravitation) n'en faisaient qu'une et nos lois physiques actuelles ne s'appliquaient pas : l'Univers ne contenait que de l'énergie sous forme de « soupe (plasma) quantique », les particules actuelles n'existant pas.

Le postulat du temps quantifié

Cette durée de 10^{-43} seconde est le « *temps de Planck* » t_P mis par la lumière pour parcourir la distance de Planck L_p. Il vaut L_P/c :

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 0.5391 .10^{-43} \text{ s} \quad \text{où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Cette durée est un quantum de temps : nous ne pouvons pas supposer de durée plus petite avec notre physique, le temps n'étant pas continu à une échelle plus petite. Toute durée peut être

considérée comme multiple d'un temps de Planck, même si à une échelle plus grande elle nous paraît continue : le temps de Planck est une *unité naturelle* de mesure des durées.

Au temps de Planck t_P l'Univers était extraordinairement dense, sa densité étant appelée « *densité de Planck* » D_P et valant :

$$D_p = \frac{c^5}{\hbar G^2} = 5.1 \,.10^{96} \text{ kg/m}^3$$

Cette densité est colossale : elle correspond approximativement à celle résultant de la compression d'une centaine de galaxies dans le volume d'un noyau atomique, environ 1 fermi cube (10^{-45} m^3) !

La *masse de Planck* m_P, masse-énergie contenue dans un cube de L_p de côté, est donnée par la formule :

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.177 \,.10^{-8} \text{ kg}$$

L'énergie de Planck Ep se déduit de la masse en appliquant la formule $E = m_pc^2$:

$$E_p = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1.956 \,.10^{9} \text{ joule} = 1.22 \,.10^{19} \text{ GeV}$$

Le plus petit trou noir possible
Un objet de masse m_P et de dimension L_p serait un trou noir quantique, le plus petit trou noir possible.

L'ère de Superunification
L'ère de Planck est aussi appelée *ère de Superunification*, pour indiquer que les quatre forces fondamentales (de gravitation, électromagnétique, forte et faible) formaient une même énergie, produisant un effet global sur le plasma-énergie existant dans ces conditions extrêmes de température et d'énergie des particules.

Nous pensons qu'à la fin de l'ère de Planck l'Univers était extrêmement petit, probablement moins de 10^{-50} m, et que sa température était incroyablement élevée : de l'ordre de 10^{50}°K.

Signification cosmologique de la longueur de Planck
(Citation de [106] page 214)
"La longueur de Planck a une signification tout à fait remarquable pour un théoricien de la physique. Nous avons l'habitude de penser à la gravité comme étant tellement plus faible que les forces électriques et nucléaires qu'elle n'a strictement aucun rapport avec le comportement des particules élémentaires ; mais il n'en est pas ainsi quand, animées de l'énergie cinétique considérable due à la température extrême, les particules de matière s'approchent les unes des autres à une distance de l'ordre de la longueur de Planck. A cette échelle-là, la gravité est non seulement aussi puissante que les autres forces mais elle les domine."
(Fin de citation)

Voir *Diagramme résumant les transitions de découplage des forces fondamentales*.

2.5.1.1 Système d'unités naturelles de Planck

Source : [234]

Ce système d'unités a été proposé par Max Planck en 1899 en tant que système d'unités *naturelles*, basées seulement sur des constantes universelles au lieu d'unités définies par l'homme (comme « le mètre, dix-millionième partie du quart du méridien terrestre »). Les constantes indépendantes choisies sont :

- La vitesse de la lumière dans le vide, *c* ;
- La constante universelle de gravitation, *G* ;
- La constante de Planck réduite $\hbar = h/2\pi$; ($\hbar$ se prononce h-barre)

- La constante de Coulomb $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ où ε_0 est la permittivité du vide ;
- La constante de Boltzmann k_B.

L'ensemble des unités de tout système de mesure, notamment celles du Système International SI qui a valeur légale, peuvent être rapportées à ces unités naturelles dans un système (dit de Planck) où chacune des constantes ci-dessus vaut 1 : $c=G=\hbar=k_e=k_B=1$. Mais la concision de l'écriture de certaines relations ou équations est alors une source d'erreurs dangereuse.

Retenons, parce que nous en avons besoin pour l'aire de l'horizon des événements d'un trou noir, que dans le système de Planck une aire se mesure en unités de (longueur de Planck $L_p)^2$, chaque unité valant $(1.6 \,.10^{-35}\text{ m})^2 = 2.56 \,.10^{-70}\text{ m}^2$.
Pour plus de détails voir [234].

2.5.2 L'ère radiative

Ce paragraphe et les suivants décrivent les premiers temps de l'Univers, la manière dont il a évolué en se dilatant et en se refroidissant. Nous décrirons pour cela des « ères » successives, chacune caractérisée par un certain état de fusion ou d'indépendance des 4 interactions fondamentales. Nous venons de voir la première ère, celle de Superunification, pendant laquelle les 4 forces n'en faisaient qu'une.

D'après *l'équation d'expansion de l'Univers* :

$$\left(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt}\right)^2 = \Omega_k + \frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_v a^2$$ (EU), où *a(t)* est le facteur d'échelle

L'évolution de l'Univers depuis le Big Bang a commencé, après l'ère de Planck, par une époque où le rayonnement dominait la partie droite de cette équation, époque appelée de ce fait « ère radiative ». A cette époque-là, en comptant le temps à partir de la fin de l'inflation qui a suivi le Big Bang et en supposant $a = 0$ à cet instant-là, l'équation (EU) se ramène à :

$$[a(t)]^2 = 2\sqrt{\Omega_r}H_0 t$$ (RAD)

Le facteur d'échelle *a(t)* est alors proportionnel à $\sqrt{t}$: le temps passant, il augmente : l'Univers se dilate.

La température, qui varie comme l'inverse du facteur d'échelle, est donc extrêmement élevée, de l'ordre de 10^{45}°K quand $t = 10^{-32}$ seconde.

L'Univers est alors un plasma de particules et antiparticules (relativistes du fait de la vitesse de leur agitation thermique) en équilibre thermique avec des photons ; ce qu'on considère aujourd'hui comme de la matière est alors un rayonnement.
Cette époque a duré environ 53 000 ans.

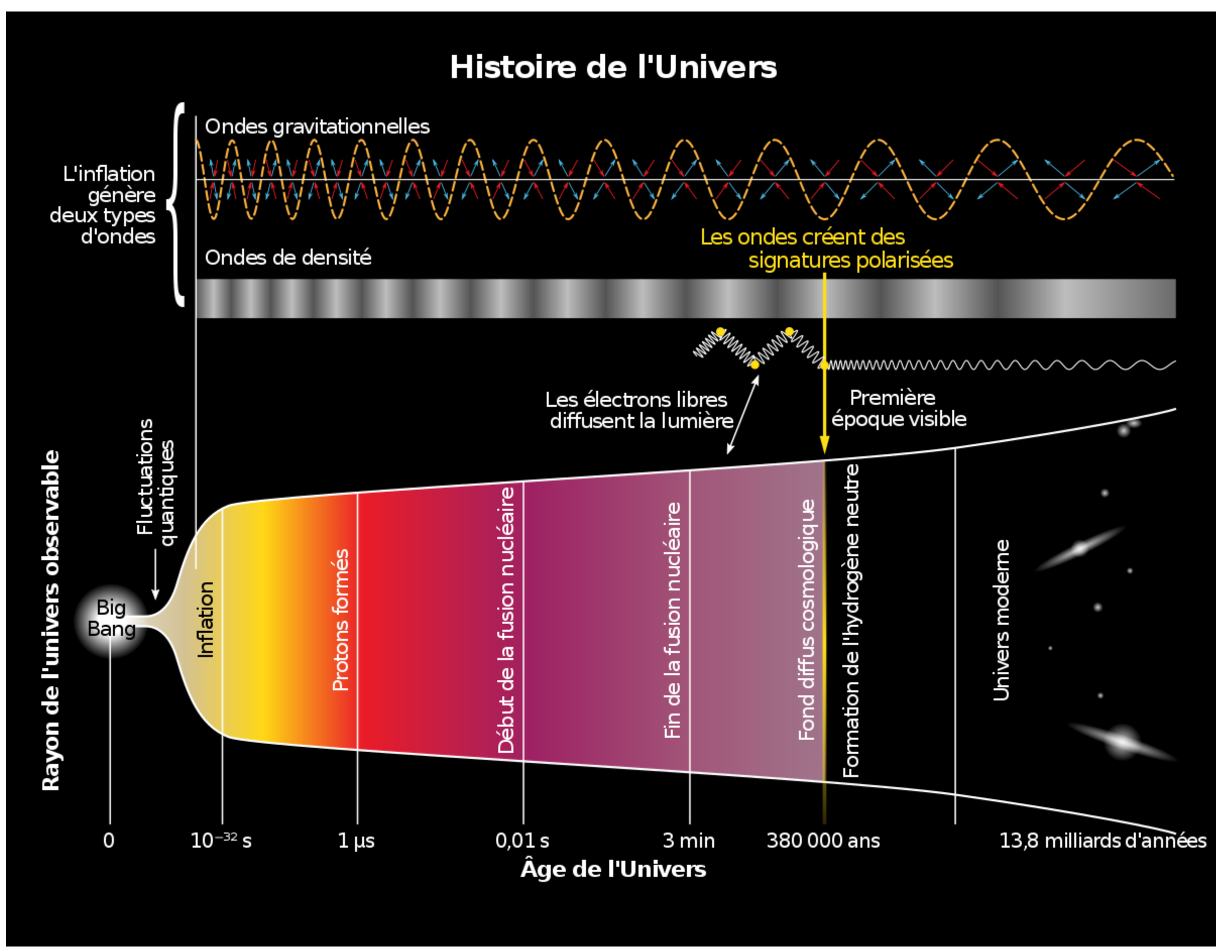
> **« Avant de devenir de la matière-énergie, l'Univers en expansion a été surtout un rayonnement. »**

A mesure que le temps passait l'Univers se refroidissait, l'agitation et les interactions des particules diminuaient ; certaines interactions devenaient impossibles et certaines particules cessaient d'être relativistes. On peut donc scinder l'histoire de l'Univers en époques, selon les interactions possibles pendant chacune d'elles et les particules qui existaient sous forme de rayonnement ou de matière.
Voir *Diagramme résumant les transitions de découplage des forces fondamentales*.

2.5.3 Les transitions de phase séparent les forces fondamentales

Pour la définition d'une transition voir *Changements de phase d'un corps pur*.

Sources : [122] pages 342 et suivantes et [203-1] pages 100 et suivantes.



Histoire de l'Univers depuis le Big Bang © Microsoft Bing – Creative Commons

1ère transition : séparation de la gravitation quantique et des trois autres forces

Après la fin de l'ère de Planck, lorsque la température du plasma de l'Univers était ~10^{29}°K (oui : 100 milliards de milliards de milliards de degrés !), celui-ci a subi une première transition, un changement de phase par lequel la force de gravitation quantique s'est séparée des trois autres forces fondamentales : l'Univers est entré dans *l'ère de Grande unification* (Grand Unified Theories), où ces trois forces (force nucléaire, force faible et force électromagnétique) n'en formaient qu'une.
Voir *Découplages des forces fondamentales*.

Source : [112] page 31
A l'ère de Grande unification l'énergie des particules était de l'ordre de 10^{16}GeV (environ 10^{16} fois la masse-énergie d'un proton au repos). Une telle énergie est si colossale que, pour la produire dans un accélérateur comme celui du CERN, à Genève, il faudrait faire passer la longueur de l'anneau d'accélération de celui-ci de 27 km à ~70 années-lumière.

Nous n'avons donc pas le moyen de reproduire les conditions d'énergie de l'ère de Grande unification pour vérifier nos théories, notamment celles des *monopoles magnétiques* qui auraient une énergie de l'ordre de 10^{17}eV.

2ème transition : séparation de la force forte et de la force électrofaible

Peu après, lorsque la température du plasma qui se refroidissait correspondait à une énergie de l'ordre de 10^{15} GeV – c'est-à-dire vers 10^{-36} à 10^{-35} seconde - deuxième transition : la force forte (force nucléaire reliant entre eux les protons et neutrons d'un noyau) s'est séparée de la force électromagnétique et de la force faible, ces deux dernières forces étant unifiées mathématiquement en une force appelée *électrofaible*. La densité de matière du plasma de l'Univers était alors de l'ordre de 10^{80} kg/m^3, c'est-à-dire 10^{77} fois celle de l'eau.

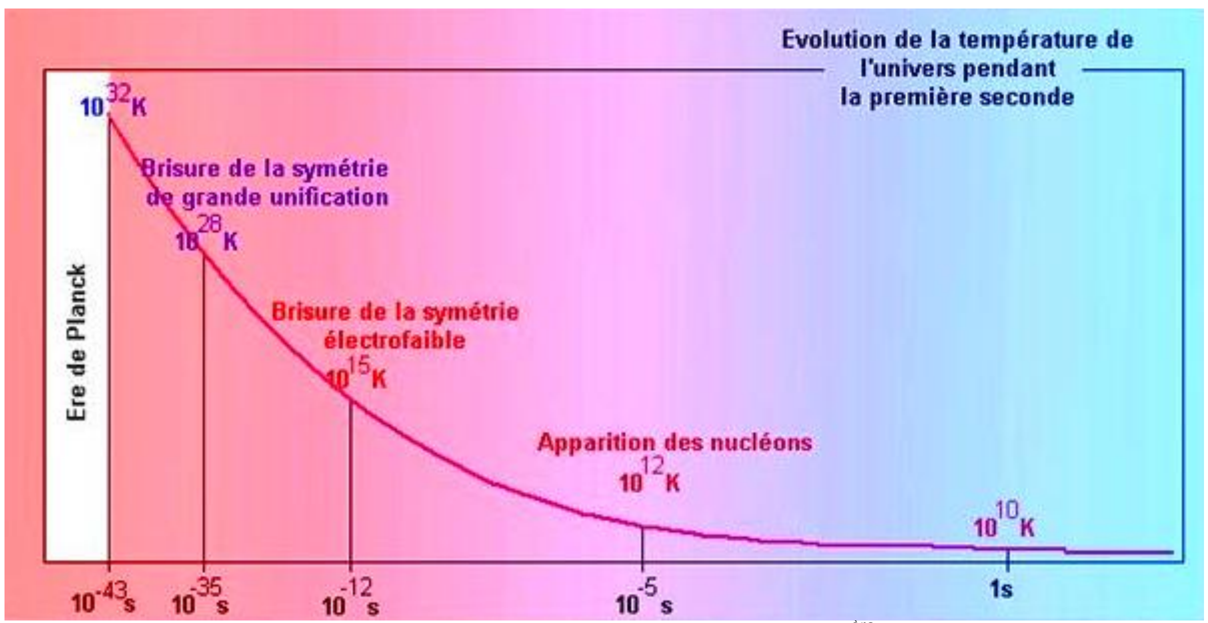
3ème transition : l'inflation créatrice d'espace et d'énergie

Le temps écoulé (10^{-35}s) depuis l'ère de Planck était alors suffisant (compte tenu du principe d'incertitude de Heisenberg) pour que l'énergie potentielle du vide (forme dominante de l'énergie

pendant ce temps-là) déclenche une troisième transition de phase : *l'inflation créatrice d'espace à densité d'énergie constante*. L'énergie nécessaire pour maintenir cette densité (donc créer de la masse-énergie) dans un espace en croissance exponentielle a été fournie par le champ de Higgs, portée par le boson de Higgs (voir *Champ et boson de Higgs*), champ présent dans tout l'Univers.

C'est ainsi que s'est créée l'énergie de l'Univers existant encore aujourd'hui sous forme de masse-énergie. Cette énergie a transformé les particules et antiparticules virtuelles en masse-énergie réelle.

« La masse-énergie de l'Univers provient de son énergie du vide, portée par des bosons de Higgs pendant et après l'inflation. »

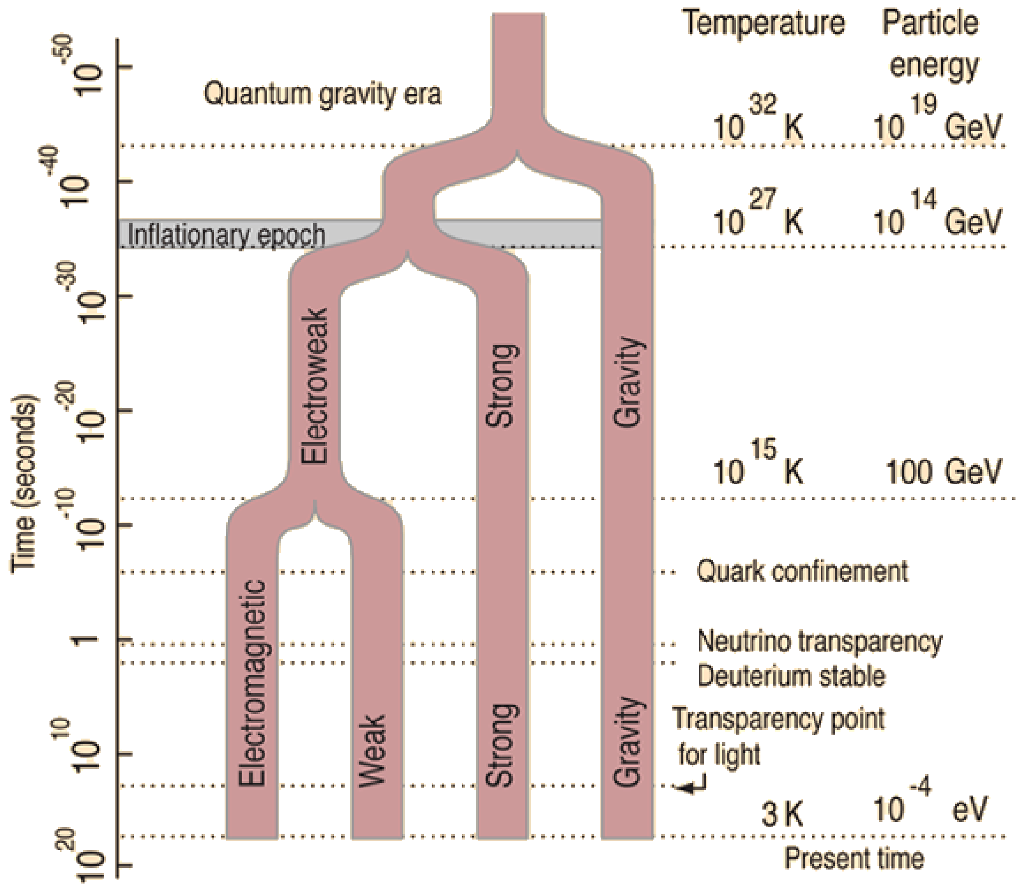


Evolution de la température de l'Univers pendant la 1ère seconde
© https://astronomie.skyrock.com

4ème transition : la force électrofaible se sépare en forces faible et électromagnétique

Il y eut une quatrième transition de phase après l'inflation, vers 10^{-12} seconde) lorsque l'énergie des particules du plasma était de l'ordre de 100 GeV et la température de l'ordre de 10^{15} degrés K : la force électrofaible s'est séparée en force faible et force électromagnétique dans leur forme actuelle. Pendant ce temps-là, le rayon de l'Univers continuait à augmenter et sa température à décroître.

Diagramme résumant les transitions de découplage des forces fondamentales :



© Microsoft Bing Creative Commons

2.5.4 Le confinement des quarks et l'ère hadronique

Source : [212]

Depuis la fin de l'inflation et jusqu'à ce que l'expansion fasse baisser la température en dessous de 10^{13}°K, les quarks étaient trop agités pour que la force nucléaire forte puisse les souder en protons et neutrons : ils restaient donc isolés. Mais après la $4^{\text{ème}}$ transition de phase, vers 10^{-12} seconde après le Big Bang, une $5^{\text{ème}}$ transition a eu lieu.

$5^{\text{ème}}$ transition : confinement des quarks

A une température inférieure à 10^{13}°K la force forte soude les quarks en hadrons : mésons (1 quark + 1 antiquark) et baryons (3 quarks : proton et neutron).
Les quarks sont alors dits *confinés* et *l'ère hadronique* de l'Univers commence.

L'ère hadronique voit des transformations incessantes de paires de baryons (proton + antiproton ou neutron + antineutron) en paires de photons, ou l'inverse : quand un baryon rencontre son antiparticule tous deux se désintègrent en créant des photons, et deux photons peuvent se combiner en paire baryon-antibaryon.

« A l'échelle atomique il y a eu des conversions de matière en rayonnement et de rayonnement en matière. »

L'énergie des photons en question est de l'ordre du GeV, voisine de la masse au repos d'un proton ou d'un neutron. Mais l'expansion continuant, la longueur d'onde de tout rayonnement augmente, diminuant d'autant sa fréquence et son énergie : l'ère hadronique cesse alors dès que l'énergie de ses photons ne suffit plus pour créer des baryons, alors que la réaction inverse de désintégration de paires de baryons en photons se poursuit puisqu'elle n'a pas besoin d'apport énergétique.

Mais où est passée l'antimatière ?
On peut alors se demander comment il se fait que nous existions, nous hommes et notre Univers de matière, pratiquement sans antimatière, et pourquoi toute matière n'a pas été annihilée à la fin de l'ère hadronique. La réponse est l'objet du paragraphe suivant.

2.5.5 Asymétrie matière-antimatière et annihilation baryons-antibaryons

Source : [251].

L'exigence de conservation de la charge électrique fait que la production d'une particule à partir du vide quantique ou d'un photon est toujours accompagnée de la production de son antiparticule. Le Big Bang et les quelques instants suivants ont donc créé un nombre égal de baryons et d'antibaryons.

Mais il existe deux transformations spontanées : de baryons en antibaryons et l'inverse, d'antibaryons en baryons. Ces deux transformations se succèdent, oscillant plusieurs millions de fois de l'une à l'autre avant une décomposition en photons.

« A une température inférieure à 10^{13}°K, les transformations réversibles de baryons en antibaryons ou l'inverse, avec changement de signe de la charge électrique, peuvent se produire spontanément plusieurs millions de fois en une fraction de seconde avant une désintégration finale en photons. »

Nous savons que, pour une raison inconnue, il y a eu un peu plus de décompositions finales sous forme de matière que sous forme d'antimatière, environ un milliardième de plus. C'est cette asymétrie qui explique la composition de notre Univers actuel, entièrement composé de matière ; elle résulte d'une différence entre la manière d'appliquer les lois physiques qui régissent la matière et celles qui régissent l'antimatière.

Les physiciens espèrent entrevoir un début d'explication en étudiant les subtiles différences de comportement entre les particules de matière et les particules d'antimatière créées lors des collisions proton-proton de haute énergie au CERN à Genève. Cette étude pourrait leur permettre de mieux comprendre pourquoi notre univers ne contient que de la matière.

2.5.6 L'ère leptonique et le découplage des neutrinos

Source : [212]

Après l'ère hadronique, environ 10^{-4} seconde après le Big Bang, dans l'Univers désormais composé de baryons sans antibaryons, de leptons et d'antileptons, l'inflation a si fortement diminué l'énergie des photons qu'ils ne peuvent plus créer de protons ; mais ils peuvent encore créer des électrons (de masse ~1800 fois plus faible que celle d'un proton). L'ère hadronique est donc suivie d'une ère leptonique.

2.5.6.1 Le découplage des neutrinos

Dans l'Univers comprenant désormais des baryons, des paires lepton-antilepton et des photons, la température continue de baisser avec l'expansion. Lorsqu'elle atteint 10^{10}°K, quelques dixièmes de seconde après le Big Bang, il y a environ 5 protons pour chaque neutron. Une 6ème transition de phase se produit alors : *le découplage des neutrinos*.

6ème transition : découplage des neutrinos
(Revoir si nécessaire la définition de la constante de Boltzmann k_B au paragraphe *Equipartition de l'énergie entre les degrés de liberté*.)

Jusqu'à cette température-là, les neutrinos étaient soudés par la force faible avec les autres particules. Mais quelques secondes après le Big Bang, lorsque l'énergie k_BT des particules du plasma passe en dessous de 0.7 MeV environ, l'expansion a trop éloigné les particules pour que la force faible puisse retenir les neutrinos, car elle a une portée minuscule (2 .10^{-18} m) : les neutrinos se séparent donc de la matière et flottent librement, insensibles aux forces de gravitation, électromagnétique ou forte ; ils sont encore présents aujourd'hui et des milliards traversent chacun de nous sans dommage à chaque seconde.

« Un corps humain est traversé chaque seconde par des milliards de neutrinos. »

Durées de vie du proton et du neutron

La durée de vie d'un proton avant décomposition spontanée est estimée par [252] page 94 entre 10^{31} années et 10^{33} années. Cette durée de vie est donc des milliards de fois plus longue que l'âge de l'Univers (13.8 $.10^{9}$ années).

La durée de vie d'un neutron libre est inférieure à 15 minutes, après quoi il se désintègre spontanément en un proton, un électron et un antineutrino : les neutrons d'un mélange protons + neutrons ont donc tendance à se décomposer en protons. Mais lorsqu'un électron, attiré par un proton et/ou propulsé par la vitesse due à la température, rencontre ce proton, la force faible intervient et transforme ce couple en neutron.

Au total, ces deux réactions en sens inverse conduisent le mélange protons + neutrons à un équilibre dominé par les protons : 1 neutron pour environ 6.3 protons.

2.5.6.2 Disparition des positrons

7ème transition : Annihilation des électrons et des positrons

Lorsque la température de l'Univers est d'environ 1 milliard de degrés, les photons ne peuvent plus se transformer en paires électron-positron (l'antiélectron est appelé positron) : la réaction réversible 2 photons gamma $\leftrightarrow$ 1 électron +1 positron devient alors impossible vers la droite, les photons n'ayant plus l'énergie minimum nécessaire de 0.511 MeV.

Les paires électron-positron qui existent s'annihilent en émettant des photons, mais comme ce fut le cas pour les baryons, une asymétrie des lois physiques fait qu'il reste seulement un excédent d'électrons, les positrons ayant disparu. L'Univers comprend désormais des protons, des neutrons et des électrons, en plus d'autres particules.

2.5.7 Nucléosynthèse primordiale des noyaux d'hydrogène et d'hélium

Définition

On appelle nucléosynthèse primordiale la synthèse des éléments légers (hydrogène, hélium, lithium) à partir du plasma de particules provenant du Big Bang. Cette synthèse eut lieu entre 0.1 seconde et 3 minutes après le Big Bang ; elle est responsable de plus de 98% de la matière de l'Univers que nous connaissons. Les éléments plus lourds furent synthétisés bien plus tard.

Déroulement de la nucléosynthèse primordiale

0.1 seconde après le Big Bang la température est de 31.5 milliards de degrés et l'Univers est dans l'ère radiative : l'énergie est dominée par celle des photons, aucun atome ou noyau d'atome ne peut être stable. 90 secondes après, la température étant tombée en dessous du milliard de degrés, une nouvelle transition de phase est intervenue : la nucléosynthèse primordiale.

Les chocs d'un proton et d'un neutron produisent un noyau d'hydrogène lourd, isotope de l'hydrogène appelé aussi *deutérium* et qui existe encore aujourd'hui en une proportion de l'ordre de 0.01% avec l'hydrogène. Les noyaux ainsi formés ne sont plus brisés par l'impact de photons, qui n'ont plus assez d'énergie.

La présence de ces noyaux de deutérium lance une chaîne de réactions très rapide, qui assemble avec eux des protons et des neutrons pour former des noyaux d'hélium 4 : 10 protons + 2 neutrons donnent 1 noyau d'hélium (2 protons + 2 neutrons) et 8 protons libres ; il y a aussi production de Lithium.

Voici le détail des réactions :

$$n^0 \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \qquad p^+ + n^0 \longrightarrow {}^2_1\mathrm{D} + \gamma$$

$${}^2_1\mathrm{D} + p^+ \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma \qquad {}^2_1\mathrm{D} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^3_2\mathrm{He} + n^0$$

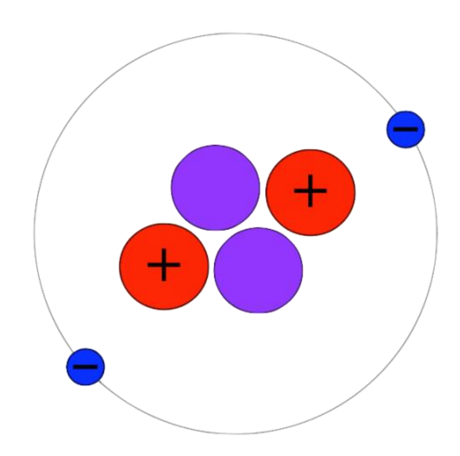
$${}^2_1\mathrm{D} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^3_1\mathrm{T} + p^+ \qquad {}^3_1\mathrm{T} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + n^0$$

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \longrightarrow {}^7_3\mathrm{Li} + \gamma \qquad {}^3_2\mathrm{He} + n^0 \longrightarrow {}^3_1\mathrm{T} + p^+$$

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^2_1\mathrm{D} \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + p^+ \qquad {}^3_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \longrightarrow {}^7_4\mathrm{Be} + \gamma$$

$${}^7_3\mathrm{Li} + p^+ \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \qquad {}^7_4\mathrm{Be} + n^0 \longrightarrow {}^7_3\mathrm{Li} + p^+$$

Nucléosynthèse primordiale - © Microsoft Bing Creative Commons
n°=neutron ; p^+=proton; e^-=electron; ν_e=neutrino electron;
γ=photon gamma; ${}^2_1D$=deutérium ; ${}^3_1T$=tritium ; ${}^3_2He$=hélium 3 ;
${}^4_2He$=hélium 4 ; ${}^7_4Be$=béryllium ; ${}^7_3Li$=lithium



Hélium 4 : noyau de 2 protons (+) et 2 neutrons, 2 électrons
© Microsoft Bing Creative Commons

Compte tenu de la désintégration des neutrons et d'autres réactions la masse finale d'hélium représente environ 25% de celle du mélange initial, les 75% restants étant de l'hydrogène, proportions vérifiées par l'observation astronomique et qui confirment la théorie du Big Bang.

> La complexité de la chaîne de réactions forme d'autres noyaux, plus légers comme l'hélium 3, ou plus lourds comme le lithium 7 et le bore 11 ; mais ces noyaux sont instables à cette température-là et leur proportion qui survit est minime. La nucléosynthèse primordiale s'arrête donc, en fait, après production de l'hélium 4.

A la fin de cette phase primordiale de nucléosynthèse, 3 minutes après le Big Bang, l'Univers en expansion rapide contenait, en masse, ¼ d'hélium et ¾ d'hydrogène (la proportion numérique de noyaux d'hélium étant de 6% de celle des protons et des électrons). La théorie de la nucléosynthèse primordiale et les mesures associées confirment remarquablement la théorie du Big Bang.

Tous les éléments de l'Univers autres que l'hydrogène et l'hélium sont synthétisés dans les étoiles et disséminés par leurs explosions en supernovas.

Plasma
Les noyaux formés lors de cette nucléosynthèse (hydrogène et hélium) ne peuvent être associés à des électrons de manière stable, car la température élevée ionise les atomes au fur et à mesure de leur formation, par chocs d'agitation thermique ou impact de photons : l'espace contient alors du plasma, et de nos jours encore les étoiles, l'espace interstellaire et l'espace intergalactique sont des plasmas.

2.5.8 Découplage des photons
L'Univers en expansion continua à se refroidir, ses électrons et protons libres diffusant la lumière et le rendant opaque. En plus de la matière noire et des neutrinos, déjà découplés du plasma de l'Univers, celui-ci resta composé de photons et de matière à énergie cinétique non relativiste jusqu'à ce que l'Univers atteigne l'âge de 380 000 ans.

> Tant que la température du rayonnement était supérieure à 3000°K, le gaz d'hydrogène était trop chaud pour que des atomes se forment. Le gaz restant ionisé, les électrons et protons se déplaçaient librement dans l'espace. Comme les photons interagissent fortement avec les particules chargées – particulièrement avec les particules de masse faible – ils étaient constamment dispersés par leurs collisions avec des électrons, empêchant l'Univers d'être transparent. La fréquence des collisions obligea la matière et le rayonnement à rester à la même température, donc à se refroidir ensemble ([112] page 100).

2.5.9 La recombinaison et l'ère sombre
Nous avons vu au paragraphe *Fond diffus cosmologique* qu'il y eut alors une première formation d'atomes d'hydrogène et d'hélium neutres, la recombinaison ; (le préfixe *re*- est absurde, les électrons et protons se combinant pour la première fois depuis le Big Bang, mais l'habitude est prise…) La formation de ces atomes absorba les particules chargées électriquement qui empêchaient la propagation des photons : ceux-ci se découplèrent et, pour la première fois, l'Univers devint transparent car un gaz d'atomes neutres l'est.

Ce gaz d'atomes d'hydrogène et d'hélium était transparent, permettant à la lumière du fond diffus cosmologique de passer. Cette lumière était du rayonnement électromagnétique dû à la température du gaz (moins de 3000°K), qui baissait toujours parce que l'Univers se dilatait. Mais comme il n'y avait pas encore d'étoiles, il « faisait noir » : l'œil humain ne voit rien aux longueurs d'onde infrarouges de cette température-là. Cette obscurité dura pendant les 200 millions d'années suivantes ; les Anglais et Américains qualifient cette ère sombre de *Dark Ages*.

A la fin de cette ère les premières étoiles se formèrent et l'Univers commença à ressembler à ce qu'il est aujourd'hui, avec des étoiles regroupées en galaxies.
Voir aussi *Evolution de l'Univers depuis le Big Bang*.

2.5.10 Les fluctuations quantiques à l'origine des galaxies
Lire auparavant les textes sur l'inflation : *Inflation et transport d'énergie par le boson de Higgs*.

L'instabilité gravitationnelle
A la fin de l'ère sombre, quand l'Univers était âgé de 200 millions d'années, le refroidissement dû à l'expansion favorisa l'apparition des premières étoiles et galaxies. Cette formation est un effet de *l'instabilité gravitationnelle* : les masses s'attirant entre elles, toute masse flottant dans le vide a tendance à se rapprocher du centre de gravité des masses qui l'entourent ; le moindre défaut d'homogénéité dans la répartition des masses est amplifié par la gravitation.

La formation des étoiles
Chaque masse qui se déplace sous l'action de la gravitation échange de l'énergie potentielle contre de l'énergie cinétique : elle acquiert de la vitesse qui se transformera en chaleur lorsqu'elle s'arrêtera au contact d'une autre masse, souvent après un rebondissement.

C'est ainsi que la matière la plus abondante de l'Univers, des atomes d'hydrogène et d'hélium, se rassemblèrent en s'échauffant lors des chocs. La matière agrégée pesant de plus en plus lourd comprima le centre de chaque amas, ce qui dégagea une chaleur supplémentaire. Lorsqu'une masse d'hydrogène atteint une taille suffisante, et que sa température dépasse une dizaine de millions de degrés, des réactions de fusion nucléaire se déclenchent spontanément, transformant de l'hydrogène en hélium : la nouvelle étoile « s'allume ».
Complément : *Formation des étoiles et production d'énergie*.

La formation des galaxies
Des étoiles proches constituent des groupes de formes diverses : galaxies, amas globulaires, etc.



Amas globulaire Messier 3 de la constellation des Chiens de Chasse
© Adam Block Univ. of Arizona – Licence Creative Commons

Un amas globulaire peut compter jusqu'à 1 million d'étoiles, toutes vieilles de 11 à 13 milliards d'années, regroupées en sphères de 10 à 300 années-lumière de diamètre ; notre Voie lactée en a plus de 150, formant un halo sphérique autour d'elle. Un amas est un objet très lumineux, équivalent à ~25000 soleils.

Origine de la répartition irrégulière de la matière dans l'Univers primitif

Source : [112] pages 214 et suivantes

Le regroupement d'atomes autour de centres de gravité locaux pour constituer des étoiles n'est possible que si la masse-énergie de l'Univers a une répartition irrégulière. Or cette irrégularité est visible dans le fond diffus cosmologique lorsque la résolution des mesures de température dépasse 10^{-5} K .

Il reste donc à expliquer ces différences locales de densité d'énergie : la théorie de l'inflation doit rendre compte à la fois de l'homogénéité de la répartition (attestée par des différences de température ne dépassant pas 10^{-5}°K) et de l'existence de régions un peu plus denses ou un peu moins denses. La première théorie, celle d'Alan Guth, a été abandonnée car elle prévoyait l'existence de bulles bien trop grosses ; c'est la théorie d'Andrei Linde qui a été retenue : voir *Le modèle d'inflation d'Alan Guth remplacé par celui d'Andrei Linde*.

A la fin de l'inflation, la totalité de l'Univers était dans une seule bulle

Dans la théorie de l'inflation de Linde, *la totalité de l'Univers observable est à l'intérieur d'une même bulle*, et aucune collision de bulles ne peut y intervenir. La vitesse énorme de l'inflation a tellement dilué la matière existant au départ que sa présence est devenue négligeable devant la matière nouvelle créée par l'inflation à densité d'énergie constante. Or cette densité est si constante qu'aucune irrégularité n'est possible, malgré d'éventuelles irrégularités de la densité d'avant l'inflation, vu la dilution de celle-ci. Le phénomène qui explique la formation d'irrégularités de densité s'appelle *fluctuations quantiques*.

Les fluctuations quantiques

La Mécanique quantique montre qu'en tout point du "vide" de l'Univers (dans l'espace intergalactique comme à l'intérieur d'un atome) la densité d'énergie potentielle n'est pas définie et stable. Elle a une

plage de variation qui dépend de la largeur de l'intervalle de temps pendant lequel on l'observe : la densité d'énergie peut varier d'autant plus que l'intervalle de temps considéré est réduit. Bien entendu, le principe de conservation de l'énergie reste respecté *en moyenne* : un « emprunt » momentané d'énergie à l'énergie potentielle de l'espace environnant est restitué l'instant d'après.

Ces variations brusques de densité d'énergie sont appelées « fluctuations quantiques d'énergie ». Leur cause est l'instabilité de cette énergie. On ne peut prévoir ni *où* une fluctuation se produira, ni *quand*, ni *avec quelle variation d'énergie* ΔE. Le principe d'incertitude de Heisenberg affirme seulement que la durée Δt d'une fluctuation d'énergie ΔE est telle que $\Delta E.\Delta t \geq ½\hbar$, où $½\hbar = 0.527.10^{-34}$ joule **.**seconde.

> **« Certaines grandeurs physiques sont instables : elles peuvent varier sans cause, bien que leur moyenne de temps long respecte les lois de conservation ».**
>
> Exemple : en tout point du vide la densité d'énergie potentielle varie sans cesse, tout en respectant en moyenne le principe d'incertitude de Heisenberg et la conservation de l'énergie.

Dans l'Univers de taille subatomique du début de l'inflation, des fluctuations quantiques (dont l'effet est encore visible dans le fond diffus cosmologique) avaient produit des variations locales de densité d'énergie. L'inflation amplifia ces irrégularités jusqu'à la taille de galaxies, amplification qui créa des ondes gravitationnelles ; et la concentration gravitationnelle finit par créer des galaxies : de l'énergie potentielle se transforma en matière visible et matière noire.

> Les détails de l'influence des fluctuations quantiques sur le déroulement de l'inflation ont été fournis par Stephen Hawking ([112] pages 218-219). L'inflation se termine lorsque le point représentant l'état de densité d'énergie du plasma de l'Univers descend la pente du diagramme du chapeau mexicain au renflement aplati de Linde.
>
> Au lieu d'une descente à vitesse uniforme, les fluctuations quantiques font qu'en certains endroits le point descend plus vite, et en d'autres endroits moins vite. L'inflation ne se termine donc pas partout en même temps ; et comme c'est elle qui crée de la matière, les endroits où elle a duré plus longtemps ont une densité d'énergie plus élevée. Les calculs ont montré que l'amplitude relative des perturbations est de 10^{-4}, exactement celle qui explique l'évolution de la structure cosmique. Voir *Explication de principe du déclenchement de l'inflation : théories de Grande unification et de Superunification*.

Cette théorie de la formation des galaxies introduit donc de la Mécanique quantique en cosmologie, domaine jusqu'alors réservé à la Relativité générale. Sans être une synthèse de ces deux outils, c'est une avancée considérable.

2.5.11 Nucléosynthèse post-primordiale

Source : [1n].

Les éléments qu'on trouve dans la nature ont des noyaux atomiques avec un nombre de protons allant de 1 (pour l'hydrogène) à 92 (pour l'uranium). Des éléments encore plus lourds existent, mais ils sont artificiels et de courte ou très courte durée de demi-vie.

A part les éléments créés par la nucléosynthèse primordiale (l'hydrogène, l'hélium et des traces de lithium) tous les autres sont créés dans les étoiles, par des réactions thermonucléaires pendant leur vie ou à l'occasion de leur explosion finale en nova ou supernova.

> **« A part l'hydrogène, l'hélium et une partie du lithium, tous les éléments sont synthétisés dans les étoiles ou lors de leur explosion en supernova. »**

Voici les quatre types de réaction stellaire concernés.

2.5.11.1 a) Réactions de fusion nucléaire

Les réactions de fusion nucléaire associent des noyaux légers en noyaux plus lourds de masse totale légèrement inférieure à la somme théorique, transformant la différence de masse en énergie ; nous avons vu, par exemple, que le cycle de Bethe produit ainsi 26.77 MeV à partir de 4 noyaux d'hydrogène fusionnés en 1 noyau d'hélium.

> Pour fixer les idées, 1 gramme de matière transformée en entier produirait 25 millions de kWh d'énergie rayonnée, soit la consommation d'électricité d'environ 1 million d'habitations pendant 1 journée.

Ces réactions se produisent dans les régions centrales des étoiles (calmes ou en explosion) et fusionnent des noyaux légers en noyaux plus lourds n'ayant pas plus de protons que les 26 du fer. Sont ainsi produits de l'hélium (à partir de 4 hydrogènes), du carbone (à partir de 3 héliums), de l'oxygène (à partir de 4 héliums), etc.

Pourquoi les fusions stellaires successives ne produisent-elles pas d'éléments plus lourds que le fer 56 ?
La stabilité d'un noyau atomique est mesurée par son énergie de liaison par nucléon : plus cette énergie est grande, plus le noyau est stable.
Or le noyau de ^{56}Fe est plus stable que les noyaux de ses prédécesseurs et il n'y a pas de réaction permettant d'atteindre le noyau le plus stable (légèrement plus que le fer 56) : le nickel 62 : voir *Energies de liaison d'un noyau atomique*.
Les éléments plus lourds sont produits dans les explosions de supernovas, où l'énergie disponible est bien plus grande.

Comme les noyaux qui vont fusionner ainsi se repoussent électriquement, il faut que leur température les fasse se déplacer si vite que leur énergie cinétique provoque une fusion lors d'un choc malgré la répulsion électrique. En fait, la Mécanique quantique montre qu'une particule en mouvement a une probabilité non nulle de « forcer » une barrière de potentiel grâce à l'*effet tunnel* conséquence du principe d'incertitude de Heisenberg. En pratique, on constate que les réactions stellaires de fusion exigent une température d'au moins 10^7 degrés K pour l'hydrogène.

Autre problème, la force répulsive de Coulomb croît avec le nombre de protons des noyaux, exigeant donc pour fusionner une température encore plus élevée, qui n'existe que près du centre d'une étoile.

2.5.11.2 b) Réactions d'absorption de neutrons

Les neutrons ne subissent pas de répulsion électrostatique. Ils peuvent donc pénétrer à l'intérieur des noyaux qu'ils percutent. Les neutrons libres ayant une durée de vie réduite (~10 minutes), ces réactions ne se produisent que dans les endroits où des neutrons sont produits. En pratique, elles n'interviennent que dans la production d'éléments plus lourds que le fer.

2.5.11.3 c) Réactions de photodésintégration

Il existe une réaction inverse de la fusion nucléaire : la photodésintégration, qui absorbe de l'énergie. A des températures d'au moins 3 à 4 milliards de degrés l'énergie des photons suffit pour briser les noyaux les moins stables, annulant ainsi d'éventuelles fusions. Dans ce processus, le fer est l'élément qui résiste le mieux à ces désintégrations car il est le plus stable. C'est pourquoi il est particulièrement abondant dans l'Univers.

2.5.11.4 d) Réactions de spallation

La spallation est une réaction nucléaire dans laquelle la pénétration d'une particule de grande énergie brise un noyau-cible ou en extrait une partie, forçant le reste à se réorganiser en un élément moins lourd. Comme la photodésintégration, cette réaction absorbe de l'énergie.

Les particules productrices de spallation sont des noyaux d'hydrogène ou d'hélium 4, accélérés à des énergies d'au moins 10 MeV.

La spallation se fait en deux temps.

- Une première étape, la *cascade intranucléaire*, dure pendant que la particule incidente pénètre le noyau cible, soit 10^{-22} à 10^{-21} seconde. Elle éjecte des nucléons du noyau cible qu'elle a percuté, en conservant la majeure partie de son énergie cinétique initiale.
- Une seconde étape, l'*évaporation*, dure environ 10^{-16} seconde. Le noyau cible, qui a absorbé une grande partie de l'énergie de la particule incidente, libère cette énergie en émettant encore quelques nucléons.

Les réactions de spallation se produisent par exemple à la surface des étoiles, lors des éruptions stellaires ; elles se produisent aussi lorsqu'un rayon cosmique rencontre un noyau atomique, dans l'espace ou dans l'atmosphère d'une planète. Elles expliquent la formation d'éléments légers rares (lithium, béryllium, bore) à partir d'éléments plus lourds et plus abondants comme le carbone, l'azote et l'oxygène.

2.5.12 L'expansion actuelle avec dilution et refroidissement

A la fin de l'inflation il y avait dans l'Univers assez de masse-énergie pour que l'attraction gravitationnelle agisse et la ralentisse. La croissance de l'Univers se poursuivit sous une forme qui

dure toujours, 13.8 milliards d'années après : l'expansion. Cette nouvelle forme de croissance n'est plus à densité d'énergie constante, créatrice de masse-énergie, mais *à masse-énergie constante* : l'expansion actuelle ne crée pas de masse-énergie.

Or, à masse-énergie constante l'Univers en expansion se dilue, sa densité et sa température décroissent. Cette décroissance permit, en moins d'une seconde après le Big Bang, l'apparition de la *force forte* (qui assure la cohésion des noyaux atomiques, malgré la répulsion entre protons de charge positive), de la *force faible* (qui intervient dans des décompositions de fermions) et de la *force électromagnétique*. La formation des protons et neutrons à partir des quarks commença. Voir *Explication de principe du déclenchement de l'inflation : théories de Grande unification et de Superunification*.

Quelques minutes après, les premiers noyaux atomiques simples commencèrent à se former à partir de protons et de neutrons. Très dense, l'Univers était alors encore opaque, la lumière ne pouvant se propager dans son plasma de particules ionisées par la chaleur.

Rayonnement fossile et fond diffus cosmologique

380 000 ans après le Big Bang, un nombre suffisant d'électrons et de protons étaient associés en atomes pour que la lumière ne soit plus dispersée et puisse se propager : *l'Univers devint transparent*. La lumière qui en sortit alors (appelée *rayonnement fossile*) nous parvient toujours, sous forme de *fond diffus cosmologique*, mais l'expansion en a tellement dilaté les ondes que leur longueur est dans la gamme millimétrique et correspondent à une température de 2.7°K, proche du zéro absolu.

2.5.13 Modèle théorique du Big Bang

Ce modèle de l'origine et de l'évolution de l'Univers est basé sur la théorie de la Relativité générale d'Einstein et le *Principe cosmologique*.

- La Relativité générale est une théorie de la gravitation. Elle affirme que l'énergie potentielle associée à la présence d'une masse déforme l'espace environnant, de sorte que le plus court chemin entre deux points n'est plus nécessairement une ligne droite. Elle décrit une relation entre espace déformé et temps, ainsi que la manière dont une masse libre soumise à la gravitation se déplace et un observateur mesure la durée. Cette théorie a été vérifiée expérimentalement d'innombrables fois, avec ses prédictions.
- Le *Principe cosmologique* décrit la distribution homogène de la masse-énergie dans l'Univers. Il a été formulé pour satisfaire une exigence de la Relativité générale : connaître la densité de masse-énergie en chaque point de l'Univers pour y décrire avec des équations simples la déformation qui régit les évolutions des photons et des corps libres dans l'espace-temps.

  On a admis que cette densité de masse-énergie ρ était constante à grande échelle parce que l'Univers apparaissait homogène et isotrope : en observant loin, dans toutes les directions de l'espace, la densité des galaxies est la même et la température du rayonnement émis par le fond du ciel est la même. Le Principe cosmologique postule donc cette homogénéité et cette isotropie.

2.5.14 Proportions de matière baryonique, matière noire et énergie noire

La masse-énergie de l'Univers se répartit à peu de chose près comme suit :

- ~5 % de matière ordinaire (celle que nous voyons dans les planètes, étoiles, galaxies, poussières et atomes libres d'hydrogène) ; elle est dite « baryonique » ;
- ~27 % de matière noire, non baryonique, transparente et n'émettant pas de lumière, qui n'agit sur la matière ordinaire que par attraction gravitationnelle ;
- ~68 % d'énergie noire, de nature physique inconnue mais due à l'espace lui-même : c'est de *l'énergie du vide*. Son effet est une pression négative, qui accélère la dilatation de l'espace. Pendant les 8 premiers milliards d'années environ de l'Univers la pression d'expansion a diminué avec le temps sous l'effet de la gravitation, rendant cette expansion de moins en moins rapide. Pendant ce temps-là, la pression négative accélératrice de l'énergie noire augmentait avec le volume de l'espace. Elle a fini par inverser le sens de variation de l'expansion, qui depuis s'accélère.

  Les forces de gravitation dues à la matière baryonique et à la matière noire conservent la forme des galaxies (dimension : ~50 000 années-lumière) et celle des amas de galaxies (10 millions d'années-lumière) ; à leur échelle l'expansion est négligeable. Mais l'énorme volume intergalactique produit assez de pression négative pour que l'expansion de l'Univers dans son ensemble accélère.

2.6 Evolution stellaire : formation, vie et mort d'une étoile

Ce chapitre décrit les étapes de la vie d'une étoile, de sa formation à sa fin.
Cette fin étant parfois un trou noir, il fournit des informations préalables à la description, dans le chapitre suivant, du phénomène complexe qu'est un trou noir.

2.6.1 Formation des étoiles et production d'énergie

Les 380 000 premières années et la première époque visible

380 000 ans après le Big Bang l'Univers devint transparent. La lumière émise à cette époque nous parvient toujours : c'est le rayonnement fossile du fond diffus cosmologique (voir *L'expansion actuelle avec dilution et refroidissement*).

Formation initiale des étoiles à partir d'hydrogène

Soumis à la force de gravitation, les nuages diffus d'hydrogène et d'hélium commencèrent à se contracter. Les atomes qui "tombaient" en chute libre transformèrent alors de l'énergie potentielle de gravitation en énergie cinétique et leur température augmenta lors des chocs. Lorsqu'un nuage avait une masse initiale suffisante, par exemple de l'ordre de la masse du Soleil ($2 \cdot 10^{30}$ kg), la température au centre de sa sphère atteignait entre 10 et 14 millions de degrés, déclenchant des réactions de fusion thermonucléaire transformant de l'hydrogène en hélium, avec un énorme dégagement de chaleur ΔE correspondant à une perte de masse Δm, tels que :

$$\Delta E = \Delta m.c^2$$

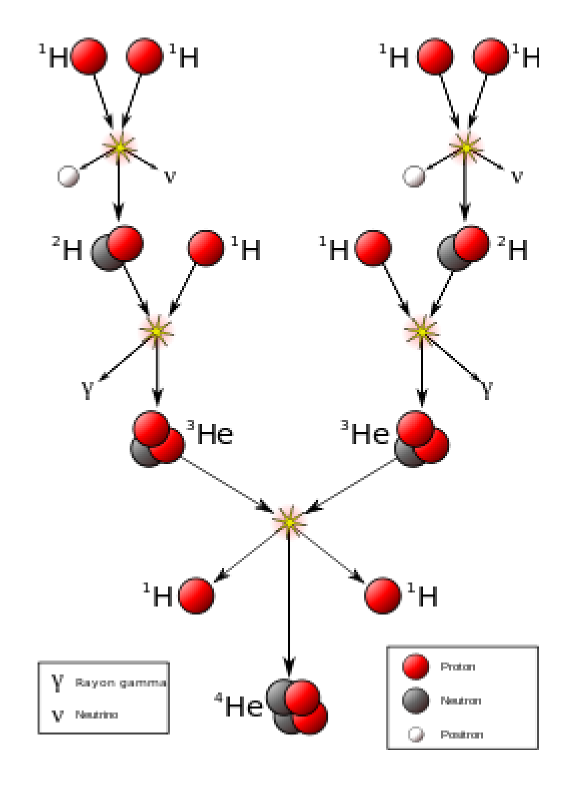
(formule de la Relativité restreinte d'Einstein, où c est la vitesse de la lumière)

Rendement de la conversion d'une masse d'hydrogène en rayonnement
Source : [122] page 119.

- La perte de masse Δm résultant de la réaction de fusion de la plupart des étoiles ne convertit en rayonnement qu'environ 0.7% de l'énergie correspondant à la masse d'hydrogène.
- Le rendement de la conversion de l'énergie de masse des particules tombant de l'infini jusqu'à l'orbite circulaire stable de rayon minimum qui entoure une étoile à neutrons ou un trou noir, rayon égal à 3 rayons de Schwarzschild, est bien plus élevé : 5.7%.

  Un raisonnement sur la métrique de Schwarzschild explique la formation par ces particules tombantes d'un disque d'accrétion autour de l'étoile. Les particules de ce disque s'entrechoquent en émettant un fort rayonnement X ; de fortes interactions électromagnétiques provoquent l'éjection d'un petit pourcentage d'entre elles, mais la plupart continuent à tomber en spirale vers l'astre. L'énergie totale rayonnée est colossale : il y a dans notre galaxie plusieurs de ces sources quasi ponctuelles de rayons X, dont la luminosité est de l'ordre de 1 million de fois celle de notre Soleil.

Etapes de la fusion de l'hydrogène en hélium
Les étapes de la fusion de l'hydrogène en hélium sont décrites par le schéma suivant (source : Wikimedia Commons [229-1]) :



Dans cette chaîne de réactions :

- Deux noyaux d'hydrogène ^{1}H fusionnent pour former un noyau de deutérium ^{2}H en expulsant un positron et un neutrino électron ;
- Un noyau de deutérium fusionne avec un noyau d'hydrogène pour former un noyau d'hélium 3 (^{3}He) en émettant un photon gamma γ ;
- Deux noyaux d'hélium 3 fusionnent pour donner 2 noyaux d'hydrogène et un noyau d'hélium ^{4}He.

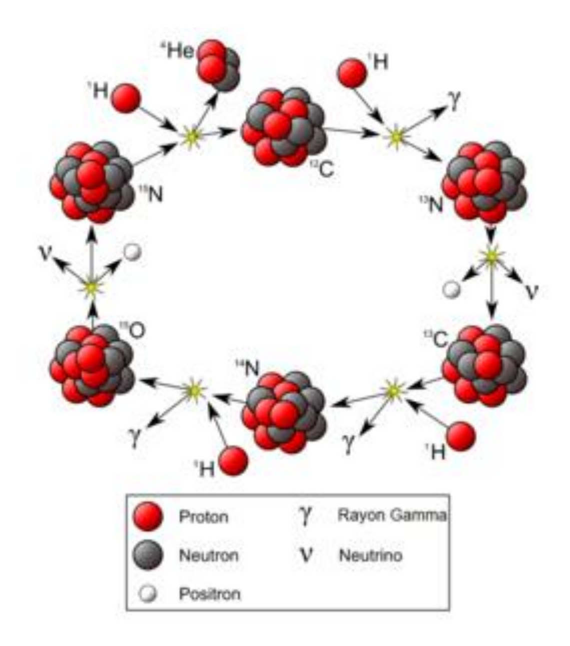
Le noyau d'hélium formé a une masse inférieure à celle des 4 noyaux d'hydrogène initiaux, perte de masse qui s'est transformée en une énergie de 19.79 MeV.

La pression du rayonnement électromagnétique accompagnant cette chaleur s'oppose à la pression gravitationnelle (poids) du gaz d'hydrogène. Lorsque l'équilibre des pressions est atteint l'étoile se stabilise ; c'est ainsi que le Soleil a un diamètre stable d'environ 1 400 000 km. Sa durée de vie prévue dans cet état est d'environ 10 milliards d'années, dont 4.5 milliards se sont déjà écoulées.

Cycle de Bethe
Source : Wikimedia Commons [229-2]

La vie des étoiles fabrique par fusion tous les 92 éléments naturels sauf l'hydrogène, l'hélium et le lithium, formés lors de la nucléosynthèse primordiale.

A un moment donné de sa vie, une étoile dispose, en plus de ses noyaux d'hydrogène, de noyaux de carbone ^{12}C qu'elle utilise comme intermédiaires dans un autre cycle de fabrication d'hélium à partir d'hydrogène, le cycle de Bethe, dont la découverte a valu à son auteur le prix Nobel 1967. Voici le schéma de ce cycle, qui se déroule à une température de l'ordre de 17 millions de degrés et régénère à la fin le carbone qu'elle fusionne au début avec de l'hydrogène :



Ce cycle produit 26.77 MeV : c'est la principale source d'énergie des étoiles.

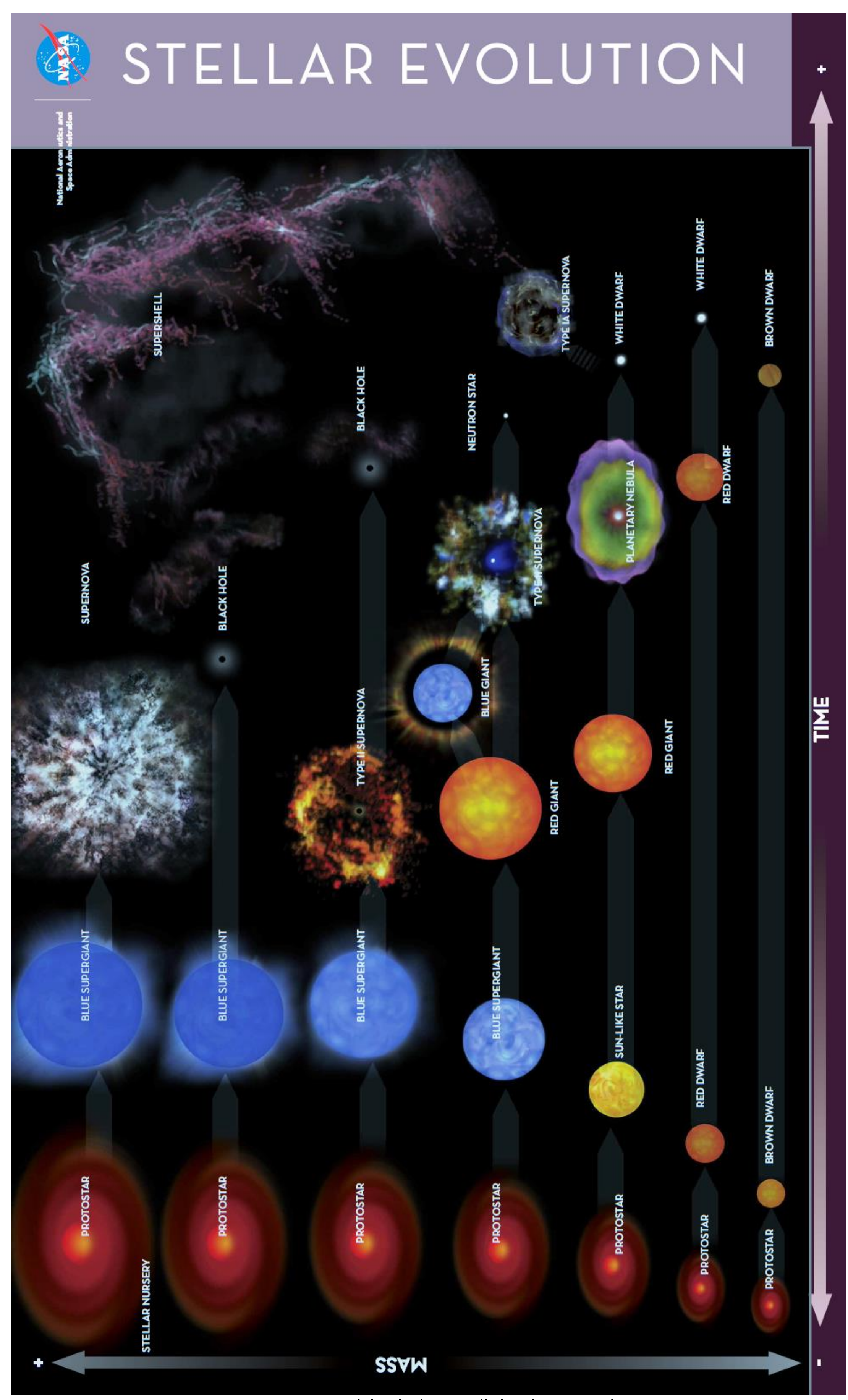
Autres chaînes de réactions de fusion

Il existe deux autres chaînes de réactions de fusion de l'hydrogène en hélium, l'une passant par le béryllium ^{7}Be et le lithium ^{7}Li (vers 14-23 millions de degrés), l'autre par le béryllium seul (au-dessus de 23 millions de degrés).

2.6.2 Les 7 types d'évolution stellaire

On distingue 7 types d'évolution d'une étoile en fonction de sa masse initiale *M*, mesurée en nombre de masses solaires M_s = 2 .10^{30} kg (2 milliards de milliards de milliards de tonnes).

- *Très petites étoiles*
  Les étoiles de masse très faible M_s<0.08M ne s'allument pas, car l'échauffement dû à la contraction gravitationnelle est insuffisant pour lancer le cycle de fusion d'hydrogène en hélium source du rayonnement thermique.



Les 7 types d'évolution stellaire (© NASA)

De bas en haut du diagramme :

- *Naines brunes (brown dwarfs)*
  Les étoiles les plus petites, les naines brunes se forment à partir d'un nuage initial de gaz (hydrogène, hélium, etc.) et de poussières qui s'agrège par attraction gravitationnelle. Cette agrégation élève la température, mais la chaîne des réactions de fusion nucléaire s'arrête à celle du deutérium, sans atteindre celle de l'hélium : elles restent peu lumineuses (2800°K contre 5800 pour le Soleil) et petites, de taille intermédiaire entre une étoile et une planète (masse de l'ordre de 75 fois celle de Jupiter). Ces étoiles ont une durée de vie en milliers de milliards d'années.
- *Naines rouges (red dwarfs)*
  Ce sont les étoiles les plus nombreuses, les plus petites à brûler de l'hydrogène. Leurs masses sont comprises entre 0.08 et 0.6 fois celle du Soleil, et leur température ne dépasse pas 3500°K. Leur luminosité est entre 10 et 10 000 fois plus faible que celle du Soleil. Leur vie dure aussi plusieurs milliers de milliards d'années et se termine en *naine blanche*.
- *Etoiles de la classe du Soleil (sun-like stars)*
  Les plus nombreuses après les naines rouges, leur durée de vie est de l'ordre d'une quinzaine de milliards d'années et comprend, après une phase stable de 10 milliards d'années, une phase terminale de 2 milliards d'années : *géante rouge*, puis *nébuleuse planétaire* (planetary nebula), explosion en *supernova* et enfin *naine blanche* (exemple : [274]).
- *Supergéante bleue (blue supergiant)*
  Etoiles énormes, très chaudes, très lumineuses (1 million de fois plus que le Soleil), très grandes (diamètre plusieurs centaines de fois celui du Soleil, mais vie réduite à quelques millions d'années par épuisement du combustible. En fin de vie, elles deviennent des *géantes rouges* et explosent en supernova (en passant parfois par un stade *géante bleue*) avant de finir étoile à neutrons.
- *Supergéantes bleues explosant en supernova*
  Etoiles encore plus grosses que les précédentes, elles finissent en *trou noir* sans passer par la phase géante rouge.
- *Supergéantes bleues s'effondrant en trou noir*
  Ces énormes étoiles s'effondrent directement en trou noir.
- *Supergéantes bleues explosant en rayons gamma*
  Les plus grosses explosions connues, émettant pendant des heures les rayonnements gamma les plus intenses jamais observés. [230].

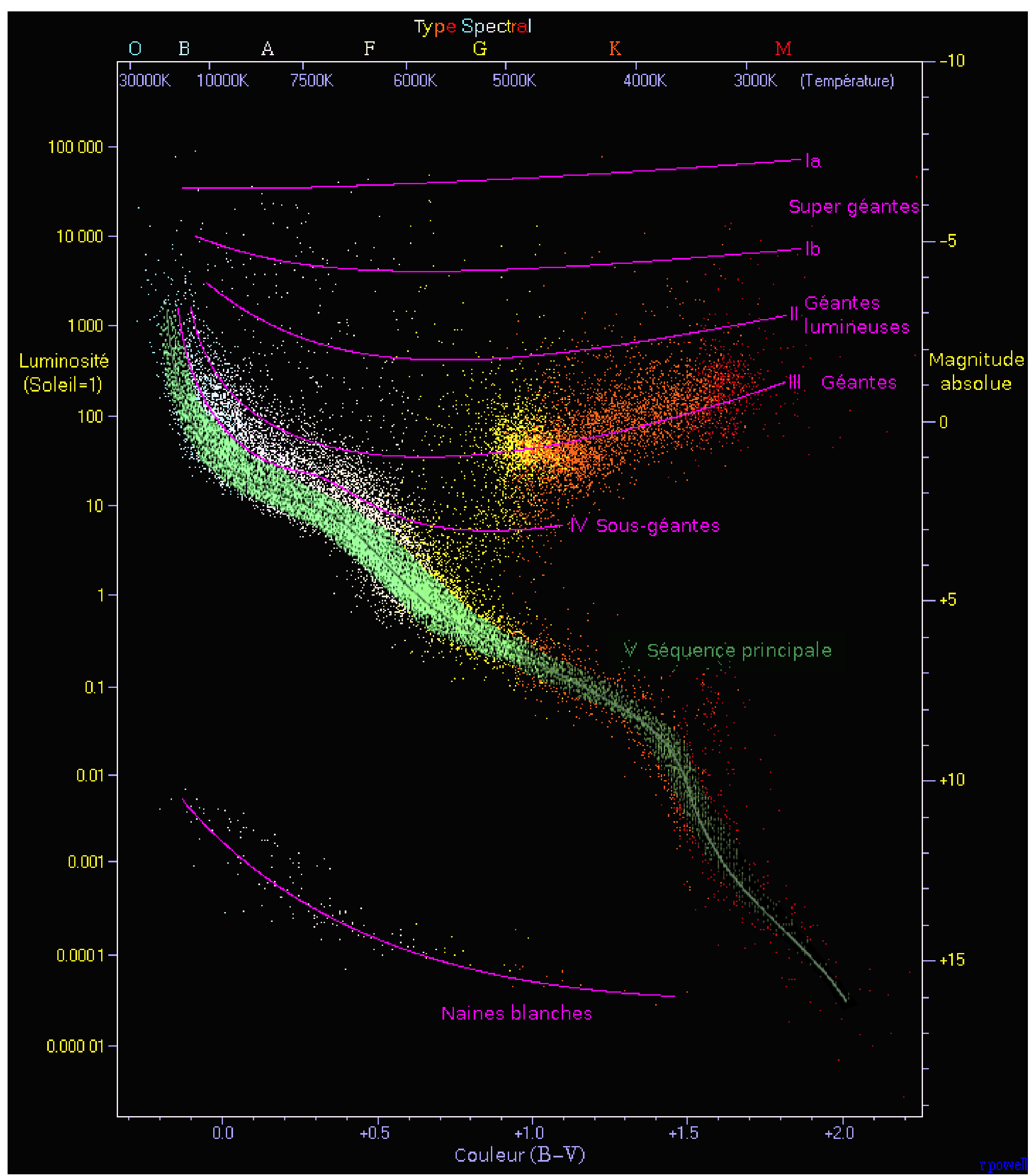
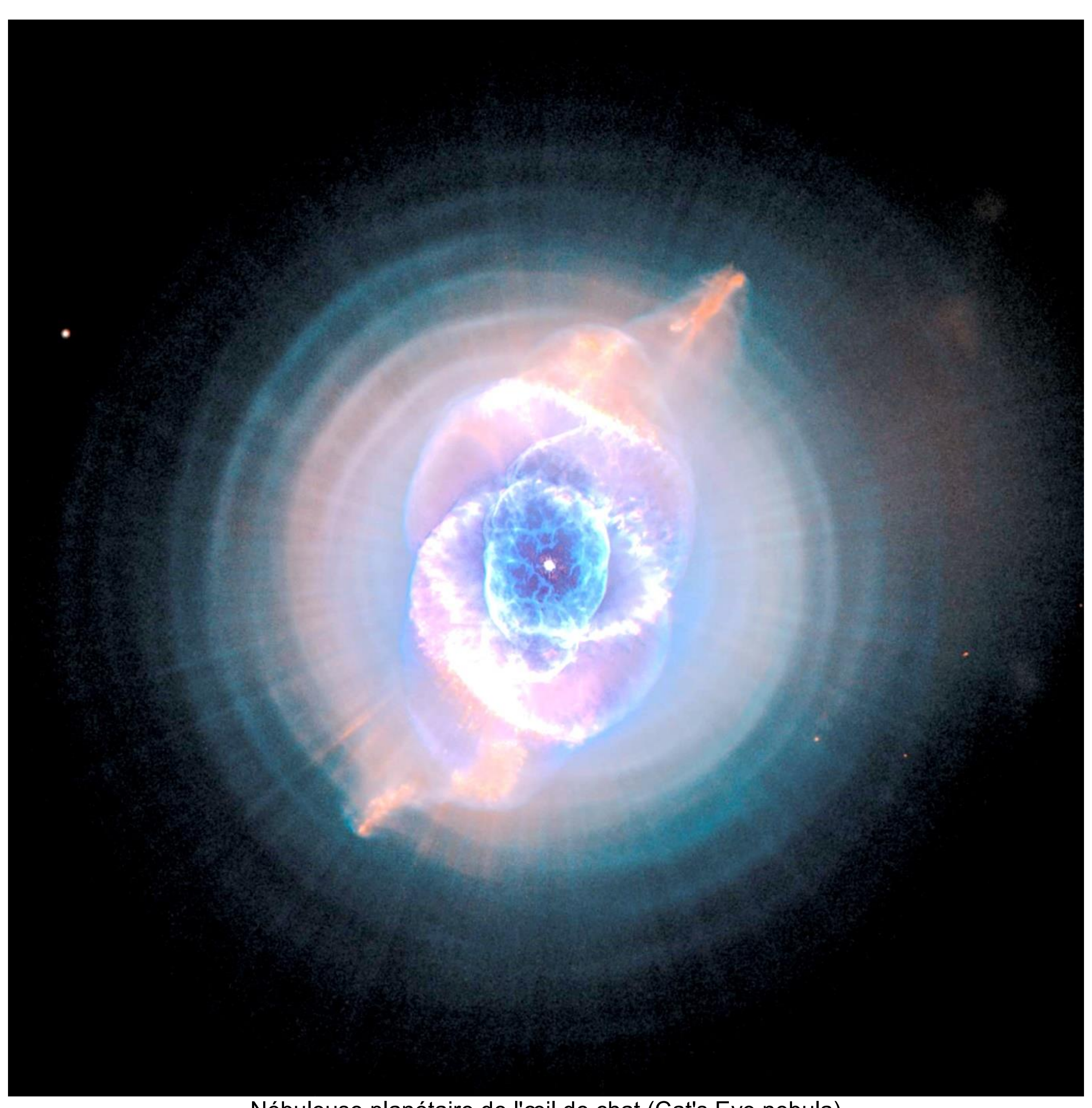
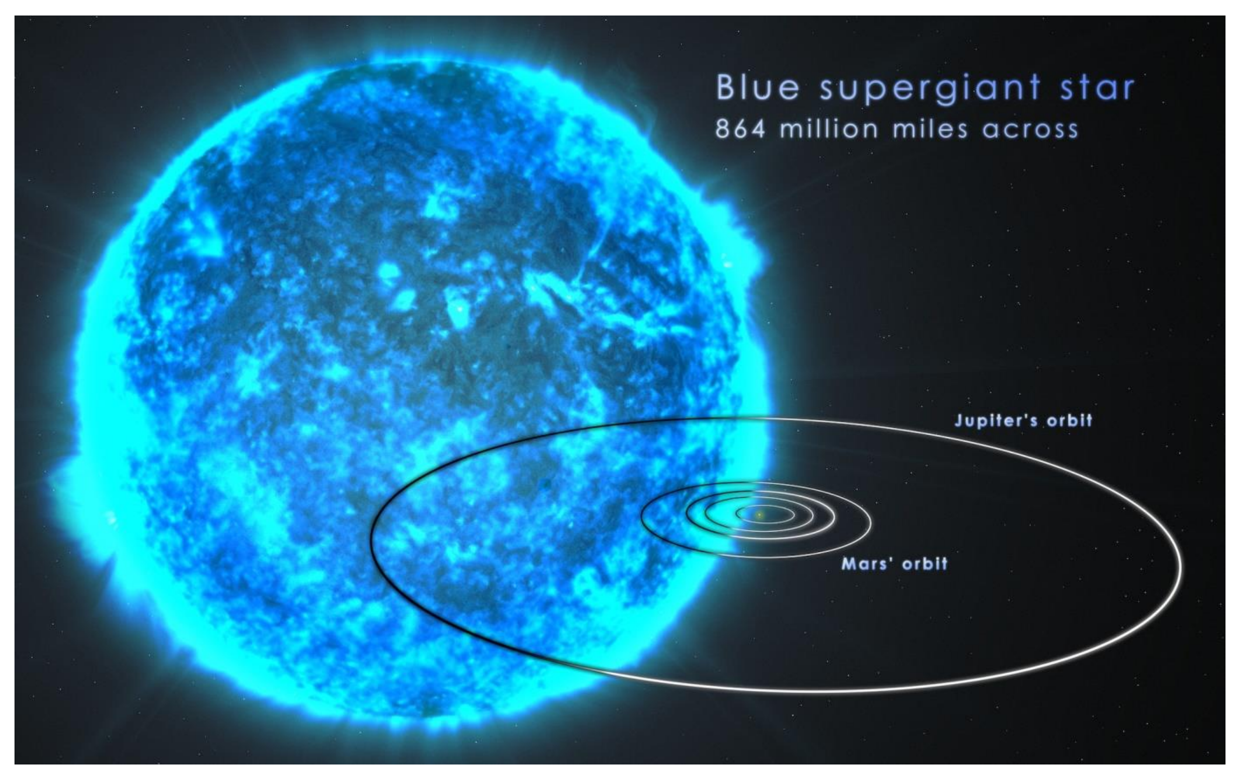


Diagramme de Hertzsprung-Russell :
Magnitudes absolues (luminosité intrinsèque, d'autant plus grande que la magnitude est petite) en fonction du Type spectral (par ordre de température décroissante O, B, A, F, G, K, M dont les étudiants en astronomie se souviennent grâce à la phrase : "O Be A Fine Girl Kiss Me"
Le Soleil est une étoile de type G, au milieu de la séquence principale : luminosité 1
© Wikipedia Commons



Nébuleuse planétaire de l'œil de chat (Cat's Eye nebula)



Etoile supergéante bleue (diamètre ~1.4 milliard de km, environ 1000 fois plus que le Soleil) : son explosion en rayons gamma durera plusieurs heures (© NASA)

2.6.3 Fin de vie des étoiles

Lire d'abord ci-dessus *Les 7 types d'évolution stellaire*.

La relation entre la masse d'une étoile M (mesurée en nombre de masses solaires M_s) et le temps montre que les *naines brunes* ($M < 0.1M_s$) finissent par s'éteindre en rayonnant de moins en moins.

Les naines rouges ($0.1M_s \leq M \leq 0.45M_s$) grossissent avant de s'effondrer en naine blanche.

Les naines jaunes de la classe du Soleil ($0.8M_s \leq M \leq 1.45M_s$) deviennent des géantes rouges, puis des nébuleuses planétaires avant de s'effondrer en naine blanche ; voici quelques détails.

Etoile géante rouge

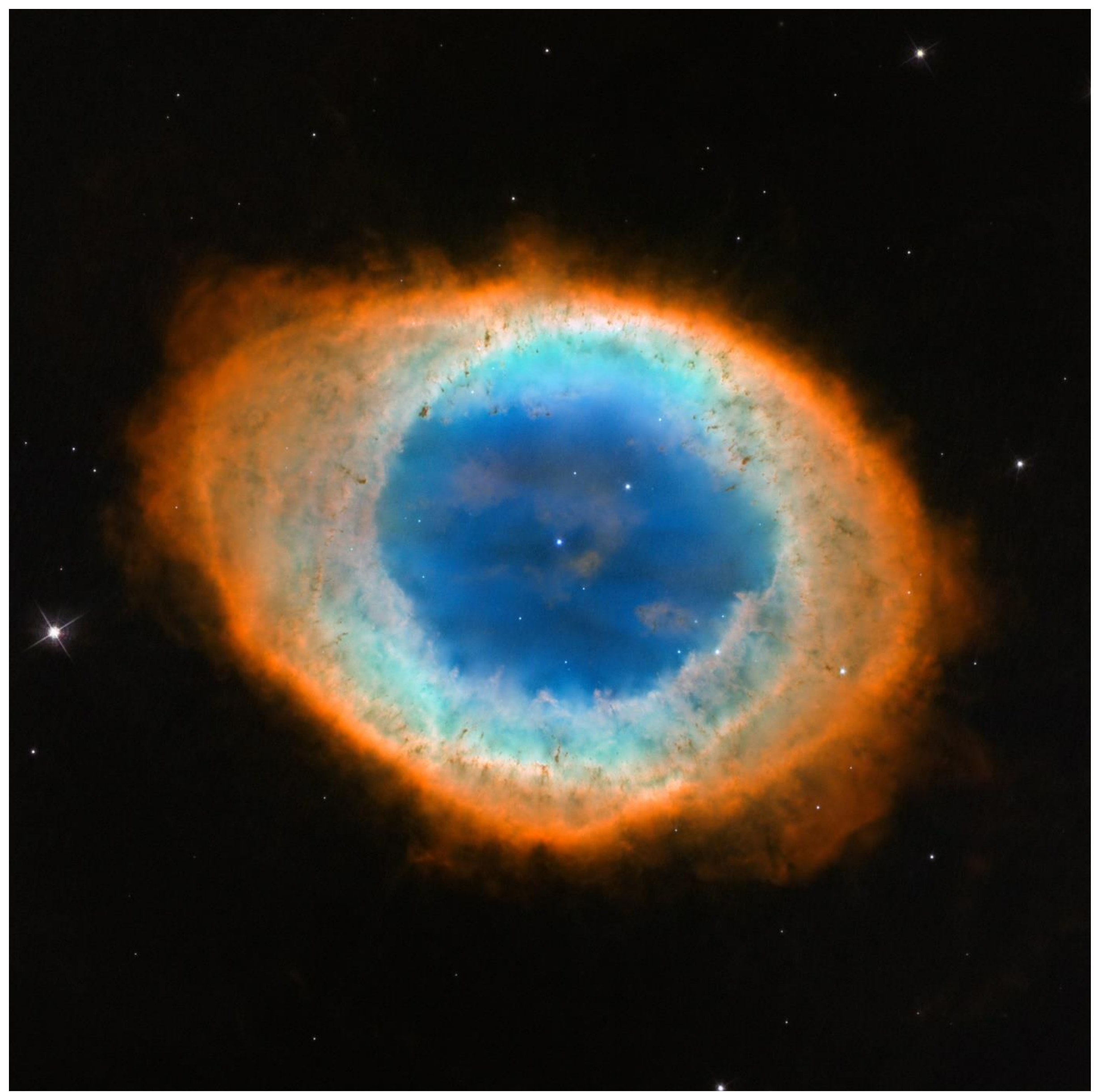
Après une dizaine de milliards d'années de vie, une naine jaune comme le Soleil se dilate et sa température diminue : elle devient une géante rouge, son rayon passant progressivement de 700 000 km aujourd'hui à environ 150 millions de km, rayon de l'orbite terrestre. A la fin de sa vie, notre Soleil devenu géante rouge sera peut-être assez grand pour contenir l'orbite terrestre, absorbant alors notre planète après l'avoir grillée, comme elle a déjà absorbé Mercure et Vénus…

Nébuleuse planétaire

Une nébuleuse planétaire est une enveloppe d'étoile, couche externe éjectée par l'explosion de celle-ci à une vitesse de l'ordre de 24 à 56 km/s. L'étoile d'origine, restée au centre de la nébuleuse, émet des rayons ultraviolets ionisant le gaz de l'enveloppe, qui continue son expansion pendant des milliers d'années.

Les étoiles qui explosent en nébuleuse planétaire sont des géantes rouges, comme celle qui se formera à la fin de la vie actuelle de notre Soleil. Il y a environ 20 000 nébuleuses planétaires dans la Voie lactée, chacune avec un rayon de l'ordre de 1 année-lumière et une masse de l'ordre de 0.3 masse solaire.

Après ~10 000 ans, l'étoile centrale devient une naine blanche très dense, de taille comparable à la Terre (rayon ~6300 km), qui se refroidit très lentement, devenant de plus en plus rouge.



Nébuleuse planétaire Messier 57 – Photo Hubble © NASA Creative Commons

Etoile naine blanche

C'est le plus souvent une étoile naine rouge (red dwarf) en fin de vie.
C'est aussi, parfois, une étoile comme le Soleil, de masse inférieure à 1.44 masses solaires en fin de vie, environ 2 milliards d'années après être devenue une géante rouge, puis une nébuleuse planétaire. Sa luminosité est faible et sa masse est de l'ordre de celle du Soleil : $2 .10^{30}$ kg. Mais cette masse étant concentrée dans un volume comparable à celui de la Terre, la densité est de l'ordre de 1 million de fois celle de l'eau, produisant une puissante attraction gravitationnelle.

Etoile à neutrons

Une étoile de masse comprise entre 1.44 et 3 fois celle du Soleil devient une supergéante rouge avant d'exploser en supernova puis de s'effondrer sur elle-même, la pression de radiation de la synthèse thermonucléaire qui s'arrête étant devenue insuffisante pour équilibrer le poids des couches externes. Il se forme alors une *étoile à neutrons* d'un diamètre de l'ordre de 20 km, qui concentre toute la matière, une sorte de noyau atomique géant. Sa densité est alors telle qu'une cuillère à café de sa matière pèserait 50 milliards de tonnes sur Terre… Elle tourne souvent très vite sur elle-même, parfois plus de 100 tours/seconde, parce que le moment cinétique de l'étoile d'origine a été conservé lors de l'effondrement (voir *Pulsar*).

Nova
On appelle nova (pluriel : novae ou novas) une étoile non visible à l'œil nu qui devient brusquement très brillante (1000 à 100 000 fois plus) pendant quelques jours ou quelques semaines avant de revenir à sa luminosité initiale.

Ce phénomène se produit en général dans une *étoile double*, système formé de deux étoiles tournant autour de leur centre de gravité commun (donc tournant l'une autour de l'autre). L'une est une géante rouge, l'autre est une naine blanche. Leur faible distance permet à la très forte attraction gravitationnelle de la naine blanche d'attirer de la matière de la géante rouge, matière qui s'accumule autour d'elle en formant un disque.


Nova (source : NASA)

Lorsqu'une quantité suffisante de matière s'est accumulée à la surface de la naine blanche une colossale explosion atomique se produit, en éjectant une masse de matière chaude de l'ordre de un dix-millième de celle du Soleil. Cette explosion et la matière éjectée dans l'espace forment la nova visible. La naine blanche revient alors à sa luminosité initiale et le phénomène peut se reproduire entre 1000 et 100 000 ans plus tard.

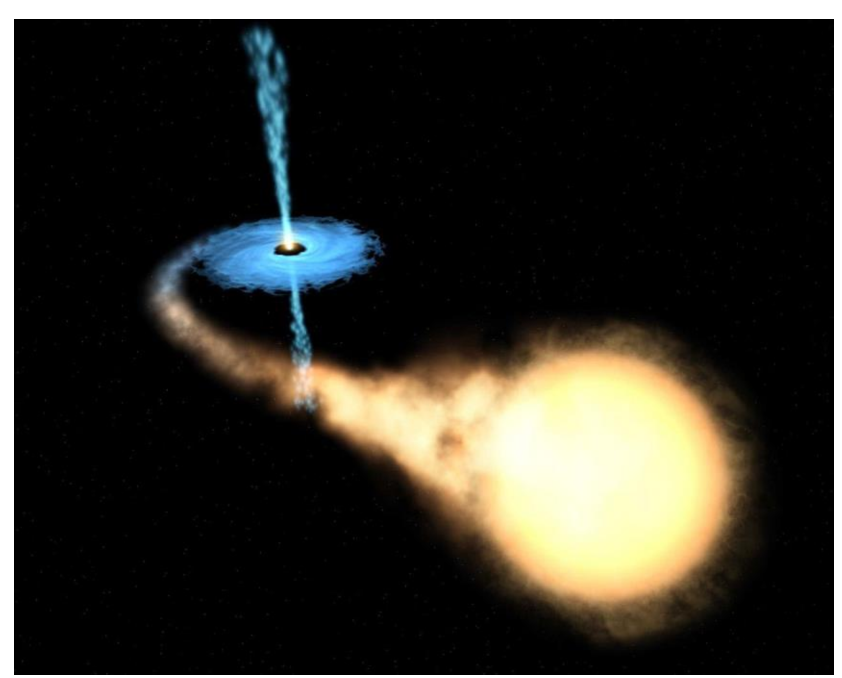
Supernova (pluriel : supernovæ ou supernovas)
En fin de vie, une étoile de masse très supérieure à celle du Soleil explose en supernova, produisant autant de lumière qu'une galaxie de 100 milliards d'étoiles et une énergie de l'ordre de 10^{44} joules ; la masse de matière éjectée dans l'espace est de l'ordre de plusieurs fois celle du Soleil.

Les explosions de supernovae sont à l'origine de l'enrichissement progressif de l'Univers en éléments plus lourds que le fer : quand les couches internes de l'enveloppe de l'étoile s'écrasent sur le noyau (par attraction gravitationnelle et chute d'une hauteur de l'ordre du million de km) elles produisent de telles conditions de température et de pression qu'une quantité d'éléments lourds se forment, en principe tous ceux dont le numéro atomique est entre le fer et l'uranium ; et il se forme aussi des neutrons rapides, dont l'absorption par des noyaux produit des éléments lourds comme l'or.

2.6.4 Disque d'accrétion - Quasar

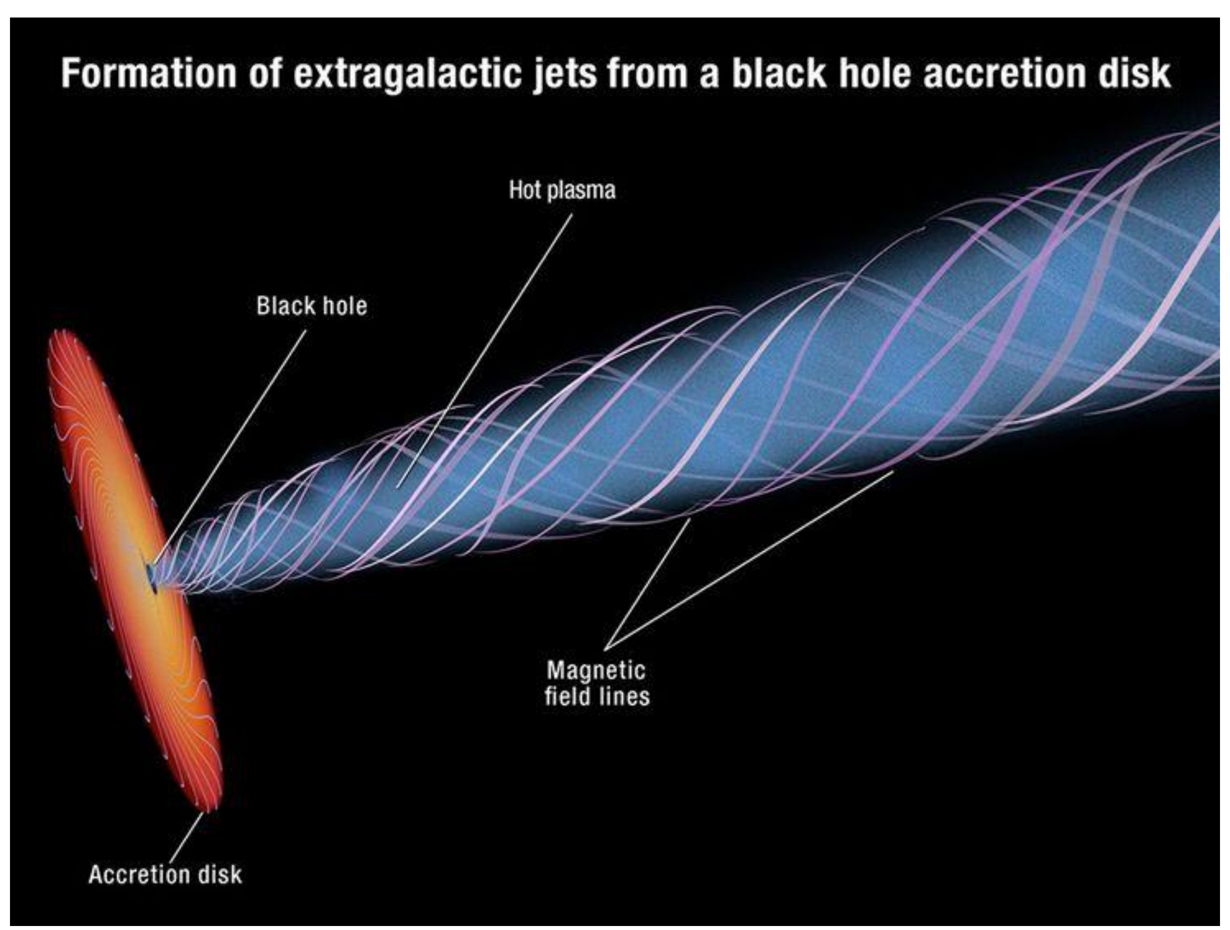
Les astres extrêmement denses que sont les naines blanches, les étoiles à neutrons et les trous noirs déforment tellement l'espace-temps qu'ils attirent toutes les particules de l'espace environnant, qu'elles soient libres ou qu'elles appartiennent à une étoile voisine dont l'atmosphère est ainsi « dévorée ».

En tombant vers l'astre attracteur, les particules suivent en général une trajectoire spirale, constituant autour de cet astre un *disque d'accrétion* très visible au télescope. La chute, l'attraction réciproque et la perte de moment cinétique accélèrent fortement les particules, qui s'entrechoquent en dégageant beaucoup d'énergie. Les charges ionisées créent un puissant champ magnétique en spirale, qui accélère certaines particules en créant des jets immenses de part et d'autre du disque, souvent visibles sur des longueurs de l'ordre de l'année-lumière – 1000 fois plus grandes donc que le système solaire entier jusqu'à sa grande planète la plus éloignée, Neptune, et comparables à la distance de l'immense nuage d'Oort.



Disque d'accrétion issu d'une étoile géante « dévorée » et jets
Licence Wikimédia Commons

Ces disques d'accrétion libèrent une énergie considérable provenant de la transformation d'une partie de la masse des particules tombantes en rayonnement. Cette énergie est telle que le rayonnement X produit est plus puissant que celui de milliards d'étoiles ; ces disques sont donc les objets les plus brillants de l'Univers, après les *sursauts gamma* de très courte durée (*qui dégagent en quelques secondes autant d'énergie qu'un millier de soleils pendant toute leur vie*). On les a donc surnommés *quasars* (quasi-stellar radio sources), et leur présence signale un trou noir massif par ailleurs invisible.



Disque d'accrétion et jet d'un trou noir (Source : Microsoft Bing)

Les quasars détectés sont en général très lointains, à des milliards d'années-lumière. Leur lumière est donc fortement décalée vers le rouge (longueurs d'onde dilatées) par l'expansion de l'Univers qui les fait s'éloigner de nous (loi de Hubble).

Galaxies de Seyfert
Les quasars ci-dessus sont les plus connus car les plus visibles, mais ce ne sont pas les plus nombreux. Les objets brillants les plus nombreux sont les centres de galaxies spirales dites *"de Seyfert"*, et leur éclat varie dans le temps avec des périodes de l'ordre de quelques mois ; leur taille est donc inférieure à une année-lumière, minuscule par rapport à celle de la galaxie environnante.



Galaxie spirale de Seyfert NGC 6814 – Distance : 75 millions d'années-lumière
(Noyau très brillant entourant un trou noir d'une masse 18 millions fois celle du Soleil)

2.7 Trou noir

Un trou noir est l'état de fin de vie d'une étoile de masse importante, supérieure à 3 masses solaires au moment de l'effondrement. Celui-ci est produit par attraction gravitationnelle de la couche externe, que la pression de radiation du noyau ne peut arrêter.

2.7.1 Définition astronomique et formation d'un trou noir

Définition astronomique

Un trou noir est un astre exerçant une attraction gravitationnelle extrême à laquelle rien ne peut échapper en s'éloignant, pas même la lumière. Mais en tant que corps ayant une masse, il est lui-même attiré par une étoile ou un autre trou noir, autour desquels il peut tourner ; et il peut être lui-même absorbé par un trou noir plus grand.

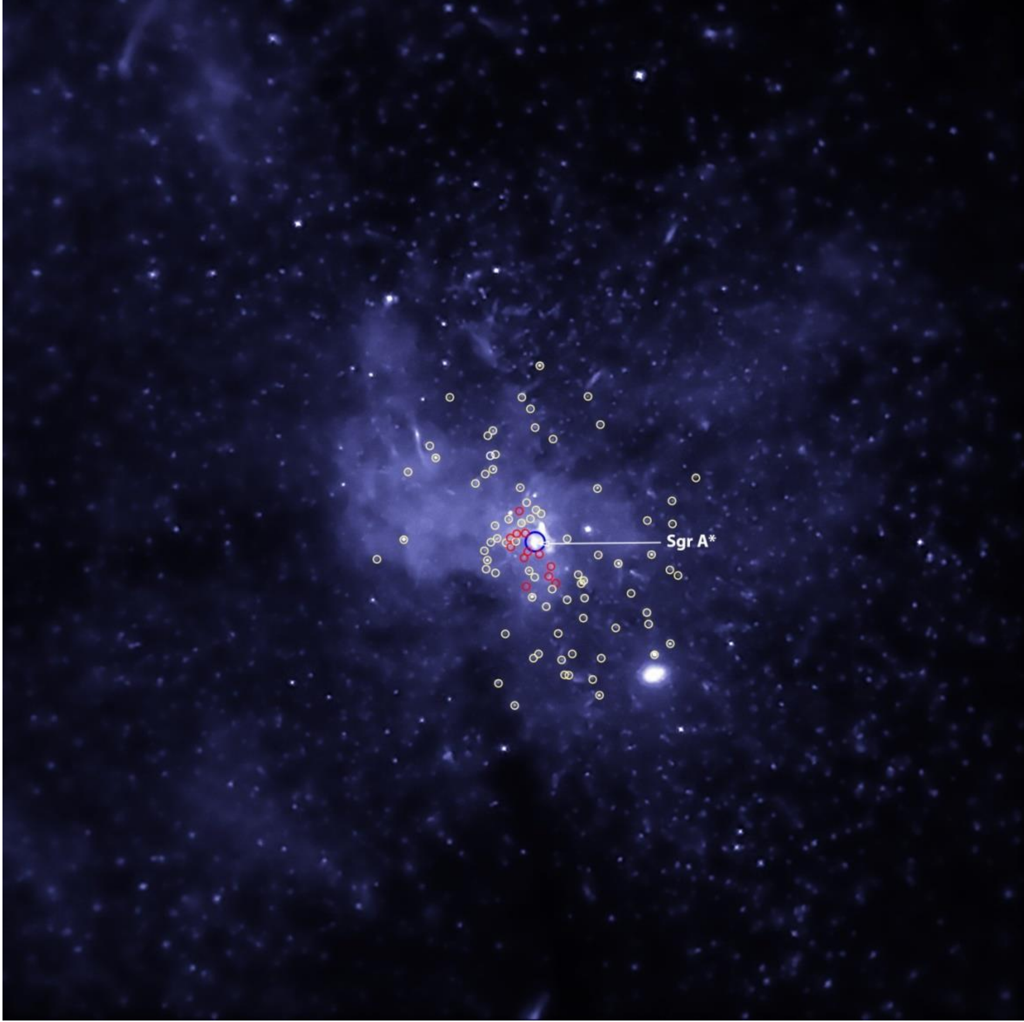
Formation d'un trou noir

Selon la masse *M* d'une étoile d'une taille au moins comparable à celle de notre Soleil, cette étoile a trois manières de s'effondrer en fin de vie, lorsque la pression du rayonnement généré par ses réactions de fusion thermonucléaire ne suffit plus pour empêcher la chute libre de ses couches extérieures sous l'action de sa masse.

Première barrière d'effondrement : M ≤ 1.44 masses solaires
Lorsque la masse d'une étoile est inférieure à ~1.44 masse solaire (limite dite « de Chandrasekhar »), son effondrement gravitationnel en fin de vie s'arrête lorsqu'une naine blanche s'est formée, grosse comme une petite planète : ~10 000 km de rayon [231]. Les forces qui résistent à la compression sont celles d'un gaz d'électrons dégénéré, dont un calcul de Relativité restreinte et Mécanique quantique montre qu'elles ne peuvent supporter plus de 1.44 masse solaire. Le résultat de cet effondrement est une étoile naine blanche, très dense et très chaude.

Deuxième barrière d'effondrement : ~3 masses solaires
Lorsque la masse d'une étoile est comprise entre 1.44 et ~3 masses solaires, l'explosion de fin de vie produit une supernova qui expulse son enveloppe gazeuse. L'effondrement s'arrête lorsqu'une étoile à neutrons s'est formée, avec un diamètre de l'ordre de 20 km. La densité de l'étoile est alors de l'ordre de celle d'un noyau atomique, et les forces qui résistent à la compression sont celles d'un tel noyau.

Il n'y a pas de troisième barrière : l'effondrement continue indéfiniment
Un trou noir se forme à la mort par effondrement d'une étoile de masse supérieure à 3 masses solaires environ, soit ~5 masses solaires avant effondrement. Quand celle-ci a épuisé son carburant thermonucléaire interne après avoir brillé toute sa vie, elle devient instable : la pression de radiation due à la réaction de fusion thermonucléaire ne suffit plus pour équilibrer celle du poids des couches extérieures de l'étoile. Ces couches s'effondrent, leur masse étant attirée par le noyau stellaire. Cet effondrement (affectant les quelques centaines de milliers ou quelques millions de km d'épaisseur des couches stellaires) produit une compression si colossale par sa chute qu'aucune loi physique ne peut l'arrêter : l'étoile tout entière est réduite à un point infiniment petit, le trou noir.



Trous noirs (repérés par de petits cercles) au voisinage du centre (Sagittarius A) de notre galaxie. Sagittarius A est lui-même un trou noir de 4 millions de masses solaires - © NASA

Une singularité de l'espace-temps

Ce point concentrant toute la masse de l'étoile, la densité y est infinie ; et comme l'étoile tournait sur elle-même, son moment cinétique de rotation se retrouve dans le trou noir, bien que le rayon de celui-ci soit nul. C'est donc une *singularité* de l'espace-temps, un point où sa courbure est infinie et où les hypothèses fondamentales de la Relativité générale cessent de s'appliquer.

> Le Big Bang a été, lui aussi, une singularité : un espace très petit, concentrant beaucoup d'énergie, dont la courbure était colossale.

Un trou noir stellaire ne se forme comme cela que si la masse stellaire après effondrement est supérieure à 3 masses solaires, c'est-à-dire 3 x 2 .10^{30} kg, ce qui correspond à environ 5 masses solaires avant effondrement.

2.7.2 Rayon de Schwarzschild

Le rayon de Schwarzschild r_s est celui d'une sphère entourant la singularité, sphère à l'intérieur de laquelle toute masse-énergie ne peut que tomber en chute libre vers le centre. La valeur de r_s se déduit des équations de la Relativité générale.

La lecture des équations du texte technique qui suit n'est pas indispensable ; il suffit de retenir que le rayon de Schwarzschild d'un trou noir de masse *M* a pour valeur :

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

où *G* est la constante universelle de gravitation et *c* est la vitesse de la lumière.

Exemple : pour une étoile de masse 10^{31} kg (5 fois la masse du Soleil) $r_s \cong 15$ km.

L'équation des géodésiques de la métrique de Schwarzschild implique que l'accélération radiale initiale d'un corps au repos lâché en chute libre depuis une coordonnée *r* vaut :

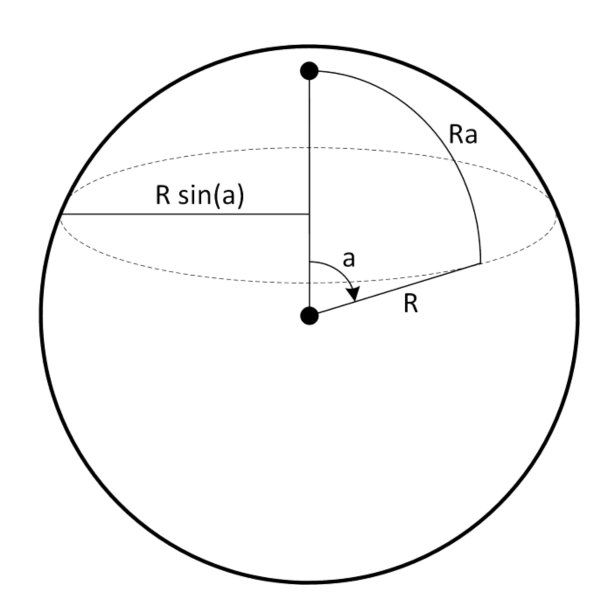
$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -\frac{r_s}{2r^2} \qquad (Schwarzschild)$$

où r_s est le « rayon circonférentiel » ou « coordonnée radiale circonférencielle » de l'événement, dont voici la définition.

Définition du rayon circonférentiel d'un événement

Voir dessin ci-dessous.

Sur la surface sphérique de rayon *R* on trace un cercle dont l'axe joint le "pôle Nord" au centre de la sphère. Un arc de longueur *Ra* de ce cercle est vu sous un angle *a* depuis le centre de la sphère. Le rayon r_s de ce cercle, mesuré dans son plan, a une longueur *R sin(a)* : r_s est la coordonnée radiale circonférencielle $r_s = \frac{C}{2\pi}$, où *C* est la circonférence du cercle tracé.



Signification du rayon circonférentiel
La coordonnée de Schwarzschild r est une coordonnée radiale circonférentielle.
Cette coordonnée est différente de la distance radiale parce que l'espace-temps est courbe dans la métrique de Schwarzschild : le rapport entre la circonférence d'un cercle et son rayon n'est pas toujours 2π.

D'après la loi d'attraction universelle de Newton (et en supposant son espace-temps plat implicite) l'attraction que doit subir un corps de masse M situé à une distance r de cette masse est :

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -\frac{GM}{r^2} \quad (Newton)$$

où τ est le temps mesuré par l'observateur de la chute.
Définition du rayon de Schwarzschild
On voit que l'équation précédente (Schwarzschild) n'est équivalente à l'équation (Newton) que si :

r_s=*2GM* (en système d'unités RG)

où M est la masse du corps à l'origine de la gravitation.
Ce rayon limite r_s est appelé *rayon de Schwarzschild* du corps.
La singularité au centre d'un trou noir
L'affirmation de la Relativité générale que « l'accélération d'une masse inertielle est égale à l'attraction gravitationnelle », n'est possible que si :

- $r \gg r_s$, c'est-à-dire si le corps attiré est suffisamment loin du centre attracteur de masse M pour que l'espace-temps y soit à peu près plat, comme le veut la loi de Newton. Ce centre attracteur est appelé « singularité du trou noir », car la densité et la pression qui règnent dans ce volume infiniment petit sont infinies.

« Au centre d'un trou noir la densité et la pression qui règnent sont infinies. »

- $r_s = 2GM$ (en unités RG ; $r_s = 2GM/c^2$ en unités du Système International SI).

Lorsque le corps est à une distance $r \leq r_s$ les lois de Newton ne s'appliquent plus.

Attention au système d'unités !

- En unités du système de mesure RG (où la vitesse v est évaluée en tant que rapport v/c, nombre sans dimension) :
  - le produit GM s'exprime en mètres ;
  - la quantité $r_s = 2GM$ est alors une longueur appelée « rayon de Schwarzschild » ; elle est proportionnelle à la masse M.
- En unités du Système International (SI, précédemment MKSA : mètre, kilogramme, seconde, ampère) la vitesse est un nombre de mètres par seconde, $c = 2.99792458 .10^8$ m/s, et le rayon de Schwarzschild s'écrit :

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

  Exemple : le rayon de Schwarzschild du Soleil, qui est aussi celui de sa sphère *horizon des événements* (notion définie ci-après), mesure environ 3 km, beaucoup moins que son rayon physique de 700 000 km. Mais la densité de masse du Soleil est insuffisante pour qu'il s'effondre en trou noir.

Dans la suite de ce texte nous nous conformerons souvent à l'habitude des physiciens spécialistes de la Relativité d'écrire les formules et les équations en système RG.

Hélas, cette habitude est d'autant plus trompeuse pour les non-initiés que certains physiciens s'expriment dans un système encore plus trompeur, qui ajoute à la convention $c = c^2 = 1$ de RG la convention $G = 1$: la constante universelle de gravitation $G = 6.67259 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2 (produit d'une force en newtons par une surface en m^2, le tout divisé par des kg au carré) est posée égale à 1 ; exemple : [232].

Complément : *Système d'unités naturelles de Planck*.

2.7.3 Horizon des événements d'un trou noir

La sphère de rayon de Schwarzschild $r_s = 2GM$ est une surface limite qu'aucun objet interne (ni matière, ni rayonnement) ne peut franchir pour ressortir. Cette impossibilité correspond au fait que les composantes g_{tt} et g_{rr} du tenseur métrique y échangent leurs signes, donc (pour une métrique diagonale) que les coordonnées *r* et *t* échangent leurs rôles, le futur étant décrit par des *r* décroissants lorsque $r < 2GM$. Cette surface est donc appelée « horizon des événements ».

Pour qu'une particule échappe au trou noir en traversant le rayon de Schwarzschild il faudrait qu'elle puisse se déplacer plus rapidement que la lumière, ce que ne peuvent faire ni celles qui ont une masse ni celles qui n'en ont pas, comme les photons.

Exemple

Si le Soleil (masse : $2 \cdot 10^{30}$kg) devait devenir un trou noir (ce qui est impossible, car il n'a pas la densité d'énergie nécessaire) son horizon des événements aurait un rayon d'environ 3 km. Compte tenu de la structure de la plupart des étoiles lumineuses, la masse minimum d'une étoile susceptible de s'effondrer en trou noir est de l'ordre de 10^{31} kg.

« Rien ne peut sortir de l'intérieur de la sphère horizon d'un trou noir, ni masse ni rayonnement. »

« A l'intérieur de l'horizon d'un trou noir les lois de Newton ne s'appliquent plus. »

« La condition d'effondrement d'une masse en trou noir est une densité d'énergie, pas une masse en valeur absolue. »

Le rayon de l'horizon des événements d'un trou noir est proportionnel à sa masse

Le rayon de Schwarzschild $r_s = 2GM$ d'un astre est proportionnel à sa masse.
Exemple : Le trou noir de 4 millions de masses solaires au centre de notre galaxie (appelé Sagittarius A) a un rayon de Schwarzschild ~$12 \cdot 10^6$km.

Conséquence importante : perte de l'information descriptive des objets absorbés

Puisque tout ce qui tombe dans un trou noir, matière ou rayonnement, y reste prisonnier à jamais, on peut penser que l'information descriptive correspondante est perdue pour toujours.

Un trou noir est décrit par 3 paramètres et 3 seulement : sa masse, son moment cinétique (car tous les trous noirs tournent autour d'un axe, avec un moment cinétique somme des moments cinétiques des objets absorbés) et son éventuelle charge électrique somme des charges absorbées. De toute l'information descriptive d'un objet absorbé il ne reste que :

- L'énergie absorbée, égale à l'énergie arrivante, qui s'ajoute à celle de la masse du trou noir ;
- Le moment cinétique et la charge électrique, traités de la même façon.

Et ces trois informations sont cachées dans leurs sommes avec celles des absorptions précédentes. Les autres paramètres descriptifs de l'objet ont disparu, en opposition flagrante au principe universel de conservation de l'information !
Nous reviendrons sur ce problème plus bas.

Complément : Article *Black Hole Information Paradox* [233].

Rayons de Schwarzschild pour le Soleil et la Terre

Ce rayon de Schwarzschild vaut environ 3 km pour le Soleil et 9.9 mm pour la Terre, alors que les rayons correspondants sont 700 000 km pour le Soleil et 6380 km pour la Terre ; des points à la surface de ces deux astres (ou encore plus éloignés de leur centre) satisfont bien la condition $r \gg r_s$: la Relativité générale et les lois de Newton donnent bien le même résultat, *l'approximation de Newton est excellente*.

Rayon de Schwarzschild pour une étoile à neutrons

Pour une étoile à neutrons, dont la densité est colossale, le rayon de Schwarzschild est de l'ordre de 4.4 km alors que le rayon de l'étoile est de l'ordre de 10 km, à peine plus grand : *l'approximation de Newton est trop imprécise*.

Objets auxquels s'applique la métrique de Schwarzschild

La surface des astres visibles (étoiles, galaxies, amas, nuages...) est à une coordonnée *r* qui est grande par rapport au rayon de Schwarzschild $r_s = 2GM$; elle n'est donc pas soumise aux comportements non newtoniens décrits ci-dessous pour les particules de masse non nulle et les

photons. Ces comportements relativistes s'appliquent à *un voisinage de l'espace-temps externe* d'un objet attracteur qui est déformé par cette attraction, notamment aux trous noirs définis ci-dessous.

Définition métrique d'un trou noir

Certains astres sont entièrement contenus à l'intérieur d'une sphère de rayon $r_s = 2GM$. Leur densité est extrêmement grande et ils ne peuvent avoir de surface où un objet serait immobile : ce sont les trous noirs. Pour eux, la solution métrique de Schwarzschild s'applique à tout événement de coordonnée radiale $r > 0$.

2.7.4 Pathologies sur la surface horizon

Les comportements physiques surprenants au voisinage d'un trou noir sont appelés *pathologies*.

La *métrique de Schwarzschild* a été définie au paragraphe du même nom comme :

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2GM}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1-\frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \; d\Phi^2,$$

l'horizon étant à $r = r_s = 2GM$.

L'équation du mouvement dans le plan équatorial des particules de masse $m > 0$ pour un observateur lointain est :

$$\frac{dr}{dt} = \pm\left(1-\frac{2GM}{r}\right)\sqrt{1-\frac{1}{e^2}\left(1-\frac{2GM}{r}\right)(1+\frac{l^2}{r^2})}$$

Le décalage vers le rouge ou le bleu de la longueur d'onde λ_E de la lumière émise à la coordonnée radiale r_E et reçue à la coordonnée radiale r_R est donné par :

$$\frac{\lambda_R}{\lambda_E} = \sqrt{\frac{1-\frac{2GM}{r_R}}{1-\frac{2GM}{r_E}}}$$

On observe les pathologies suivantes

- Pour une horloge au repos sur l'horizon ($r = 2GM$, $dr = d\theta = d\Phi = 0$) on a :

  $$d\tau^2 = \left(1-\frac{2GM}{r}\right)dt^2 = 0 :$$

  « **Sur l'horizon des événements d'un trou noir le temps ne s'écoule pas**. »

- *Surface de décalage infini de la lumière vers le rouge*

  La lumière émise depuis un point au repos sur l'horizon subit un décalage infini vers le rouge dès qu'elle atteint un point où $r > 2GM$:

  elle disparaît pour un observateur externe, qui ne peut rien voir sur l'horizon,
  car chaque longueur d'onde lumineuse y est devenue pour lui infiniment grande.

  La formule du décalage de longueur d'onde ne s'applique pas pour $r \leq r_s$
  (c'est-à-dire sur l'horizon et à l'intérieur).

- Pour un observateur lointain, **le mouvement de toute particule pesante ou de tout photon qui tombe vers l'intérieur du trou noir *semble s'arrêter* à $r = 2GM$**.

- Dans cette chute, la composante g_{tt} du tenseur de Schwarzschild tend vers l'infini à $r = 2GM$, donc la dérivée ds/dr diverge.

Origines de ces pathologies

Sur l'horizon, la ligne d'univers d'une particule est du genre lumière (son temps propre ne s'écoule pas). Donc :

- **Aucune particule matérielle ne peut rester en repos sur l'horizon $r = 2GM$.**
- **Aucune particule (même un photon) ne peut rester à r constant à l'intérieur de la sphère horizon $r = 2GM$.**

Ces anomalies s'expliquent par le fait que *l'interprétation physique des coordonnées r et t change à l'intérieur de la sphère horizon r = 2GM*.

2.7.5 Coordonnée d'espace-temps à sens de variation imposé

Au paragraphe *Tenseur métrique de Schwarzschild* nous avons vu que la forme générale de la métrique $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ était, pour les composantes non nulles d'une métrique dans le plan équatorial représentée par une matrice diagonale :

$$g_{tt} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right); \quad g_{rr} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}$$

Considérons une ligne d'univers le long de laquelle une des coordonnées varie (appelons-la q) tandis que les trois autres sont constantes ; le signe de la coordonnée g_{qq} indique alors si elle est de temps ou d'espace. Compte tenu du fait que, sur la ligne d'univers, $d\tau^2 = -ds^2$, on doit changer les signes précédents :

$$g_{tt} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right); \quad g_{rr} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}$$

- Si $r > 2GM$ alors $g_{tt}<0$, donc $ds^2<0$ et $d\tau^2 = -ds^2>0$. Une ligne d'univers le long de laquelle $d\tau^2>0$ est du genre temps, g_{tt} est une coordonnée de temps et g_{rr} une coordonnée d'espace.
- Si $r < 2GM$ alors $g_{tt}>0$, donc $ds^2>0$ et $d\tau^2 = -ds^2<0$. Une ligne d'univers le long de laquelle $d\tau^2<0$ est du genre espace, g_{tt} est une coordonnée d'espace et g_{rr} est une coordonnée de temps.

les coordonnées g_{tt} et g_{rr} ont échangé leurs rôles ! Voyons cela.

2.7.5.1 Echange des rôles des coordonnées *r* et *t* à l'intérieur de l'horizon

A l'intérieur de la sphère horizon les coordonnées r et t inversent leurs rôles :

- r devient une coordonnée de temps, tout en gardant son interprétation circonférentielle ;
- t devient une coordonnée d'espace.

  (Rappel : la signification physique d'une coordonnée d'espace-temps ne provient pas de son nom, t ou r, mais de la métrique.)

Une particule qui suit une ligne d'univers du genre lumière ou du genre temps à l'intérieur de la sphère horizon ne peut rester à une coordonnée r fixe, exactement comme elle ne peut rester à t fixe dans l'espace-temps plat.

A l'intérieur de la sphère horizon :

- Le futur est à $r = 0$: toute particule doit se déplacer vers $r = 0$.
- Une particule ne peut rester au repos à r et t constants, elle doit se déplacer pour avancer dans le temps vers la singularité.

2.7.6 Déplacement d'une particule massive au voisinage de l'horizon

L'équation géodésique pour une particule massive implique que :

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{l^2}{r^3}(1 - \frac{3GM}{r})$$

Cette équation ne supposant pas que r est une coordonnée de type spatial, est donc valable quelle que soit la position par rapport au rayon de Schwarzschild.

Lorsqu'une particule venant de loin s'approche de la singularité :

- Pour $r < 3GM$ la quantité entre parenthèses est négative : l'accélération de toute particule en chute libre est constamment négative. Quel que soit son déplacement initial, si elle arrive à une position r < 3GM elle finit par se diriger vers la singularité.
- Pour $r = 2GM$ il ne se passe rien de particulier, la particule continue à se diriger vers l'intérieur ; même une particule subissant une accélération est soumise à cette obligation d'aller vers la singularité. Toutes les lignes d'univers se terminent en $r = 0$.

On peut résumer ce qui précède en affirmant que la surface *r = 2GM* ne peut être franchie qu'en direction de la singularité : rien de ce qui est à l'intérieur (ni matière ni rayonnement) ne peut en ressortir. Cette situation est résumée par le diagramme de Minkowski ci-dessous, proposé par [110] page 70.

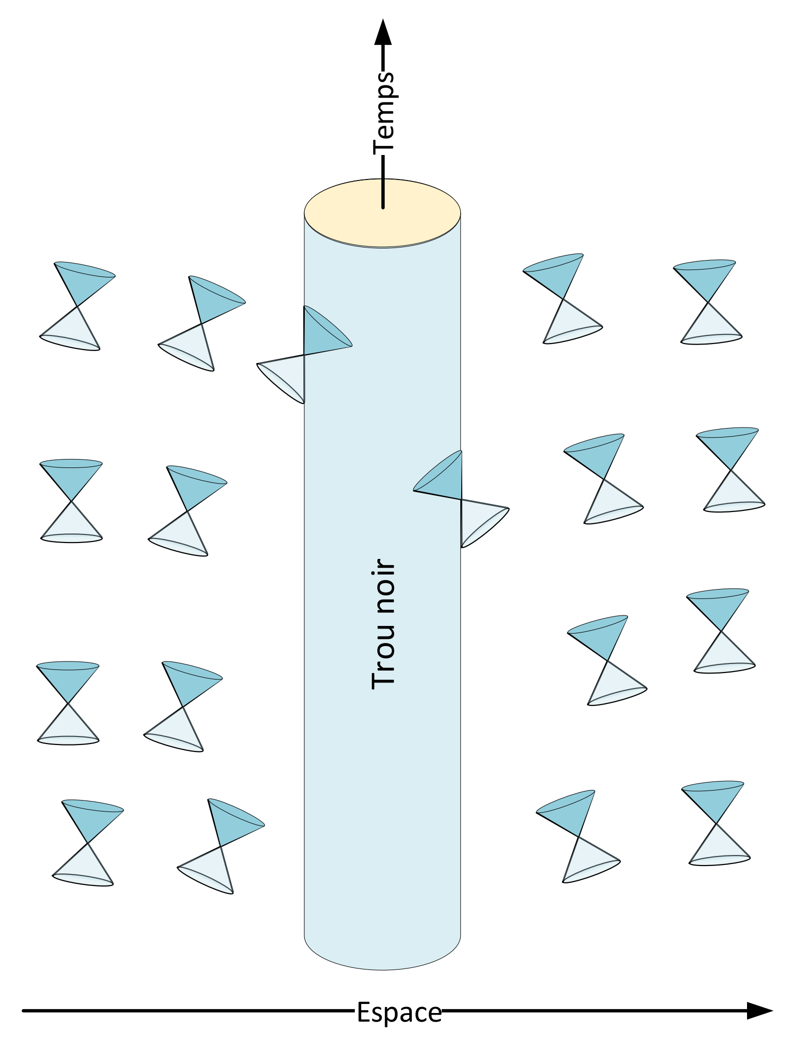


Diagramme de Minkowski : espace-temps voisin du cylindre horizon d'un trou noir ;
on a représenté les cônes de lumière d'un certain nombre d'événements.

Dans le voisinage du trou noir, son champ gravitationnel courbe l'espace-temps : plus un point (événement) est proche de l'horizon des événements, plus l'axe de son cône de lumière est incliné.

Pour les points *sur* l'horizon, la droite de lumière supérieure est tangente au cylindre horizon ; l'évolution d'un objet en ce point, dont la ligne d'univers est nécessairement intérieure au cône, ne peut se faire que vers l'intérieur, en se rapprochant de la singularité. Et pour sortir de l'horizon des événements, la ligne d'univers devrait passer à l'extérieur du cône, ce qui correspond à une vitesse plus rapide que la lumière : impossible.

Un vaisseau spatial extérieur à l'horizon pourrait s'en éloigner, en consommant suffisamment de carburant ; mais une fois à l'intérieur, sa course vers la singularité est aussi inévitable que le passage du temps dans l'Univers ; il ne peut même pas rester à distance constante de cette singularité. Voilà pourquoi la surface *r = 2GM* est appelée « horizon des événements ».

2.7.6.1 Durée maximum de survie après franchissement de l'horizon

Sources : [122] page 175 et [232].

Entre deux événements *A* et *B* séparés par un intervalle du genre temps, une géodésique est la ligne d'univers de temps propre maximal (voir *Une situation surprenante*).

On en déduit que, quoi qu'il fasse pour freiner sa chute, le temps propre le plus long pendant lequel un objet quelconque peut subsister à r < 2GM est *celui où sa trajectoire va tout droit vers la singularité* : une fois franchi le rayon de Schwarzschild, le temps d'existence d'un objet est compté et inévitablement inférieur à πGM car :

$$\Delta\tau = \int_{2GM}^{0} \frac{-dr}{\sqrt{\frac{2GM}{r} - 1}} = \pi GM$$

Exemples de temps de survie avant destruction par la singularité ([106] page 49) :

- Pour un trou noir de masse solaire : environ 10 microsecondes ;
- Pour un trou noir de 1 milliard de masses solaires (situé par exemple au centre d'une galaxie) : 1 milliard de fois plus, soit environ trois heures.

2.7.6.2 Contraintes de déformation d'un objet approchant d'un trou noir

« Un homme tombant les pieds en avant vers un trou noir et proche de son horizon des événements subirait :

- **Un étirement dans le sens vertical, l'attraction gravitationnelle étant plus forte sur ses pieds que sur sa tête ;**
- **Une compression dans le sens horizontal, les directions de la singularité n'étant pas parallèles mais convergeant vers elle. »**

L'intensité des contraintes correspondantes dépend du rayon de l'horizon, proportionnel à la masse du trou noir. Un trou noir énorme a un horizon si aplati que ces contraintes peuvent être imperceptibles *avant d'atteindre l'horizon* ; car une fois ce dernier franchi, les contraintes augmentent inéluctablement à l'approche de la singularité. Qu'il soit très grand ou minuscule, l'homme sera à la fois décomposé par étirement et écrasé par aplatissement, avant d'être réduit à un point en fusionnant avec le trou noir.

Et pour finir de décrire son triste sort il sera brûlé très fort, car la température près de l'horizon d'un trou noir est extrêmement élevée, bien que, vue de loin, elle soit très basse ; voir le sous-titre *Baisse de fréquence d'un photon qui s'éloigne de l'horizon étiré* au paragraphe *Température d'un trou noir*.

2.7.6.3 Problèmes des coordonnées de Schwarzschild

- Un observateur à l'extérieur de l'horizon des événements ne peut recevoir aucune information venant de l'intérieur. Il ne peut donc attribuer une coordonnée temporelle à un point de cet espace (c'est-à-dire « préciser où est ce point »).
- Comme les coordonnées de temps et d'espace s'échangent à l'intérieur de la sphère du rayon de Schwarzschild, on ne peut pas les définir avec la même définition que des coordonnées de l'espace extérieur. Raisonner sur leurs valeurs à l'intérieur comme à l'extérieur n'a donc guère de sens.

Ce sont là des problèmes dus à la définition des coordonnées de Schwarzschild, qu'on peut surmonter en adoptant d'autres systèmes de coordonnées, les métriques de Eddington-Finkelstein [275] ou de Kruskal-Szekeres [276].

2.7.7 Thermodynamique des trous noirs

En concluant que rien, ni matière ni rayonnement, ne peut sortir de la sphère horizon d'un trou noir, la Relativité générale n'avait pas pris en compte la Mécanique quantique : nous allons voir que l'énergie absorbée par un trou noir « s'évapore ».

2.7.7.1 Les découvertes surprenantes de Stephen Hawking

Dans les années 1970, Stephen Hawking a découvert que la physique des trous noirs présentait des phénomènes susceptibles d'être vus par des observateurs lointains malgré l'horizon des événements.

Il a d'abord démontré, de manière générale, que l'aire *A* de la sphère horizon d'un trou noir ne peut qu'augmenter au cours du temps, phénomène analogue à l'entropie toujours croissante d'un système isolé. Il a donc spéculé qu'*un trou noir peut avoir une entropie proportionnelle à l'aire A* ; voir *Entropie d'un trou noir*.

La thermodynamique montre qu'un objet qui a une entropie *S* et une énergie interne *U* a une température absolue *T* telle que :

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U}, \text{ où } U = M \text{ pour un trou noir de masse } M.$$

Hawking en a déduit en 1974 qu'***un trou noir doit rayonner des photons***, exactement comme un corps noir à la température *T*, contrairement à l'affirmation de la Relativité générale que rien ne peut en sortir [277] : un trou noir s'évapore !

2.7.7.2 Un trou noir détruit-il l'information des particules absorbées ?

Paradoxe du trou noir

Ayant démontré qu'un trou noir rayonne comme un corps noir, Hawkins a naturellement supposé qu'il avait une entropie correspondant à l'énergie et l'information des particules absorbées [277]. Mais sachant que rien ne pouvait ressortir du trou noir, il a pensé :

- Que l'information descriptive d'une particule tombée dans le trou noir était perdue dans sa transformation en incréments de masse, moment cinétique et charge électrique ajoutés aux totaux existants. Cette perte est normale car cette transformation n'est pas une évolution, mais un changement d'état.
- Qu'en s'évaporant le trou noir rayonnait de l'énergie, comme un corps noir en rayonne *mais sans information*, donc que l'information absorbée était perdue à jamais, ce qui violait le *principe de conservation de l'information* ci-dessous.

  En fait, le principe de conservation de l'information s'applique aux évolutions, mais pas aux changements d'état : le paradoxe n'est qu'apparent.

Compléments : article *Black Hole Information Paradox* [233].

Principe de conservation de l'information

Résumé du *Principe de conservation de l'information d'un système fermé*.
Ce principe repose sur une certitude : les lois d'évolution de la nature sont toutes symétriques ; si à la fin d'une évolution on inverse le sens du temps avec la même loi (par conjecture mathématique, pas en réalité bien sûr) on retrouve les conditions initiales de cette évolution, même en Mécanique quantique.

Donc l'information est conservée par toutes les lois d'évolution, même si elle ne l'est pas lors des transitions d'état comme les décompositions radioactives et les décohérences, *qui ne sont pas des évolutions*. C'est une des raisons qui ont fait distinguer, dans le modèle de déterminisme de Daniel Martin, les lois d'évolution des lois d'interruption.

Objection à l'argumentation de perte d'information de Hawking
Une perte d'information correspond à une création d'entropie, qui correspond à une création d'énergie thermique. Et, d'après [106] note page 187, Banks, Peskin et Susskind ont montré que les fluctuations *quantiques* deviendraient alors *thermiques* et, presque instantanément, réchaufferaient l'Univers à des températures tellement élevées que l'hypothèse de perte d'information deviendrait absurde.

Donc même lors d'un rayonnement l'information d'un trou noir *doit* être conservée, mais il faut alors préciser *où* elle est stockée lors de l'absorption et ultérieurement. En somme il faut se donner un modèle d'absorption-réémission d'un trou noir qui décrive ces deux phénomènes comme des évolutions. Voyons cela.

2.7.7.3 Des théories contradictoires sur la perte d'informations par évaporation ?

Source : [106] pages 239-240

Nous avons vu au paragraphe *Baisse de fréquence d'un photon qui s'éloigne de l'horizon d'un trou noir* qu'il existe une couche fine extrêmement chaude au-dessus de l'horizon des événements, l'horizon étiré, vue comme une membrane par un observateur lointain [284]. De temps en temps une fluctuation quantique en éjecte un atome dans l'espace.

Compte tenu de la Relativité générale, voici ce qui peut arriver à l'information correspondant à la matière éjectée (qui avait été absorbée par le trou noir) :

- *Pour un observateur situé à l'extérieur du trou noir*
  L'horizon étiré est une couche chaude d'atomes qui absorbe, mélange et finit par émettre à très long terme (sous forme de rayonnement de Hawking) chaque bit d'information tombé dans le trou noir.
- *Pour un observateur en chute libre*
  L'horizon des événements se présente comme un espace totalement vide, qui n'a rien de remarquable ; il n'y a pas d'horizon étiré à haute température. L'observateur peut franchir l'horizon des événements sans s'en apercevoir ; il ne se trouvera en présence d'un environnement destructeur (étirement longitudinal et compression latérale) que plus tard, en approchant de la singularité. En attendant il emporte dans sa chute l'information qui le décrit.

Les deux processus sont possibles, voici pourquoi ils ne se contredisent pas.
La première observation est faite de l'extérieur de l'horizon des événements du trou noir, alors que la seconde est faite de l'intérieur de cet horizon d'où aucune matière ou information ne peut nous parvenir. Ces observations sont effectuées dans des circonstances différentes : on ne peut les comparer et juger qu'elles se contredisent, car aucun observateur ne peut se trouver en même temps à l'intérieur et à l'extérieur de l'horizon des événements.

Principe de complémentarité d'un trou noir
Puisque ces processus (apparemment contradictoires) sont tous deux possibles, mais dans des circonstances différentes, ils sont complémentaires ; on parle à leur propos de *Principe de complémentarité d'un trou noir*.

Conditions d'observation de détails extrêmement petits

- Avec une lumière de longueur d'onde λ on ne peut observer que des détails plus grands que λ ; c'est un problème bien connu des utilisateurs de microscopes, qui utilisent au besoin des lumières de courte longueur d'onde comme les rayons ultraviolets ou X pour voir des détails minuscules.
- L'énergie d'un photon de longueur d'onde λ est $E = \frac{hc}{\lambda}$. Si on diminue sa longueur d'onde pour voir plus petit on augmente son énergie, qui perturbe alors l'objet à voir : un photon d'énergie suffisante peut, par exemple, ioniser un atome ou dévier fortement un électron.

2.7.7.4 Information stockée sur l'Horizon des événements d'un trou noir

Sources : [122], [106], [284], [129] et [130]

Puisqu'un trou noir a une entropie, il stocke de l'information possible ou cachée ; on ne sait pas quelle information, ce qu'elle décrit. Mais puisque l'entropie est proportionnelle à l'aire *A* de la sphère horizon, on peut supposer que l'information arrivée est stockée sur cette sphère, et que la quantité d'information est égale à *A*. Voyons ce qui justifie ces spéculations hardies.

Longueur d'onde d'un photon dont l'absorption apporterait 1 bit d'information
Jacob Bekenstein a imaginé un moyen pour ajouter à un trou noir le minimum possible d'information : un bit d'existence signifiant 1=existe, 0=n'existe pas. Il a cherché les caractéristiques d'un photon qui apporterait cette quantité exacte d'information en étant absorbé par le trou noir.

En supposant que plus un trou noir absorbe d'énergie plus il absorbe d'information, un tel photon devrait avoir l'énergie la plus faible possible. L'énergie d'un photon $h\nu$ étant proportionnelle à sa fréquence ν, sa longueur d'onde devrait donc être la plus longue possible. Puisqu'une longueur d'onde supérieure au rayon de l'horizon des événements y ferait rebondir le photon sur l'horizon, Bekenstein a pensé que la longueur d'onde maximum devait être égale au rayon de l'horizon $r_s = 2GM/c^2$.

Or un photon de cette longueur d'onde a une énergie hc/r_s et son absorption augmente l'aire *A* d'une unité d'aire de Planck (définie au paragraphe *Système d'unités naturelles de Planck*). On remarque que cette augmentation est indépendante de la masse du trou noir, donc du rayon et de l'aire de son horizon : c'est donc une *loi de la physique* :

> **« L'ajout d'un bit d'information à un trou noir augmente l'aire de son horizon d'une unité d'aire de Planck. »**

Donc :

> **« L'entropie d'un trou noir, mesurée en bits, est proportionnelle à l'aire de son horizon mesurée en unités de Planck. »**

Et en allant à l'essentiel, quitte à utiliser une métaphore :

> **« La quantité d'information d'un trou noir est égale à son aire d'horizon. »**

Stockage physique de l'information d'un trou noir : principe holographique

Lire plus bas le paragraphe *Principe de conservation de l'information d'un système fermé* et ses sous-titres.

L'information absorbée par un trou noir est stockée sous forme de bits dans l'horizon étiré proche de l'horizon des événements. Dans cet horizon, chaque bit d'information correspond à un élément de volume grand comme une longueur de Planck : voir *Principe holographique*.

Compte tenu des conditions énoncées dans le paragraphe *Des théories contradictoires sur la perte d'informations par évaporation ?* il est impossible de prouver que le *Principe de complémentarité d'un trou noir* conduit à une contradiction observable : il faudrait recourir à des affirmations sur la physique au-delà de l'échelle de Planck, où la petitesse des détails exige des photons d'une énergie trop grande pour ne pas perturber l'observation.

2.7.7.5 Les particules d'énergie négative à l'infini

Nous avons vu, au paragraphe *Energie et quantité de mouvement relativistes, et leur conservation*, qu'à l'infini les particules de masse non nulle peuvent avoir une énergie relativiste par unité de masse *e négative* à l'intérieur de la sphère horizon :

$$e = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\frac{dt}{dr} < 0 \text{ si } r < 2GM$$

Dans la sphère horizon d'un trou noir (lorsque $r<2GM$), la coordonnée t est une coordonnée spatiale : dt/dr peut donc avoir un signe quelconque. Une particule d'énergie positive e à l'extérieur de la sphère horizon peut donc avoir une énergie négative à l'intérieur (où elle est tombée) parce qu'elle a cédé son énergie à une autre particule : voir ci-dessus l'exemple *Processus d'extraction d'énergie d'un trou noir de Penrose*.

Les fluctuations quantiques peuvent rayonner de l'énergie à partir d'un trou noir

Lire ici les paragraphes :

- *Fluctuations quantiques* avec ses sous-titres *Un vide plein d'énergie* et *Le vide de la physique quantique*.
- *Rayonnement du corps noir*.

Une particule générée par une fluctuation quantique a une énergie E, son antiparticule ayant une énergie négative $-E$ (exception : un photon est sa propre antiparticule) ; les deux particules se recombinent après un temps très court Δt, conformément au principe d'incertitude de Heisenberg qui veut que Δt soit de l'ordre de $\hbar/E$.

N'étant pas soumise à la contrainte d'impossibilité de sortir de la sphère horizon du trou noir, une fluctuation quantique peut produire sa paire de particules très près de la surface de cette sphère, la particule d'énergie positive apparaissant à l'extérieur de cette sphère et pouvant éventuellement s'échapper à l'infini. Cette particule emporte alors de l'énergie prélevée sur le trou noir, qui ainsi « s'évapore » parce que son énergie décroît de la valeur de la particule d'énergie négative restée dedans.

La *Théorie quantique des champs* permet de prévoir la distribution de l'énergie des particules ainsi émises par un trou noir. Pour une particule atteignant l'infini, on trouve une énergie : $E_\infty \sim \hbar/4GM$. La masse m d'une particule issue de la fluctuation doit donc être inférieure à $\hbar/4GM$ pour atteindre l'infini au lieu de retomber dans le trou noir ; c'est extrêmement peu probable, puisque pour un trou noir de masse égale à celle du Soleil $\hbar/4GM \sim 6 .10^{-47}$ kg, environ 10^{17} fois moins que la masse de l'électron : **les trous noirs ne rayonnent donc pratiquement pas de particules ayant une masse, mais seulement des photons** d'énergie voisine de $\hbar/4GM$ produits par paires lors d'une fluctuation ; de tels photons peuvent avoir une énergie arbitrairement basse.

2.7.7.6 Température d'un trou noir

Un trou noir rayonne des photons comme un corps noir ; sa température est basse

Les calculs de *Théorie quantique des champs* de Hawking montrent que le spectre des photons émis est le même que la distribution du rayonnement d'un corps noir à la température *T*. L'énergie d'un photon émis est $k_b T = h/(16\pi^2 GM)$ en unités du système RG, où *h* est la constante de Planck et k_b est la constante de Boltzmann.

Donc :

$$T = \frac{h}{16\pi^2 k_B GM} \text{ (en unités RG)} \quad \text{ou} \quad T = \frac{hc^3}{16\pi^2 k_B GM} \text{ (en unités SI)}$$

Ainsi, un trou noir de masse solaire (2 **.**10^{30} kg) a une température très basse, de l'ordre de 62 milliardièmes de degré Kelvin, extrêmement proche du zéro absolu.

« Un trou noir a une température très proche du zéro absolu. »

Quand l'ajout d'énergie fait baisser la température

Plus un trou noir est lourd, plus sa température est basse : en alourdissant un trou noir, c'est-à-dire en lui ajoutant de l'énergie, sa température baisse alors que pour un objet ordinaire elle augmenterait ! Inversement, plus un trou noir est léger, plus sa température est élevée – et même extrêmement élevée pour un trou noir minuscule (~10^{32} degrés K pour un trou noir de la masse de Planck 2.177 **.**10^{-8} kg).

« Plus un trou noir est lourd, plus sa température est basse. »

Il est remarquable qu'un trou noir stellaire est beaucoup plus froid que le rayonnement du fond diffus cosmologique (2.73°K aujourd'hui, où il a eu 13.8 milliards d'années d'expansion depuis le Big Bang pour se refroidir). Un trou noir peut donc absorber ce rayonnement, ce qui augmentera sa masse et fera donc baisser encore plus sa température.

Si un trou noir était assez petit pour que sa température soit supérieure à celle du fond diffus cosmologique, il émettrait plus d'énergie qu'il n'en reçoit, ce qui diminuerait encore plus sa masse et le ferait rayonner encore plus fort.

« Un trou noir ne peut donc jamais être en équilibre thermique stable avec un réservoir d'énergie à température constante. »

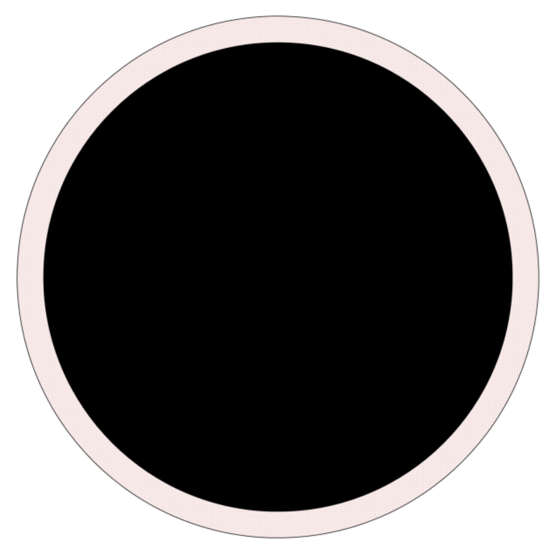
2.7.7.7 Baisse de fréquence d'un photon qui s'éloigne de « l'horizon étiré »

Source : [106] page 221

Un photon né à l'extérieur de l'horizon d'un trou noir et s'éloignant de celui-ci passe d'une région de champ gravitationnel intense à une région où il est faible. Il perd alors de l'énergie, sa longueur d'onde augmentant. C'est ainsi qu'un photon de fréquence radio (faible énergie), reçu loin de l'horizon, avait une fréquence énorme de rayon gamma (très haute énergie) près de son horizon.

« La région proche de l'horizon d'un trou noir est très chaude, puisque les photons y ont une haute énergie ; les astrophysiciens l'appellent « horizon étiré ». »

L'existence de cette couche ne contredit pas le fait que l'horizon d'un trou noir *vu de loin* paraît extrêmement froid.



Horizon étiré entourant l'Horizon des événements

2.7.7.8 L'horizon étiré stocke de l'information

Certains théoriciens, comme Leonard Susskind de Stanford, pensent que l'information descriptive de la matière et du rayonnement absorbés dans un trou noir n'arrive même pas dans le trou noir proprement dit : au voisinage de l'horizon, le temps ralentit indéfiniment et les évolutions semblent s'arrêter pour un observateur extérieur ; les informations se répartiraient alors sur l'horizon étiré, d'où elles ressortiraient au fur et à mesure de l'évaporation (décrite ci-dessous) jusqu'à l'explosion finale. D'où le principe :

> *Principe holographique de l'Univers*
> **« Il n'y a pas de perte d'information dans l'absorption de matière ou de rayonnement par un trou noir. »**

Complément *Principe holographique de la quantité d'information*.

2.7.7.9 Processus d'évaporation d'un trou noir à partir de l'horizon étiré

Rayonnement de Hawking

De temps en temps une fluctuation quantique dans l'horizon étiré en éjecte un atome vers l'espace, tandis qu'une particule d'énergie négative se forme sous l'horizon des événements et tombe dans la singularité, faisant perdre de la masse à celle-ci.

> **« Les fluctuations quantiques sont indifférentes à l'horizon des événements, exactement comme la probabilité de présence d'une particule est indifférente à de la matière ou à une barrière de potentiel. »**

Il n'y a pas, dans l'Univers actuel, de trou noir en train de s'évaporer

D'après le deuxième principe de la thermodynamique, un transfert de chaleur (c'est-à-dire d'énergie électromagnétique rayonnée) ne peut se faire que d'un corps chaud vers un corps froid. Or ce qu'il y a de plus froid dans l'Univers est le fond diffus cosmologique, rayonnement à 2.7°K, et ce rayonnement est des millions de fois plus chaud que le trou noir naturel le plus chaud (c'est-à-dire de masse minimum), qui est plus lourd que le Soleil. Au contraire, même : tous les trous noirs sont en train de grossir, donc de se refroidir encore plus.

Si l'expansion de l'Univers se poursuit au rythme prévisible, sa température baissera assez, *dans un milliard de siècles*, pour que les trous noirs puissent commencer à rayonner leur énergie ; et nous allons voir que même alors leur perte d'énergie sera extrêmement lente.

2.7.7.10 Durée de vie d'un trou noir avant évaporation explosive complète

L'énergie rayonnée par unité de temps d'un trou noir est donnée par la formule de Stefan-Boltzmann :

$$\frac{dE}{dt} = A\sigma T^4$$, où :

- A est l'aire de la surface rayonnante en m² ;
- σ est la constante de Stefan-Boltzmann ;
- T est la température absolue en degrés K.

« Au fur et à mesure que le trou noir émet de l'énergie sa masse diminue, ce qui augmente sa température et accélère le rayonnement. On démontre qu'un trou noir de masse *M*, isolé dans le vide au zéro absolu, a ainsi une durée de vie de :

$$\tau_{vie} = 2.095 \,.10^{67} \text{ ans x } \left(\frac{M}{M_{soleil}}\right)^3$$

- Un trou noir de masse solaire survivrait donc pendant un temps d'environ 2 .10^{67} ans après que la température de l'Univers soit descendue sous les 60nK (nanokelvins de 10^{-9}°K), la température de l'Univers baissant continuellement du fait de l'expansion.
- Un trou noir de 1 kg (si on savait en fabriquer un, ou s'il résultait de l'évaporation d'un trou noir plus gros) ne survivrait que 0.083 seconde avant de s'évaporer en libérant une énergie comparable à celle d'une grosse bombe thermonucléaire.

  « La fin de l'évaporation d'un trou noir est donc toujours explosive, quelle qu'ait été sa masse initiale. »

2.7.7.11 Entropie d'un trou noir

Puisqu'un trou noir rayonne de l'énergie selon la même loi que celle d'un corps noir, on peut supposer qu'il a, comme lui, une entropie thermodynamique *S*.
Or cette entropie est reliée à la température absolue par la relation :

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U}$$ où *U* est l'énergie interne de l'objet.

Dans le cas d'un trou noir de masse *M*, $U = M$ et $1/T = 8\pi k_B GM/\hbar$. En intégrant cette expression par rapport à *M* et en supposant nulle l'entropie d'un trou noir de masse nulle, on trouve en unités RG :

$$S = \frac{k_B A}{4G\hbar}$$

où $A = 4\pi(2GM)^2$ est l'aire de l'horizon du trou noir en système RG.

On voit que l'entropie d'un trou noir est proportionnelle à l'aire de sa sphère horizon, elle-même proportionnelle au carré du rayon de Schwarzschild, qui est proportionnel à la masse du trou noir ; donc :

« L'entropie d'un trou noir est proportionnelle à l'aire de sa sphère horizon. »

« L'entropie d'un trou noir est proportionnelle au carré de sa masse. »

L'entropie de deux trous noirs séparés de même masse *M* est la somme de leurs entropies, c'est-à-dire $2 \text{ x } 4\pi(2GM)^2 = 32\pi(GM)^2$. Si ces trous noirs fusionnent, créant un trou noir de masse *2M*, l'entropie de celui-ci est $4\pi(4GM)^2 = 64\pi(GM)^2$: la *fusion a doublé l'entropie totale*, le désordre du système $S = k_B lnW$ a augmenté et son nombre de configurations (états) possibles *W* a lui-même augmenté ; mais *la température du trou noir fusionné est plus basse que celle des deux trous noirs initiaux*.

Perte de masse à la formation d'un trou noir

Lire d'abord le paragraphe *Energie négative en physique*.

La formation d'un trou noir ressemble à celle d'une planète : l'attraction gravitationnelle rassemble de la matière. L'énergie potentielle des fragments assemblés est transformée en énergie cinétique, qui se transforme à son tour en rayonnement thermique. Cette énergie est prise sur la masse totale des fragments assemblés, qui diminue : la masse finale ajoutée au trou noir est inférieure à la masse totale des fragments avant absorption.

Bilan informationnel de la formation d'un trou noir

La matière absorbée est partiellement transformée en rayonnement et l'information correspondante est présente dans ce rayonnement : elle n'est donc pas perdue.

On peut admettre que le reste de la matière est absorbé (dans le vide de l'espace) de manière adiabatique (voir en annexe le sous-titre *Transformation adiabatique d'un système*), donc à entropie constante. Il n'y a donc pas de perte d'information là non plus. Le *Paradoxe du trou noir* n'existe donc pas.

« L'information descriptive de la masse-énergie absorbée par un trou noir n'est pas perdue. »

2.7.7.11.1 Entropie d'un trou noir *en rotation*

Nous avons vu au paragraphe *Entropie d'un trou noir* que l'entropie *S* d'un trou noir est proportionnelle à l'aire de sa sphère horizon :

$$S = \frac{k_B A}{4G\hbar}$$

où $A = 4\pi(2GM)^2$ est l'aire de l'horizon des événements en système RG.

L'aire de l'horizon et l'entropie d'un trou noir ne peuvent que croître

Pour un trou noir en rotation, l'aire de l'horizon des événements est $A = 4\pi(2GM)^2$.

Donc puisqu'aucune absorption de particule ne peut réduire la masse d'un trou noir en rotation, rien ne peut réduire l'aire de son horizon des événements ou son entropie.

« L'aire et l'entropie d'un trou noir ne peuvent que croître avec le temps. »

Tout se passe là comme si l'évolution des trous noirs était soumise à la 2ème loi de la thermodynamique.

2.7.7.12 Explosions cataclysmiques causées par un trou noir

Source : [297]. Lire d'abord cette source, puis *Disque d'accrétion – Quasar*.

Un quasar ne rayonne pas son énorme énergie avec une puissance continue. De temps en temps, un afflux de matière est transformé en rayonnement par une explosion énorme, qui laisse à sa place un « trou de matière-énergie » dont la limite est visible sur une photo en rayons X.

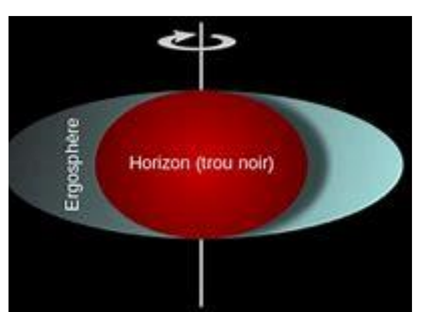
Cette explosion perturbe l'espace-temps sous forme d'une onde gravitationnelle, qui comprime et dilate le gaz de galaxies de l'espace comme une onde sonore comprime et dilate l'air dans lequel elle se propage. Nous savons aujourd'hui détecter les perturbations de ce type et situer approximativement leur source.

2.7.8 Ergorégion d'un trou noir

Nous avons vu qu'en fin de vie, une étoile dont l'explosion ultime crée un noyau résiduel de plus de 3 masses solaires s'effondre sur elle-même sans limite, devenant un point géométrique appelé *trou noir* (ou *singularité* en langage de spécialistes). Dans cet état, elle a conservé sa masse, son moment cinétique et sa charge électrique, et elle impose à l'espace-temps environnant une déformation si importante qu'aucun objet matériel ou rayonnement ne peut s'en échapper au-delà d'une limite appelée *horizon du trou noir*.

Le moment cinétique impose une torsion de la partie de l'espace-temps autour du trou noir appelée *ergosphère*, car la rotation de celui-ci l'entraîne par effet Lense-Thirring. Selon [41], article *Mathematics and Physical Sciences/General Relativity*, cet effet prévu par la Relativité générale prédit que le temps d'un objet en rotation autour d'une masse elle-même en rotation varie selon que les deux rotations sont on non dans le même sens.

Voir le paragraphe *Gravitoélectromagnétisme*.



Espace de Kerr : horizon et ergosphère d'un trou noir en rotation
© Microsoft Bing Creative Commons

Un trou noir n'émet donc pas de lumière, et n'en renvoie pas non plus : il est donc invisible, d'où son nom. Mais l'attraction gravitationnelle due à sa masse agit et attire la matière proche, qui tombe vers

son horizon en formant une spirale appelée *disque d'accrétion* où les particules qui s'entrechoquent sont lumineuses : c'est cette matière tombante que l'on voit.

Formation de trou noir par fusion des étoiles d'un système d'étoiles lourdes

Un trou noir peut aussi se former lorsqu'un système binaire a des étoiles lourdes (par exemple des étoiles à neutrons) qui tournent l'une autour de l'autre en se rapprochant de plus en plus. Au bout d'un certain temps ces étoiles vont se rencontrer et fusionner, additionnant leurs masses en un même trou noir. [278]

Que les trous noirs se forment ainsi ou par effondrement d'une étoile massive, on estime que notre galaxie en compte plusieurs dizaines de millions sur une ou deux centaines de milliards d'étoiles.

Formation à partir d'une région de très forte densité

La condition physique de formation d'un trou noir n'est pas l'existence d'une masse minimum, mais celle d'une densité minimum. Celle-ci provient bien d'une certaine masse, mais elle peut aussi résulter de la compression de cette masse par une forte onde de pression : il y a probablement eu, peu après le Big Bang, des formations de trous noirs à partir d'un volume réduit de matière à densité colossale.

Voir aussi : *Le trou noir le plus colossal* [279].

2.7.8.1 Surface de décalage infini de la lumière vers le rouge

Sur la surface de décalage infini de la lumière vers le rouge la composante g_{tt} de tenseur de Schwarzschild étant nulle :

- Toute horloge au repos sur cette surface mesure un temps propre nul par rapport à une horloge située à l'infini : *le temps s'est arrêté*.

  « Pour un observateur à l'extérieur de la surface de décalage infini de la lumière vers le rouge d'un trou noir le temps d'un point de cette surface ne s'écoule pas. »

- Tout photon sur cette surface sortant radialement du trou noir ($d\theta = d\varphi = 0$) y est immobile ($dr = 0$) : *il ne peut en sortir*, donc aucune image non plus.

- Pour un observateur immobile à l'infini, plus un objet est près de cette surface ($dr \to 0$), plus le temps mesuré Δt entre deux événements de cet objet séparés par un temps propre $d\tau$ donné tend vers l'infini. La longueur d'onde de chaque couleur lumineuse grandit indéfiniment, décalant cette couleur vers le rouge. C'est pourquoi on appelle cette surface « surface de décalage infini vers le rouge ».

  > **« Il n'y a pas que les longueurs d'onde qui grandissent au voisinage de l'horizon des événements d'un trou noir : c'est l'écoulement du temps lui-même qui ralentit, parce que la dimension "temps" du continuum espace-temps grandit démesurément ; une horloge ralentit, les vibrations thermiques des atomes ralentissent, ainsi que les échanges métaboliques et rythmes de la vie ; pour un observateur éloigné tout va beaucoup moins vite. Mais un observateur sur l'horizon ne s'aperçoit d'aucune différence : la relativité, c'est ça. »**

Comment un objet tombe dans un trou noir – Effets du décalage

Un observateur à l'infini qui voit un objet, proche de l'horizon des événements, tomber dans le trou noir, voit les instants successifs de son image défiler de moins en moins vite puis se figer ; il voit cette image devenir de plus en plus rouge (une lumière bleue devenant successivement jaune, puis rouge, puis infrarouge, puis peut-être une onde radio…) jusqu'à être invisible. Il semble à cet observateur que l'objet mettra un temps infini à franchir l'horizon des événements tout en changeant de couleur. Le trou noir lui-même est *noir* bien sûr, car aucune lumière n'en franchit l'horizon que l'on voit.

Inversement, un observateur près de l'horizon des événements d'un trou noir qui regarde vivre une personne assez loin (mettons avec un télescope) la voit s'agiter à un rythme d'enfer, les aiguilles de l'horloge qui l'accompagne tournant à toute vitesse. Le temps de cette personne passant beaucoup plus vite, les images que nous en recevons sont décalées vers le bleu, voir l'ultraviolet.

Voir aussi [280] : Un trou noir en tant que machine à voyager dans le futur.

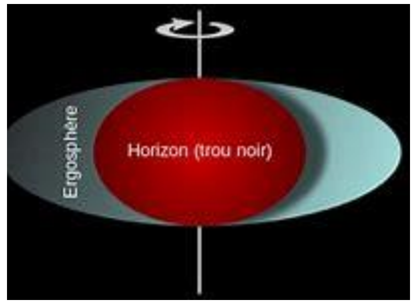
Un homme dont la chute franchirait l'horizon des événements, par contre, ne ressentirait de ce fait aucun changement de vitesse d'écoulement du temps, aucun changement de couleur ; voir les détails dans *Contraintes de déformation d'un objet approchant d'un trou noir*.

Conclusion
« Deux observateurs, situés à des endroits différents par rapport à la surface de décalage infini de la lumière vers le rouge ou l'horizon des événements, perçoivent de manière très différente les mêmes phénomènes ou les mêmes événements. »

Surface de décalage infini vers le rouge – Ergorégion (ergosphère)

Lire d'abord ici *Métrique de Kerr*.

Dans l'espace de Kerr, la surface de décalage infini de la lumière vers le rouge (définie comme le lieu géométrique des coordonnées $g_{tt} = 0$) *entoure* l'horizon des événements. La région comprise entre ces deux surfaces est appelée « ergorégion » ou « ergosphère ».



Espace de Kerr : horizon et ergosphère d'un trou noir en rotation
(copyright Microsoft Bing CC)

Les objets venant de l'infini peuvent traverser la surface de décalage infini de la lumière vers le rouge pour éventuellement retourner ensuite à l'infini, sans traverser l'horizon des événements ; le fait d'entrer dans la surface de décalage n'implique pas l'obligation de tomber dans le trou noir.

Le calcul des coordonnées *r* telles que $g_{tt} = 0$ a deux surfaces solutions et non une tant que $a < GM$:

$$r = GM \pm \sqrt{(GM)^2 - a^2 cos^2\theta}$$

La solution intérieure $r = GM - \sqrt{(GM)^2 - a^2 cos^2\theta}$ est complètement contenue dans l'horizon des événements et *n'a donc pas de lien physique possible avec l'extérieur du trou noir de Kerr* ; ignorons-la désormais pour n'étudier que la solution extérieure

$$r_e = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2 cos^2\theta}$$

Cette surface a des coordonnées comprises entre un rayon $r = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ aux pôles et un rayon $r = 2GM$ à l'équateur.

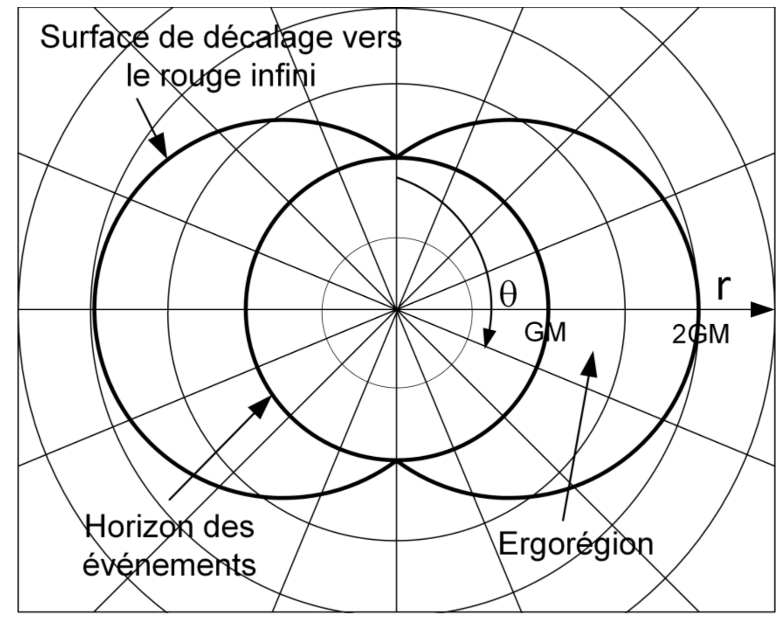


Diagramme polaire (r, θ) tracé pour un trou noir de Kerr extrême (a = GM) vu en coupe
La coordonnée r de l'horizon des événements est r = GM.
La coordonnée r équatoriale de la surface de décalage vers le rouge est r = 2GM

Surface externe de l'ergorégion

La surface externe de l'ergorégion est la surface de décalage infini vers le rouge.
Seuls les photons peuvent être au repos sur cette surface,

> (appelée limite de « staticité » par [122] page 441, terme qui n'existe pas en français selon [3], mais néologisme facile à comprendre)

les particules massives y ayant une vitesse angulaire Ω comprise dans l'intervalle

$$0 < \Omega < \Omega_{max} = \frac{4GMa}{r_e^3 + a^2 r_e + 2GMa^2}, \qquad \text{où } r_e = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2 cos^2\theta}$$

Intérieur de l'ergorégion

C'est le volume entre la surface de décalage infini vers le rouge et la plus externe des deux surfaces :
l'horizon des événements $r = GM$ et $r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$
(à choisir selon la valeur de a par rapport à GM).

Les particules massives qui s'y trouvent doivent tourner dans le même sens que le trou noir, et aucune ne peut y être immobile ; un vaisseau spatial théorique ne pourrait y garder une distance r constante quelle que soit la puissance de ses moteurs : il pourrait soit s'éloigner, soit de rapprocher du trou noir; et s'il a atteint l'horizon des événements, il ne peut que tomber encore.

Il ne peut donc pas y avoir d'observateur stationnaire dans l'ergorégion.

Energie des diverses trajectoires des particules par rapport à l'ergorégion

L'énergie par unité de masse à l'infini d'une particule libre est :

$$e = -g_{tt}\frac{dt}{d\tau} - g_{t\phi}\frac{d\phi}{d\tau} \qquad \text{(ENEL)}$$

- Toute particule libre dont une partie de la trajectoire passe hors de l'ergosphère doit avoir une énergie e positive ;
- Seules les particules dont les trajectoires sont intégralement contenues dans l'ergorégion peuvent avoir une énergie e négative.

Horizon des événements d'un trou noir en rotation

Cette surface a un rayon $r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ (c'est-à-dire GM sur le diagramme ci-dessus où on a supposé $a = GM$).

> Noter la différence de r_+ avec le rayon de Schwarzschild $r = 2GM$: elle est due à la rotation du trou noir. Mais comme dans la métrique de Schwarzschild, la coordonnée r est la vraie

coordonnée temporelle dans la métrique de Kerr à l'intérieur de l'horizon des événements, et le futur inéluctable est aussi $r \to 0$, c'est-à-dire la disparition dans le trou noir.

Tout ce qui se passe à l'intérieur de cette surface d'horizon est inaccessible pour des observateurs extérieurs et rien ne peut en ressortir.

2.7.8.2 Ralentissement gravitationnel des horloges

L'horizon des événements d'un trou noir n'est pas le seul endroit de l'espace où le temps ralentit par rapport à celui d'un observateur à l'infini : tout point où une masse fait sentir son effet gravitationnel est soumis à ce phénomène. C'est le cas à la surface d'une grosse planète comme Jupiter, par exemple, et même (dans une moindre mesure) de la Terre.

« Pour un observateur lointain le temps passe moins vite sur la Terre. »

« Pour un observateur terrestre le temps passe plus vite dans l'espace lointain. »

2.7.8.3 Evaporation des trous noirs (rayonnement de Hawking)

Un trou noir est indestructible : aucun phénomène physique ne peut le fractionner, le réduire ou l'annihiler. Rien ne permet de s'en débarrasser. Impossible de récupérer la matière-énergie qu'il contient.

Lire ici le paragraphe *Etats corrélés*.

Une évaporation est possible par fluctuation quantique

Mais le phénomène des *fluctuations quantiques* peut faire naître des paires corrélées particule-antiparticule (ou photon + photon) près de l'horizon des événements du trou noir, une particule de la paire apparaissant de chaque côté de cet horizon. Il se peut, alors, que la particule externe d'énergie positive s'éloigne du trou noir tandis que la particule interne d'énergie négative y retombe ; dans ce cas-là, cette particule externe devient réelle et le trou noir perd de la masse : on dit qu'il *s'évapore par rayonnement de Hawking*, son horizon rétrécissant progressivement et sa température augmentant.

Les calculs montrent que cette évaporation (très lente parce que la durée de vie d'un trou noir de taille moyenne est de l'ordre de 10^{64} années) est d'autant plus rapide que le trou noir est petit ; ils montent aussi qu'à la fin le trou noir disparaît en explosant : pendant son dernier dixième de seconde, il émettrait environ 10^{23} joules, explosion équivalente à celle d'un million de bombes atomiques de 1 mégatonne [281].

D'après [1p], « un trou noir de 1 tonne doit s'évaporer en 1 dix milliardième de seconde, un trou noir de 1 million de tonnes subsiste 3 ans et un trou noir qui pourrait vivre plus de 14 milliards d'années doit avoir au minimum 1 milliard de tonnes. Un tel mini-trou noir équivaut à la masse d'un astéroïde de quelques kilomètres concentrée dans le volume d'un seul proton. »

« Un trou noir s'évapore lentement par fluctuations quantiques. »

2.7.9 De l'existence des trous noirs à celle d'un Big Bang

La théorie de l'évaporation des trous noirs, formulée par Stephen Hawking en 1974 [281], applique des calculs de *Théorie quantique des champs* au phénomène gravitationnel des trous noirs de la Relativité générale pour des trous noirs à l'échelle atomique.

Dans sa thèse de doctorat, en 1966, Stephen Hawking a montré, en remontant la chaîne de causalité de l'Univers, que l'espace-temps devait être né de l'explosion d'une singularité comme un trou noir : c'était l'idée du Big Bang, proposée par George Gamow et ses collègues à partir de 1946 [262].

2.7.10 Quantité d'informations d'un trou noir

Voici un résumé de ce que nous avons vu sur l'information stockée par un trou noir.

2.7.10.1 Un trou noir « n'a pas de cheveux »

Un trou noir détruit de l'information par sommation

Au fur et à mesure qu'un trou noir absorbe de la matière ou du rayonnement sa masse (en fait : sa masse-énergie) augmente. Si la matière absorbée avait une charge électrique, celle-ci se retrouve dans le trou noir ; même remarque pour un éventuel moment cinétique.

Les 3 totaux descriptifs d'un trou noir

A tout moment, un trou noir est caractérisé par 3 totaux représentant ce qu'il a absorbé : une masse, une charge électrique et un moment cinétique. A première vue, donc, quelle que soit la forme de l'information concernant ce qui a été absorbé cette information est perdue dans les trois sommations.

Vu de l'extérieur de son horizon, seul caractère visible, un trou noir se présente comme une sphère parfaitement noire, n'émettant et ne renvoyant aucune lumière. La surface lisse de l'horizon a fait comparer celui-ci à un crâne rasé. Le fait qu'on ne puisse connaître d'autre détails du trou noir que sa masse, son moment cinétique et sa charge a suggéré à John Wheeler la phrase :

« Un trou noir n'a pas de cheveux ».

2.7.10.2 Un trou noir a pourtant de l'information !

La conclusion précédente : « un trou noir n'a que 3 informations : masse, charge électrique et moment cinétique » contredit deux faits signalés précédemment :

- *Un trou noir a de l'entropie* ;
- Un trou noir a un horizon étiré qui stocke de l'information.

De cette contradiction est née une « guerre des savants » exposée dans [106], guerre qui l'a résolue et a imposé le *Principe holographique de l'Univers* [282], en même temps que la découverte de la température des trous noirs, qui les fait rayonner de l'énergie et finalement les détruit [283]. Ce principe est décrit au paragraphe *L'horizon étiré stocke de l'information*.

L'existence du rayonnement de Hawking montre qu'un trou noir a une température et de l'entropie, et qu'il rayonne comme un corps noir. Il contient donc une quantité d'informations, et pas seulement les trois données qui viennent naturellement à l'esprit : la masse, le moment cinétique et la charge électrique ; cette quantité d'informations (son entropie) est proportionnelle à l'aire de l'horizon du trou noir, et non à son volume.

La proportionnalité des informations à l'aire de l'horizon d'un trou noir suggère que l'information de l'Univers (dont une partie a été concentrée dans chaque trou noir) a une structure holographique, de même qu'un hologramme peut stocker sur une surface photographique plane l'information tridimensionnelle de son objet.

Voir [129] et [127].

2.8 L'univers infiniment grand a une masse infinie

Sources : [203-1] et [203-2]

L'Univers est plat, donc infini

Nous verrons plus bas que la Relativité générale prévoit 3 géométries possibles de l'Univers compatibles avec son évolution : selon la valeur du rapport de densités Ω, l'espace peut être sphérique, hyperbolique ou plat (euclidien).

- Si l'espace est sphérique à grande échelle, sa sphère ne peut être qu'immense pour expliquer qu'à l'échelle de notre Univers observable il est plat. On peut donc le considérer comme plat (euclidien) avec une approximation acceptable.
- Si l'espace est hyperbolique à grande échelle, il a une propriété de répétition au moins dans une certaine direction : un déplacement rectiligne toujours dans cette direction finit par revenir au même point. En regardant très loin dans deux directions opposées, par exemple le fond diffus cosmologique à la limite de l'Univers observable, on devrait voir les mêmes images. Or il n'en est rien : notre Univers n'est donc pas hyperbolique.

En pratique, donc, *notre Univers est plat* : Ω=1. Nous savons aussi que s'il était de dimension finie on n'observerait, dans le fond diffus cosmologique, que des ondulations de température (donc de densité d'énergie) de fréquences bien définies. Comme on n'observe aucune régularité de cette espèce, nous devons admettre - au moins en première approximation - que l'Univers existe au-delà de sa sphère observable et qu'il est aussi *infiniment grand*.

S'il est vraiment infiniment grand, l'Univers a aussi un âge infini, car il n'a pu devenir infiniment étendu en un temps fini : *il a donc toujours existé*. Cette conclusion est conforme aux hypothèses d'Einstein pour l'espace-temps de la Relativité générale ; et elle ne contredit pas le fait que l'âge de l'Univers *observable* est de 13.8 milliards d'années, correspondant à un rayon effectif de 47 milliards d'années-lumière : cela n'exclut pas l'existence de régions extérieures. Mais cette théorie n'est qu'une approximation, rappelons-le.

« L'Univers est sans doute plat, infiniment grand et infiniment âgé. »

Comment l'Univers infiniment grand peut-il être en expansion ?

Quand on parle d'expansion de l'Univers, on parle de la croissance des distances entre galaxies lointaines : l'Univers infini a été, est et restera infini. En outre, les distances dans une galaxie et entre galaxies proches, appartenant à un même amas, sont bien plus affectées par le rapprochement gravitationnel que par l'expansion, *qui n'est sensible qu'à très grande échelle*.

L'univers contient une masse-énergie infinie

A très grande échelle, mettons au-delà de 200 millions d'années-lumière, la densité de masse-énergie observée dans l'Univers est constante : sa répartition est uniforme, à toutes les distances et dans toutes les directions ; on doit donc postuler qu'elle est la même, aussi, au-delà de notre Univers observable, donc que *la quantité de masse-énergie contenue dans l'Univers infini est infinie*.

> **« A très grande échelle la densité de l'Univers est constante : aucun endroit n'est privilégié. »**
>
> **« La masse-énergie de l'Univers infini est infinie. »**

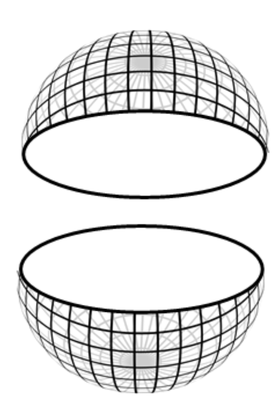
2.9 Géométrie de l'espace-temps d'Einstein : 3-sphère

Sources : [272-4] pages 88-89 et [305]

Einstein voyait l'espace-temps de l'Univers comme à la fois sans bornes et fini. Or la Terre a une surface sans bornes et finie : si un avion fait le tour de l'équateur vers l'Est il reviendra au point de départ par l'Ouest. Il faut donc trouver une surface analogue pour l'espace-temps, surface qui entoure son hyper-volume à 4 dimensions. Les mathématiciens de Göttingen, en Allemagne, sous la direction de David Hilbert, l'ont aidé à choisir une telle surface en s'appuyant sur les travaux de Riemann de 1866 sur les géométries non-euclidiennes ; ils avaient la chance de tous parler allemand et de disposer du travail de référence de Riemann également écrit en allemand.

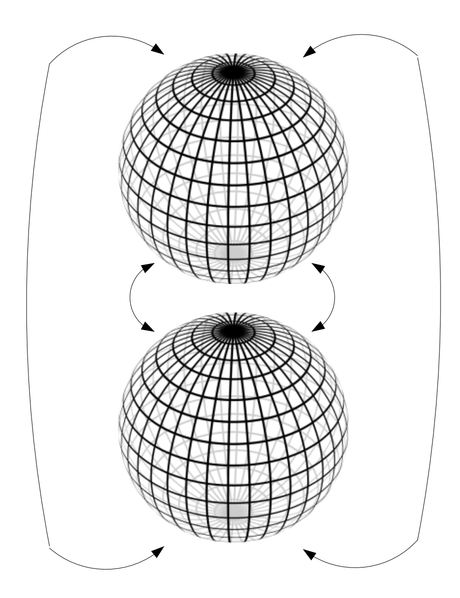
Pour se représenter la géométrie d'une surface sans bornes entourant le volume d'un espace-temps à 4 dimensions procédons en deux étapes.

1. Pour entourer le volume de la sphère terrestre à 3 dimensions on peut imaginer deux surfaces hémisphériques (figure ci-dessous).



Ces deux demi-sphères, posées l'une contre l'autre en faisant coïncider leurs plans équatoriaux, entourent un volume sphérique.

2. Pour entourer un volume d'hyper-espace à 4 dimensions on prend deux hyper-surfaces à 3 dimensions (appelées 3-sphères) et on en fait coïncider les "bords" (figure ci-dessous). Notre esprit ne peut se représenter cette opération dans son espace à 4 dimensions, mais elle est mathématiquement valable.



Cette géométrie a été proposée par Einstein en 1917, après publication de sa Relativité générale en 1915. Elle a permis toutes les découvertes qui ont suivi : l'expansion de l'Univers, le Big Bang, etc.

2.10 Les multivers, des univers parallèles hypothétiques

Source : [203-1]
Tout le chapitre sur l'Univers exposé jusqu'à ce point est un ensemble de connaissances scientifiques avérées ; le reste de ce chapitre (*les multivers*) est conjectural : c'est une théorie plausible, pas de la connaissance scientifique. Cette théorie est soutenue par les réalistes qui répondent *non* à la question "l'Univers que nous voyons est tout ce qui existe".

2.10.1 Les multivers de niveau 1

Notre Univers physique de rayon 47 milliards d'années-lumière est grand par rapport à la Terre, mais pas infini. En fait, sa matière ne peut y être distribuée que d'un nombre fini de façons.

Il y a environ 10^{80} protons dans l'Univers
Plus précisément, considérons les protons qui composent l'Univers. Chacun a un rayon de 0.84 fm (1 fermi ou femtomètre = 10^{-15} m) dans des conditions habituelles. Si la température augmente énormément, atteignant ~100 millions de degrés comme au cœur des étoiles les plus chaudes, l'agitation des protons devient telle que deux protons voisins peuvent se rapprocher ; mais en aucun cas ils ne pourront violer le principe d'exclusion de Pauli, qui leur interdit d'occuper la même position ou même de s'approcher à moins d'une distance minimum. D'après [203-1] page 130, il y aurait alors, au maximum, 10^{80} protons dans l'Univers, donc 2 à la puissance 10^{80} façons différentes de les assembler ; ce nombre est colossal, mais pas infini.

Si l'Univers est bien infini, on trouvera nécessairement une infinité d'univers finis comme le nôtre, *des copies exactes du nôtre*, qui constitue une des configurations possibles ; et il y aura aussi une infinité d'univers de chaque configuration donnée.

L'ensemble de ces univers constitue, par définition, un *multivers de niveau 1*. Ils sont tous régis par les mêmes lois physiques que notre Univers. Et comme ils font partie du même Univers englobant, ils peuvent théoriquement entrer un jour en contact ; nous pourrions alors, en principe, voir à l'intérieur des plus proches… si l'expansion n'a pas trop éloigné les points de contact pour que la lumière ait le temps de nous en parvenir.

2.10.2 Les multivers de niveau 2

Nous avons vu que l'inflation de l'Univers continuera éternellement par endroits alors qu'elle s'est arrêtée dans d'autres endroits, comme dans notre amas local de galaxies.

Il est possible que la transformation de la masse-énergie à densité constante en masse-énergie à énergie totale constante ait commencé plus tard dans certaines régions, nous ne le savons pas. Ces hypothétiques régions sont séparées de la nôtre (l'Univers observable) et entre elles par des régions encore en inflation : elles constituent de multiples univers parallèles, dont l'ensemble constitue, par définition, un *multivers de niveau 2*.

Ces univers parallèles séparés par des régions encore en inflation sont disjoints : rien ne peut passer de l'un à l'autre, le temps s'écoulant trop vite dans les régions en inflation qui les séparent. Si cette hypothèse de Big Bangs distincts est vérifiée, l'Univers minuscule du début a aujourd'hui une structure arborescente, avec des « branches » en inflation terminées par des « feuilles » en expansion.

Chacun de ces univers-feuilles, aujourd'hui en expansion et peut-être immense, a commencé comme une région minuscule que l'inflation a gonflé de manière explosive : *la nature a créé un espace infini contenant une région de masse-énergie infinie à partir d'un espace fini avec une masse finie*.

Enfin, les lois *fondamentales* de la physique (par exemple celles de la *Théorie des cordes* [128], si un jour on peut la vérifier par ses conséquences) doivent être les mêmes dans tous ces univers parallèles, mais les autres lois et les constantes peuvent être différentes.

3. Philosophies traditionnelles

3.1 Platon et l'idéalisme

But de ce chapitre

Ce chapitre sur la pensée de Platon, comme que le suivant sur celle d'Aristote, a un but modeste : fournir à un lecteur sans connaissances philosophiques l'énoncé de quelques problèmes traditionnels de la philosophie antique et quelques définitions. Le tout nous sera utile pour les considérations métaphysiques au cœur de ce livre.

3.1.1 La philosophie d'Héraclite

Il y avait, au VIe siècle avant J.-C., un philosophe du nom d'Héraclite qui enseignait que tous les êtres de l'Univers ont une unité due à une matière fondamentale : le feu. Cette unité existait, selon lui, bien que tout change constamment, que l'homme s'en aperçoive ou non.

Héraclite illustrait ce changement incessant par une analogie entre la vie et une rivière : « On ne se baigne jamais deux fois dans la même eau ». Il voulait dire par là que chaque nouvel instant apporte des circonstances nouvelles, que le passé ne revient jamais, que toute situation est en évolution perpétuelle, qu'aucun être n'est stable.

3.1.2 Platon a été influencé par Héraclite

Un siècle après Héraclite, Platon a retenu de sa philosophie que tout change tout le temps, quelles que soient nos perceptions des *phénomènes*.

Phénomène

Ce substantif a deux sens :

- *1er sens (scientifique)* : fait objectif, observé, susceptible de se reproduire.
  C'est une réalité extérieure à l'homme et perçue par lui.

  Un *type de phénomènes* est un concept, *classe* de notions dont les membres partagent les propriétés. Exemples : phénomènes de propagation de la lumière, d'attraction universelle.

  Les phénomènes physiques sont régis par des *lois déterministes* ;
  exemple : la chute d'une pierre est un phénomène de la classe des effets de la pesanteur.
- *2ème sens (philosophique)* : situation dont on prend conscience, qui peut se reproduire et faire l'objet d'une connaissance.

En langage courant, le mot phénomène désigne :

- Tantôt *une situation* (l'état d'un système à un instant donné) ;
- Tantôt *une évolution* dans le temps et/ou l'espace, tous deux observables et susceptibles de se reproduire ; exemple : le phénomène des marées.

Problème de la stabilité des définitions et descriptions d'objets et phénomènes

Platon se demandait : si tout objet change avec le temps ou l'homme qui le considère, comment décrire quelque chose de manière stable et objective (c'est-à-dire partageable avec toute autre personne) pour pouvoir atteindre la vérité ?

3.1.3 L'Idée, réponse au besoin de stabilité, est fille des mathématiques

Platon connaissait un concept parfaitement stable, éternel, absolu (c'est-à-dire ne dépendant d'aucun autre concept ou phénomène) : le *nombre* étudié par Pythagore.

Nombre

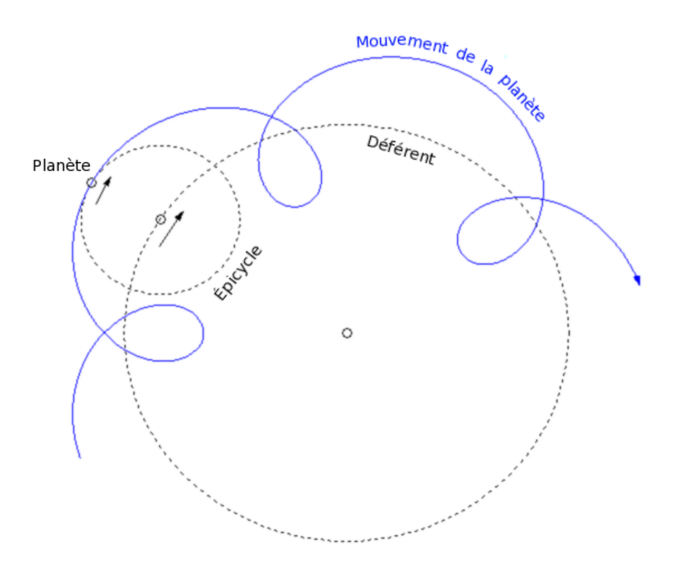
Pythagore, philosophe et mathématicien grec vivant au VIe siècle avant J.-C. en Italie, avait fondé une école et une fraternité religieuse qui enseignaient la métaphysique des nombres et une conception mathématique de la réalité des choses.

Or le concept de nombre s'applique avec les mêmes règles arithmétiques (calculs) ou logiques (comparaisons) et la même signification à des grandeurs (*nombres cardinaux*) et à des positions dans une suite ordonnée (*nombres ordinaux*). Il est parfaitement pur (indépendant de l'expérience), éternel et objectif (compréhensible de la même façon par tous les hommes).

Le concept de nombre et les opérations arithmétiques qu'ils permettent ont eu des retombées immenses dès l'Antiquité, car pour Platon et Aristote :

« Les concepts mathématiques permettent de décrire le monde. »

Ainsi, le mouvement apparent des planètes a été décrit au IIe siècle par Ptolémée d'Alexandrie dans [300]. La précision de ses calculs, de l'ordre de 1 degré d'arc, ne sera remise en cause pour être améliorée que par Tycho Brahé, 14 siècles plus tard.



Le mouvement apparent de la planète est celui d'un point du petit cercle,
qui tourne sur lui-même à vitesse constante pendant que son centre parcourt un cercle
plus grand, également à vitesse constante - © Wikimedia Commons

Ptolémée ne pouvait savoir qu'aujourd'hui, en Physique atomique où les particules sont minuscules, leur évolution ne peut être décrite qu'avec les outils mathématiques de la Mécanique quantique :

> **« Les concepts mathématiques sont *les seuls* permettant de voir les particules et de décrire leur évolution. »**

De son côté, Galilée a déduit de la possibilité de prévoir par calcul le mouvement des planètes (décrit dans l'Almageste [300]) que les mouvements des objets terrestres devaient aussi pouvoir être calculés ; et il a fondé la *Dynamique* que Newton a ensuite complétée dans ses lois.

> *Dynamique*
> Partie de la Mécanique qui étudie les relations entre les forces et les mouvements qu'elles produisent.

Séduit par le concept de nombre, Platon l'a généralisé en imaginant l'*Idée*, pour être la base d'affirmations stables et objectives permettant une pensée rigoureuse.

3.1.3.1 Idée au sens courant et au sens de Platon

1 – Sens courants du substantif *idée*

- Une idée (non commun, *i* minuscule) est un concept pur de la raison
  C'est une représentation (image mentale d'un concept) que la raison *conçoit* consciemment en tant que concept pur, par opposition aux représentations issues de perceptions de phénomènes.
  Ne pas confondre avec l'idée objective ci-dessous.
- Ce qui n'existe que dans l'esprit, dans l'imagination, par opposition à ce qui existe en fait, dans la réalité.

2 - Sens de *Idée* donné par les Grecs (Platon, etc. : *I* majuscule dans ce texte) :
C'est une *essence*, concept de la raison pure, réalité d'un domaine supérieur (parfaite), intemporelle, indépendante du monde physique et de l'homme.

> (Ne pas chercher à préciser cette *supériorité* et cette *perfection*, qualificatifs subjectifs issus d'une analogie avec le Ciel *au-dessus* de la Terre et *plus estimable* qu'elle parce qu'*incorruptible*.)
>
> *Pur*
> Par contre, l'adjectif *pur* qualifie (en philosophie) un concept indépendant de toute expérience. Selon la *Critique de la raison pure* de Kant [20] :

"…dans les connaissances *a priori*, sont appelées *pures* celles auxquelles absolument rien d'empirique n'est mêlé. Ainsi, par exemple, la proposition : « tout changement a sa cause » est-elle une proposition *a priori,* mais non point pure, étant donné que le changement est un concept qui ne peut être tiré que de l'expérience."

Remarque : aujourd'hui le mot changement peut s'appliquer à des domaines autres que l'expérience ; exemple : un changement de politique.

En somme, pour les Grecs la réalité est un produit de l'esprit humain, définition qui ne sépare guère la représentation du monde issue de ses sens de celle issue de son imagination : cette réalité est définie sans condition de validité, sans exigence de vérification. Cet idéalisme permet donc, par exemple, de croire à la réalité de dieux imaginaires au point de leur imputer un caractère sacré, de leur adresser des prières et de leur offrir des sacrifices.

(Citation de [20] page 343 note *)
"[Platon] étendait aussi, assurément, son concept [d'Idée] à des connaissances spéculatives, dès lors simplement qu'elles étaient pures et données entièrement *a priori*…"
(Fin de citation)

Une Idée est un concept intelligible et a priori.
Une Idée ne repose sur aucun préalable ; elle n'est conséquence d'aucune cause ; elle est donc *a priori.*

Intelligible (adjectif)

- En philosophie : qui est identifié et compris par l'intelligence ;
- Chez Kant : qui ne peut être représenté que par l'intelligence et auquel aucune de nos intuitions sensibles ne peut se rapporter.

Voir aussi : *Postulat d'intelligibilité*.

Une Idée ne peut être un concept de phénomène
L'Idée pourrait être un concept de phénomène si ce concept pouvait contenir toutes les informations d'une description exhaustive et parfaitement fidèle du phénomène, ce qui est impossible.

C'est parce qu'ils croyaient une telle description possible pour le Dieu créateur (et lui seul) que certains penseurs ont cru à tort que Celui qu'ils imaginaient existait réellement ; cette preuve erronée d'existence de Dieu a été qualifiée par Kant de « malheureuse preuve ontologique ».

Pour un phénomène l'idéalisme a un concept ad hoc : *l'idée objective*.

Idée objective
Une Idée (*I* majuscule) peut servir de modèle (éternel, parfait…) à un objet physique qui en serait une copie, avec sa forme distincte de sa matière : L'idée objective (*i* minuscule) est un concept métaphysique représentant *un objet réel particulier*, alors qu'habituellement un concept représente *une classe d'objets* ; c'est la chose en soi de Kant.

L'existence dans l'idée objective de la forme d'un objet implique un encombrement (l'espace qu'il occuperait), mais pas son existence physique qui est seulement possible. *Une telle idée permet donc une connaissance d'objet par concept, sans intuition* ; bien entendu, cette connaissance n'est pas factuelle comme une connaissance par intuition, elle est imaginaire.

Tout objet réel est une copie imparfaite d'une Idée
Les Idées sont, chez Platon, des *archétypes* des choses elles-mêmes, et non pas simplement des clefs pour des expériences possibles, comme le sont les catégories de Kant. Selon son opinion, elles découlent de la raison suprême (divine), à partir de quoi elles sont devenues partie intégrante de la raison humaine.

Archétype (substantif)
En philosophie c'est un principe antérieur et supérieur en perfection aux choses ou aux êtres qui en dérivent.

Synonyme : Idée au sens de Platon. Tous les platoniciens admettaient l'unité de l'archétype (modèle*)* sur lequel Dieu créa le monde.

Kant disait dans [20] page 342 : "Les Idées sont, chez Platon, des archétypes des modèles originaux des choses elles-mêmes, et non pas simplement des clefs pour des expériences possibles, comme le sont les catégories. Selon son opinion, elles découlaient de la raison suprême, à partir de quoi elles étaient devenues partie intégrante de la raison humaine…".

Une Idée peut être cause efficiente des actions humaines comme de leurs objets dans le registre moral (Kant : [20] page 344).

Voir aussi :

- En annexe : idéalisme ;
- Idée transcendantale (concept rationnel pur) ;
- Idée en tant que principe régulateur.

3.1.4 La vision du monde de Platon

Source : [28a] – Timée de Locres était un philosophe dont tout ce que nous savons vient de Platon, qui a peut-être inventé son nom pour lui attribuer ses idées du monde. Voici des citations de [28a].

"Voici ce que dit Timée de Locres.

- "Il y a deux causes de tout ce qui existe : l'intelligence, cause de tout ce qui se fait avec dessein ; la nécessité, cause de ce qui résulte forcément de la nature des corps."

  On retrouve là deux causes qu'Aristote reprendra : la cause finale (l'objectif) et la cause suffisante (celle qui entraîne la conséquence).
- "De ces deux causes, l'une a pour essence le Bien ; elle s'appelle Dieu et constitue le principe de tout ce qui est excellent. Toutes les causes secondaires qui viennent après se rapportent à la nécessité."
- "Tout ce qui existe est idée ou matière, ou phénomène sensible né de leur union."

  Il faut interpréter ici *idée* (i minuscule) comme *Idée* (I majuscule)
- "L'idée n'est ni engendrée ni mobile [susceptible de changer] ; elle est permanente, toujours de même nature, intelligible, modèle de tout ce qui ayant pris naissance est soumis au changement. […]"
- "La matière est le réceptacle de l'idée, la mère et la nourrice de l'être sensible ; c'est elle qui, recevant en elle l'empreinte de l'idée, et façonnée sur ce modèle, produit les êtres qui ont un commencement [=qui sont créés, qui n'ont pas toujours existé]."

  La matière ne produit pas les êtres, elle en est le constituant physique.
- "Timée dit encore que la matière est éternelle, mais non pas immuable [elle peut être façonnée, modifiée, mais non supprimée]. Par elle-même dépourvue de forme et de figure, il n'est pas de forme qu'elle ne reçoive ; elle devient divisible en devenant corps, et elle est de l'essence du *divers* : on l'appelle le lieu, l'espace."

  La matière (donc tout corps physique) est en un lieu, où elle occupe un certain espace.

  > *Divers*
  > Le divers est l'ensemble des informations de la forme permettant de distinguer deux objets ou phénomènes dont la matière ou la substance peuvent être semblables.
  >
  > Le divers d'une perception est transformé en représentation consciente en mémoire : il contient l'ensemble des informations de la représentation.
- "La raison veut que l'idée, la matière et Dieu, auteur du perfectionnement de toutes choses, soient antérieurs à la naissance du ciel."
- "Comme le plus ancien vaut mieux que le plus jeune, et que le régulier vaut mieux que l'irrégulier, Dieu, qui est bon, voyant la matière recevoir l'empreinte de l'idée et éprouver toute espèce de changement, mais sans règle, résolut d'y introduire l'ordre, et de remplacer des changements sans fin par des mouvements soumis à des lois, afin que les différences des êtres eussent leur harmonie, au lieu d'être abandonnées au hasard."

  Dieu refusa le désordre (=le hasard) et soumit les évolutions naturelles à des lois. Voir *Déterminisme scientifique* et *Postulat de causalité*.

- "Il composa donc ce monde de tout ce qu'il y avait de matière, et, renfermant tout en lui, il lui donna pour limites les limites mêmes de l'être ;"

  [Dieu mit toute la matière qui existe dans le monde (l'Univers), qui contient par définition tout ce qui existe.]

  "il [fit le monde] un, d'une seule et même nature [régi par les mêmes lois d'évolution, partout et dans tout ce qui existe], parfait, animé et raisonnable ; car ce qui est animé et raisonnable est meilleur que ce qui ne l'est point ;

  On voit là l'existence d'une finalité gouvernant la création et la structuration du monde : Dieu l'a voulu bon, parfait, évolutif et régi par des lois naturelles rationnelles.

- "enfin, avec un corps sphérique, parce que cette forme est la plus parfaite de toutes."

  C'est là un souci de qualité, d'harmonie et d'esthétique du Créateur.

- "C'est ainsi que, voulant produire une créature excellente, il [le Dieu *créateur*] fit ce Dieu engendré [le Dieu *acteur* pouvant intervenir dans notre quotidien] qui ne peut être détruit par une autre cause que par le Dieu qui l'a formé, si jamais ce Dieu voulait le détruire ; mais il n'est pas [dans les habitudes] d'un être bon [le Créateur] de se porter à détruire une créature parfaitement belle [l'Acteur] : le monde doit donc subsister incorruptible, indestructible et heureux."

  Ici Platon prête un sentiment au monde, le bonheur ; à moins qu'il le prête aux créatures qui y vivent…

- "De tous les êtres qui ont pris naissance il [le monde] est le plus fort, parce qu'il a été produit par la cause la plus forte, et que cette cause a imité en le formant, non pas un modèle périssable, mais l'idée et l'essence intelligible ; il en est une copie fidèle, d'une beauté accomplie, et où nulle réparation ne sera jamais nécessaire."

    (Les Grecs ne séparaient pas science, esthétique et finalité)

    Un monde fort, une cause forte : l'imagination anthropomorphique de Platon n'a pas de limite, il attribue au monde et à sa cause des qualités humaines !

- "Il est toujours complet en ce qui concerne les êtres sensibles, parce que son modèle contient tous les êtres intelligibles et n'en laisse aucun en dehors de lui, limite de l'intelligible comme ce monde l'est de ce qui tombe sous les sens."

- "Solide, tangible, visible, il est composé de terre, de feu, et des deux corps qui servent de moyens termes entre ceux-là, l'air et l'eau. Il est composé de la totalité de chacun de ces corps, qui sont en lui tout entiers, et dont aucune partie n'a été laissée hors de lui, afin que le corps de l'univers se suffise à lui-même, et ne puisse être blessé ni par les corps extérieurs à lui, parce qu'il n'y en a point, ni par ceux qu'il contient ; […]"

  La terre, le feu, l'air et l'eau : l'humanité va conserver cette liste des composants de base du monde pendant deux mille ans, jusqu'à ce que Lavoisier découvre l'élément chimique oxygène, la conservation des masses dans une réaction (« Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme") et propose le système moderne de nomenclature des éléments qui deviendra la *Classification périodique* de Mendeleev.

- "La figure et le mouvement du monde concourent à lui donner de l'harmonie :
  sa figure, parce qu'étant sphérique et semblable à elle-même dans tous les sens, elle peut renfermer en elle toutes les autres figures régulières ;
  son mouvement, parce qu'il décrit éternellement un cercle ; car il n'y a qu'une sphère qui puisse, en mouvement comme en repos, conserver la même place et ne pas la quitter pour en occuper une autre, tous les points de sa circonférence étant à la même distance du centre." […]

    Ce raisonnement nous paraîtrait aujourd'hui ridicule, mais c'est un exemple de celui des Grecs de l'Antiquité.

- "Quant à l'âme du monde, Dieu l'attacha au centre, et de là l'épandit partout et en enveloppa le monde entier. Il la composa du mélange de l'essence indivisible et de l'essence divisible qu'il combina en une seule, dans laquelle il réunit les deux forces qui sont causes des deux sortes de mouvements, le mouvement du même et le mouvement du divers ; et comme ces deux essences ne sont pas propres à s'unir entre elles, le mélange ne se fit pas facilement."

Conclusion : plutôt que de ne pas savoir, l'homme invente…

3.1.5 Comparaison de l'idéalisme de Platon avec d'autres doctrines

La doctrine métaphysique de Platon est appelée *idéalisme* ; elle s'oppose au *réalisme et au matérialisme*. Lire ici *Idéalisme*.

Voici un résumé succinct de définitions de ces doctrines philosophiques, qui est complété dans *Compléments sur l'idéalisme, le matérialisme et le réalisme*.

Idéalisme
Tendance philosophique à ramener toute existence à une abstraction (pensée par un homme ou supposée exister indépendamment de l'homme) : l'Idée abstraite, seule réalité, dont les objets du monde ne sont que des copies. Cette tendance s'oppose au *réalisme ontologique* qui admet une existence indépendante de la pensée.
Le mot idéalisme est imprécis car il a des sens multiples.

- Le mot *idéaliste* apparaît au XVII[e] siècle chez Leibniz, qui l'oppose au *matérialiste* (qui pense que la seule réalité est matérielle, les idées étant des abstractions qui n'existent que dans l'esprit humain).
- Le mot *formaliste*, utilisé aussi par Leibniz, désigne les philosophes qui, comme Platon et Aristote, voient dans la forme l'essence des choses.
- Le *platonisme*, doctrine de Platon, est un idéalisme en tant qu'il met au sommet des choses l'Idée du Bien en tant qu'idéal, introduisant ainsi une appréciation morale dans les descriptions de réalité.
- Kant appelle *idéalisme empirique* la doctrine qui croit en la réalité de l'espace extérieur à nous, mais pas en celle d'objets étendus présents en lui ; pour lui, *cette doctrine est soit douteuse et indémontrable, soit fausse et impossible, car elle ne fait pas de différence démontrable entre abstraction imaginaire et réalité.*
- Kant appelle *idéalisme transcendantal* (ou *idéalisme formel* ou *idéalisme critique*) la doctrine selon laquelle :
  - nous regardons tous les phénomènes comme de simples représentations (images mentales), et non pas comme des *choses en soi* (essences particulières représentant parfaitement un objet réel),
  - et conformément à laquelle l'espace et le temps ne sont que des formes sensibles de notre intuition, des concepts de base, pas des déterminations précises par elles-mêmes ou des conditions des objets en tant que choses en soi.

  Chose en soi
  La chose en soi d'un objet réel est un concept qui le représente dans sa nature propre, indépendamment de toute possibilité d'expérience, donc de toute condition d'existence, donc objectivement : c'est une *réalité absolue* et éternelle qui correspond à l'idée objective.
  Comparer cette définition à celle d'essence.

  En parlant de chose en soi, Kant parle d'un objet qu'il considère comme réel, il faut en être conscient. Autrement dit :

  - L'objet d'une chose en soi est elle-même, d'où le qualificatif *en soi* ;
  - La chose en soi d'un objet des sens est inconnaissable, les sens ne nous en rapportant à travers le phénomène qu'une connaissance partielle, éventuellement sujette à un défaut d'apparence.

  Une chose en soi est une idée pure. Elle ne peut donc être ni cause efficace, ni conséquence de quelque chose.
  Voir aussi *En soi*.

  Chose en soi et connaissance
  Une *chose en soi* est inconnaissable, elle est seulement intelligible. On ne peut donc pas rapporter le divers d'un phénomène ou d'une intuition directement à une *chose en soi*, il faut passer par l'entendement et éventuellement la raison. Par définition, une *chose en soi* aurait une représentation qui en serait l'image parfaite *si (étant omniscient) on pouvait en connaître toutes les informations*, mais on ne le peut pas.

Réalisme platonicien

- Doctrine d'après laquelle les Idées sont la seule réalité, les êtres sensibles ou non sensibles n'en étant que des copies, des images.
- *Réalisme ontologique*
  Doctrine qui affirme qu'il existe une réalité extérieure indépendante de l'homme, distincte de ses perceptions et de sa pensée, mais dont ces perceptions fournissent une approximation. Opposé : idéalisme.

  En tant que réaliste au sens ontologique, Aristote pensait que :
  - ✓ Le monde supérieur des Idées de Platon n'existe pas ; seul existe un monde réel contenant tous les objets que l'homme perçoit ;
  - ✓ Les propriétés (=attributs) d'un objet matériel sont propres à cet objet, et n'appartiennent à aucune Idée, aucune essence d'un monde supérieur ;
  - ✓ L'Idée-archétype parfaite et éternelle existant indépendamment d'objets réels qui en seraient des copies est pure imagination : c'est un concept inutile.

  Voir Du monde de Platon à celui d'Aristote.

3.1.6 L'allégorie de la caverne

Platon constate que l'homme ne perçoit le monde réel qu'à travers ses sens, qui sont trompeurs (illusions…). Il n'a donc pas accès à la réalité des objets et des événements, mais seulement à la *représentation* que s'en fait son esprit, c'est-à-dire une apparence.

Représentation
Le mot représentation a deux significations :

- Acte par lequel l'esprit du sujet se représente une chose (son objet, par exemple un phénomène) tel qu'elle est à un instant donné. C'est une mise en relation de l'objet avec l'ensemble de données mentales qui le représentent dans l'esprit du sujet. L'objet peut être externe à l'esprit (phénomène) ou interne (concept pur).

  L'objet qu'un sujet se représente est *présent à son esprit* (en mémoire de travail) et fait l'objet d'une intuition puis d'un entendement, et souvent d'une réflexion visant une compréhension.

- Résultat de cet acte : l'ensemble de données mentales précédent, en mémoire de travail, dont l'esprit peut prendre conscience par intuition, entendement ou raison.

  Conceptualisation
  Une représentation n'est consciente que sous forme d'un concept, dont le processus général de formation s'appelle *conceptualisation*.

  Une représentation de phénomène est définie dans le temps
  Toute représentation est à un instant donné : aucun phénomène présent à l'esprit (donc aucune représentation) ne peut exister si ce n'est à un instant donné, par définition de l'existence. Dans l'esprit, c'est le *sens interne* qui donne une impression de temps, plus exactement d'instant après un instant précédent dont on avait conscience par une représentation, c'est-à-dire un changement, une évolution.

  Approximations d'un objet à sa représentation et d'une représentation à son objet
  Une représentation d'un objet n'est pas parfaite : elle peut comprendre des informations imaginaires ou déformées, et certaines informations de l'objet peuvent en être absentes. *La représentation n'est pas l'objet, c'est notre perception de l'objet, ce que nous en retenons*.

  On ne peut donc pas reconstituer un objet à partir d'une de ses représentations ; on ne peut en appréhender qu'une approximation dont on ne connaît même pas la fidélité.

Construction de la représentation d'un objet
Il y a deux cas.

- *Objet physique*
  C'est la perception qui produit une représentation en mémoire de travail à partir d'un objet physique (phénomène). Ensuite l'intuition complète cette représentation, puis l'entendement commence à en construire la compréhension. Enfin, une réflexion en achève la connaissance et en déduit les conséquences psychologiques (impression favorable ou défavorable, espoir ou crainte, etc.).
- *L'objet est une représentation déjà présente en mémoire de travail*
  La conscience humaine peut se représenter une représentation déjà dans sa mémoire de travail :

quand je pense à une table je sais que je pense à cette table, j'en ai conscience, j'ai présente à l'esprit une représentation de moi-même en train de penser à cette table. Cette représentation de représentation correspond à une conscience de soi (faculté ou état psychique qu'on appelle aussi aperception).

Allégorie de la caverne

Pour illustrer le processus de représentation mentale de la réalité, Platon a imaginé, dans le livre VII de *La République* [298], l'allégorie de la caverne. Dans cette allégorie, nous les hommes sommes comme des prisonniers enchaînés dans une caverne, tournant le dos à son entrée. Ces prisonniers ne voient donc pas le monde extérieur à la caverne, ils n'en voient que des ombres projetées sur le mur du fond par la lumière de la réalité extérieure. Ces ombres correspondent à nos représentations mentales des phénomènes extérieurs. Pour les prisonniers enchaînés les ombres qu'ils voient sont la réalité, ils n'en connaissent pas d'autre.

Représentation platonicienne de la réalité

Platon pense donc que l'homme se représente les objets réels sous forme d'idées (*i* minuscule) copies d'archétypes Idées (*I* majuscule) ; pour lui la seule réalité est celle des Idées immuables et parfaites, les idées-copies ayant un statut inférieur du fait de leur possibilité de destruction et de modification. Platon distingue donc un *monde intelligible* des Idées et un *monde sensible* des idées.

Pour Platon les Idées conviennent aux raisonnements des recherches de vérité

Pour Platon, la seule réalité est celle des Idées (*I* majuscule), qui existent indépendamment des hommes qui les conçoivent (comme les nombres de Pythagore) et sont pures, parfaites, éternelles, immuables et origines de concepts objectifs. Les objets réels avec leurs idées (*i* minuscule) n'en sont que des copies susceptibles de mouvement, modification et destruction. Les Idées sont donc les concepts stables et objectifs avec lesquels l'homme peut raisonner en toute confiance et établir des *vérités scientifiques*, alors que les idées ne relèvent que *d'opinions*.

Critique : les Idées ne conviennent pas aux descriptions causales

Lire d'abord ici *Les 4 causes d'Aristote*.

Une bonne compréhension d'un objet ou d'un phénomène exige souvent celle de ses causes. Mais une Idée :

- N'est ni cause formelle, car elle ne peut représenter complètement la forme (l'ensemble des propriétés) d'un objet réel, mais seulement celle d'un objet imaginé ;
- Ni cause efficace, car elle n'engendre pas le mouvement, la création ou l'évolution de l'objet ;
- Ni cause matérielle, car une Idée est une abstraction indépendante de toute matière ;
- Ni cause finale, car elle ne contient pas d'appréciation morale ; cette absence de cause finale est partagée avec les mathématiques, dont le concept d'Idée s'inspire.

Conclusion

Une Idée ne peut donc représenter une cause d'objet réel. Donc un raisonnement utilisant seulement des Idées ne peut atteindre une vérité satisfaisante au sens compréhension. Ainsi, un ensemble d'Idées ne peut ni décrire l'Univers en tant que *cosmos* (système ordonné et intelligible), ni décrire la place de l'homme dans cet Univers, ni une société humaine.

La définition de Platon de la science en tant que science des Idées rend cette science-là incapable d'atteindre une connaissance satisfaisante de la nature. Aristote s'en est aperçu et a proposé une connaissance basée sur d'autres hypothèses.

3.1.7 Du monde de Platon à celui d'Aristote

Elève et disciple de Platon, Aristote part de la même dichotomie entre Idées intelligibles et idées sensibles, mais il lui fait séparer les deux "mondes" (parties) de l'Univers global, le seul qu'Aristote considère comme réel, le seul digne d'intérêt :

- Le *monde céleste*, où le caractère immuable des Idées (*I* majuscule) s'applique aux seuls mouvements réguliers des astres dans leurs sphères respectives ;
- Le *monde sublunaire*, sphère intérieure à la sphère lunaire (contenant la Lune) du monde céleste. C'est dans ce monde sublunaire que sont situés les objets qui naissent, disparaissent et sont soumis au hasard, objets représentés par des idées (*i* minuscule).

3.1.7.1 Critique de l'idéalisme platonicien

Inutilité du concept d'Idée intelligible (*I* majuscule)

Les Idées (par définition intelligibles) ne sont donc plus transcendantes dans l'Univers d'Aristote, elles font partie de son monde céleste... si elles existent. Si une idée d'objet sublunaire était copie d'une Idée du monde céleste, cette copie serait interne au monde sublunaire de l'Univers global. L'explication de l'existence d'objets réels en tant que copies d'Idées abstraites d'un monde extérieur au monde sublunaire étant devenue inutile, *Aristote renonce à l'hypothèse des Idées*.

Le problème du nom d'un objet réel et de son idée

Dans l'idéalisme de Platon les Idées étaient indispensables pour disposer de concepts stables pour la science, les objets de l'expérience sensible (changeants) étant associés à des idées : la séparation entre Idées et idées s'imposait. Pourtant, l'Idée archétype d'un objet réel devait avoir le même nom que lui et que son idée.

Du fait de l'allégorie de la caverne, les Idées sont inconnaissables pour l'homme, si par connaissance on entend une représentation mentale provenant d'une expérience. Aristote en déduit leur inutilité : pour désigner un objet physique (le seul digne d'intérêt) il faut oublier le concept d'Idée-archétype immuable et retenir le seul concept d'idée, en l'associant au nom de cet objet. La connaissance utile est celle de notre monde sublunaire, et c'est lui que notre science devra décrire, y compris lorsque les objets changent pour une raison quelconque. Après un tel changement, la désignation d'un objet modifié par le même nom d'Idée que celui de l'objet initial est absurde, il faut soit un autre nom soit une association du nom avant changement et du nom de l'opération transformatrice.

3.1.7.2 La réalité selon Aristote

Alors que pour l'idéaliste Platon la réalité est celle des Idées, les objets physiques n'en étant que des copies, pour le réaliste Aristote la réalité est celle que nous voyons, la seule accessible à nos sens, même si notre représentation n'en est pas parfaitement fidèle et si elle peut changer ; à nous de la décrire le mieux possible.

Pour avoir des descriptions fidèles de la réalité Aristote a pris soin de dégager ([1b]) :

- Les règles formelles d'un discours cohérent, indépendamment de sa vérité :
  il est le fondateur incontesté de la *logique* ;
- Les divers sens du verbe « être », en définissant :
  - 10 catégories qui structurent l'expérience en définissant les sens possibles du verbe « être » ;
  - les propriétés les plus générales d'un objet qui existe, c'est-à-dire l'être en tant qu'être.

Exemple de définitions physiques issues de l'imagination et contradictoires

(Citation de la *Préface à la physique d'Aristote* [2a])

« Platon distingue le mouvement en haut, et le mouvement en bas. Mais qu'est-ce que le haut et le bas ? Sont-ils relatifs à nous uniquement ? Ou bien existent-ils dans la nature ? Sur cette question, qui peut nous sembler embarrassante même encore aujourd'hui, Platon a deux solutions qui se contredisent et qu'Aristote n'a pas éclaircies plus que lui. Le haut est le lieu où se dirigent les corps légers ; le bas est le lieu où se dirigent les corps pesants. Il semble donc que le haut et le bas sont déterminés par une loi naturelle, puisque ce n'est pas indifféremment que tels corps s'élèvent, tandis que d'autres sont toujours entraînés par une chute irrésistible. Mais ailleurs, Platon est d'un autre avis, et il déclare qu'il n'y a dans la nature ni haut ni bas, attendu que tout y est concentrique. »
(Fin de citation)

3.2 Aristote, la métaphysique et la physique

3.2.1 Les deux parties de la métaphysique

Le titre *La Métaphysique* [1a] correspond à des textes d'Aristote regroupés et commentés, environ trois siècles après sa mort, par le philosophe grec Andronicos de Rhodes. Une partie des textes originaux avait été perdue et des ajouts plus ou moins pertinents avaient été effectués par divers auteurs ; en outre, on ne connaissait plus l'ordre logique ou chronologique des textes originaux.

Andronicos a édité soigneusement tous ces textes en éliminant des parties superflues et en les rangeant dans un ordre logique. Il leur a ajouté un traité de sa main en quatre parties comprenant une description de son travail, une biographie d'Aristote, un compte-rendu de sa recherche sur l'authenticité des textes et une étude du système philosophique d'Aristote. Malgré la qualité de ce

travail, il reste aujourd'hui quelques incertitudes et incohérences sur la pensée d'Aristote en ce domaine.

Science de l'être en tant qu'être, la métaphysique est une sémantique du discours sur l'être, c'est-à-dire de ce qu'il y a de plus profond dans tout discours ([1b]).

Selon Aristote la métaphysique s'intéresse à deux sujets :

1 - La science de l'être en tant qu'être, c'est-à-dire *l'ontologie*

Un être étant par définition « quelque chose qui existe », l'ontologie est la science de l'être en tant qu'être, science de la chose envisagée à partir de ses seules conditions d'existence et d'évolution, donc par où elle est être et non homme, cercle ou fleuve.

Ontologie

- Partie de la philosophie qui a pour objet l'étude des propriétés les plus générales de l'être, telles que l'existence, la possibilité, la durée, le devenir.
  Synonyme : *philosophie première*.

  L'ontologie diffère des sciences particulières, qui portent sur un genre particulier de l'être comme la physique, les mathématiques ou l'astronomie.
- Etude ou connaissance de ce que sont les choses en elles-mêmes en tant que substances par opposition à l'étude de leurs apparences ou de leurs attributs.
- Par extension : théorie sur l'être ; ensemble de vérités fondamentales de l'être.
- Chez Kant : science qui prétend connaître Dieu par déductions (analyse) à partir de son concept, sans passer par l'expérience, et qui tombe sous le coup de la *critique de la preuve ontologique de l'existence de Dieu* :

  "…la malheureuse preuve ontologique, qui ne véhicule avec elle rien qui pût satisfaire ni l'entendement naturel et sain ni l'examen méthodique." ([20] page 536)

Exemples de conditions ontologiques d'existence d'un objet

Objet réel

La définition de tout objet réel satisfait au moins les conditions suivantes :

- Conditions dues au principe d'identité :
  - La substance : existence au moins à un instant particulier ;
  - Occupation d'un certain volume d'espace en un lieu particulier.
- Conditions dues au principe de raison :
  - Satisfaire le postulat de causalité (avoir une cause efficace d'existence) ;
  - Satisfaire les lois de la nature (avoir été créé en application d'une loi physique).

Il est remarquable que ces conditions ontologiques d'existence d'un objet réel sont partagées par tous les humains ; elles sont un des fondements de la science traditionnelle et une raison de la possibilité d'en partager les méthodes et les résultats. Toutefois, ces conditions s'énoncent différemment de nos jours compte tenu de nos connaissances de physique quantique et de cosmologie.

Concept vide

Tout concept d'objet ayant une des propriétés ci-dessus avec une valeur négative (c'est-à-dire contredisant cette propriété) est vide : il correspond à un objet qui n'existe pas, ce n'est qu'une conscience. Ainsi, un objet dont la définition contredit une loi de la nature ne peut exister ; exemple : une particule dont la charge électrique serait le cinquième de celle d'un électron.

(Citation de [33] §57 page 170)
"Par le simple concept d'un Être originaire [Dieu], auquel nous attribuons des prédicats
uniquement ontologiques (éternité, omniprésence, omnipotence…),
en réalité nous ne pensons absolument rien de déterminé ;"
(Fin de citation)

Objet à réalité objective

Pour qu'un objet ait une réalité objective, il suffit qu'on en ait défini a priori la chose en soi. C'est alors un objet transcendantal, idéal.

Terminologie des énoncés
Un énoncé qui ne peut être que vrai ou faux est appelé *proposition logique*.
« Médor est un chien » est donc une proposition logique. Une proposition est un *jugement*, que l'on fait en le formulant ou que l'on peut faire.

- *Assertion*
  Lorsqu'une proposition est considérée comme vraie par celui qui l'énonce on l'appelle *assertion* ;
- *Affirmation*
  Lorsqu'elle est simplement posée comme relation existante on l'appelle *affirmation*.

Le sens de la proposition dépend donc de l'intention de celui qui l'énonce, qui doit donc veiller à se faire bien comprendre.

La *copule* « est » apparaît dans des énoncés affirmant un *état existant* et/ou un jugement.

Sujet - Prédicat
Dans tout énoncé où on peut distinguer ce dont on parle et ce qu'on en affirme ou nie, le premier est le *sujet*, le second est le *prédicat*.
Dans « Médor est un chien » le sujet est « Médor », le prédicat est « chien ».
Une proposition impersonnelle comme « il pleut » n'a ni sujet ni prédicat ; c'est un *jugement global*, par opposition à un *jugement de prédication* où l'assertion ou affirmation est analysée.
Voir la différence entre prédicat et attribut.

Sujet (être individuel)
Le mot sujet peut aussi désigner un être individuel auquel on s'intéresse. Exemple : « Le sujet se mit à parler ».

Attribut et différence avec un prédicat

- Langage courant : un attribut est une propriété, qualité affirmée ou niée de quelque chose. L'énoncé a la forme : <sujet> est <attribut> comme dans « L'homme est un mammifère »
  Différence avec le prédicat (=ce qui est affirmé du sujet, comme dans « L'homme pense ») Le prédicat est plus général que l'attribut, qui en est un cas particulier.
- En métaphysique : un attribut est un caractère essentiel d'une substance.
- Chez Kant : un attribut est un caractère nécessaire de l'essence d'une chose comme conséquence d'autres caractères.
  Exemple : dans le concept de triangle, les trois angles sont des attributs conséquences de la donnée des trois côtés.

La conscience de soi d'un sujet n'est pas un concept mais une conscience
Le concept du sujet correspondant à la conscience de soi n'a pas d'information, sur soi-même ou sur quoi que ce soit d'autre : c'est un concept vide, une simple *conscience*, une sensation d'exister.

2 - La philosophie première, c'est-à-dire la théologie

La partie de la métaphysique autre que l'ontologie est appelée philosophie première. Dieu étant traditionnellement le principe premier de tout ce qui existe, la philosophie première est assimilée à la théologie, science particulière qui a pour objet « le genre le plus éminent ».

Aristote voulait que les philosophes découvrent la nature et les propriétés des objets du monde que l'homme voit autour de lui, le *monde sensible*. Il voulait ensuite qu'ils trouvent les caractéristiques fondamentales des êtres en tant qu'êtres, notamment en décrivant la nature de leur *substance*, caractéristique logique de leur être qui échappe aux évolutions (se conserve pendant les évolutions).

Substance : le sens en philosophie
Concept philosophique qui existe en soi de manière permanente pour un objet, par opposition à ce qui change ; la permanence faisant partie de la définition d'une substance est donc une caractéristique postulée *a priori*.

Attention :

- La substance n'existe que pour les objets de l'expérience ;
  elle se rapporte toujours à une intuition sensible. Mais connaître la substance d'un objet ne

provient pas de l'intuition sensible (qui ne permet jamais d'apprécier la totalité d'un objet), mais de l'expérience.

- L'objet d'une substance est un concept non vide, un concept vide (appelé conscience) n'ayant pas de substance.

Donc la substance de la conscience de soi (Moi) n'existe pas, car c'est une expérience du sens interne associée à une conscience (concept vide).
Voir *La conscience de soi d'un sujet n'est pas un concept mais une conscience*.

A priori a deux sens :

- Un *adjectif* signifiant : qui ne se fonde pas sur l'expérience, qui est donc pure création de l'esprit humain. Exemples : les concepts d'espace, de temps et de nombre entier. Supposer que dans la définition de tout objet qui évolue (se transforme ou se déplace) il existe une partie qui ne change pas est a priori et définit nécessairement une abstraction.
- Une *locution adverbiale* signifiant : qui est logiquement antérieur à une expérience. Exemple : une hypothèse a priori (posée en l'absence de faits d'expérience).

Voir aussi la définition *Absolument a priori*.

Persistance et invariance - Matière
La matière constitutive d'un objet physique a une existence immuable : par exemple, elle persiste pendant le mouvement. Mais cette matière *n'est pas* une substance au sens philosophique, *elle a* une substance (propriété logique).

Notre physique connaît de nombreuses lois d'invariance dans une évolution. Exemples : celles de l'énergie, de la charge électrique, de la quantité de mouvement, etc.

La substance est souvent la matière
Dans le concept de nombreux objets existants, naturellement pesants et permanents, on remplace la propriété de substance par celle de matière.

Substance pensante et Substance étendue
On lit dans [19] §53 :
"…chaque substance a un attribut principal, […] celui de l'âme est la pensée, comme l'extension [dans l'espace] est celui du corps."

Voir *Comment l'entendement comprend une substance*.

Essence
L'essence d'un objet est une description formelle que l'esprit se représente comme un concept. Ce concept est l'Idée de l'objet (I majuscule). L'essence décrit la nature de l'objet (ses attributs) par opposition à sa permanence, décrite par sa substance. Voir aussi forme.

Expérience d'un objet – Connaissance empirique

- L'expérience est d'abord une connaissance acquise par les sens, l'intelligence ou les deux, et s'opposant à la connaissance innée (a priori) de l'esprit.
- C'est aussi l'acte de prendre conscience d'un objet physique par perception ; l'objet est alors dans l'esprit sous forme de représentation que celui-ci interprète avec ses facultés d'entendement et d'intelligence.
  Une connaissance issue de l'expérience est dite empirique.

Une expérience humaine est la synthèse d'une suite de représentations (issues de perceptions successives) en un concept empirique de l'entendement, dont l'unité est représentée par un concept pur de l'entendement (une catégorie).
Voir *Ensembles d'informations (diagramme selon terminologie de Kant)*.

Expérience effective, selon Kant ([20] page 193)
L'expérience effective consiste à acquérir une connaissance empirique grâce aux facultés suivantes :

- L'appréhension ;
- L'association (avec imagination reproductrice) ;
- La recognition des phénomènes (recognition des éléments simplement empiriques de l'expérience), opération dont les concepts rendent possibles l'unité formelle de l'expérience

et, avec elle, toute validité objective (vérité) de la connaissance empirique. Or ces principes de la recognition du divers, en tant qu'ils concernent simplement la forme d'une expérience en général, sont les catégories.

Téléologie (substantif)
La téléologie est une doctrine qui considère que dans le monde tout objet ou être vivant a été créé dans un but précis par la volonté d'un « Etre originaire » ;
en outre, les êtres organisés ont reçu une constitution « optimisée » pour la vie.

Cette doctrine conçoit le monde comme un système de relations, de rapports entre des moyens et des fins.

Synonyme : finalisme. – Opposé : mécanisme.

Les téléologistes (ceux qui professent la téléologie, par exemple les chrétiens) justifient leur doctrine par le refus de croire que l'ordre et l'harmonie qu'ils constatent dans le monde peuvent être dus à un hasard ou un déterminisme aveugles. C'est là une justification psychologique : « Je crois cela parce que je serais choqué qu'il en fût autrement » ; elle n'a aucune valeur rationnelle, mais elle rassure les esprits que le froid déterminisme ou le hasard effraient.

Commentaire
La doctrine téléologique est incompatible avec l'attitude scientifique, qui n'explique jamais une situation ou une loi naturelle en invoquant une finalité ou un étonnement. Sur ce point, la foi des religions monothéistes (« le monde a été créé par Dieu » et « Dieu peut intervenir dans le monde ») est incompatible avec la science, comme Kant en convient.

Différence entre l'universalité et la primauté

Les notions d'universalité et de primauté interviennent dans la description des deux sujets auxquels s'intéresse la métaphysique d'Aristote. Alors que la science de l'être en tant qu'être se distingue de toutes les autres par son *universalité*, la théologie s'impose par sa *primauté*, c'est-à-dire par la particularité éminente de son objet. Les Grecs admettaient donc en philosophie les jugements de valeur morale, esthétique (harmonie) ou spirituelle.

Mais la science de l'être en tant qu'être prétend aussi à la primauté :
En effet, conformément au schéma des *Analytiques* d'Aristote [6] [7] selon lequel l'universel contient en puissance le particulier, la science la plus générale (science des principes les plus universels) sera en même temps le fondement des sciences particulières, qu'elle précédera dans l'ordre de l'intelligibilité.

La théologie prétend aussi à l'universalité :
Science du principe premier (l'Être suprême, Dieu), elle connaît en même temps ce dont le principe est principe, c'est-à-dire toutes les choses : « le ciel et la nature » tout entiers. C'est pourquoi les religions offrent une explication du monde, de sa création comme de ses lois physiques.

3.2.2 L'entendement

Définitions

- L'entendement est la faculté de comprendre au sens le plus général de ce mot.
- Au sens de Kant, l'entendement est la fonction de l'esprit qui relie des représentations présentes en mémoire de travail, successives ou non, de façon à constituer des synthèses cohérentes. Cette liaison se fait au moyen des catégories.

  L'entendement produit des concepts de l'entendement (=empiriques) et des catégories. Voir *Les étapes de l'entendement selon Kant*.

  Une synthèse plus approfondie de représentations perçues est effectuée par la raison et produit une expérience.

Comment l'entendement comprend une substance

L'esprit comprend la propriété de substance par sa faculté spontanée d'entendement ; l'entendement saisit, intellectuellement ou par le sentiment, la nature, la portée, la signification d'un être ou d'une chose.

L'entendement pense la substance d'un objet en tant qu'attribut de la représentation de l'existence de cet objet, en sachant que ce n'est pas une propriété physique de l'objet. Contrairement à la masse, la substance n'est qu'une caractéristique de permanence associée à l'essence de l'objet ; ce n'est pas un attribut de l'essence, alors que la masse peut l'être.

Les deux sortes de synthèses de l'entendement

- La synthèse *en général*, simple effet de l'imagination, reposant sur l'unité synthétique du divers, la liaison ; ([20] page 198)
- La synthèse *pure* reposant sur l'unité synthétique *a priori*, qui produit la catégorie (concept pur de l'entendement), concept transcendantal se rapportant *a priori* à des objets. ([20] page 162)

3.2.3 Les trois sortes de philosophie (sciences théorétiques)

L'adjectif *théorétique* qualifie :

- (Chez Aristote) une science qui a pour finalité la connaissance, par opposition aux sciences poétiques (esthétiques) et pratiques (morales) ;
- (Chez Kant) une science qui décrit *ce qui est* (le monde réel de l'expérience, celui de la physique où les évolutions sont soumises à des lois), par opposition au monde pratique (*ce qui doit être*, obligation morale).

Les trois parties de la philosophie (sciences théorétiques) sont, pour Aristote [4] :

1. La théologie ci-dessus (appelée « philosophie première »), comprenant :
   - La science *post*-physique, qui prolonge la physique dans le sens d'une plus grande abstraction ; exemple : imaginer comme Leibniz que le monde est le meilleur possible [11].
   - La science qui étudie les "réalités" *trans*-physiques, c'est-à-dire *transcendantes* comme « Dieu créateur de l'Univers », création que notre physique ne peut ni décrire, ni même imaginer.

     Transcendant
     L'adjectif transcendant a deux sens dans ce texte :
     - Qui s'élève au-dessus d'un niveau donné de connaissances, par exemple celui de la physique, en vertu d'un principe extérieur et supérieur comme la possibilité de déplacements plus rapides que la vitesse de la lumière. En ce sens-là, les lois physiques fondamentales peuvent être violées, comme lors d'une création (de l'Univers, par exemple) à partir de rien.

       Une réalité *B* est transcendante par rapport à une autre, *A*, lorsqu'une évolution de *A* à *B* suppose nécessairement une discontinuité. Ainsi, une action supposée d'un Dieu extérieur à l'Univers (s'il existe) dans l'intérieur de l'Univers suppose une discontinuité au franchissement de la frontière de l'Univers (impossible selon notre physique) ; cette action serait transcendante.
     - Qui est au-delà de toute expérience possible, donc correspond à des pseudo-réalités ou des phénomènes imaginaires, dont l'affirmation est invérifiable.

     Chez Kant, transcendant s'oppose à immanent (qui reste dans les limites de l'expérience possible).
2. La physique (appelée « philosophie seconde ») ;
3. Les mathématiques.

3.2.4 La physique

Sources : [2a] et [8].
L'ouvrage *La Physique* [8] d'Aristote ne décrit pas toute la physique, au sens que nous donnons aujourd'hui à ce mot : il manque, par exemple, l'optique, l'électricité et la thermodynamique. Aristote n'y décrit que la physique du mouvement (la Mécanique), qui est sa partie la plus immédiatement accessible à son époque.

> *Les lois du mouvement de Newton*
> C'est aussi ce qu'a fait Newton dans son chef d'œuvre de 1687 *"Principia"* (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*) [9] essentiellement consacré à ses trois lois du mouvement (loi d'inertie ; loi de proportionnalité de l'accélération à la force ; loi d'action et de réaction) et à sa loi de gravitation.

Platon n'avait pas songé à définir le mouvement, et il n'a pas cherché, comme plus tard Aristote dans *La Physique*, à en expliquer la nature intime et l'essence ; il s'est borné à se demander d'où le mouvement pouvait venir, et quelles en étaient les principales formes.

Polémique sur l'existence du mouvement

Contredisant les philosophes éléates (philosophes grecs disciples de Zénon d'Élée aux VIe et Ve siècles avant Jésus-Christ) qui soutenaient que *le mouvement n'existe pas*, Aristote commence *La Physique* en démontrant que le mouvement est possible. Sa démonstration repose sur la distinction entre les divers sens du mot « être », c'est-à-dire les catégories, et sur l'invariance de la substance en tant que *matière* de l'objet défini par ailleurs par sa *forme*.

Forme et matière d'un objet

En philosophie, l'information qui décrit un objet ou un phénomène est traditionnellement divisée en deux parties disjointes :

- La *forme*, ensemble des propriétés (attributs) permettant d'identifier l'objet ou le phénomène (de le distinguer d'un autre objet ou phénomène qui pourrait être fait de la même matière). Ces attributs distinguent la forme d'un point de vue intellectuel (dans l'Idée) : c'est l'essence de la chose.
- La *matière*, qui correspond à la réalité physique, est l'origine des sensations que procure la perception de l'objet ou du phénomène.

Les philosophes éléates, ne distinguant pas matière et forme d'un objet (qu'ils concevaient seulement regroupés dans son essence), pensaient qu'un être ne peut changer car la matière qui le définit est immuable ; pour eux *rien dans l'Univers ne peut donc changer*. Cette conclusion logique étant contredite par l'expérience, ils avaient là une *aporie* (difficulté logique d'où l'on ne peut sortir).

Par définition de la forme et de la matière, dans un mouvement d'objet sa matière ne change pas mais sa forme change (ses attributs de position varient en fonction du temps). Et comme le mot « mouvement » désignait parfois une évolution ou une transformation d'objet, chez Platon comme chez Aristote seule la forme changeait.

Prise de conscience : qui est la première perçue, la forme ou la matière ?

Lorsque les sens apportent en mémoire de travail la représentation initiale (brute) d'un phénomène, l'esprit prend conscience de son existence à l'extérieur de lui-même par son intuition a priori de l'espace et du temps : il anticipe la perception du phénomène. (Kant)

Cette anticipation déclenche le processus d'intuition proprement dit, qui identifie le phénomène et en commence la compréhension grâce au divers de la forme, dont il déduit des rapports avec l'espace, le temps et des connaissances qu'il a déjà. Après cette intuition, une sensation de la matière déclenche une aperception qui entraîne l'entendement proprement dit avec sa synthèse de catégories ; ultérieurement, si nécessaire, il y a réflexion et raisonnement. Voir Les étapes de l'intuition selon Kant.

Formel (adjectif)

Qui concerne *la forme logique* (la liste des attributs et les relations entre eux) par opposition *au contenu* (la signification, le fond).

Réflexion

Selon le dictionnaire [3] la réflexion est :

- Une faculté qu'a la pensée de faire retour sur elle-même pour examiner une idée, une question, un problème : c'est une capacité de réfléchir ;
- Un acte de la pensée qui revient sur un objet afin de l'examiner ;
- (Chez Kant) la réflexion sur un objet a pour but de créer les concepts qui le représentent à partir de sa représentation parvenue en mémoire de travail.

Pour Platon, en dernière analyse tout mouvement est dû à Dieu

Sur la cause première du mouvement, l'opinion de Platon est aussi arrêtée qu'il se peut, et il n'hésite pas à rapporter à Dieu le mouvement qu'on voit partout dans l'univers et qui le vivifie.

- C'est Dieu qui a tiré des profondeurs de son être le mouvement, qu'il a communiqué à tout le reste des choses ; sans lui, le mouvement ne serait pas né, et il ne continuerait point.
- Dieu est comme l'âme du monde ; l'âme, qui est le plus ancien de tous les êtres, et qui est pour le vaste ensemble de l'Univers le principe du mouvement, ainsi qu'elle l'est pour les êtres particuliers, animant la matière inerte à laquelle elle est jointe.

- C’est Dieu qui a créé les astres qui roulent sur nos têtes dans les espaces célestes, et c’est lui qui maintient la régularité éternelle de leurs révolutions, de même qu’il leur a imprimé l’impulsion primitive qui les a lancés dans le ciel.

Dieu est donc le père du mouvement, soit que nous considérions le mouvement à la surface de notre terre et dans les phénomènes les plus habituels, soit qu’élevant nos yeux nous le contemplions dans l’infinité de l’étendue et dans l’harmonie des sphères. Cette conception du rôle de Dieu sera reprise par Descartes.

Pour Aristote, l'évolution d'un objet a 4 causes
S'opposant franchement à son maître Platon, Aristote identifie *4 types de cause*.

3.2.4.1 Les 4 causes d'Aristote

Dans le Livre II de *La physique* [8] Aristote a voulu comprendre le monde qui nous entoure, expliquer les êtres : pourquoi une chose est-elle ce qu'elle est ?

Cause formelle et cause matérielle

Aristote distingue au départ deux causes d'un être : sa forme, cause dite *formelle* qui définit ses attributs (propriétés susceptibles de varier), et sa matière, cause dite *matérielle* expliquant son caractère immuable.

Cause efficace (suffisante)

Mais pour expliquer la raison d'un changement de forme, la nature doit avoir des règles faisant passer d'un état initial (avec ses valeurs des attributs de forme) à un état final avec d'autres valeurs : il existe donc une *cause efficace* (appelée aussi *suffisante*) d'un changement, cause dont l'action est déclenchée par l'état initial. Le changement ici peut être un mouvement ou une évolution physique quelconque.

> *Remarque importante*
> La relation de causalité d'Aristote est entre deux états : l'état initial et l'état final. Ce type de causalité sera repris par Kant, posera de sérieux problèmes, et sera remplacé dans le déterminisme de Daniel Martin par une relation entre un état initial et une évolution : la cause efficace déclenche une évolution, pas un état.

Cause finale

Enfin, si un être est doué de pouvoir (comme Dieu ou un homme), son intention d'obtenir un résultat (l'état final) constitue une *cause finale* (du mot « finalité ») du changement.

Complément sur ces 4 causes : voir *Définition métaphysique d'une cause*.

3.2.4.2 Evolutions naturelles : régies par des lois et une finalité divines

Le hasard n'existe pas

Pour Aristote (comme pour Kant) le hasard n'existe pas : toute évolution naturelle est régie par une *loi* où le résultat (état final) ne dépend que de l'état initial, et un même état initial produit toujours la même évolution, donc le même état final : c'est ce que nous appelons le *déterminisme*.

> (Citation de la *Préface à la physique d'Aristote* [2a])
> « …il n’y a point de hasard dans la nature, et […] le mouvement, qui en est le phénomène principal, y a ses lois comme tout le reste. Le système du hasard n’explique rien, et il a ce très grand danger de porter les âmes à l’irréligion [=manque de religion, de conviction religieuse], mal social qui perd les individus et que le législateur doit énergiquement combattre. Platon flétrit avec insistance ce système, qui est aussi pernicieux qu’il est vain, et il ne serait pas loin de porter des peines contre les Naturalistes qui y croient et s’en font les apôtres. C’est là un germe qu’a recueilli Aristote, et qu’il a développé non moins heureusement que son maître [Platon], bien qu’à un tout autre point de vue. Ce n’est pas l’impiété de cette doctrine qui a révolté Aristote ; mais c’est sa fausseté grossière en présence de l’admirable spectacle que l’ordre universel étale sans cesse sous nos regards, pour peu que nous voulions l’observer. »
> (Fin de citation)

Aristote admet le principe du déterminisme en raisonnant par induction : observant, par exemple, que les déplacements célestes des astres visibles sont réguliers et prévisibles, il postule que c'est le cas pour tous les astres et même pour toutes les évolutions des objets naturels.

Hélas, il va même plus loin, en attribuant sans preuve les lois de la nature à une finalité divine, donc à une intelligence et non à une nécessité naturelle comme de nos jours. Ses lois de la nature sont dues à ces finalités, pas aux circonstances physiques : si on croit que le monde a été créé par Dieu, il est naturel d'admettre qu'Il avait des fins (qui nous dépassent) et que celles-ci régissent les évolutions des objets du monde, passées, présentes ou futures.

Un déterminisme sans hasard, mais avec des exceptions

Aristote admet aussi des exceptions aux lois naturelles d'évolution, à qui il attribue la possibilité de « se tromper » de temps en temps, par exemple en donnant naissance à des monstres ou parce qu'un être jouissant de libre arbitre agit de manière imprévisible. Cette opinion est pourtant en conflit avec l'absence de hasard qu'il affirmait avec force…

Différence entre les lois naturelles d'Aristote et les lois physiques actuelles

Aristote admet donc qu'une loi de la nature peut avoir des exceptions, alors qu'aujourd'hui l'homme n'énonce que des lois sans exception (toute exception constatée entraîne la fausseté de sa loi, qu'il faut donc modifier ou abandonner ; nous reviendrons sur ce point). Pour Aristote une loi naturelle existe indépendamment des hommes capables de la concevoir (comme une Idée), alors que de nos jours ce sont les hommes qui énoncent chaque loi, avant de vérifier qu'on n'en connaît pas de contre-exemple.

3.2.5 Les catégories de l'être

Pour que chaque affirmation soit la plus précise et objective possible, Aristote a cherché, dans le langage, les acceptions différentes du mot « Être ».

> *(Citation de La Métaphysique, chapitre II du livre IV)*
>
> "…le mot Être peut recevoir des acceptions multiples, qui toutes cependant se rapportent à un seul et unique principe. Ainsi, Être se dit tantôt de ce qui est une substance réelle, tantôt de ce qui n'est qu'un attribut de la substance, tantôt de ce qui tend à devenir une réalité substantielle, tantôt des destructions, des négations des propriétés de la substance, tantôt de ce qui la fait ou la produit, tantôt de ce qui est en rapport purement verbal avec elle, ou enfin de ce qui constitue des négations de toutes ces nuances de l'Être, ou des négations de l'Être lui-même."
>
> (Fin de citation)
>
> C'est ainsi qu'Aristote a trouvé 10 nuances du mot *être*.

Dans des énoncés comprenant le verbe être, celui-ci peut donc, selon Aristote, avoir jusqu'à 10 sens différents, définissant autant de *catégories* d'attribution (prédicats qu'on peut aussi considérer comme des jugements). Voici les quatre premiers exemples de catégories cités par Aristote :

1. « Socrate est homme » ou « Socrate est un homme », où être signifie essence (appartenance à un ensemble, ici celui des hommes, dont les éléments sont décrits par l'essence et ont les mêmes attributs).

   L'existence d'une essence bien définie confère à l'objet *A* une unité (ce qui permet de le penser comme un tout appelé *A*). Mais une même essence peut décrire zéro, un ou plusieurs objets identiques : la *quantité* (nombre de ces objets) ne peut donc jamais faire partie de leur essence commune, contrairement à l'affirmation de philosophes aussi connus que Descartes et Spinoza.

   L'impossible inclusion d'une affirmation d'existence dans une définition
   Dans *l'Ethique* de Spinoza [29], la première partie, *De Dieu*, a une première définition logiquement impossible :

   > « J'entends par cause de soi ce dont l'essence enveloppe [=inclut] l'existence, ou ce dont la nature ne peut être conçue que comme existante. »

   C'est parce qu'il était croyant (à sa façon, mais croyant quand même) que Spinoza ne pouvait accepter la pensée que son Dieu parfait et omniprésent n'existe pas. Il ne pouvait pas accepter, non plus, que la chaîne de causalité d'un objet physique existant soit infinie vers le passé, « car un infini ne peut être atteint » : puisque l'objet existe, pensait-il, la chaîne a nécessairement un début, la création du monde par son Créateur, Dieu. Par définition ce créateur est lui-même incréé, il existe *absolument*. C'est pourquoi Descartes et Spinoza pensent que sa définition est inconcevable sans cette condition d'existence.

   > En mathématiques un infini peut être atteint sous réserve de conditions dites « de convergence ». Exemple :

Paradoxe d'Achille et de la tortue
Au Ve siècle avant J.-C. le philosophe grec Zénon « démontrait » que le mouvement n'existe pas objectivement en disant ceci :
"Le rapide Achille ne peut rattraper une tortue partie avant lui parce que, tandis qu'il parcourt la distance initiale qui le sépare de la tortue, celle-ci avance et franchit un nouvel intervalle qu'Achille doit franchir à son tour, etc. Le nombre d'étapes de rattrapage d'Achille est donc infini, même si chacune ne dure qu'un instant. Il ne peut rattraper la tortue car pour une infinité d'instants il faut un temps infini."
Et Zénon, qui ne connaissait pas les notions mathématiques de suite et série convergentes, en déduisait que le mouvement n'existe pas objectivement !

Voici la solution mathématique
Soit *D* la distance initiale entre Achille et la tortue au départ de la course (instant 0). Achille court à la vitesse constante *V* et la tortue à la vitesse constante *v*. Achille met un temps $t_0 = \frac{D}{V}$ pour atteindre la position de la tortue à l'instant 0. Mais pendant le temps t_0 la tortue a parcouru une distance $vt_0 = v\frac{D}{V}$. Achille parcourt cette nouvelle distance en un temps $t_1 = \frac{v\frac{D}{V}}{V} = v\frac{D}{V^2}$. Pendant le temps t_1 la tortue parcourt vt_1 qu'Achille parcourt ensuite en un temps $t_2 = \frac{vt_1}{V} = v^2\frac{D}{V^3}$, etc. On voit qu'après le temps initial $t_0 = \frac{D}{V}$ Achille met des temps successifs en progression géométrique de raison $\frac{v}{V}$ dont le total est $T = \frac{D}{V}(1 + \frac{v}{V} + \frac{v^2}{V^2} + \cdots)$.
Posons donc $x = \frac{v}{V}$ et soit la somme $S_n = 1 + x^1 + x^2 + x^3 + \cdots + x^n$ où $x < 1$. Donc $xS_n - S_n = x^{n+1} - 1$, d'où $S_n = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$.
Lorsque *n* tend vers l'infini x^{n+1} tend vers 0 et S_n tend vers $\frac{1}{1-x}$:
la somme S_n n'est pas infinie, elle est *convergente*.
Si, par exemple, Achille va 10 fois plus vite que la tortue, S_n tend vers $\frac{1}{1-0.1} = 1.11$ et Achille rattrapera la tortue en un temps $= 1.11\frac{D}{V}$, puis il la dépassera.

Mais toute définition (liste d'affirmations concernant des attributs de l'essence) peut s'appliquer à zéro, un ou plusieurs objets identiques.
Exemple : un atome de l'isotope ^{56}Fe du fer, avec ses propriétés de masse, spin, charge électrique, composition en protons et neutrons du noyau, rayons des diverses orbitales électroniques, etc. peut exister zéro, une ou plusieurs fois, tous ces atomes de fer étant identiques (même définition). En outre, tous les protons sont eux-mêmes identiques, de même que tous les neutrons.

Conclusion : une même essence ou définition pouvant décrire zéro, un ou plusieurs objets, le nombre de ceux-ci ne peut être un attribut de l'essence ; voir aussi la discussion du concept de substance. En particulier, l'existence de Dieu ne peut être une propriété de sa définition, quelle qu'elle soit.

Remarque : la question : « qu'est-ce que l'être ? » se ramène à la question « qu'est-ce que l'essence ? ».

2. « Socrate est juste », où être signifie qualité morale ;
3. « Socrate est grand de trois coudées », où être signifie quantité ;
4. « Socrate est plus âgé qu'Aristote », où être désigne une relation.

A part l'essence, la qualité appréciée, la quantité et la relation, Aristote a défini six autres catégories : *le temps, le lieu, la situation, l'action, la passion et l'avoir*. Ses dix catégories sont énoncées sans justification de complétude garantissant qu'il n'en existe pas une onzième. Ces genres sont généraux ; ils sont indépendants les uns des autres et aucun ne peut se réduire à des concepts plus simples : chez tout homme ils sont a priori et compris intuitivement, ce sont des *catégories premières*.

L'être particulier (suprême) qu'est Dieu n'est défini que par son essence : ayant toutes les qualités (il est parfait) il n'est défini par aucune ; il n'a ni quantité (il est infini), ni temps (il est éternel et existe sans avoir été créé), ni lieu (omniprésence), ni passion ; il n'entretient aucune relation, n'a aucun besoin d'agir - même s'il en a toujours le pouvoir (il est omnipotent).

La définition d'un objet par des jugements "…est…" de son état à un instant donné contient l'ensemble des énoncés catégoriels applicables à lui. Mais la liste exhaustive d'énoncés descriptifs d'un objet ne suffit pas toujours pour le définir complètement : une compréhension complète nécessite parfois un historique de l'objet (le *pourquoi* de son existence), les étapes ou la loi de son évolution, les relations éventuelles entre éléments de l'objet (comme une relation d'ordre) et le comportement du point de vue externe (interactions avec l'extérieur et évolution).

Nous verrons au paragraphe *Les 12 catégories de l'entendement de Kant* que Kant a défini un ensemble exhaustif de catégories à partir d'une étude exhaustive des fonctions de l'entendement.

3.2.6 Platon, Aristote et la vérité par jugement de valeur

Les philosophes grecs matérialistes (Epicure, Démocrite, etc.) comprenaient le monde rationnellement à partir de faits d'observation de la nature, comme nous le faisons aujourd'hui. En idéalistes, Platon et Aristote au contraire, ont tous deux compris le monde à l'aide de finalités et de jugements de valeur.

> *Citation de [286] texte XLVI, c'est Socrate qui parle*
> "… il me sembla qu'il était en quelque sorte parfait que l'esprit fût la cause de tout. S'il en est ainsi, me dis-je, l'esprit ordonnateur dispose tout et place chaque objet de la façon la meilleure. Si donc on veut découvrir la cause qui fait que chaque chose naît, périt ou existe, il faut trouver quelle est pour elle la meilleure manière d'exister ou de supporter ou de faire quoi que ce soit.
> […]
> Je pensais qu'il me dirait d'abord si la terre est plate ou ronde et après cela qu'il m'expliquerait la cause et la nécessité de cette forme, en partant du principe du mieux, et en prouvant que le mieux pour elle, c'est d'avoir cette forme ; et s'il disait que la terre est au centre du monde qu'il me ferait voir qu'il était meilleur qu'elle fût au centre. S'il me démontrait cela, j'étais prêt à ne plus demander d'autre espèce de cause."
> (Fin de citation)

Platon et Aristote rejetaient les explications purement naturalistes de Démocrite, dont ils connaissaient les idées. Ils voulaient comprendre un sujet en le rapportant à une finalité et/ou une appréciation bien/mal. Au lieu de s'en tenir à une causalité efficace comme le recommandait Démocrite et comme nous le faisons aujourd'hui, ils cherchaient d'abord des causes par valeur et/ou finalité. Leur immense influence a fait que notre civilisation européenne et ses religions ont mélangé réalité factuelle et aprioris moraux, religieux ou esthétiques pendant deux mille ans. Des philosophes comme Descartes ont été incapables de séparer science et croyance. Kant, le plus grand philosophe des Lumières [21], a perdu du temps à raisonner sur l'âme et son immortalité, et à combattre les "preuves" traditionnelles de l'existence de Dieu. Nous en verrons plus bas des exemples.

3.3 La métaphysique de Descartes

Ce chapitre sur Descartes et le suivant, sur Kant, sont placés après le chapitre sur l'Univers pour qu'on apprécie les idées de ces grands philosophes en ayant à l'esprit la science moderne.

Sources de ce chapitre : [16], [17], [18], [19], [1c]

René Descartes (1596-1650) est le plus célèbre philosophe français parce que sa doctrine, le *cartésianisme*, a eu le plus d'influence sur ceux qui lui ont succédé : Spinoza (1632-1677), Locke (1632-1704), Malebranche (1638-1715), Leibniz (1646-1716), Hume (1711-1776), Hegel (1770-1831), Husserl (1859-1938), etc.

3.3.1 Le cartésianisme

Le cartésianisme faisant partie du *rationalisme*, définissons ces deux doctrines en commençant par les notions de *système* et de *doctrine* sur lesquelles ils s'appuient.

> *Système (substantif)*
> En philosophie un système est un ensemble de propositions, de principes et de conclusions qui forment un corps de doctrine. Les éléments d'un système dépendent réciproquement les uns des autres en formant un tout organisé.
>
> > Exemples de systèmes : système solaire ; système d'équations ; système logique formel (composé d'un vocabulaire, d'un ensemble d'axiomes et d'un ensemble de règles de déduction).
>
> *Doctrine (substantif)*
> Ensemble de principes et/ou d'énoncés, formant ou non un système, traduisant une certaine

conception de l'Univers, de l'existence humaine, de la société, etc., accompagnés souvent, pour le domaine envisagé, de la formulation de modèles de pensée, de règles de conduite.

- Exemple : le déterminisme est une doctrine de la causalité.
- Exemple issu de [20] page 383 : "Si nous comparons la *doctrine de l'âme*, comme physiologie du sens interne, avec la *doctrine du corps*, comme physiologie des objets des sens externes…"

3.3.1.1 Rationalisme - Principe de raison - Principe d'universelle intelligibilité

Définition du rationalisme

C'est la doctrine selon laquelle on postule le principe de raison déjà cité, et dont voici un autre énoncé :

> **« Tout ce qui existe (situation) ou qui se produit (événement)**
> **a une raison d'être ou de se produire ».**

Principe d'universelle intelligibilité (en abrégé : principe d'intelligibilité)

Conséquence de la présence du mot *raison* dans la doctrine du rationalisme :

> **« Tout ce qui existe ou qui se produit est intelligible. »**

Principe de raison

Voici un autre énoncé de la doctrine du rationalisme, basé sur la causalité.

Le rationalisme est la doctrine philosophique (de Descartes, de Kant, etc.) basée sur le *principe de raison*, appelé aussi par Aristote *principe de raison suffisante* :

> **« Tout phénomène a une cause ; tout ce qui existe a une raison d'être. »**
> (Il existe, pour tout ce qu'on observe dans la nature,
> une raison qui a suffi pour que cela existe ou se produise.)

Un rejet de ce principe permettrait que quelque chose naisse du néant, ce qui nous paraît impossible.

Selon le principe de raison, toute réalité s'explique par une expérience, ce qui la rend intelligible. Et puisque tout phénomène naturel a une cause et que toute cause est intelligible :

> **« Tout phénomène s'explique. »**

En tant que doctrine métaphysique, la rationalité est une foi dans la raison, dans l'évidence et dans la démonstration.

Conséquence du rationalisme remarquée par Kant : la raison, en tant que système de principes organisateurs des données empiriques, fonde la possibilité de l'expérience (l'expérience n'est possible que pour un esprit possédant une *raison*, système de principes universels et nécessaires organisant les données empiriques).

Le principe de raison peut être appliqué pour tirer une conséquence d'un fait ou d'une hypothèse ; exemple : « Si $X > 3$ alors $X^2 > 9$ ».

Le principe de raison n'a de sens en physique que si on adopte aussi le postulat de causalité ; en pratique on pourra raisonner en invoquant directement ce postulat.

Le rationalisme s'oppose à l'empirisme

Le rationalisme s'oppose à l'empirisme, en postulant que toute connaissance vient de concepts a priori pouvant faire l'objet de raisonnements logiques, ne dépendant pas de l'expérience, et dont nous avons une connaissance innée.

> [L'homme ne peut concevoir un objet (réel ou abstrait) qu'en construisant une représentation de cet objet à partir de concepts qu'il connaît déjà et auxquels il la relie, donc initialement à partir de concepts de base : c'est là une vérité scientifique. Ainsi, le concept de « ligne droite » est construit à partir de l'image d'une ligne tracée et des attributs « infinie à droite », « infinie à gauche » et « épaisseur nulle » ; la notion de « droite » est un concept de base, a priori.]

3.3.1.2 Définition du cartésianisme

Le cartésianisme est la philosophie de Descartes prise dans son ensemble ou dans ses options fondamentales.

Critique

Le problème de cette définition est son manque de précision. Il n'est donc pas étonnant qu'on trouve plusieurs philosophies qu'on qualifie de cartésiennes. Mieux vaut donc réserver le qualificatif *cartésien* à quelque chose qui se rapporte à la démarche de Descartes sans chercher à approfondir.

L'adjectif *cartésien* qualifie une doctrine ou un courant de pensée qui a pour auteur ou origine Descartes, ou qui partage ses idées comme Malebranche.

En parlant d'une personne, cartésien qualifie une manière de penser ou de raisonner qui présente les caractères rationnels et méthodiques propres à la démarche intellectuelle et spirituelle de Descartes.

Spirituel

Adjectif ou substantif. - Selon le dictionnaire [3] :

- (Ce) qui est de l'ordre de l'esprit ou de l'âme, qui concerne sa vie, ses manifestations ; qui est du domaine des valeurs morales et intellectuelles.
- Qui est de l'ordre de l'esprit (considéré comme un principe indépendant) ; qui concerne l'esprit ; dont l'origine n'est pas matérielle.
- Qui se situe au niveau de l'âme, de l'esprit, de la vie psychique, sans rien de sensuel ; qui a rapport à la vie intérieure de l'âme dégagée des sens, aux fonctions supérieures de l'esprit.
- Qui n'appartient pas au monde physique mais au monde de l'esprit, de l'âme, à la vie religieuse, au domaine moral distinct des réalités du monde sensible et de la vie quotidienne.

Spiritualisme

En tant que doctrine, le spiritualisme affirme :

- La spiritualité (immatérialité) de l'âme, distincte et indépendante du corps ;
- La possibilité d'une action de l'esprit sur la matière, l'esprit étant supérieur à la matière bien que son activité puisse en être dépendante.

Le mot spiritualisme est souvent entendu *au sens philosophique d'idéalisme*. La doctrine spiritualiste affirme alors que seul l'esprit est absolu, que c'est la seule réalité, et que toute matière et toute vie en dépendent.

Au sens psychologique, le spiritualisme postule que les phénomènes psychiques ne peuvent se réduire à des phénomènes physiologiques : ce sont des facultés de l'âme. Par là, le spiritualisme s'oppose au matérialisme.

Au sens moral, la primauté de l'esprit sur la matière fait que c'est l'esprit qui crée spontanément les valeurs morales, sans intervention de la nature ou de l'homme. Ces valeurs sont absolues et régissent l'activité de l'homme.

Critique du spiritualisme

On appréciera le caractère vague des notions d'esprit et d'âme, ainsi que le caractère arbitraire des croyances en une supériorité (?) de l'esprit et l'existence de valeurs morales absolues, indépendantes des circonstances historiques et culturelles.

Les trois principes du cartésianisme

La métaphysique de Descartes pose trois principes régulateurs (préceptes) de la pensée :

- Le *scepticisme* : éliminer toute connaissance qui ne soit parfaitement évidente ; c'est une exigence de certitude rationnelle et *d'innéisme* ;
- La *clarté* : n'accepter que des concepts ou idées parfaitement clairs et distincts d'autres notions, et qui sont en plus dénués de contradictions ;
  Kant a repris ce précepte inspiré des mathématiques.
- Baser toutes ses connaissances sur la seule certitude originaire :
  « Je pense, donc je suis ». Kant a aussi repris ce précepte : voir : *Ce qu'un sujet peut déduire du Je pense, selon Kant*.

3.3.1.3 L'innéisme

Par la doctrine de l'innéisme, Descartes affirme chez tout homme trois choses :

- L'existence d'un ensemble d'idées innées, donc a priori : culture, préjugés, archétypes, valeurs intériorisées, psychologie héritée à la naissance, etc.
- L'existence de facultés de jugement et de raisonnement logique fonctionnant de la même façon chez tous les hommes ;
- La vérité a priori [intuitive] de pensées claires dont l'évidence s'impose à son esprit, parce que de telles pensées ne peuvent lui avoir été inspirées que par Dieu, qui ne saurait le tromper.

Voici ce que Descartes écrit.

- Dans [22] *Méditations métaphysiques*, quatrième méditation :

  "…en considérant la nature de Dieu, il ne semble pas possible qu'il ait mis en moi quelque faculté qui ne soit pas parfaite en son genre, c'est-à-dire qui manque de quelque perfection qui lui soit due…"

- Dans [19] §29-33 :

  [Dieu ne peut nous tromper]
  "…le premier de ses attributs [les attributs de Dieu] […] consiste en ce qu'il est très *véritable* [très inspirateur de vérité] et la source de toute lumière, de sorte qu'il n'est pas possible qu'il nous trompe, c'est-à-dire qu'il soit directement la cause des erreurs auxquelles nous sommes sujets, et que nous expérimentons en nous-mêmes ;"

  > Si Dieu avait créé toutes les choses du monde d'une certaine façon, décrite par une vérité, et qu'il nous inspirait une autre vérité sur ces choses il serait incohérent, ce qui est impossible car contraire à sa perfection.
  > […]
  > "par conséquent tout cela est vrai que nous connaissons clairement être vrai…"
  > […]
  > "D'où il suit que la faculté de connaître qu'il nous a donnée, que nous appelons lumière naturelle, n'aperçoit jamais aucun objet qui ne soit vrai en ce qu'elle l'aperçoit, c'est-à-dire en ce qu'elle connaît clairement et distinctement ;"
  > […]
  > "Que nous ne nous trompons que lorsque nous jugeons de quelque chose qui ne nous est pas assez connue."

  A l'objection naturelle devant ces affirmations : " Mais enfin, l'homme se trompe souvent ! ", Descartes répond seulement : "…je ne me dois pas étonner si je ne suis pas capable de comprendre pourquoi Dieu fait ce qu'il fait…". Il rend l'homme seul responsable de ses erreurs, que sa raison commet parce qu'elle est libre de juger trop vite, sans s'être assurée qu'elle a toutes les informations et qu'elles sont dignes de confiance ; mais il n'explique pas pourquoi Dieu a fait l'homme libre de se tromper.

Par les points 1. et 2. ci-dessus l'innéisme cartésien équivaut à la notion moderne *d'héritage génétique*, que Descartes connaissait donc ; d'ailleurs 2. est cité au début de [16] :

- "…la puissance de bien juger, et distinguer le vrai d'avec le faux, qui est proprement ce qu'on nomme le bon sens ou la raison, est naturellement égale en tous les hommes ;"
- "…pour la raison, ou le sens […] je veux croire qu'elle est tout entière en un chacun…"

Exemples de connaissances et facultés innées extraits de [17]

- "Toutes les choses que nous concevons clairement et distinctement sont vraies."
- "La pensée est un attribut qui m'appartient : elle seule ne peut être détachée de moi. Je suis, j'existe : cela est certain ; mais combien de temps ?
  A savoir, autant de temps que je pense."

  [Le fait de penser ne pouvant exister que dans un esprit qui pense, je suis certain d'exister *parce que* je pense et *tant que* je pense : l'existence d'un esprit humain est une condition nécessaire et suffisante de la pensée.]

- [Inversement :] "L'esprit, qui, usant de sa propre liberté [de penser], suppose que toutes les choses ne sont point, de l'existence desquelles il a le moindre doute, reconnaît qu'il est absolument impossible que cependant il n'existe pas lui-même."

  [Je peux mettre en doute l'existence de tout sauf celle de mon esprit, car il pense. En affirmant que l'homme est libre de penser ou non, Descartes affirme que sa pensée n'a pas une cause suffisante matérielle, donc que son esprit est autonome par rapport à son corps.]

- "Les choses que l'on conçoit clairement et distinctement être des substances différentes, comme l'on conçoit l'esprit et le corps, sont en effet des substances diverses [=différentes], et réellement distinctes les unes d'avec les autres."

  [Mes sens externe et interne distinguent clairement entre réalité interne et réalité externe, qui sont distinctes.]

Exemples de facultés de jugement et de raisonnement logique fonctionnant de la même façon chez tous les hommes extraits de [16]

"Le bon sens est la chose du monde la mieux partagée."

[Descartes affirme là que tous les humains ont en commun un certain nombre de *concepts de base*, ainsi que des facultés de jugement et de raisonnement logique. Ces facultés innées leur permettent, à partir de leurs concepts partagés, de construire d'autres concepts qu'ils comprendront tous de la même façon, avec des raisonnements identiques ; et ces possibilités existent chez tous les humains, dans toutes les langues et indépendamment d'elles, c'est un fait scientifique.]

Concept de base
C'est un concept *a priori* compris intuitivement, comme le *point* ou le *temps* :
on ne peut le définir à partir de concepts plus simples, il est irréductible. Descartes écrit dans [19] :

> "Qu'il y a des notions d'elles-mêmes si claires qu'on les obscurcit en les voulant définir à la façon de l'École, et qu'elles ne s'acquièrent point par étude, mais naissent avec nous."

Un concept a un *nom* qui le distingue d'autres concepts : on dit qu'il est *nommé*. L'esprit ne peut raisonner qu'avec des concepts nommés.

> *Remarque*
> L'esprit comprend un concept de base de manière innée, mais se le représente comme un de ses cas particuliers physiques donné dans l'espace et le temps : je ne peux me représenter une ligne droite que comme l'image à cet instant d'une ligne droite dessinée ; je ne me représente un nombre entier que comme une propriété de multiplicité d'un ensemble (appelée son *cardinal*) ou un rang (appelé *ordinal*) dans une suite ordonnée d'éléments.

3.3.1.4 Le dualisme

Doctrine spiritualiste de croyance ou de pensée qui, dans un domaine déterminé, pose la coexistence de deux principes premiers, opposés et irréductibles.
Exemples :

- Pour Descartes, le monde et l'homme se réduisent à 2 substances distinctes :
  - *la substance étendue* (la matière, qui a une certaine étendue et obéit aux lois de la mécanique) ;
  - *la substance pensante* (l'âme, immatérielle et sans étendue, qui pense, imagine, ressent et veut).

Interactionnisme
Descartes séparait ces deux substances sauf dans le cas de l'homme, dont il pensait le corps soumis à son âme, dont la volonté est capable d'agir sur lui autant que sur la pensée (doctrine appelée *interactionnisme*). Mais il n'a pas résolu le problème de savoir *comment* une action de l'âme sur le corps matériel est possible…

Occasionnalisme
L'interactionnisme de Descartes est à l'origine d'une doctrine un peu différente, *l'occasionnalisme*. Celle-ci postule que toutes les actions de l'Univers suivent le modèle de l'interaction entre l'âme et le corps de l'homme : les causes paraissant naturelles ne sont en réalité qu'occasionnelles, la cause véritable de toute action étant toujours la volonté de Dieu.

Parallélisme psychophysique
Autre doctrine, le parallélisme psychophysique postule aussi une différence de nature entre le cerveau et l'esprit, mais nie toute interaction causale entre eux.

Enfin, Leibniz voyait une *coordination d'origine divine* qui synchronise le corps et l'esprit, par ailleurs distincts…

- Pour expliquer l'origine des objets le matérialisme s'oppose à l'idéalisme.
  Conséquence : en matière de création du monde le matérialisme est athée, tandis que l'idéalisme croit en Dieu.
- En matière de valeurs morales le Bien s'oppose au Mal.

Kant considère le dualisme comme un réalisme empirique :
(Citation de [20] page 377)
L'idéaliste transcendantal peut […] être un réaliste empirique, par conséquent, comme on l'appelle, un dualiste, c'est-à-dire admettre l'existence de la matière sans sortir de la simple conscience de soi, ni accepter quelque chose de plus que la certitude des représentations en moi, par conséquent que le *cogito, ergo sum*.
(Fin de citation)

3.3.2 Doctrine métaphysique de Descartes

3.3.2.1 Principes de la philosophie de Descartes

La métaphysique de Descartes est une recherche de la vérité dans la connaissance du monde et de la rigueur dans les raisonnements. Redoutant les préjugés que l'homme peut avoir depuis l'enfance par filiation, formation traditionnelle et manque d'habitude de raisonner avec rigueur, Descartes préconise *le doute systématique*.

3.3.2.1.1 Le doute systématique

Descartes écrit dans la Quatrième partie du *Discours de la méthode* [16] :
"Ainsi, à cause que nos sens nous trompent quelquefois, je voulus supposer qu'il n'y avait aucune chose qui fût telle qu'ils nous la font imaginer. Et parce qu'il y a des hommes qui se méprennent en raisonnant, même touchant les plus simples matières de géométrie, et y font des *paralogismes*, jugeant que j'étais sujet à faillir, autant qu'aucun autre, je rejetai comme fausses toutes les raisons que j'avais prises auparavant pour démonstrations. Et enfin, considérant que toutes les mêmes pensées, que nous avons étant éveillés, nous peuvent aussi venir quand nous dormons, sans qu'il y en ait aucune, pour lors, qui soit vraie, je me résolus de feindre que toutes les choses qui m'étaient jamais entrées en l'esprit n'étaient non plus vraies que les illusions de mes songes."

Paralogisme
Raisonnement faux fait de bonne foi.

Chez Kant, les paralogismes de la raison pure et les paralogismes transcendantaux sont des raisonnements par lesquels on passe subrepticement d'un usage empirique d'un concept à un usage transcendant, et qui sont à la base des démonstrations de la psychologie rationnelle.

(Citation de [20] page 360)

- "Le paralogisme *logique* consiste dans la fausseté formelle d'un raisonnement, quel qu'en puisse être par ailleurs le contenu.
- Un paralogisme *transcendantal*, en revanche, possède un fondement transcendantal qui incite à produire des conclusions formellement fausses.
  En sorte qu'un raisonnement fautif de ce type aura son fondement dans la nature de la raison humaine et induira une illusion inévitable, bien qu'il ne soit pas impossible de la résoudre en ses éléments."

  [Les paralogismes transcendantaux de la raison pure sont des raisonnements de psychologie rationnelle faux, tels que celui de Descartes dans la citation *Descartes : pensée, âme et corps*. Ils imaginent des informations qui n'existent pas pour le sujet auquel elles sont attribuées.]

(Fin de citation)

Raisons du doute de Descartes
Descartes détaille les raisons de son doute dans les *Principes de la philosophie* [19], ouvrage qui est une suite d'affirmations numérotées suivies de justifications, rédigées dans un style pédagogique.

"1. Que pour examiner la vérité il est besoin, une fois en sa vie, de mettre toutes choses en doute autant qu'il se peut."

"2. Qu'il est utile aussi de considérer comme fausses toutes les choses dont on peut douter."

Descartes considère que *ce dont on est certain est vrai* ; on n'a besoin de douter que de ce dont on n'est pas certain. Il dit, en effet :

> "…si nous en découvrons quelques-unes [de choses] qui […] nous semblent manifestement vraies, nous fassions état qu'elles sont aussi très certaines et les plus aisées qu'il est possible de connaître."

Pour Descartes *la certitude est souvent spontanée, intuitive* ; les choses dont est sûr sont les plus faciles à connaître puisqu'elles ne nécessitent pas de raisonnement.

"3. Que nous ne devons point user de ce doute pour la conduite de nos actions."

Le doute est indispensable pour philosopher avec rigueur, mais pour décider d'une action il faut être pragmatique et se contenter de vraisemblances.

"4. Pourquoi on peut douter de la vérité des choses sensibles."

Nos sens étant trompeurs, il faut mettre en doute ce que nous voyons, entendons, etc.

"5. Pourquoi on peut aussi douter des démonstrations de mathématique."

Descartes doute même de nos raisonnements qui paraissent les plus rigoureux, car *Dieu nous a peut-être faits pour nous tromper ou être trompés* :

> "…nous avons ouï dire que Dieu, qui nous a créés, peut faire tout ce qui lui plaît, et que nous ne savons pas encore s'il a voulu nous faire tels que nous soyons toujours trompés, même aux choses que nous pensons mieux connaître ; car, puisqu'il a bien permis que nous nous soyons trompés quelquefois […] pourquoi ne pourrait-il pas permettre que nous nous trompions toujours ?"

Critique : Descartes pense tantôt que Dieu ne peut nous tromper, tantôt qu'il nous a peut-être faits pour nous tromper ou être trompés. Où est la rigueur ?

Le libre arbitre de l'homme – Cas des connaissances douteuses

"6. Que nous avons un libre arbitre qui fait que nous pouvons nous abstenir de croire les choses douteuses, et ainsi nous empêcher d'être trompés."

> *Libre arbitre*
> C'est le pouvoir de choisir un acte en toute indépendance, ou de ne rien faire, en échappant au déterminisme de la nature, ou en ne tenant pas compte de la valeur morale (bien ou mal) des conséquences du choix.
>
> Croire en un libre arbitre de l'homme c'est croire qu'il a des choix dans lesquels Dieu n'intervient pas, ses conclusions pouvant alors être contestables.
>
> Cela ne peut arriver dans les cas où seule la logique pure est utilisée, sous forme de raisonnements ou de calculs, notamment dans les sciences exactes. Mais cela arrive d'abord dans les jugements moraux ou esthétiques. Cela arrive, ensuite, dans les jugements risqués, basés au moins en partie sur des connaissances incertaines ou incomplètes ; d'où le conseil de prudence de Descartes.
>
> Avant tout jugement, il faut donc se demander quel est le degré de certitude des connaissances utilisées.

3.3.2.1.2 Puisque je pense, j'existe

Voici des certitudes fondamentales de la métaphysique de Descartes.

Première certitude d'une réflexion métaphysique : l'homme qui pense existe

En métaphysique, le doute fait qu'a priori on ne sait même pas si quelque chose existe, parce que toute pensée est sujette à caution. Descartes propose ici une première certitude, contribution fondamentale qui sera reprise par exemple par Kant.

"7. Que nous ne saurions douter sans être [=exister], et que cela est la première connaissance certaine qu'on peut acquérir."

Douter implique de penser, qui implique d'exister ; l'esprit qui doute peut être au moins certain d'une chose : il existe. D'où les formules bien connues :

- Je pense, donc je suis [j'existe] ; en latin : cogito ergo sum ;
- Je doute, donc j'existe ; en latin : dubito ergo sum.

> "…nous ne saurions nous empêcher de croire que cette conclusion :
> *Je pense, donc je suis*, ne soit vraie, et [soit] par conséquent la première et la plus certaine

qui se présente à celui qui conduit ses pensées par ordre."
[Cette certitude est la conscience de soi]

En tant que première certitude dans la recherche de la connaissance du monde, les certitudes suivantes pourront être basées sur celle-ci.

3.3.2.1.3 Conscience de soi et de son corps

Deuxième certitude : l'homme a un corps inséparable de son esprit (âme)

"8. Qu'on connaît aussi ensuite la distinction qui est entre l'âme et le corps."

Pour Descartes esprit et âme sont synonymes, car il écrit un peu plus loin :

- "…moi, c'est-à-dire mon âme" ;
- "…qu'ils n'ont jamais distingué assez soigneusement leur âme, ou ce qui pense, d'avec le corps".

Puisque l'existence de l'esprit/âme a été établie sans autre hypothèse telle que l'existence du corps, le lieu, etc., le concept d'âme précède logiquement dans l'esprit celui de corps, dont la réalité n'est pas encore établie à ce stade de la recherche de Descartes.

Descartes pense que l'homme a dans son esprit une conscience innée de l'existence de son corps, donc ce corps existe puisque son esprit ne peut le tromper sur une certitude innée.

A ce stade, pourtant, Descartes constate que l'homme qui pense a aussi une *conscience de soi* : quand il pense, il sait qu'il pense et à quoi il pense. Il peut donc aussi dire : j'ai conscience de penser, donc mon esprit (mon âme) existe.

"…si j'entends parler seulement de l'action de ma pensée ou du sentiment, c'est-à-dire de la connaissance qui est en moi, qui fait qu'il me semble que je vois ou que je marche, cette même conclusion est si absolument vraie que je n'en puis douter, à cause qu'elle se rapporte à l'âme, qui seule a la faculté de sentir ou bien de penser en quelque autre façon que ce soit."

"9. Ce que c'est que penser"

"Par le mot de penser, j'entends tout ce qui se fait en nous de telle sorte que nous l'apercevons immédiatement par nous-mêmes ; c'est pourquoi non seulement entendre, vouloir, imaginer, mais aussi sentir, est la même chose ici que penser."

Ici, Descartes affirme que penser c'est avoir conscience de soi.

"10. Qu'il y a des notions d'elles-mêmes si claires qu'on les obscurcit en les voulant définir à la façon de l'École, et qu'elles ne s'acquièrent point par étude, mais naissent avec nous."

Descartes pense que les certitudes de l'homme sont nécessairement vraies, car elles lui sont inspirées par Dieu, qui ne peut vouloir le tromper puisqu'il est « très véritable » ; c'est une conséquence de son innéisme.

"11. Comment nous pouvons plus clairement connaître notre âme que notre corps."

"…le néant n'a aucunes qualités ni propriétés qui lui soient affectées, et qu'où nous en apercevons quelques-unes il se doit trouver nécessairement une chose ou substance dont elles dépendent."

Le néant (l'absence d'objet) n'ayant évidemment pas d'attributs, la perception de quelques qualités implique que leur sujet existe.

"Cette même lumière nous montre aussi que nous connaissons d'autant mieux une chose ou substance, que nous remarquons en elle davantage de propriétés ; or, il est certain que nous en remarquons beaucoup plus en notre pensée qu'en aucune autre chose."

Critique : la notion de *qualité d'une connaissance ou d'un concept* mesurée par le nombre d'attributs que nous lui connaissons est peu rigoureuse ;
la comparaison des qualités de connaissance de deux concepts différents au moyen de leurs nombres correspondants est donc sujette à caution.

Une mesure de qualité meilleure de la connaissance d'un concept serait la proportion d'attributs connus par rapport au nombre d'attributs possibles avec une connaissance parfaite, mais la connaissance parfaite n'est possible que pour les concepts purs (comme l'a remarqué Kant).

Le raisonnement de Descartes n'est donc pas convaincant.

"12. D'où vient que tout le monde ne la connaît pas [l'âme] en cette façon."

C'est faute d'avoir réfléchi avec rigueur, en distinguant le corps de l'esprit, que l'on se trompe. Car la certitude ne concerne que ce qui procède de la pensée, pas ce qui vient du corps.

3.3.2.1.4 La raison et l'intuition de l'homme lui viennent de Dieu

Dieu a muni l'homme de facultés de raisonnement logique et d'intuition infaillibles

"13. …on peut dire que si on ignore Dieu, on ne peut avoir de connaissance certaine d'aucune autre chose."

Descartes compare la perfection certaine de la connaissance d'un résultat ou théorème mathématique dont on connaît la démonstration, avec l'imperfection d'une affirmation dont on ne connaît pas la démonstration : la perfection du premier est plus certaine que celle du second.

Descartes envisage ensuite les cas où :

a) l'homme a été créé par Dieu ;

b) Dieu lui a attribué un esprit qui se trompe dans tout ce qui est évident

(autre hypothèse absurde, car elle a des contre-exemples comme celui de la certitude d'existence de l'esprit qui pense et la perfection des résultats démontrés).

Dans un tel cas la certitude scientifique n'est jamais possible, l'homme est condamné à l'ignorance. Il est donc indispensable qu'il connaisse Dieu pour savoir que son Créateur lui a attribué un esprit qui ne se trompe pas quand il fait confiance à ce qui est démontré ou qui lui paraît évident.

En somme Descartes croit :

- que l'homme a été créé par Dieu ;
- que Dieu le protège de l'erreur chaque fois qu'il fait confiance à la logique de son esprit ou à l'évidence ;
- que la certitude scientifique est réservée à celui qui croit en Dieu.

Descartes nous fournit là un exemple de l'aveuglement que peut provoquer la foi même chez un esprit scientifique brillant.

3.3.2.1.5 Dieu est inconcevable comme non-existant

"14. Qu'on peut démontrer qu'il y a un Dieu de cela seul que la nécessité d'être ou d'exister est comprise en la notion que nous avons de lui."

Descartes pense qu'on ne peut imaginer Dieu comme non-existant, que l'existence fait partie de son essence. Cette nécessité vient du raisonnement suivant : « puisque le monde existe, sa chaîne de causalité doit avoir un commencement, et ce commencement doit avoir une cause absolument nécessaire (c'est-à-dire sans cause physique) ; cette cause sans cause étant Dieu, le Créateur incréé parce qu'éternel, il est impossible qu'il n'existe pas. »

1 - Affirmer que la chaîne de causalité doit nécessairement avoir un début est une faute de logique : elle pourrait avoir toujours existé, depuis la nuit des temps.

2 – Rien ne prouve qu'une éventuelle cause physique initiale est Dieu, être infini, omnipotent, etc. : il n'y a pas de loi physique ou de déduction logique pour cela.

On ne peut démontrer *logiquement* que l'Univers a un âge fini. Nous savons *scientifiquement* qu'il y a eu un Big Bang, mais nous ne savons rien sur un « avant Big Bang » éventuel, nous n'avons que des conjectures invérifiables.

Kant a qualifié cette faute logique de « malheureuse preuve ontologique de l'existence de Dieu » dans [20] page 536 :

"C'était une démarche totalement contre nature, et qui constituait un simple renouvellement de l'esprit scolastique, que de vouloir tirer d'une idée forgée de façon entièrement arbitraire [Dieu] l'existence de l'objet correspondant à cette idée. En fait, on n'aurait jamais tenté d'emprunter cette voie si n'avait surgi auparavant en la raison le besoin d'admettre, pour l'existence en général, quelque chose de nécessaire […], et si la raison n'avait été contrainte, puisque cette nécessité doit être inconditionnée et certaine *a priori,* de chercher un concept qui pût satisfaire dans la mesure du possible à une telle exigence et donnât à connaître une existence complètement *a priori.* Or, ce concept, on crut le trouver dans l'Idée d'un être qui fût le plus réel de tous, et ainsi cette Idée se vit-elle utiliser pour procurer une connaissance plus déterminée d'une chose dont on était déjà par ailleurs persuadé ou convaincu qu'elle ne pouvait qu'exister - à savoir de l'Être nécessaire. Cependant, on dissimula ce fonctionnement naturel de la raison, et au lieu d'aboutir à ce concept, on essaya de commencer par lui pour en déduire la nécessité de l'existence qu'il n'était pourtant destiné qu'à compléter. De là procéda la malheureuse preuve ontologique, qui ne

véhicule avec elle rien qui pût satisfaire ni l'entendement naturel et sain ni l'examen méthodique."

Nécessité de distinguer deux concepts de Dieu : le créateur et l'acteur

Même si on admet l'existence d'une *cause première* comme absolument nécessaire pour avoir un début à la chaîne de causalité du monde, rien ne prouve que cette cause initiale est un Être suprême, et que cet être a les qualités qu'on lui prête pour intervenir dans notre monde : éternité, omniprésence, omniscience, perfection, justice, charité, etc. Il faut donc distinguer dans notre concept de Dieu, les aspects *créateur du monde* et *acteur dans le monde*, le premier n'impliquant pas nécessairement le second.

Voir aussi *L'impossible inclusion d'une affirmation d'existence dans une définition*

Autre raison d'accepter l'existence de Dieu, dans la Méditation cinquième [17]

Après avoir remarqué que son esprit a une idée d'un être souverainement parfait aussi claire que celles d'une figure ou d'un nombre, Descartes écrit :

- "…l'existence de Dieu doit passer en mon esprit au moins pour aussi certaine, que j'ai estimé jusques ici toutes les vérités des mathématiques, qui ne regardent que les nombres et les figures…"

  Critique : on cherche la vérité sur l'existence de Dieu, pas une opinion personnelle basée sur une intuition. Et le fait que les théorèmes des mathématiques soient vrais et jugés vrais par l'esprit ne prouve ni que Dieu existe, ni qu'il faut juger qu'il existe.

- "…ayant accoutumé dans toutes les autres choses de faire distinction entre l'existence et l'essence, je me persuade aisément que l'existence peut être séparée de l'essence de Dieu, et qu'ainsi on peut concevoir Dieu comme n'étant pas actuellement [c'est-à-dire n'existant pas].

  Mais néanmoins, lorsque j'y pense avec plus d'attention, je trouve manifestement que l'existence ne peut non plus être séparée de l'essence de Dieu, que de l'essence d'un triangle rectiligne la grandeur de ses trois angles égaux à deux droits, ou bien de l'idée d'une montagne l'idée d'une vallée ; en sorte qu'il n'y a pas moins de répugnance de concevoir un Dieu (c'est-à-dire un être souverainement parfait) auquel manque l'existence (c'est-à-dire auquel manque quelque perfection), que de concevoir une montagne qui n'ait point de vallée."

  A l'évidence, Descartes rejette l'impossibilité logique de faire de l'existence un attribut de l'essence au motif qu'il connaît d'autres exemples qu'il estime analogues. Or :

  1) rien ne justifie une faute de logique ;

  2) la somme des angles d'un triangle est une propriété démontrable, sans rapport avec une existence ;

  3) Les vallées existent par définition des montagnes, qu'on ne peut concevoir sans vallées. Mais cette propriété n'est pas analogue à celle de Dieu créateur, qu'on peut séparer de celle de sa définition en tant qu'acteur (perfection, omnipotence…) comme Descartes le reconnaît dans la phrase "je me persuade aisément que l'existence peut être séparée de l'essence de Dieu, et qu'ainsi on peut concevoir Dieu comme n'étant pas actuellement."

  4) Une analogie n'est pas une preuve.

  Conclusion : dans ces exemples Descartes manque de rigueur.

"15. Que la nécessité d'être n'est pas ainsi comprise en la notion que nous avons des autres choses, mais seulement le pouvoir d'être."

La *nécessité d'être* implique l'existence d'une cause efficace, alors que le *pouvoir d'être* n'implique qu'une possibilité d'existence, c'est-à-dire une existence dont l'affirmation n'est pas, par elle-même, contraire à la logique ou à une cause efficace.

Pour Descartes seule l'existence de Dieu est (logiquement) *nécessaire* (même sans cause efficace, puisque Dieu éternel existe depuis toujours sans avoir été créé) ; l'existence de tout autre objet ou être est seulement *possible*, lorsqu'il a une cause efficace et seulement dans ce cas-là.

3.3.2.1.6 La métaphysique de Descartes est basée sur l'existence et l'omnipotence de Dieu

Dans la suite de ses *Principes de la philosophie* [19], Descartes construit toute sa métaphysique sur l'existence et l'intervention dans notre monde d'un Dieu parfait, conforme à celui des trois monothéismes : juif, chrétien et musulman. Il affirme notamment :

"16. Que seuls des préjugés empêchent certains hommes de comprendre que l'existence de Dieu est une nécessité causale (celle d'une cause première)."
Voir *Dieu est inconcevable comme non-existant* .

"17. Que plus une chose est parfaite plus sa cause doit l'être aussi."

Descartes ne conçoit donc pas de connaissance scientifique sans dimension morale ou esthétique, la notion de perfection qu'il invoque pouvant s'appliquer aux deux. Cette conception de la connaissance scientifique, qu'il partage avec les Grecs, est rejetée sans appel de nos jours.

18. Pour Descartes "nous trouvons en nous l'idée d'un Dieu, ou d'un être tout parfait", idée que nous ne pouvons attribuer qu'à un être parfait, car :

- Cette idée ne peut résulter du néant, qui n'est cause de rien et n'a pas de qualité ;
  Descartes considère qu'une abstraction, l'idée, ne peut provenir causalement du néant, ce qui n'aurait aucun sens : si elle existe indépendamment de l'homme (c'est alors une Idée – I majuscule) cette existence est absolue, sans cause ; et si c'est une abstraction humaine (i minuscule) elle ne peut provenir que d'un esprit humain.
- Une chose ne pouvant résulter de quelque chose qui est moins parfait qu'elle, notre idée d'un Dieu parfait ne peut provenir que d'un Dieu parfait qui nous l'a inspirée.
  Aucune causalité logique ou physique ne dépend d'une qualité de perfection, et l'exigence de perfection minimum de la cause initiale est une aberration : Descartes est aveuglé par sa foi.

Descartes pense que l'idée de Dieu est en nous et que notre entendement la connaît (§54).

19. "Qu'encore que nous ne comprenions pas tout ce qui est en Dieu, il n'y a rien toutefois que nous ne connaissions si clairement comme ses perfections."

Descartes admet là que l'esprit peut avoir des évidences parfaites sans base factuelle suffisante, raisonnement admissible en matière artistique ou religieuse, mais pas en matière de métaphysique ou de science.

20. "Que nous ne sommes pas la cause de nous-mêmes, mais que c'est Dieu, et que par conséquent il y a un Dieu."

Descartes pense que lorsqu'une affirmation comme « Dieu existe, il est parfait et c'est notre créateur » est en nous avec une évidence aveuglante, elle ne peut qu'être vraie car son origine ne peut être que divine, seul Dieu étant assez parfait pour nous l'inspirer. Il sous-estime l'imagination humaine.

21. "Que la seule durée de notre vie suffit pour démontrer que Dieu est."

Raisonnement de Descartes : qu'un homme soit vivant maintenant n'entraîne pas qu'il continue de vivre ; s'il continue et tant qu'il continue c'est que Dieu le veut et le fait, car il en a le pouvoir. On lit §51 :

> "…il n'y a aucune chose créée qui puisse exister un seul moment sans être soutenue et conservée par sa puissance [la puissance de Dieu]."

Il est certain que l'effet physique d'une cause naturelle ne peut continuer que tant que cette cause ne change pas. Mais cette nécessité causale ne s'applique pas à Dieu, qui n'intervient pas dans les lois de la nature – sauf pour un croyant.

Même Kant rejette ce raisonnement de Descartes, en affirmant que l'homme physique est entièrement et exclusivement soumis aux lois de la nature, où Dieu n'intervient pas parce qu'il n'existe qu'en imagination, il est transcendantal.

22. Etc.

3.3.2.1.7 Autres considérations métaphysiques

La notion de degré de réalité est source de préjugés

Dans [19], Descartes conçoit le *degré de réalité* d'un objet extérieur à son corps d'après l'intensité des impressions qu'il lui cause, et montre que cette notion est source de préjugés :

"71. Que la première et principale cause de nos erreurs sont les préjugés de notre enfance."

"[L'âme] jugeait qu'il y avait plus ou moins de réalité en chaque objet, selon que les impressions qu'il causait lui semblaient plus ou moins fortes. De là vient qu'elle a cru qu'il y avait beaucoup plus de substance ou de corps dans les pierres et dans les métaux que dans l'air ou dans l'eau, parce qu'elle y sentait plus de dureté et de pesanteur ; et qu'elle n'a considéré l'air non plus que rien lorsqu'il n'était agité d'aucun vent, et qu'il ne lui semblait ni chaud ni froid. Et parce que les étoiles ne lui faisaient guère plus sentir de lumière que des chandelles allumées, elle n'imaginait

pas que chaque étoile fût plus grande que la flamme qui paraît au bout d'une chandelle qui brûle. Et parce qu'elle ne considérait pas encore si la terre peut tourner sur son essieu, et si sa superficie est courbée comme celle d'une boule, elle a jugé d'abord qu'elle est immobile, et que sa superficie est plate.

Et nous avons été par ce moyen si fort prévenus de mille autres préjugés que lors même que nous étions capables de bien user de notre raison, nous les avons reçus en notre créance ; et au lieu de penser que nous avions fait ces jugements en un temps que nous n'étions pas capables de bien juger, et par conséquent qu'ils pouvaient être plutôt faux que vrais, nous les avons reçus pour aussi certains que si nous en avions eu une connaissance distincte par l'entremise de nos sens, et n'en avons non plus douté que s'ils eussent été des notions communes."

Les hommes donnent leur attention aux paroles plutôt qu'aux choses

Les hommes ne font pas assez d'efforts pour s'exprimer de façon précise et raisonnent sur des mots vagues (§74).

Conseils de Descartes pour bien philosopher

"75. Abrégé de tout ce qu'on doit observer pour bien philosopher.

C'est pourquoi, si nous désirons vaquer sérieusement à l'étude de la philosophie et à la recherche de toutes les vérités que nous sommes capables de connaître,

- nous nous délivrerons en premier lieu de nos préjugés, et ferons état de rejeter toutes les opinions que nous avons autrefois reçues en notre créance, jusques à ce que nous les ayons derechef examinées ;
- nous ferons ensuite une revue sur les notions qui sont en nous, et ne recevrons pour vraies que celles qui se présenteront clairement et distinctement à notre entendement.

Par ce moyen, nous connaîtrons premièrement que nous sommes [nous existons], en tant que notre nature est de penser, et qu'il y a un Dieu duquel nous dépendons ; et après avoir considéré ses attributs [c'est-à-dire que Dieu ne peut pas nous inspirer des pensées erronées] nous pourrons rechercher la vérité de toutes les autres choses, parce qu'il [Dieu] en est la cause.

Outre les notions que nous avons de Dieu et de notre pensée, nous trouverons aussi en nous la connaissance de beaucoup de propositions qui sont perpétuellement vraies, comme par exemple, que le néant ne peut être l'auteur de quoi que ce soit, etc. Nous y trouverons l'idée d'une nature corporelle ou étendue, qui peut être mue, divisée, etc., et des sentiments qui causent en nous certaines dispositions, comme la douleur, les couleurs, etc. ;

C'est en ce peu de préceptes que je pense avoir compris tous les principes plus généraux et plus importants de la connaissance humaine."

Croire ce qu'affirme la révélation divine plutôt que nos raisonnements

"76. Que nous devons préférer l'autorité divine à nos raisonnements, et ne rien croire de ce qui n'est pas révélé que nous ne le connaissions fort clairement."

Descartes préconise là l'exact contraire de Kant, qui écrit dans la *Critique de la raison pure* [20] page 65 note * :

> "Notre siècle est proprement le siècle de la critique, à laquelle tout doit se soumettre. La *religion,* parce qu'elle est *sacrée,* et *la législation, à* cause de sa *majesté,* veulent communément s'y soustraire. Mais elles suscitent dès lors vis-à-vis d'elles un soupçon légitime et ne peuvent prétendre à ce respect sans hypocrisie que la raison témoigne uniquement à ce qui a pu soutenir son libre et public examen."

Kant refuse là les vérités imposées depuis des millénaires par la religion (révélations) ou l'autorité des princes et despotes (lois édictées). Il milite pour que l'homme pense par lui-même, parce qu'il est doué de raison, et pour que soient admises comme vérités les affirmations que tous les hommes peuvent accepter librement et d'un commun accord ; c'est une foi en la science, en la liberté d'expression et en la démocratie. Voir *Qu'est-ce que les Lumières ?* [21].

Et croire les certitudes et raisonnements humains plutôt que l'expérience

Descartes a aussi une recommandation pour les cas où l'expérience contredit une certitude humaine : c'est cette dernière qu'il faut croire, car elle est inspirée par Dieu qui ne nous trompe pas, alors que nous pouvons mal interpréter un fait d'expérience.

Critique : Les révélations divines sont plus souvent dans les Livres saints, les textes des autorités religieuses et les prêches que dans l'esprit des croyants inspiré directement par Dieu. Adopter le principe de croire ces révélations plutôt que l'expérience et les raisonnements peut mener l'Etat à

l'autoritarisme religieux, que nous voyons aujourd'hui dans certaines sociétés musulmanes ; c'est parce que cette soumission a marqué l'humanité pendant près de deux millénaires que les philosophes du XVIIIe siècle ont conçu les Lumières [21].

3.3.2.2 Discours de la méthode

L'ouvrage *Principes de la philosophie* [19] de 1644, présenté ci-dessus, reprend et complète le *Discours de la méthode* [16] de 1637 et les *Méditations métaphysiques* [17] de 1641. Voici un résumé commenté du *Discours de la méthode*, dont le sous-titre *Pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* annonce l'objectif que Descartes a poursuivi ensuite dans les deux autres ouvrages.

Le *Discours de la méthode* comprend six parties :

- Considérations touchant les sciences ;
- Principales règles de la méthode ;
- Règles de morale tirées de cette méthode ;
- Preuves de l'existence de Dieu et de l'âme, fondements de la métaphysique de Descartes ;
- Considérations diverses sur la physique, la physiologie, la médecine et l'âme ;
- Pour aller plus loin dans la compréhension de la nature.

3.3.2.2.1 Considérations touchant les sciences

(Citation)
"Le bon sens est la chose du monde la mieux partagée : car chacun pense en être si bien pourvu, que ceux même qui sont les plus difficiles à contenter en toute autre chose, n'ont point coutume d'en désirer plus qu'ils en ont."
(Fin de citation)

L'expression « Le bon sens » désigne ici l'aptitude à atteindre la vérité en raisonnant juste : voir L'innéisme. Cette aptitude existe chez tout homme.

(Citation)
"…la diversité de nos opinions ne vient pas de ce que les uns sont plus raisonnables que les autres, mais seulement de ce que nous conduisons nos pensées par diverses voies, et ne considérons pas les mêmes choses."
(Fin de citation)

Descartes admet ici la pluralité des points de vue : plusieurs opinions peuvent être fondées. Il explique ailleurs que les erreurs éventuelles proviennent de raisonnements basés sur des faits douteux (connaissances incertaines ou incomplètes).

(Citation)
"…je veux croire qu'elle [la raison] est tout entière en un chacun [en chaque homme], et suivre en ceci l'opinion commune des philosophes, qui disent qu'il n'y a du plus et du moins qu'entre les *accidents*, et non point entre les *formes*, ou natures, des *individus* d'une même *espèce*.
(Fin de citation)

Descartes reprend ici une opinion d'Aristote qui, après avoir affirmé qu'il n'y a pas de hasard dans les lois d'évolution de la nature, admet qu'il peut y avoir des accidents, c'est-à-dire des anomalies imprévisibles. Ici Descartes pense que tous les hommes ont une essence commune (leur *forme*, due à leur « nature », donc des facultés) …sauf quand ils ont une essence différente par accident. C'est là un manque de rigueur que Kant a dénoncé et résolu en expliquant comment et pourquoi les lois naturelles n'ont pas d'exception.

(Citation)
"…voyant plusieurs choses qui, bien qu'elles nous semblent fort extravagantes et ridicules, ne laissent pas d'être communément reçues et approuvées par d'autres grands peuples, j'apprenais à ne rien croire trop fermement de ce qui ne m'avait été persuadé que par l'exemple et par la coutume, et ainsi je me délivrais peu à peu de beaucoup d'erreurs, qui peuvent offusquer notre lumière naturelle, et nous rendre moins capables d'entendre raison."
(Fin de citation)

Lorsque les faits (l'expérience, la coutume) contredisent ce qu'enseigne la religion ou ce que conclut notre raisonnement (que Dieu nous a donné parfait), Descartes choisit de croire, dans l'ordre, 1 - la religion, 2 – le raisonnement : les faits viennent toujours en dernier. C'est étonnant

chez un réaliste ontologique comme Descartes, et opposé à la démarche scientifique actuelle qui adapte la représentation de la réalité (la théorie proposée par l'homme) à son expérience.

Le rêve de Descartes

On lit dans cette première partie :

"Je me plaisais surtout aux mathématiques, à cause de la certitude et de l'évidence de leurs raisons ; mais je ne remarquais point encore leur vrai usage, et, pensant qu'elles ne servaient qu'aux arts mécaniques, je m'étonnais de ce que, leurs fondements étant si fermes et si solides, on n'avait rien bâti dessus de plus relevé."

Descartes rêvait de fonder toutes les connaissances sur la méthode des mathématiques, afin d'atteindre le même niveau de précision et de certitude. Un disciple fameux, Spinoza, a poursuivi ce rêve dans son œuvre majeure, *l'Ethique démontrée suivant l'ordre géométrique* [29] : il a construit et rédigé ce texte comme le voulait Descartes, sous forme de démonstration « géométrique » avec des définitions, des axiomes, des propositions et des raisonnements logiques. Hélas, la première définition de l'ouvrage est déjà logiquement impossible, nous l'avons vu.

3.3.2.2.2 Principales règles de la méthode – Les quatre préceptes

Descartes a défini quatre préceptes à observer "pour parvenir à la connaissance de toutes les choses dont mon esprit serait capable".

(Citation de [16] *Seconde partie*)

1. "Le premier [précepte] était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, que je ne la connusse évidemment être telle : c'est-à-dire, d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention [=les préjugés]; et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute."

   En somme, une affirmation ne doit être considérée comme vraie que si elle paraît évidente : voir L'innéisme.

2. "Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais, en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre."

   Une affirmation a d'autant plus de chances d'être évidente qu'elle est simple, notamment si elle est intuitive. Il faut donc commencer par décomposer une affirmation par analyse en autant de parties qu'il faut pour que chacune soit évidente.

3. "Le troisième, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusques à la connaissance des plus composés; et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres."

   La compréhension d'un sujet difficile exige une suite logique d'opérations d'analyse (décomposant les affirmations jusqu'au niveau de l'évidence), d'inférence (par application de règles de calcul de propositions) et de synthèse (regroupant les affirmations déjà certaines). Toutes ces opérations doivent être reliées par des opérations logiques : inférences, syllogismes, calcul des propositions, etc. Voir dans [12] l'article *Logique – Compléments modernes et critique des idées de Kant sur ce sujet*.

   Inférence

   (Logique) Opération qui consiste à admettre une *proposition* en raison de son lien avec une proposition préalable (*prémisse*) tenue pour vraie. (Lorsqu'une conclusion se déduit de plusieurs prémisses, la logique utilise par exemple un *syllogisme*.)

   Exemple d'inférence

   « Ce polygone étant un triangle, la somme de ses angles est 180° ».

   Inférence est un terme général

   L'inférence est une déduction *immédiate* (=en une seule étape) d'une conclusion à partir d'une seule prémisse, alors que le syllogisme est une déduction *médiate* (en plusieurs étapes). Inférence est un terme général, dont raisonnement, déduction, induction, etc., sont des cas particuliers.

   Kant appelle l'inférence *raisonnement d'entendement* et le syllogisme *raisonnement de raison*.

4. "Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre."

Il faut vérifier :

- Que chaque terme de chaque affirmation est défini complètement et sans ambiguïté ;
- Que chaque relation entre éléments d'une affirmation est claire et incontestable ;
- Que chaque affirmation est certaine, du fait d'une expérience, d'une déduction immédiate ou d'un raisonnement sans faille ;
- Qu'aucune affirmation n'a un contre-exemple ;
- Qu'on a bien tenu compte de tous les faits qui interviennent dans chaque affirmation et chaque conclusion.

(Fin de citation)

Décrire un raisonnement est parfois difficile

Il est important de savoir que l'application du précepte 3 est parfois difficile : le calcul des propositions est un sujet de logique si complexe qu'il n'a été fini d'étudier qu'au début du XXe siècle. Dans certains cas il faut lui adjoindre un calcul des prédicats, des raisonnements de théorie des ensembles, des définitions récursives, des preuves de calculabilité ou de complétude. Voir dans [12] *Logique – Compléments modernes et critique des idées de Kant sur ce sujet*.

Logicien est aujourd'hui un métier de haut niveau scientifique, la logique étant la fondation des disciplines composant les mathématiques (arithmétique, analyse, algèbre, géométrie, etc.).

Descartes ne pouvait connaître ces difficultés possibles et pensait que tous les raisonnements ressemblent à ceux qu'on fait en géométrie pour démontrer une propriété d'une figure.

Exemple [23] : cercle d'Euler d'un triangle (cercle des 9 points), passant par :

- Les trois milieux des trois côtés du triangle ;
- Le pied de chacune des trois hauteurs du triangle ;
- Le milieu de chacun des trois segments reliant l'orthocentre (point de concours des trois hauteurs) à un sommet du triangle.

Il écrivait donc, à la suite du quatrième précepte :

"Ces longues chaînes de raisons, toutes simples et faciles, dont les géomètres ont coutume de se servir, pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations, m'avaient donné occasion de m'imaginer que toutes les choses, qui peuvent tomber sous la connaissance des hommes, s'entre-suivent en même façon et que, pourvu seulement qu'on s'abstienne d'en recevoir aucune pour vraie qui ne le soit, et qu'on garde toujours l'ordre qu'il faut pour les déduire les unes des autres, il n'y en peut avoir de si éloignées auxquelles enfin on ne parvienne, ni de si cachées qu'on ne découvre."

Critiques

- Descartes ne pouvait pas savoir que, trois siècles après son *Discours de la méthode*, Gödel démontrerait qu'une proposition vraie n'est pas toujours démontrable, et que certaines propositions sont indécidables : voir *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*.
- La simplicité et la facilité d'une démonstration mathématique est toute relative : la démonstration du *Théorème de Fermat* est longue de 109 pages [24].

  Théorème de Fermat

  En 1630, Fermat avait affirmé - sans donner de preuve - que l'équation

  $x^n + y^n = z^n$, où les quatre variables *x, y, z* et *n* sont des entiers naturels

  n'a pas de solution {*x, y, z*} non nulle pour $n>2$.
  (Pour n = 2, une solution connue est par exemple $3^2 + 4^2 = 5^2$).

  Cette affirmation, appelée "Théorème de Fermat" ou "grand théorème de Fermat" ou "dernier théorème de Fermat" n'a été démontrée qu'en 1994 par Andrew John Wiles. Pendant 364 ans, malgré les efforts des plus grands mathématiciens, on ne l'a vérifiée que dans des cas particuliers : certains obstinés l'avaient même vérifiée pour certains triplets *x, y, z* jusqu'à une puissance *n* voisine de 125 000, selon [25] page 135.

3.3.2.2.3 Règles de morale tirées de cette méthode

Descartes a adopté quelques principes de morale provisoires (maximes) pour vivre le plus heureux possible pendant ses recherches.

1. "La première [maxime] était d'obéir aux lois et aux coutumes de mon pays, retenant constamment la religion en laquelle Dieu m'a fait la grâce d'être instruit dès mon enfance, et me gouvernant, en toute autre chose, suivant les opinions les plus modérées, et les plus éloignées de l'excès, qui fussent communément reçues en pratique par les mieux sensés de ceux avec lesquels j'aurais à vivre."

   Descartes a été impliqué dans pas mal de controverses scientifiques et philosophiques dans sa vie, mais il s'est toujours soigneusement abstenu de critiquer le pouvoir en place (prince régnant et institutions) et les coutumes du pays où il résidait (France, Pays-Bas, Suède, etc.). Mieux même, il s'est efforcé de n'exprimer que des opinions modérées.

   C'est ainsi qu'apprenant le procès fait en 1633 à Galilée par le Saint-Office pour avoir publié que la Terre n'était pas le centre immobile du monde [26], alors qu'il s'apprêtait à publier un livre où il soutenait le modèle héliocentrique du système solaire faisant de la Terre une planète, Descartes renonça à publier l'ouvrage, qui ne parut qu'après sa mort [27]. Il explique cela à mots couverts dans la sixième partie du *Discours de la méthode* :
   voir *Pour aller plus loin dans la compréhension de la nature*.

   Saint-Office
   C'est le nom donné en 1908, lors de la réforme de la curie romaine par Pie X, à la Sacrée congrégation (Congregatio Sancti Officii), elle-même issue de la Sacrée Congrégation de l'Inquisition romaine et universelle, créée par Paul III en 1542 pour lutter contre les progrès du protestantisme.

   L'institution, qui défendait la doctrine et la pratique chrétiennes, fut un organisme particulièrement répressif : exécution de Giordano Bruno en 1600 pour avoir soutenu des théories sur l'Univers déplaisant à l'Eglise, condamnation de l'héliocentrisme de Copernic en 1616, procès de Galilée…

2. "Ma seconde maxime était d'être le plus ferme et le plus résolu en mes actions que je pourrais, et de ne suivre pas moins constamment les opinions les plus douteuses, lorsque je m'y serais une fois déterminé, que si elles eussent été très assurées."

   Descartes fait confiance à son jugement (inspiré par Dieu, nous l'avons vu). Il recommande de ne pas changer de raisonnement sans raison, mais de poursuivre jusqu'à son terme celui qu'on a choisi judicieusement.

   Lorsqu'on n'a pas de certitude dans le choix d'un raisonnement parmi plusieurs possibles, Descartes recommande de choisir le plus probable : "…lorsqu'il n'est pas en notre pouvoir de discerner les plus vraies opinions, nous devons suivre les plus probables."

3. "Ma troisième maxime était de tâcher toujours plutôt à me vaincre que la fortune, et à changer mes désirs que l'ordre du monde ; et généralement, de m'accoutumer à croire qu'il n'y a rien qui soit entièrement en notre pouvoir, que nos pensées, en sorte qu'après que nous avons fait notre mieux, touchant les choses qui nous sont extérieures, tout ce qui manque de nous réussir est, au regard de nous, absolument impossible. Et ceci seul me semblait être suffisant pour m'empêcher de rien désirer à l'avenir que je n'acquisse, et ainsi pour me rendre content."

   Descartes recommande ici d'accepter la réalité lorsqu'elle est plus forte que nous, et de nous en contenter parce que c'est la seule possible : "…faisant, comme on dit, de nécessité vertu..".

   Il affirme aussi le pouvoir de la volonté sur les émotions et penchants divers, pouvoir auquel la psychologie moderne ne croit pas du tout.

4. "Enfin, pour conclusion de cette morale, je m'avisai de faire une revue sur les diverses occupations qu'ont les hommes en cette vie, pour tâcher à faire choix de la meilleure ; et sans que je veuille rien dire de celles des autres, je pensai que je ne pouvais mieux que de continuer en celle-là même où je me trouvais, c'est-à-dire, que d'employer toute ma vie à cultiver ma raison, et m'avancer, autant que je pourrais, en la connaissance de la vérité, suivant la méthode que je m'étais prescrite."

   En choisissant de faire dans la vie ce qu'il sait faire le mieux, Descartes recommande implicitement aux hommes d'en faire autant.

3.3.2.2.4 Preuves de l'existence de Dieu et de l'âme, fondements de la métaphysique de Descartes

Nous avons vu, au paragraphe *Le doute systématique*, le début du raisonnement de Descartes sur ce sujet. Voici la suite extraite de [16].

"Mais, aussitôt après, je pris garde que, pendant que je voulais ainsi penser que tout était faux, il fallait nécessairement que moi, qui le pensais, fusse quelque chose. Et remarquant que cette vérité *: je pense, donc je suis*, était si ferme et si assurée, que toutes les plus extravagantes suppositions des sceptiques n'étaient pas capables de l'ébranler, je jugeai que je pouvais la recevoir, sans scrupule, pour le premier principe de la philosophie que je cherchais.

Puis, examinant avec attention ce que j'étais, et voyant que je pouvais feindre que je n'avais aucun corps, et qu'il n'y avait aucun monde, ni aucun lieu où je fusse ; mais que je ne pouvais pas feindre, pour cela, que je n'étais point ; et qu'au contraire, de cela même que je pensais à douter de la vérité des autres choses, il suivait très évidemment et très certainement que j'étais [c'est-à-dire que j'existais] ; au lieu que, si j'eusse seulement cessé de penser, encore que tout le reste de ce que j'avais jamais imaginé eût été vrai, je n'avais aucune raison de croire que j'eusse été [existé] : je connus de là que j'étais une substance dont toute l'essence ou la nature n'est que de penser, et qui, pour être, n'a besoin d'aucun lieu, ni ne dépend d'aucune chose matérielle."

Descartes découvre là l'esprit, qui n'a conscience que de penser et dont le *Moi* est une abstraction qui échappe à toute causalité physique. Il confond ensuite esprit et âme, pour lui synonymes.

"En sorte que ce moi, c'est-à-dire l'âme par laquelle je suis ce que je suis, est entièrement distincte du corps, et même qu'elle est plus aisée à connaître que lui, et qu'encore qu'il ne fût point, elle ne laisserait pas d'être tout ce qu'elle est [même si le corps n'existait pas l'âme existerait à l'identique]."

Descartes constate alors que la pensée dont il est conscient, je pense dont je suis, est vraie et il généralise, postulant que tout ce qu'il pense clairement et distinctement est vrai :

"…je jugeai que je pouvais prendre pour règle générale, que les choses que nous concevons fort clairement et fort distinctement sont toutes vraies…"

Critique : grave erreur !

Cherchant alors l'origine des connaissances (qui sont plus parfaites que l'ignorance) dans son esprit d'être imparfait, Descartes estime qu'elles ne peuvent provenir que d'un être plus parfait que lui, Dieu, qui ne pouvait donc pas ne pas exister : l'essence de Dieu doit donc contenir son attribut d'existence.

Ce raisonnement est faux : voir *Dieu est inconcevable comme non-existant*.

Descartes conclut sur un *critère général de vérité* :
"…cela même que j'ai tantôt pris pour une règle, à savoir que les choses que nous concevons très clairement et très distinctement sont toutes vraies, n'est assuré qu'à cause que Dieu est ou existe, et qu'il est un être parfait, et que tout ce qui est en nous vient de lui. D'où il suit que nos idées ou notions, étant des choses réelles, et qui viennent de Dieu, en tout ce en quoi elles sont claires et distinctes, ne peuvent en cela être que vraies."

Critique : autre erreur grave !

Et il complète cette règle par celle de la *primauté de la raison sur l'imagination et l'expérience, parce que notre pensée raisonnable vient de Dieu* :
"…nous ne nous devons jamais laisser persuader qu'à l'évidence de notre raison. Et il est à remarquer que je dis, de notre raison, et non point, de notre imagination ni de nos sens. […] car la raison ne nous dicte point que ce que nous voyons ou imaginons ainsi soit véritable. Mais elle nous dicte bien que toutes nos idées ou notions doivent avoir quelque fondement de vérité; car il ne serait pas possible que Dieu, qui est tout parfait et tout véritable [qui n'inspire que des vérités], les eût mises en nous sans cela."

Critique : troisième erreur grave !

3.3.2.2.5 Remarques sur la physique, la physiologie, la médecine et l'âme

Comment Dieu pourrait créer un monde régi par les mêmes lois physiques

Descartes pense avoir trouvé les causes premières du monde et pouvoir expliquer les astres et les lois physiques. Il écrit :

(Citation de [16] *Cinquième partie*)
"…je fis voir quelles étaient les lois de la nature ; et, sans appuyer mes raisons sur aucun autre principe que sur les perfections infinies de Dieu, je tâchai à démontrer toutes celles dont on eût pu

avoir quelque doute, et à faire voir qu'elles sont telles, qu'encore que Dieu aurait créé plusieurs mondes, il n'y en saurait avoir aucun où elles manquassent d'être observées."
(Fin de citation)

Mais pour ne pas qu'on puisse l'accuser (comme Giordano Bruno, Copernic et Galilée) d'affirmer un modèle du système solaire et du monde différent de celui que l'Eglise soutient, Descartes prétend décrire un monde imaginaire régi par les mêmes lois physiques.
Voir dans la *Sixième partie* Pour aller plus loin dans la compréhension de la nature.

De l'âme

Cette cinquième partie du *Discours de la méthode* traite aussi de sujets scientifiques sans rapport avec notre centre d'intérêt, la métaphysique, sujets que nous n'aborderons donc pas. Mais elle contient des affirmations concernant l'âme qui nous intéressent.

- "J'avais décrit, après cela, l'âme raisonnable, et fait voir qu'elle ne peut aucunement être tirée de la puissance de la matière, ainsi que les autres choses dont j'avais parlé, mais qu'elle doit expressément être créée ;"

  Descartes exprime là un point de vue antimatérialiste : l'âme ne peut provenir du corps, elle a dû être créée séparément (donc par Dieu).

- "…la nôtre [l'âme] est d'une nature entièrement indépendante du corps et, par conséquent, qu'elle n'est point sujette à mourir avec lui ; puis, d'autant qu'on ne voit point d'autres causes qui la détruisent, on est naturellement porté à juger de là qu'elle est immortelle."

  Descartes admet que l'âme n'est pas matérielle, donc que c'est une abstraction. Il juge alors cette abstraction immortelle, qualificatif qui ne s'applique qu'aux êtres vivants, qui sont tous matériels. Son jugement implique la possibilité d'une causalité s'appliquant à l'âme, possibilité qui n'existe que pour ce qui est physique. Sa foi chrétienne lui fait donc faire des raisonnements impossibles…

3.3.2.2.6 Pour aller plus loin dans la compréhension de la nature

Descartes dit qu'il a compris les causes du monde, sa cosmologie et sa physique

(Citation de [16] *Sixième partie*)

[Descartes prétend avoir trouvé les causes premières du monde à partir du concept de Dieu et d'intuitions innées]
"Premièrement, j'ai tâché de trouver en général les principes, ou premières causes, de tout ce qui est, ou qui peut être, dans le monde, sans rien considérer, pour cet effet, que Dieu seul, qui l'a créé, ni les tirer d'ailleurs que de certaines semences de vérités qui sont naturellement en nos âmes.

[Descartes en a déduit des connaissances de cosmologie et de physique]
Après cela, j'ai examiné quels étaient les premiers et plus ordinaires effets qu'on pouvait déduire de ces causes : et il me semble que, par là, j'ai trouvé des cieux, des astres, une Terre, et même, sur la terre, de l'eau, de l'air, du feu, des minéraux, et quelques autres telles choses qui sont les plus communes de toutes et les plus simples, et par conséquent les plus aisées à connaître.

Puis, lorsque j'ai voulu descendre à celles qui étaient plus particulières, il s'en est tant présenté à moi de diverses, que je n'ai pas cru qu'il fût possible à l'esprit humain de distinguer les formes ou espèces de corps qui sont sur la terre d'une infinité d'autres qui pourraient y être, si c'eût été le vouloir de Dieu de les y mettre, ni, par conséquent, de les rapporter à notre usage, si ce n'est qu'on vienne au-devant des causes par les effets, et qu'on se serve de plusieurs expériences particulières.

[Descartes pense pouvoir expliquer toutes ses expériences]
En suite de quoi, repassant mon esprit sur tous les objets qui s'étaient jamais présentés à mes sens, j'ose bien dire que je n'y ai remarqué aucune chose que je ne pusse assez commodément expliquer par les principes que j'avais trouvés."
(Fin de citation)

Critique de ces affirmations

Nous verrons en étudiant la métaphysique de Kant que toutes ces affirmations sont logiquement impossibles : on ne peut déduire du concept de Dieu ni la création du monde, ni son contenu, ni ses lois d'évolution. Descartes se vante de découvertes impossibles résultant de sa méthode de pensée.

Pourquoi *Le Monde ou Traité de la lumière* n'a été publié qu'après la mort de Descartes

Cette sixième et dernière partie du *Discours de la méthode* contient une explication historique à lire entre les lignes : Descartes n'a pas publié de son vivant *Le Monde ou Traité de la lumière* [27] à cause du procès fait à Galilée par le Saint-Office, procès qui a fait craindre à Descartes d'avoir de graves ennuis pour y avoir soutenu le modèle héliocentrique du système solaire.

3.3.2.3 Méditations métaphysiques

L'ouvrage *Méditations métaphysiques* [17], rédigé en latin à l'intention de lecteurs intellectuels d'un certain niveau d'études, et disposant de beaucoup de temps, comprend six chapitres-méditations :

- Raisons de douter généralement de toutes choses ;
- L'esprit reconnaît qu'il est impossible qu'il n'existe pas lui-même ;
- Des preuves de l'existence de Dieu ;
- Preuve que les choses que nous concevons clairement et distinctement sont toutes vraies ;
- Explication de la nature corporelle et autre preuve de l'existence de Dieu ;
- Distinction entre entendement et imagination, et existence des choses matérielles.

Les arguments de cet ouvrage forment une suite logique où, à partir du doute initial, les affirmations s'enchaînent, chaque méditation supposant les conclusions de la précédente. Le lecteur y est incité à suivre Descartes pour redécouvrir avec lui des vérités métaphysiques.

Comme nous avons déjà vu deux exposés de la métaphysique de Descartes, dans le *Discours de la méthode* et dans la première partie des *Principes de la philosophie*, nous ne reprendrons ici que des idées nouvelles ou suffisamment différentes.

Dans le *Discours de la méthode* [16] le doute est scientifique, alors que dans les *Méditations métaphysiques* [17] il met en cause l'existence même du monde et envisage la possibilité d'un Dieu trompeur :

> "…je dois examiner s'il y a un Dieu, sitôt que l'occasion s'en présentera ; et si je trouve qu'il y en ait un, je dois aussi examiner s'il peut être trompeur : car sans la connaissance de ces deux vérités, je ne vois pas que je puisse jamais être certain d'aucune chose."

3.3.2.3.1 Existence d'un monde extérieur au sujet qui pense

Puisque dans les *Méditations métaphysiques* [17] Descartes raisonne sur la *réalité objective* d'une idée présente à son esprit, définissons d'abord cette notion.

> *Réalité objective*
> La doctrine idéaliste définit une réalité autre que physique, donc sans référence empirique, à partir d'une chose en soi : la *réalité objective*. L'objet d'une telle réalité est alors transcendantal ; c'est le cas, par exemple, de Dieu.
>
> Cette réalité est dite objective car sa signification (les informations qui la définissent) étant indépendante de l'homme et des circonstances peut être partagée à l'identique par tous les humains.

Descartes analyse l'entendement, en remarquant que la réalité et la perfection d'une représentation de son esprit ne peuvent provenir que d'une cause au moins aussi réelle et parfaite :

(Citation de la *Méditation Troisième*)

> "…si la réalité objective de quelqu'une de mes idées est telle que je connaisse clairement qu'elle n'est point en moi, ni formellement ni éminemment [spirituellement],
>
> > [par exemple si je perçois une suite d'événements que mon sens interne reconnaît comme indépendants de mon propre temps, événements qui doivent donc être extérieurs à moi]
>
> et que par conséquent je ne puis pas moi-même en être la cause [je ne peux l'avoir imaginée], il suit de là nécessairement que je ne suis pas seul dans le monde, mais qu'il y a encore quelque autre chose qui existe, et qui est la cause de cette idée ;
>
> > [l'« idée » est ici une représentation présente à l'esprit et issue du sens externe, et Descartes admet qu'il lui correspond un objet réel]
>
> au lieu que, s'il ne se rencontre point en moi de telle idée, je n'aurai aucun argument qui me puisse convaincre et rendre certain de l'existence d'aucune autre chose que de moi-même ; car je les ai tous soigneusement recherchés, et je n'en ai pu trouver aucun autre jusqu'à présent."

[si je n'ai rien perçu venant du sens externe je ne peux être certain de l'existence d'un monde extérieur à moi-même]

(Fin de citation)

Critique

La réalité objective est une abstraction conçue par le sujet pensant *sans référence empirique*. « Savoir clairement » que son objet n'est pas *dans* l'esprit ou le corps du sujet est un jugement qui ne prouve rien, car son fondement n'est ni logique ni empirique : le sens interne n'ayant accès qu'au temps, Descartes aurait dû invoquer une suite d'événements indépendants de son temps ; encore une fois il admet à tort que ce qui est clair dans l'esprit humain est nécessairement vrai. Dans un rêve, par exemple, l'homme peut voir clairement et distinctement des choses extérieures imaginaires. L'existence d'un monde extérieur au sujet est une réalité, mais elle se démontre en invoquant la seule perception accessible au sens interne, le temps ; Descartes a donc raison avec une démonstration fausse.

Le problème de l'existence d'une réalité extérieure au sujet qui pense a été résolu par Kant, à partir de la sensation du temps qui passe du sujet et de perceptions d'événements extérieurs à des intervalles de temps différents et indépendants.

Autre erreur, Descartes raisonne comme si l'objet d'une réalité objective était une réalité physique soumise à la nécessité causale ; ce n'est pas vrai, puisque cet objet est transcendantal. Mais Descartes ne connaît pas cette notion-là…

3.3.2.3.2 Existence de Dieu cause de son idée

Dans la Méditation troisième, on lit :

(Citation)

[Dieu existe parce que lui seul peut m'inspirer la connaissance de sa perfection]

"…il ne reste que la seule idée de Dieu, dans laquelle il faut considérer s'il y a quelque chose qui n'ait pu venir de moi-même. Par le nom de Dieu j'entends une substance infinie, éternelle, immuable, indépendante, toute connaissante, toute-puissante, et par laquelle moi-même, et toutes les autres choses qui sont (s'il est vrai qu'il y en ait qui existent) ont été créées et produites. Or ces avantages sont si grands et si éminents, que plus attentivement je les considère, et moins je me persuade que l'idée que j'en ai puisse tirer son origine de moi seul. Et par conséquent il faut nécessairement conclure de tout ce que j'ai dit auparavant, que Dieu existe.

[Dieu existe parce que lui seul peut m'inspirer la notion d'infini]

Car, encore que l'idée de la substance soit en moi, de cela même que je suis une substance, je n'aurais pas néanmoins l'idée d'une substance infinie, moi qui suis un être fini, si elle n'avait été mise en moi par quelque substance qui fût véritablement infinie."

(Fin de citation)

Descartes pense que la qualité d'une conséquence ne peut résulter que d'une cause de qualité au moins égale. Or les qualités en question ne sont pas des grandeurs mesurables et la loi de causalité correspondante n'existe ni en logique ni en physique.

En outre, Descartes considère qu'il y a nécessairement une réalité extérieure *qui lui a inspiré* ces notions de perfection et d'infinité, parce qu'il est trop fini pour en concevoir lui-même de semblables. Ce raisonnement est faux : l'homme a une imagination qui lui permet de concevoir aussi bien la perfection que l'infinité, il le prouve par exemple en mathématiques et en physique sur des ensembles bien définis ; le fait d'utiliser des notions analogues avec des qualités non mesurables est un simple non-sens.

3.3.2.3.3 Dieu agit pour l'application ininterrompue de ses lois d'évolution

Descartes considère le temps comme une suite ininterrompue d'instants ou d'intervalles de temps indépendants.

(Citations de [17] *Méditation troisième*)

"…tout le temps de ma vie peut être divisé en une infinité de parties, chacune desquelles ne dépend en aucune façon des autres ;"

[Ici l'indépendance est soit entre instants (ou intervalles de temps) successifs, soit entre états successifs du sujet, on ne sait pas]

[…] "et ainsi, de ce qu'un peu auparavant j'ai été, il ne s'ensuit pas que je doive maintenant être…"

Critique
On ne sait pas ici si les « parties » dont parle Descartes sont des instants, des intervalles ou des états, mais peu importe : leur indépendance est une négation du déterminisme !

Il est évident qu'une évolution se produit exactement autant de temps que sa cause existe ; et si (et seulement si) cette cause est ininterrompue, l'évolution physique l'est aussi. L'absence d'interruption fait que chaque état instantané (ou chaque évolution pendant un intervalle de temps) est à la fois la conséquence de l'état (ou de l'évolution) précédent(e) et la cause du (de la) suivant(e) : l'indépendance n'existe pas. Ce qui a été détermine ce qui est et ce qui sera, c'est une conséquence du postulat de déterminisme. Il est donc évident que Descartes ne postule pas ce déterminisme.

Voir aussi : *Aucun événement naturel ne peut être contingent*.

[*Suite de la citation après* "maintenant être…"]
"si ce n'est qu'en ce moment quelque cause me produise et me crée, pour ainsi dire, derechef, c'est-à-dire me conserve. En effet c'est une chose bien claire et bien évidente (à tous ceux qui considéreront avec attention la nature du temps), qu'une substance, pour être conservée dans tous les moments qu'elle dure, a besoin du même pouvoir et de la même action, qui serait nécessaire pour la produire et la créer tout de nouveau, si elle n'était point encore."

(Fin des citations)

La conservation ci-dessus est tout simplement la poursuite de l'effet de la même cause que précédemment, pas l'effet d'une cause renouvelée. Si l'effet de la cause à l'instant t est une évolution du système décrite par une fonction $f(t)$ de dérivée $f'(t)$, l'effet à l'instant suivant $t+dt$ est $f(t+dt)$ avec une dérivée $f'(t+dt)$, où la fonction f et sa dérivée f' sont les mêmes qu'à l'instant t : il y a une continuité parfaite de la fonction et de sa dérivée tant que la cause ne change pas. Si, comme le laisse entendre Descartes, on pouvait remettre en question la loi d'évolution f, il pourrait y avoir une discontinuité de f ou de f' entre t et $t+dt$, ce qui est impossible si la cause ne change pas et tant qu'elle ne change pas : c'est une conséquence du déterminisme.

La création du monde est une action continue de Dieu

Pour Descartes la création divine du monde ne s'est jamais arrêtée : elle se poursuit à chaque instant, pour ne pas que les substances qui existent cessent d'exister et que les évolutions s'arrêtent : on parle à ce propos de *Théorie de la création continuée*. Pour Descartes, Dieu recrée donc sans cesse tout ce qui existe et relance toutes les évolutions qui ont commencé.

Descartes explique donc les forces motrices des mouvements d'objets par l'effet de la volonté divine. Plus généralement, il explique les lois de la nature par des actions divines ; en l'absence de telles actions le monde serait sans initiative (il n'y aurait ni cause finale ni cause suffisante), donc sans évolution propre ; le monde n'aurait même pas de cohérence ontologique, ce serait un chaos infini.

3.3.2.3.4 Nécessité d'un déterminisme négatif

« Ne ressentant pas en lui-même de pouvoir de faire continuer la cause d'évolution », Descartes attribue la poursuite de cette évolution à "quelque être différent de moi". Et comme il (Descartes) est « une chose qui pense et a en soi une idée de Dieu » la poursuite d'évolution doit résulter de l'action d'une chose qui pense et possède en soi l'idée de toutes les perfections attribuées à la nature divine. Il en conclut que cette chose est Dieu, *qui est donc cause d'inertie au changement*. Et cette cause d'inertie a elle-même une cause, qui a une cause, etc. jusqu'à une dernière cause sans cause, "…qui se trouvera être Dieu."

Descartes raisonne donc avec un *déterminisme négatif*, où l'inertie au changement de notre déterminisme habituel est remplacée par une propension au changement non démontrée empêchée par l'inertie divine postulée.

3.3.2.3.5 La stabilité des lois physiques et la science sont-elles possibles ?

La théorie ci-dessus pose des problèmes que Descartes n'aborde pas.

- Si Dieu doit intervenir constamment pour qu'une évolution commencée se poursuive et qu'un objet créé continue d'exister, qu'est-ce qui permet de croire que les évolutions naturelles sont soumises à des lois, c'est-à-dire qu'elles respectent la *Règle de stabilité* ? Dieu est-il engagé par

ses actions passées, et si oui n'est-ce pas là une limite à sa toute-puissance ? Descartes n'en dit rien.

- Si Dieu peut intervenir à tout moment dans l'Univers, l'homme ne peut définir des lois stables expliquant le passé et prévoyant les évolutions. Alors adieu la science et la recherche scientifique devient inutile. Descartes ayant fait de la recherche, est-ce parce qu'il n'avait pas pensé à ce risque d'instabilité des lois, ou est-ce parce qu'il avait deux logiques différentes, l'une pour la science et l'autre pour la métaphysique ?

Si la pensée de Descartes est cohérente sur ces deux sujets, la théorie des vérités éternelles est une réponse : Dieu est engagé par sa création de telles vérités à ne pas revenir sur elles, il a renoncé sur ce point à son pouvoir de changer les choses. Descartes affirme qu'*il existe des lois de la nature* et qu'*elles sont universelles*, ce qui suppose qu'*elles sont stables*.

Stabilité des vérités éternelles

Ces vérités sont statiques, ce ne sont pas des lois d'évolution naturelles ; Dieu se serait-il aussi engagé sur la pérennité de ces vérités ?

Ne comprenant pas les fins de Dieu, je ne vois pas de raison de douter de son existence

(Citation de la *Méditation Quatrième*)
"…je ne me dois point étonner si mon intelligence n'est pas capable de comprendre pourquoi Dieu fait ce qu'il fait, et qu'ainsi je n'ai aucune raison de douter de son existence..."
(Fin de citation)

« Puisque je ne comprends pas la finalité de l'action divine, je n'ai pas de raison de douter de l'existence de Dieu » : curieux raisonnement où une incompréhension encourage de croire en une existence ! Depuis quand ce que je dois croire dépend-il des fins que je prête à Dieu ?

C'est pourtant ce que recommande la Bible : "Heureux ceux qui n'ont pas vu, et qui ont cru !" [30].

- Kant dans [21] s'élève contre la croyance non critique.

  (Citation)
  "Qu'est-ce que les Lumières ? La sortie de l'homme de sa minorité dont il est lui-même responsable. Minorité, c'est-à-dire incapacité de se servir de son entendement sans la direction d'autrui, minorité dont il est lui-même responsable puisque la cause en réside non dans un défaut de l'entendement mais dans un manque de décision et de courage de s'en servir sans la direction d'autrui. *Sapere aude !* [Ose penser !] Aies le courage de te servir de ton propre entendement. Voilà la devise des Lumières.
  […]
  Or, pour ces lumières, il n'est rien requis d'autre que la liberté, et à vrai dire la liberté la plus inoffensive de tout ce qui peut porter ce nom, à savoir celle de faire un usage public de sa raison dans tous les domaines. Mais j'entends présentement crier de tous côtés : « Ne raisonnez pas »! L'officier dit : « Ne raisonnez pas, exécutez ! » ; Le percepteur : « Ne raisonnez pas, payez! » ; Le prêtre : « Ne raisonnez pas, croyez : »."
  (Fin de citation)

- Nietzsche dans [32] croit que la nature n'est pas régie par des lois, que le monde est un chaos ; il écrit dans *"Le Gai savoir"* §109 *"Gardons-nous !"* :

  (Citation)
  "Le caractère général du monde est au contraire de toute éternité chaos, non pas au sens de l'absence de nécessité, mais au contraire au sens de l'absence d'ordre, d'articulation, de forme, de beauté, de sagesse et de tous nos anthropomorphismes esthétiques quelque nom qu'on leur donne. A en juger du point de vue de notre raison, ce sont les coups malheureux qui constituent de loin la règle…"
  (Fin de citation)

3.3.2.4 Les vérités éternelles de Descartes

Sources :

- [19] Article *Que les vérités ne peuvent ainsi être dénombrées, et qu'il n'en est pas besoin*
- [22] *Lettres au père Mersenne* et *Réponses de l'auteur aux sixièmes objections faites par divers théologiens, philosophes et géomètres*

La thèse des vérités éternelles apparaît en 1630 dans des lettres au père Marin Mersenne, théologien, philosophe de la nature et mathématicien, qui a eu un rôle important au XVIIe siècle comme correspondant de nombreux penseurs et scientifiques dont il recevait et rediffusait les œuvres, un peu comme une revue scientifique aujourd'hui.

Les vérités éternelles sont des énoncés a priori considérés par Descartes comme évidents. On y trouve des concepts de base ; des axiomes de logique comme « Rien ne peut à la fois exister et ne pas exister à un même point de vue » ; des définitions et structures mathématiques (ligne droite, solide régulier) ; ainsi que des valeurs morales (Bien/Mal, Juste/Injuste), *toutes notions voulues par Dieu*. Ainsi, par exemple, « la somme des angles d'un triangle est égale à deux angles droits parce que Dieu l'a voulue ainsi ». Dieu a aussi voulu que ces vérités soient intelligibles par l'homme, *contrairement à d'autres créations qu'il n'a pas rendues compréhensibles*. Dieu a ainsi séparé ses créations en *scientifiques* (intelligibles) et *ontologiques* (inaccessibles à une compréhension complète).

Exemples de vérités éternelles extraits des *Principes de la philosophie* §49 [19]

(Citation)

"… lorsque nous pensons qu'on ne saurait faire quelque chose de rien, nous ne croyons point que cette proposition soit une chose qui existe ou la propriété de quelque chose, mais nous la prenons pour une certaine vérité éternelle qui a son siège en notre pensée, et que l'on nomme une notion commune ou une maxime

[…]

de même quand on dit qu'il est impossible qu'une même chose en même temps soit et ne soit pas, que ce qui a été fait ne peut n'être pas fait

[…]

nous ne saurions manquer de les savoir lorsque l'occasion se présente de penser à elles…"

(Fin de citation)

3.4 La métaphysique de Kant

Sources : [5], [12], [20], [21]

Emmanuel Kant était un philosophe allemand, auteur de théories approfondies sur la connaissance et la morale. Il a révolutionné la philosophie en lui appliquant une critique rationnelle. Il a aussi résolu de manière définitive, inattaquable, les questions millénaires de l'existence de Dieu et de l'immortalité de l'âme.

3.4.1 De la métaphysique de Descartes à celle de Kant

L'ouvrage le plus connu de Kant est aussi celui qui décrit le mieux sa théorie de la connaissance : la *Critique de la raison pure* [20]. Kant y refonde la métaphysique pour en faire une science rigoureuse bien que spéculative, en commençant par une définition de ses objectifs.

Définition kantienne de la métaphysique

La métaphysique répond au besoin de l'homme de spéculer sur ce qu'il ignore

Source : [20] page 108 *Introduction - Problème général de la raison pure*

La métaphysique correspond à une disposition naturelle de l'homme, qui se pose des questions sur tout ce qu'il ignore. Mais comme les réflexions sur ces sujets ont toujours abouti à d'inévitables contradictions, Kant a voulu savoir jusqu'où la *raison pure* de l'homme lui permettait de développer ses connaissances avec assurance : il a voulu lui poser des bornes déterminées et sûres. Il a décrit cette question sous la forme :

> « *Comment la métaphysique est-elle possible comme science* ? »
>
> *Raison pure*
> La raison pure est l'ensemble des règles de déduction et synthèse logiques indépendantes de l'expérience ; permettant une connaissance *absolument a priori*, elles sont innées et partagées par tous les hommes sains d'esprit.
>
> *Absolument a priori*
> Une proposition qui ne peut se déduire d'aucune autre proposition, est *absolument a priori* ; elle n'admet alors aucune exception, elle est *universelle*.
> Exemple : un principe comme « Tout ce qui arrive a une cause ».

Est absolument a priori, aussi, une proposition résultant d'une démonstration logique à partir d'une ou plusieurs propositions absolument a priori.
Exemple : un théorème mathématique.

Absolument a priori est synonyme d'absolument pur.

Question : peut-on construire une science métaphysique ?

Kant a consacré un ouvrage entier à ce sujet : *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science* [33].
En voici des extraits du §4 pages 40 à 43.
Kant se pose d'abord cette question : s'il existait effectivement une métaphysique capable de s'affirmer comme science, comment serait-elle possible, et comment la raison s'y prendrait-elle pour parvenir à la découvrir ?
Voici ses réflexions.

- La principale fin d'une telle métaphysique (s'il en existait une) serait de répondre à deux questions que l'homme se pose depuis la nuit des temps :
  - Qu'est-ce que l'Être suprême : que peut-on savoir sur lui et d'abord existe-t-il ?
  - Y a-t-il une vie après la mort, et mon âme est-elle immortelle ?

  Comme on n'a jamais pu démontrer de réponses à ces questions à partir des principes de la raison pure, une telle métaphysique n'existe pas.
- Pourquoi le monde a-t-il été créé ? Quelles étaient les fins de son Créateur ?
  La raison de l'homme a d'évidentes dispositions pour la spéculation métaphysique et les concepts transcendants. Comme tout ce qui existe a une raison d'être et doit servir quelque fin, pour quelles fins y a-t-il un monde et pourquoi l'homme a-t-il été doté du pouvoir de penser ?
  Voilà des sujets que la métaphysique doit aborder.
- La métaphysique a pour but une extension de la connaissance. Or une telle extension n'a été faite ni par propositions analytiques ni par propositions synthétiques, même non démontrées.
  Kant écrit à ce sujet dans [33] §4 pages 41-42 :
  - "On peut nous indiquer maintes propositions qui [paraissent] certaines et qui n'ont jamais été contestées, mais elles sont toutes analytiques et elles ont trait aux matériaux et instruments permettant de construire la métaphysique plutôt qu'à l'extension de la connaissance qui doit cependant être notre but véritable en ce domaine."
  - "Vous pouvez bien exhiber aussi des propositions synthétiques (par exemple, le principe de raison suffisante), dont vous n'avez jamais donné la démonstration à partir de la seule raison, donc *a priori*, comme c'était cependant votre devoir de le faire, et que, malgré cela, on vous accorde volontiers :

    [Le principe de raison suffisante (=le déterminisme) est indémontrable en logique pure, il doit être postulé.]

    quand vous voulez les mettre au service de votre fin principale, vous aboutissez cependant à des affirmations à ce point irrecevables et incertaines que de tout temps une métaphysique a contredit l'autre, soit qu'elle en conteste les thèses elles-mêmes, soit qu'elle conteste leurs preuves, et elle a par là même annulé sa prétention à être approuvée de façon durable."
  - "Les tentatives pour constituer cette science ont même été sans aucun doute la première cause du scepticisme qui est apparu si tôt…"

Kant se demande alors si une métaphysique rigoureuse est au moins possible :
"Ainsi, dégoûtés du dogmatisme qui ne nous apprend rien, tout autant que du scepticisme qui ne nous promet rien du tout, […] il ne nous reste plus qu'à poser une question critique dont la réponse nous serve à régler notre attitude future :
une métaphysique est-elle décidément possible ?

[La réponse cherchée doit éviter le scepticisme et construire une définition rigoureuse]
Mais à cette question il ne faut pas qu'on réponde en recourant à des objections sceptiques contre certaines thèses d'une métaphysique réelle (car pour le moment nous n'accordons valeur à aucune métaphysique) ; il faut répondre en partant du concept qui n'est encore que problématique d'une telle science.

[Kant a cherché la réponse en étudiant notre raison pure elle-même, pour identifier ses concepts et ses règles de raisonnement : c'est ainsi qu'est née sa Critique]
Dans la *Critique de la raison pure*, pour traiter cette question, j'ai procédé *synthétiquement,* c'est-à-dire que j'ai cherché dans la raison pure elle-même et c'est à cette source même que j'ai tâché de déterminer, selon des principes, aussi bien les éléments que les lois de son usage pur.

Ce travail est difficile et exige un lecteur décidé à pénétrer progressivement dans un système qui ne [dispose] encore comme fondement d'autre donnée que la raison elle-même et qui par conséquent cherche à développer la connaissance à partir de ses germes originaires sans s'appuyer sur aucun fait."
(Fin de citation)

[33] page 195 – "La tâche primordiale de la *Critique de la raison pure* est de rechercher la possibilité d'une réalisation scientifique de la métaphysique."

Conditions à satisfaire par une critique de la raison pour que la métaphysique soit une science
(Citation de [33] pages 185-186)
"Or pour [que la métaphysique] puisse prétendre, à titre de science, non pas simplement à une persuasion trompeuse, mais à la compréhension et à la conviction, il faut qu'une critique de la raison elle-même expose :

- Le fond des concepts *a priori,*
  - leur division selon leurs différentes sources : la sensibilité, l'entendement et la raison,
  - en outre, leur tableau complet [leur liste exhaustive]
  - et l'analyse de tous ces concepts [la définition détaillée de chacun] avec toutes les conséquences qui peuvent s'ensuivre,

  [Kant s'élève ici contre l'habitude qu'ont trop de philosophes d'utiliser des notions vagues, habitude dont Leibniz se plaignait déjà. Tous deux veulent que les concepts utilisés soient définis de manière claire, non ambigüe et complète.]
- Ensuite et surtout la possibilité de la connaissance synthétique *a priori,* grâce à la déduction de ces concepts, les principes de leur emploi, enfin les limites de cet emploi ;

  [Kant recommande que les synthèses nécessaires pour créer des connaissances métaphysiques n'utilisent que des concepts déduits de façon rigoureuse d'autres concepts connus ; il recommande aussi que les raisonnements avec ces concepts suivent des règles logiques rigoureuses, et que les limites du domaine de connaissances ainsi constitué soient clairement établies. La lecture de la *Critique* et des *Prolégomènes* illustre bien l'observance de ces recommandations par Kant lui-même.]
- Et il faut qu'elle expose tout cela dans un système complet.

  [Les relations entre tous les concepts ainsi créés et utilisés doivent être rigoureuses et structurées, sans ambigüités ni non-dits, pour former un système de pensée complet.]

[La Critique est donc un plan d'action complet pour créer une science métaphysique]
Ainsi c'est la critique, et elle seule, qui contient en elle non seulement tout le plan, mis à l'épreuve et vérifié, mais même tous les moyens d'exécution, permettant la réalisation de la métaphysique comme science, chose impossible par tous autres moyens et voies. De sorte que, ici, il s'agit moins de savoir comment cette entreprise est possible que de savoir comment la mettre en œuvre."
(Fin de citation)

Nous allions voir successivement :

- Les limites de la raison pure ;
- Pour quelles connaissances la métaphysique est-elle nécessaire ?
- Quelle connaissance est accessible à la métaphysique ?
- Définitions de la raison et de la raison pure.

3.4.1.1 Les limites de la raison pure
Source : [33] §57 pages 161 et suivantes

Dans la *Critique de la raison pure* Kant a étudié la description de la réalité physique telle qu'elle est perçue. Il a notamment cherché les limites d'une telle description obtenue à partir des sens externe et interne.

3.4.1.1.1 Possibilité de l'expérience

Revoir d'abord la définition de l'expérience : toute connaissance issue des sens externe ou interne est précédée par une expérience.
Voir *Ensembles d'informations (diagramme selon terminologie de Kant)*.

On ne peut connaître d'un objet physique que ce qui vient de l'expérience possible

(Citation de [33] §57 page 161)
"Il y aurait absurdité à espérer connaître d'un objet quelconque davantage que ce qui relève de *l'expérience possible* de cet objet ou encore prétendre à la moindre connaissance d'une chose dont nous admettons qu'elle n'est pas un objet d'expérience possible, en vue de la déterminer selon sa constitution telle qu'elle est en elle-même ;

> [déterminer sa chose en soi d'après les éléments qui composent l'objet et leur structure de relations]

car comment veut-on parvenir à cette détermination, alors que le temps, l'espace et tous les concepts d'entendement, bien plus : tous les concepts tirés du monde sensible par intuition empirique ou perception, n'ont et ne peuvent avoir d'autre usage que de rendre l'expérience possible,

et alors que même les concepts purs de l'entendement dès qu'ils sont affranchis de cette condition ne déterminent aucun objet et sont dépourvus de toute signification ?"
(Fin de citation)

Facultés qui seules rendent possible l'expérience
(Citation de [20] page 175 note a)
"Il y a trois sources [facultés] *originaires* qui contiennent les conditions de la possibilité de toute expérience [c'est-à-dire d'une perception avec ce qu'elle donne ou qui en est conçu par intuition, ainsi que ce qu'on peut en induire
et ne peuvent elles-mêmes être dérivées d'aucun pouvoir de l'esprit :

- les sens,
- l'imagination,
- et l'aperception."

(Fin de citation)

Originaire (adjectif)
Que l'esprit comprend sans autre explication possible ; c'est un concept irréductible (un concept de base) comme le point géométrique ou le nombre entier ; c'est d'un principe et/ou d'une connaissance originaire que l'on déduit d'autres concepts.

Remarque importante sur la transcendance
Aucune de ces trois sources d'expériences ne donne accès à ce qui existerait en dehors de l'Univers ou aurait existé avant sa création :

- il n'y a pas d'expérience transcendante ;
- l'homme ne peut rien savoir par expérience de ce qui serait (ou a été) extérieur à l'Univers lors de sa création – notamment par Dieu ;
  il ne doit donc rien affirmer sur ces sujets, qui appartiennent au domaine des conjectures.

Processus commun à toutes les expériences
Toute expérience doit créer, pour le phénomène concerné, des concepts permettant les jugements qui le décrivent complètement (=qui le déterminent). Cette création suit les mêmes règles pour tous les phénomènes et aboutit à des concepts communs à tous, chacun associé à une catégorie de jugements.

Déterminabilité (=possibilité de détermination) d'un objet par un concept
Conditions logiques de déterminabilité : non-contradiction, exhaustivité et possibilité :

- *Non-contradiction : un prédicat a une valeur logique*
  Un objet est déterminé par un ensemble de prédicats soumis à l'exigence de non-contradiction ; les prédicats à prendre en compte dans une détermination sont ceux qui ne sont pas immanents à l'objet (=compris dans sa définition), qui en sont donc des *degrés de liberté* comme on dit de nos jours.

Exemple : la couleur d'un chat que l'on voit n'est pas comprise dans sa définition, alors qu'avoir quatre pattes l'est.

Tout prédicat qui a un sens pour un objet donné ne peut, à l'instant considéré, qu'avoir la valeur *Vrai* ou la valeur *Faux*, chacune de ces valeurs excluant l'autre.

- *Exhaustivité : une détermination d'objet exige l'ensemble exhaustif de ses prédicats*
  Les prédicats précédents sont soumis à *l'exigence d'exhaustivité* : un objet n'est réputé déterminé (=connu) que si on connaît la valeur *Vrai* ou *Faux* de chacune de ses propriétés logiques *possibles* ; cette exigence est transcendantale.

  Un objet des sens ne peut être intégralement déterminé que s'il est comparé avec *tous* les prédicats du phénomène et s'il est représenté par l'intermédiaire de ces prédicats de façon affirmative ou négative.
- *Possibilité d'un objet donné : appartenance à l'ensemble des phénomènes possibles*
  Le phénomène dont l'homme a l'expérience doit être possible : il ne doit contredire aucune connaissance digne de confiance ; ainsi, on ne doit pas voir un homme à tête de cheval, et on ne peut être en deux lieux distants à la fois.

Conditionné et inconditionné d'un objet déterminé : définitions
L'ensemble des prédicats effectivement attribués à un objet par sa connaissance *dans un contexte donné* est appelé son *conditionné*, l'ensemble des prédicats *possibles* étant son *inconditionné*.
Le conditionné peut provenir de l'intuition, de l'entendement et de la raison.
Voir *Ensembles d'informations (diagramme selon terminologie de Kant)*

Lire ici :

- *Mais il y a d'autres modes de connaissance que celles qui sont conformes aux possibilités de l'expérience* ;
- *Imagination productrice et imagination reproductrice selon Kant*.

3.4.1.1.2 Pour quelles connaissances la métaphysique est-elle nécessaire ?
(Citation de [33] §57 pages 162-163)
"Nous ne sommes pas libres de nous abstenir complètement de toute recherche [à propos des choses en soi] ; car l'expérience ne satisfait jamais entièrement la raison ; elle nous renvoie sans cesse plus loin dans la réponse aux questions et nous laisse toujours insatisfaits quand il s'agit d'explication complète…

[Toute réponse à une question amène de nouvelles questions parce qu'il n'existe pas de connaissance absolue, seuls les concepts de base sont absolus.]

[Exemple 1 : la nature de l'âme]
Qui pourrait bien supporter que, s'agissant de la nature de notre âme, nous parvenions à la conscience claire du sujet et en même temps à la conviction qu'on ne peut donner d'explication matérialiste de ses phénomènes, sans se demander : qu'est-ce proprement que l'âme?

et sans admettre à cette seule fin, si aucun concept d'expérience n'y suffit [ne suffit à découvrir par expérience la nature de l'âme], à tout le moins un concept de la raison (celui d'un être immatériel simple), lors même que nous ne pouvons pas du tout démontrer sa réalité objective ? [démontrer logiquement que l'âme est le concept d'une chose en soi]

[Quand aucune réponse factuelle n'existe, nous pouvons en imaginer une, même irréelle. Kant prépare là le terrain pour son Dieu transcendantal.]

[Concept de la raison (= concept rationnel)
Un concept de la raison est produit par raisonnement selon les principes de la raison. Selon [20] page 340, il concerne une connaissance dont toute connaissance empirique est seulement une partie (fût-elle la totalité de l'expérience possible ou de sa synthèse empirique) : il apporte en plus le concept de *synthèse d'un raisonnement* :

Connaissance empirique + synthèse d'un raisonnement ➔ *Concept de la raison*

Les concepts de la raison servent à l'opération de *rassembler [des propositions pour leur donner une unité rationnelle],* comme les concepts de l'entendement servent à celle de *comprendre* (les perceptions).

Un concept de la raison approfondit la connaissance d'un objet au-delà de l'entendement
Rassembler des propositions consiste à former une suite d'étapes de raisonnement (par exemple des syllogismes pour ce qui est déductif) pour construire un concept permettant une connaissance d'un objet plus approfondie que celle de l'entendement : *le concept de la raison.]*

[Exemples 2 et 3 : les questions cosmologiques]
Qui peut se contenter de la seule connaissance d'expérience dans toutes les questions cosmologiques concernant la durée et la grandeur du monde, la liberté ou la nécessité naturelle [=le respect ou non du déterminisme des lois de la nature], dès lors que, de quelque manière que nous nous y prenions, toute réponse donnée selon les principes de l'expérience engendre toujours une nouvelle question, qui appelle également une réponse et montre clairement par là que toutes les espèces physiques d'explication [les explications causales conformes aux lois naturelles] ne suffisent pas à satisfaire la raison ?

[Exemple 4 : contingence et dépendance universelles]
Enfin, qui ne voit qu'il est impossible de s'en tenir à la contingence et à la dépendance (=déterminisme) universelles de tout ce que les seuls principes de l'expérience lui permettent de penser et d'admettre,

[Il y a des questions que l'homme se pose auxquelles il ne peut répondre en limitant sa pensée aux seules lois de la nature et à la croyance que l'existence du Monde est contingente (=il aurait pu ne pas exister).]

[Exemple 5 : la nécessité de croire en un Dieu transcendantal]
et qui ne se sent, en dépit de toute interdiction de se perdre dans les Idées transcendantes, nécessairement poussé à chercher encore cependant repos et satisfaction, au-delà de tous les concepts qu'il peut justifier par l'expérience, dans le concept d'un Être [=Dieu] dont l'Idée assurément ne peut en elle-même être conçue selon sa possibilité [l'existence possible d'un Dieu créateur du monde est indémontrable], encore qu'elle ne puisse non plus être réfutée, mais à défaut de laquelle il faudrait que la raison demeurât à jamais insatisfaite [sans Dieu unificateur, la connaissance humaine n'est pas suffisamment organisée en système, selon Kant] ?
[Voir *agnosticisme*]
(Fin de citation)

Buts ultimes de la métaphysique de la raison pure
En raisonnant à partir de concepts a priori la métaphysique a la rigueur d'une science
Selon Kant [20] page 79 :

« Nous ne connaissons a priori des choses que ce que nous y mettons nous-mêmes. »

(Cette constatation de Kant est exacte : l'homme dispose à sa naissance, par héritage génétique, d'un nombre minime de concepts de base. Il construit de nouveaux concepts progressivement, par expérience puis par raisonnement, en s'appuyant sur les concepts qu'il connaît, auxquels il relie tout nouveau concept.)

La première partie de la métaphysique ne s'occupant que des concepts a priori, les objets correspondants peuvent être donnés dans l'expérience par leurs relations à ces concepts ; cette approche permet à la métaphysique de la raison pure d'être aussi rigoureuse qu'une science basée sur une axiomatique.

Dans ce texte la métaphysique est avant tout, au XXIe siècle, la philosophie des sciences.

Limites de la métaphysique
La métaphysique doit déterminer la possibilité, les principes et l'étendue de toutes nos connaissances a priori, ce qu'elle fait en utilisant tellement la raison pure qu'*elle est de la raison pure*. Dans le chapitre III de [31b] Kant énonce le but ultime de la métaphysique de la raison pure comme suit.

« La métaphysique doit déterminer la possibilité, les principes et l'étendue de toutes nos connaissances a priori par des raisonnements de raison pure. »

Les trois problèmes inévitables de la raison pure
(Citation de [31b])
"Ces problèmes inévitables de la raison pure sont [l'existence de] *Dieu*, *la liberté* et *l'immortalité*.
[J']appelle métaphysique la science dont le but dernier est la solution de ces problèmes, et dont toutes les dispositions sont uniquement dirigées vers cette fin. Sa méthode est d'abord dogmatique, c'est-à-

dire qu'elle entreprend avec confiance l'exécution de cette œuvre, sans avoir préalablement examiné si une telle entreprise est ou n'est pas au-dessus des forces de la raison."
(Fin de citation de [31b])

C'est là un complément de la définition kantienne précédente de la métaphysique.

Différences fondamentales entre les métaphysiques de Descartes et de Kant

Dans sa métaphysique, Kant reprend le « Je pense, donc je suis » de Descartes, mais avec des différences fondamentales :

- L'homme n'est pas soumis à un être suprême dans sa pensée, ni pour l'entendement ni pour la raison. Au contraire, sa pensée est libre.

  Pour Descartes, au contraire, les certitudes viennent de Dieu, dont dépend aussi chaque instant de la vie – ne serait-ce que pour continuer à vivre.

  La liberté intellectuelle et le libre arbitre moral de l'homme sont illusoires, car les fonctions de son cerveau sont soumises aux lois incontournables de la nature, celles qui régissent les neurones, leurs communications, etc. ; mais l'homme *se sent* libre parce qu'il n'est pas conscient de ces lois.

- Le fait pour un homme d'être certain d'une affirmation claire et distincte n'entraîne pas sa véracité ; en particulier :
  - La certitude intellectuelle d'une existence d'objet de pensée (par exemple Dieu) n'entraîne pas qu'il existe physiquement ;
  - L'affirmation de Descartes et Spinoza « On ne peut concevoir un Dieu qui n'existe pas » est absurde, car l'existence d'une chose ne peut pas être un attribut de son essence.

    On peut penser l'inexistence d'une chose, pas son absolue nécessité
    (=sa nécessité quelles que soient les circonstances).

    On ne peut penser une chose unique comme nécessaire en soi.

- La raison pure est sujette à des erreurs, des paralogismes (le paralogisme transcendantal, l'antinomie de la raison pure, etc.).

- Les phénomènes (situations ou évolutions) sont de simples représentations et non des choses en soi. L'espace et le temps sont des formes sensibles de notre intuition, pas des réalités perçues ou des conditions d'existence des objets en tant que choses en soi.

- La nature (l'explication et la prévision des phénomènes) est régie par des lois définies par l'homme seul, et dans l'application desquelles Dieu n'intervient pas, même s'il en est à l'origine en tant que Créateur supposé.

- Les lois de la nature n'ont ni exception, ni accident :
  - le hasard et la contingence n'existent pas dans les évolutions naturelles, l'homme ne les invoque que par ignorance ;
  - l'imprédictibilité existe dans les comportements humains, car la pensée a des mécanismes subconscients.

- Les objets existants n'ont pas besoin d'être constamment recréés par Dieu, et les évolutions commencées se poursuivent sans intervention divine.
  En plus, il y a la 1ère loi de Newton, la loi d'inertie.

- On peut démontrer aujourd'hui :
  - Que l'affirmation « Dieu intervient dans l'Univers » contredit nos lois de la nature.
  - Que l'affirmation « Dieu créateur du monde existe » est à la fois indémontrable et *infalsifiable* ;

    Infalsifiable
    Adjectif qui qualifie une affirmation dont on ne peut prouver la fausseté éventuelle. C'est le contraire de *falsifiable*. Une hypothèse (ou une conjecture, ou une théorie) est dite falsifiable si on peut imaginer (ou mieux, créer expérimentalement) une situation où elle est prise en défaut, même si on ne peut pas imaginer de situation où elle se réalise - notamment parce qu'elle est indécidable ou spéculative. Exemples :
    - La loi d'Ohm « L'intensité de courant électrique à travers une résistance est proportionnelle à la différence de potentiel entre ses bornes » est falsifiable ;
    - L'affirmation « Ce feu de forêt a pour origine la volonté de Dieu » est infalsifiable.

Les situations testées sont des conséquences démontrables ou des prédictions vérifiables de la théorie. Mais attention :

- Lorsqu'un phénomène prévu *ne se produit pas, son absence ne suffit pas pour réfuter la théorie*, car des circonstances perturbatrices imprévues peuvent être intervenues, et on ne peut raisonner sur quelque chose qui ne s'est pas produit.
- Les prédictions testées doivent être strictement déductives (par un algorithme de calcul des prédicats ou de calcul mathématique) ; on ne peut tester aucune prédiction utilisant une induction, ni utiliser une induction pour réfuter une prédiction de la théorie.

Indécidable (adjectif absent du dictionnaire)
Une proposition qui ne peut être que toujours vraie ou toujours fausse est dite indécidable s'il n'existe pas de démonstration prouvant qu'elle est vraie, et s'il n'existe pas, non plus, de démonstration prouvant qu'elle est fausse.

Exemple : étant donné un programme exécutable dans un ordinateur et l'affirmation « Ce programme s'arrêtera », on a prouvé qu'il n'existe pas, en général, de démonstration prouvant que l'exécution s'arrêtera au bout d'un temps fini, ni de démonstration prouvant qu'elle ne s'arrêtera jamais. La seule façon certaine de savoir si le programme s'arrêtera est de lancer l'exécution et d'attendre…

- Comme Kant, la raison humaine peut imaginer, sans contredire l'inaccessible *réalité* ou nos lois de la nature, un Dieu transcendantal :
  - Créateur du *monde sensible* dans lequel l'homme vit ;
  - Etre suprême constituant le *Souverain Bien*, éthiquement parfait et associé indissolublement au concept d'une libre volonté.

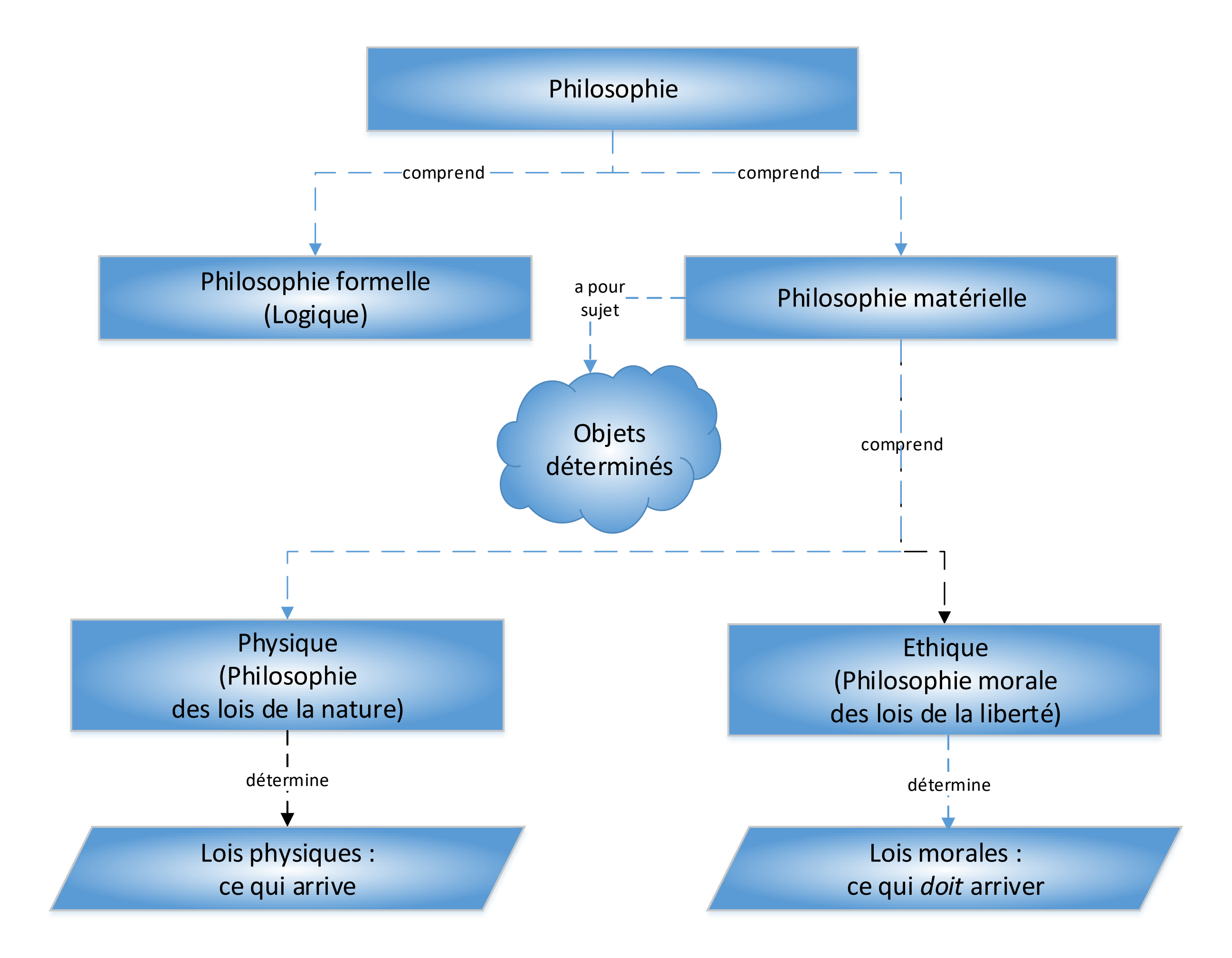
  Réalité :- principe de non-contradiction
  La réalité est une notion binaire : un objet naturel existe ou n'existe pas ; c'est une conséquence du *Principe de non-contradiction*.
- L'imagination illimitée de l'homme peut concevoir des objets dont l'expérience est impossible, ainsi que des affirmations impossibles, indémontrables ou infalsifiables.

Ces différences entre les philosophies de Descartes et de Kant sont expliquées dans ce texte. Voici un résumé de l'approche de Kant.

3.4.1.2 Philosophie formelle et philosophie matérielle

(Citation de [48] page 51)
[Connaissance matérielle et connaissance formelle]
"Toute connaissance rationnelle est ou bien *matérielle* et porte sur quelque objet, ou bien *formelle* et se préoccupe uniquement de la forme de l'entendement et de la raison en eux-mêmes, et des règles universelles de la pensée en général sans tenir compte de ce qui distingue les objets.

[Philosophie matérielle et philosophie formelle]
La philosophie formelle se nomme *logique*, alors que la philosophie matérielle, qui a affaire à des objets déterminés et aux lois auxquelles ils sont soumis, est à son tour divisée en deux. Car ces lois sont ou bien des lois de la *nature*, ou bien des lois de la *liberté* [des lois non déterministes, comme celles du raisonnement humain]. La science de la première s'appelle *physique*, celle de la seconde s'appelle *éthique ;* celle-là est nommée aussi philosophie naturelle, celle-ci philosophie morale.
[…]



3.4.1.3 La critique kantienne de la métaphysique

Opposition à la métaphysique de son époque

Selon Kant, la connaissance humaine doit être fondée sur une métaphysique la plus rigoureuse possible. Il remet donc en cause celles, dogmatiques, de Leibniz et de Wolff, en vogue à son époque, qui prétendaient atteindre une connaissance exhaustive de l'absolu.

> L'étude des principes métaphysiques à adopter au service de cette ambition de rigueur de la science fait partie de l'objectif de cet ouvrage, la science étant la connaissance dont les lois d'évolution et d'interruption sont régies par le déterminisme.

L'influence décisive des Lumières

Comme Descartes, Kant est donc amené à critiquer la pensée philosophique de son époque. Mais il le fait en allant jusqu'au niveau de la religion et des institutions, conformément à la doctrine des Lumières [21]. Dans sa quête d'une connaissance rationnelle il refuse les vérités imposées depuis des millénaires par la religion (exemple : [30]) ou l'autorité des princes et despotes (lois édictées). Il milite pour que l'homme pense par lui-même, parce qu'il est doué de raison, et pour que soient admises comme vérités les affirmations que tous les hommes peuvent accepter librement et d'un commun accord. Kant milite donc pour la critique de tout ce que voudraient nous faire croire l'autorité, la tradition ou la révélation.

Plaidoyer pour une critique de tous les raisonnements, qui doivent être libres

(Citation de la *Critique de la raison pure* [20] page 619)

"La raison doit, dans toutes ses entreprises, se soumettre à la critique, et elle ne peut par aucun interdit attenter à la liberté de cette dernière sans se nuire à elle-même et sans attirer sur elle un soupçon qui lui est dommageable. De fait n'y a-t-il rien de si important, quant à l'utilité, ni rien de si sacré qui puisse se dérober à cet examen qui contrôle et inspecte tout, sans faire exception de personne. C'est sur cette liberté que repose même l'existence de la raison, laquelle n'a pas d'autorité dictatoriale, mais ne fait jamais reposer sa décision que sur l'accord de libres citoyens, dont chacun doit pouvoir exprimer ses objections, voire son *veto,* sans retenue aucune.

Cela étant, si la raison ne peut certes jamais *se refuser à* la critique, elle n'a pourtant pas toujours de motifs de la *redouter.*"
(Fin de citation)

3.4.1.3.1 Scepticisme, dogmatisme et objections

Scepticisme
Doctrine philosophique qui nie la possibilité de connaître la vérité ; elle préconise donc de s'abstenir le plus longtemps possible de juger et de prendre parti, ainsi que de douter de toute affirmation.

(Citation de [20] page 109)
"La critique de la raison conduit donc nécessairement […] à la science ; l'usage *dogmatique* de la raison, sans critique, conduit au contraire à des affirmations sans fondement, auxquelles on peut opposer d'autres affirmations tout aussi *spécieuses*, par conséquent au scepticisme."

> [Il y a un affrontement entre dogmatiques et sceptiques. Kant redoute que trop de scepticisme conduise à l'ignorance ou à l'indécision.]

(Fin de citation)

Spécieux

- Qui séduit par de fausses apparences (de vérité, de justice...) ; qui fait illusion. Synonymes : *captieux*, *fallacieux*, *illusoire.*
- Qui est destiné à tromper, à induire en erreur ; qui repose sur un mensonge. Synonymes : *captieux*, *fallacieux*, *faux*, *mensonger, trompeur*.

Quelques philosophes sceptiques : Pyrrhon (~350 avant J.-C.-~270 avant J.-C.) ; Montaigne (1533-1592) ; Gassendi (1592-1655) ; Descartes (1596-1650) ; Bayle (1647-1706) ; Hume (1711-1776) ; Condorcet (1743-1794) ; Kierkegaard (1813-1855) ; Sartre (1905-1980).

Dogme - Dogmatisme – Dogmatique
Dogme

- Affirmation, thèse, opinion émise sur le ton de la certitude absolue et imposée comme une vérité indiscutable ;
- Thèse admise dans l'école philosophique *dogmatique* ;
- Ensemble des points de doctrine d'un système de pensée.

Dogmatisme
Doctrine philosophique qui affirme la possibilité d'avoir des certitudes, contrairement au scepticisme. C'est aussi *l'attitude* d'une personne qui affirme de façon péremptoire, sans admettre la discussion. Exemple : *Idéalisme subjectif de Berkeley*.

Dogmatique
Kant emploie l'adjectif dogmatique dans le sens d'*assuré*, *apodictique* :

> (Citation de [50] page 516)°
> "La méthode spécifique de l'enseignement en philosophie est *zététique*, comme l'ont nommée quelques Anciens, c'est-à-dire qu'elle est une méthode de recherche et elle ne devient en certains domaines *dogmatique*, c'est-à-dire *assurée*, que pour une raison déjà exercée."
> (Fin de citation)
>
> *Zététique (adjectif, substantif)*
> Selon le dictionnaire [3] (histoire de la philosophie) : l'adjectif zététique signifie *qui cherche*, *qui examine*. La zététique est une méthode scientifique d'investigation des phénomènes prétendus paranormaux.
>
> La zététique désignait, au IIIe siècle avant l'ère chrétienne, le « refus de toute affirmation dogmatique ».
>
> L'« école des philosophes zététiques » est celle de Pyrrhon et des sceptiques grecs.
>
> *Apodictique (adjectif)*
> Qui paraît subjectivement nécessaire ; qui a le caractère convaincant, évident d'une proposition démontrée – mais sans être démontré en toute rigueur.

Exemple de jugement apodictique : « Lorsque je dis "cela est nécessairement", je ne me demande pas si cela peut être. »

L'impression de certitude
L'esprit acquiert (ou non) une impression de certitude lorsqu'il s'est posé, explicitement (lors d'un raisonnement) ou spontanément (lors d'un étonnement), la question de la certitude d'un jugement, proposition à laquelle il vient de parvenir. Cette impression peut être produite :

- Soit par une expérience : « J'ai bien vu ! »
- Soit par une démonstration, dont la rigueur des déductions rend la conclusion nécessaire (certitude discursive).
- Soit par une synthèse a priori, spontanée : « Tout ce qui arrive a une cause ».
- Soit par la rationalité d'une construction de concept, comme en mathématiques.

Dans le premier de ces cas, l'esprit fait confiance à ses sens (qui ne peuvent, par eux-mêmes, le tromper), dans les trois autres cas à la logique de sa raison.

Objections
Une objection est un argument opposé à une affirmation pour la réfuter.
Kant analyse ce procédé comme suit.

(Citation de [20] pages 387-388)
"Toutes les objections peuvent se répartir en dogmatiques, critiques et sceptiques.

- *[Objection dogmatique : dirigée contre une proposition]*
L'objection dogmatique est celle qui est dirigée contre une proposition ;
[Elle] requiert une compréhension pénétrante de la nature propre de l'objet, pour pouvoir affirmer le contraire de ce que la proposition avance à propos de cet objet ; elle est par conséquent elle-même dogmatique et prétend connaître cette nature de l'objet mieux que ne le fait la position à laquelle elle s'oppose.
- *[Objection critique : dirigée contre la preuve d'une proposition]*
L'objection critique [est] celle qui est dirigée contre la preuve d'une proposition.
Dans la mesure où elle n'aborde pas la proposition du point de vue de sa validité ou de son absence de validité et ne vise que la preuve, [elle] n'a nullement besoin de mieux connaître l'objet ou de prétendre en avoir une meilleure connaissance ; elle montre seulement que ce qu'on affirme est dépourvu de fondement, et non pas que l'affirmation est inexacte.
- *[Objection sceptique : oppose la proposition et la proposition contraire]*
L'objection sceptique oppose mutuellement la proposition et la proposition contraire comme constituant, l'une vis-à-vis de l'autre, des objections de pertinence égale […] ; ainsi cette objection est-elle en apparence dogmatique des deux côtés opposés, pour réduire intégralement à néant tout jugement sur l'objet. […]

Or, nous sommes dogmatiques vis-à-vis des concepts ordinaires de notre raison qui concernent la relation que notre sujet pensant entretient avec les choses situées hors de nous, et nous considérons ces dernières comme de vrais objets, subsistant indépendamment de nous…"
(Fin de citation)

3.4.1.3.2 Exemple d'utilité de la critique : démonstration de l'inexistence d'une substance physique de l'âme, donc de son immortalité

Les concepts de Dieu et d'âme ont passionné les philosophes depuis l'antiquité.
De nombreux philosophes croyants ont publié des textes sur ces sujets, notamment pour prouver la réalité de leur existence.

[Lire d'abord *Doctrine rationnelle de l'âme ou psychologie rationnelle selon Kant*]
Kant a démontré qu'il est impossible pour la psychologie rationnelle de découvrir par déduction logique, au-delà des phénomènes, une substance physique permanente dont ces phénomènes ne sont que l'expérience effective.

Autrement dit, et contrairement à ce qu'affirmait Descartes, il n'existe pas (au sens physique) de substance pensante.

Plus précisément, Kant a montré que l'unité de la conscience, nécessaire pour la synthèse de représentations successives dans l'expérience d'un objet appréhendé en plusieurs regards, ne nous permet pas d'en sortir pour élargir notre connaissance jusqu'à la nature de tous les êtres pensants en général, par l'intermédiaire de cette proposition empirique, mais indéterminée vis-à-vis de toute espèce d'intuition : *Je pense*.

Autrement dit, la conscience de soi du *Je pense* ne permet pas d'en déduire quoi que ce soit sur les êtres pensants en général, ni d'ailleurs sur les attributs de la réalité correspondant à l'expérience du sens externe. Cette conscience peut seulement constater que des phénomènes du sens externe sont des événements se produisant à des instants différents ou successifs de « l'horloge » du sens interne, donc *qu'il existe quelque chose d'externe*.

Cette démonstration inclut une preuve de l'impossibilité d'attribuer à l'âme une substance pensante permanente (physique), attribution qui est donc pure imagination.

« On ne peut déduire logiquement de la certitude d'exister de l'esprit que l'âme a une substance permanente. »

Le problème de la substantialité de l'âme a intéressé les philosophes depuis des siècles.

Nature de la conscience de soi

Moi (je) ou Je *(Moi)*

Selon les traductions, le même mot allemand de Kant est traduit tantôt par *Moi*, tantôt par *Je*.

- *Je* est d'abord un objet du sens interne, dont l'homme est conscient sans perception ou expérience externe.
- *Je* est ensuite une abstraction pure avec laquelle l'homme se pense en tant que sujet. Ce n'est pas un phénomène, car *Je* n'a ni forme ni matière, et ce n'est pas une *chose en soi* ; c'est un *concept rationnel*.
  Voir *Ensembles d'informations (diagramme selon terminologie de Kant)*.

(Citation de [20] page 284)
"La conscience que j'ai de moi-même dans la représentation *Je* n'est nullement une intuition, mais c'est une représentation simplement *intellectuelle* […] d'un sujet pensant [c'est ce qu'on appelle une conscience]."
(Fin de citation)
Voir aussi la définition *Moi* dans le *Vocabulaire* en fin d'ouvrage.

Concept associé à la conscience Je (*Moi*)

Kant constate que la conscience de soi, qui suppose la notion de *Je* (*Moi*), ne peut correspondre à un objet physique, que c'est donc une abstraction pure, vide de contenu. Ce n'est même pas un concept, car ayant une représentation vide et un nom mais pas de contenu définissable il n'est ni associé à un phénomène ni généré par l'entendement. *Je* est donc une *conscience*, abstraction d'une autre nature que le concept, le phénomène ou la chose en soi.

En pratique, il n'y a cependant pas d'inconvénient à considérer *Je* comme un concept vide, pour tenir compte du fait que l'interprétation de la représentation vide du sens interne par le psychisme est spontanée.

3.4.1.3.3 Reproches de Kant à la métaphysique

1er reproche : elle est sophistique

Kant critique la métaphysique parce qu'elle est *sophistique*, dénuée de vérité scientifique et dénuée de sens.

Sophisme

En logique, le substantif *sophisme* désigne un argument ou un raisonnement :

- Qui, partant de prémisses vraies, ou considérées comme telles, et obéissant aux règles de la logique, aboutit à une conclusion inadmissible.
- Ayant l'apparence de la validité, de la vérité, mais en réalité faux et non concluant, avancé généralement avec mauvaise foi, pour tromper ou faire illusion.

Sophistique

- En tant qu'adjectif, sophistique signifie :
  - ✓ Qui est de la nature du sophisme ; qui relève du sophisme ;

- ✓ Relatif aux sophistes grecs, à la démarche sophistique.
- En tant que substantif, la sophistique est :
  - ✓ Une argumentation fondée sur des sophismes ;
  - ✓ Une attitude intellectuelle, un mouvement philosophique représenté par les sophistes grecs.

Exemple 1 : caractère sophistique de la métaphysique

Descartes : pensée, âme et corps

Descartes croyait que la pensée ne pouvant se réduire à des phénomènes physiques était donc faite d'une substance différente de celle des « corps étendus dans l'espace ». Pour lui, l'homme était fait de deux sortes de substance, *la substance pensante et la substance étendue* :

> (Citation de [17] – *Méditations métaphysiques - Méditation Sixième*)
> "Je reconnais aussi en moi quelques autres facultés comme celles de changer de lieu, de se mettre en plusieurs postures, et autres semblables, qui ne peuvent être conçues […] sans quelque substance à qui elles soient attachées, ni par conséquent exister sans elles ;
>
> > [Pour Descartes tout phénomène physique implique l'existence de matière]
>
> mais il est très évident que ces facultés s'il est vrai qu'elles existent, doivent être attachées à quelque substance corporelle ou étendue, et non pas à une substance intelligente, puisque, dans leur concept clair et distinct, il y a bien quelque sorte d'extension [dimension] qui se trouve contenue, mais point du tout d'intelligence. […]"
>
> > [Si une proposition est claire, elle doit être vraie car Dieu qui l'inspire ne peut vouloir me tromper, pense Descartes]
>
> (Fin de citation)

Dans cet exemple Descartes fait une erreur que Kant appelle *paralogisme transcendantal* : d'une certitude d'existence du sujet due à la conscience de soi (Je pense) il déduit une affirmation de substance concernant le monde extérieur.

Exemple 2 : preuve ontologique de l'existence de Dieu

La preuve ontologique de l'existence de Dieu déduit celle-ci de l'existence d'une cause absolument nécessaire du monde. Pour ce faire elle considère abusivement une pure abstraction (la cause première, Dieu) comme une réalité.

2ème reproche : la métaphysique est dénuée de vérité scientifique

La métaphysique, excluant toute connaissance d'expérience, est donc spéculative et dénuée de vérité scientifique : ses affirmations concernant le monde réel sont invérifiables et infalsifiables.

Critique : la métaphysique se contente d'énoncer les principes des lois physiques. C'est la vérification de ces lois qui doit être empirique.

3ème reproche : la métaphysique est dénuée de sens

Les conclusions des raisonnements métaphysiques ne peuvent être associées à une représentation empirique. Ils sont donc vides, imaginaires.

Même critique que précédemment.

3.4.1.3.4 La philosophie est pleine de définitions défectueuses

(Citation de [20] page 164 note *)

"La philosophie est remplie de définitions défectueuses, en particulier de définitions qui contiennent bien effectivement des éléments permettant de définir l'objet, mais pas encore de façon complète. Si, dans ces conditions, on ne pouvait rien entreprendre avec un concept jusqu'à ce qu'on l'ait défini, il serait bien difficile de philosopher. Mais comme l'on peut, si loin qu'aillent les éléments (de l'analyse), en faire toujours un bon et sûr usage, il est possible aussi d'employer très utilement des définitions lacunaires, c'est-à-dire des énoncés qui ne sont pas encore à proprement parler des définitions, mais sont au demeurant vrais et fournissent par conséquent des approximations de définitions."

(Fin de citation)

3.4.2 La Critique de la raison pure

Source : *Critique de la raison pure* [20]

Objectifs de la *Critique de la raison pure*

La Critique de la raison pure est une théorie de la connaissance

L'ouvrage décrit les résultats de la recherche par Kant des limites de l'application de la raison pure :

- A quelles connaissances, quels phénomènes peut-elle s'appliquer avec la certitude de ne pas se tromper ?
- Quelles sont ses règles pour acquérir des connaissances, former des opinions et les énoncer sous forme de jugements (propositions) ?

Kant montre qu'une connaissance a priori convient pour décrire objectivement les objets de l'expérience, et qu'elle est une condition de l'expérience elle-même.

Une théorie de la connaissance doit préciser les modes de connaissance et leurs concepts
(Citation de [33] §43 page 129)
"Mon principal objectif dans la *Critique* a toujours été [à la fois de]

- Distinguer avec soin les modes de connaissance […],
  [
  On distingue les modes suivants :
  - la connaissance par expérience ;
  - la connaissance par raison pure, notamment métaphysique :
    voir [33] §2 page 30 (Titre) – *Du mode de connaissance qui seul peut être qualifié de métaphysique – a) De la distinction entre les jugements synthétiques et les jugements analytiques en général*.
  - la connaissance transcendantale :

  Voir Connaissance dans *Ensembles d'informations (diagramme selon terminologie de Kant)*
  ]
- Dériver de leur source commune tous les concepts qui relèvent de chacun d'eux, afin d'être capable
  - non seulement de déterminer à coup sûr leur usage grâce à mon information sur leur origine,
  - mais aussi de […] connaître *a priori,* […] par principes, la complétude dans :
    - ✓ l'énumération,
    - ✓ la classification
    - ✓ et la spécification [description complète et précise] des concepts.

Faute de quoi, en métaphysique tout n'est que *rhapsodie* où l'on ne sait jamais si ce que l'on possède est suffisant ou bien s'il se peut qu'il manque encore quelque chose et en quel endroit."
(Fin de citation)

Rhapsodique (adjectif)
Qui est décousu, désordonné.
Exemple : Kant reproche à Aristote d'avoir imaginé les catégories de manière rhapsodique, sous forme de dix concepts élémentaires purs auxquels il a ajouté plus tard cinq autres déjà en partie contenus dans les premiers.

3.4.2.1 Un ouvrage très difficile

La *Critique* [20], ouvrage le plus célèbre de Kant et l'un des plus connus de la littérature philosophique, a été publié pour la première fois en 1781. Très difficile à comprendre (Kant lui-même avait mis une dizaine d'années à en compléter et préciser l'exposé avant de le publier) il fut mal compris et très critiqué.

Pour expliciter son contenu, Kant publia en 1783 les *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science* [33] puis une seconde édition de la *Critique* en 1787. L'étude du millier de pages de ces textes demande souvent un à deux ans à mi-temps ; la réalisation du dictionnaire-vocabulaire [12] (1310 articles, 1410 pages A4) a demandé deux ans et demi.
Le dictionnaire de référence [34], traduit de l'allemand, comporte 1083 pages en petits caractères ; il représente aussi des années de travail de plusieurs spécialistes.

Prolégomènes
- Longue introduction placée en tête d'un ouvrage, contenant les notions préliminaires nécessaires à sa compréhension ;
- Par analogie, dans un exposé oral : préambule, explication préliminaire, entrée en matière.

Exemples de difficultés dues à l'absence de définition

- Kant utilise énormément l'adjectif « transcendantal » sans jamais le définir sérieusement.
  La seule définition de la *Critique* [20] est à la page 110 :

  "Je nomme *transcendantale* toute connaissance qui s'occupe en général moins d'objets que de notre *mode de connaissance* des objets, en tant que celui-ci doit être possible *a priori.* Un *système* de tels concepts s'appellerait *philosophie transcendantale*."

  Comparer cette définition avec l'article *Transcendantal (adjectif)*, extrait de [12].

- Même remarque pour la notion d'âme, dont l'immortalité fait l'objet de longues dissertations. Ce mot est en général utilisé dans le sens d'*esprit*, mot lui-même non défini.

- Même remarque pour Dieu, l'Être suprême, l'Être originaire et l'Être de tous les êtres.

Les 3 théories de la Critique

- L'Esthétique, théorie de la sensibilité productrice d'intuitions,
- L'Analytique, théorie de l'entendement producteur de concepts,
- La Dialectique est la théorie de la raison productrice d'Idées.

3.4.2.2 La raison elle-même doit être soumise à la critique

Pour atteindre les objectifs de la métaphysique il faut délimiter les possibilités de la raison qui les cherchera. Sachant que la métaphysique ne s'occupe que d'abstractions indépendantes de toute expérience humaine, c'est-à-dire de connaissances pures, la première question qui se pose est, selon [33] :

> « Comment une connaissance par raison pure est-elle possible ? »

Une telle connaissance n'a d'intérêt que si elle résulte d'une synthèse pour apporter une information nouvelle. On peut aussi formuler cette question sous la forme :

> « Comment des propositions synthétiques a priori sont-elles possibles ? ».

Un jugement synthétique a priori (exemple : « En physique, tout changement a une cause ») est évidemment possible. Le problème ici est de déterminer déductivement quelles conditions doivent être satisfaites pour qu'une connaissance *synthétique* a priori – donc issue de la seule raison pure – corresponde à une *réalité phénoménale*, c'est-à-dire de trouver d'éventuelles limites de notre raison pure, limites qui impacteront aussi la possibilité d'une métaphysique rationnelle.

> Remarque : le jugement « En physique, tout changement a une cause » est bien a priori, mais il n'est pas pur car en physique les notions de changement et de cause impliquent une expérience. Il faudra donc être prudent en appliquant la raison pure à des questions où intervient l'expérience. Voir *Précisions sur la limitation de la métaphysique à ce qui est au-delà de l'expérience*.

3.4.2.3 Possibilité des propositions synthétiques a priori

La réponse à la question « Comment des propositions synthétiques a priori sont-elles possibles ? » est la *philosophie transcendantale* tout entière, philosophie imaginée par Kant et décrite dans la *Critique*. Mais le caractère *a priori* exigeant une absence totale de recours à l'expérience, cette question fondamentale se ramène donc à celle de la *possibilité d'intuitions synthétiques a priori* ([33] §7 page 54). Or ces intuitions existent en mathématiques. Voyons cela.

Construction des concepts synthétiques purs des mathématiques selon Kant

Des intuitions synthétiques pures peuvent être construites a priori à partir de deux concepts connus a priori : *l'espace et le temps*, et il se trouve que *Kant pense que la mathématique pure est basée sur ces deux concepts des sens*. Voici pourquoi.

- La mathématique définit ses concepts (toujours a priori) par construction à partir de concepts de base (comme le point, la droite et le nombre entier) eux-mêmes a priori.

- En tant qu'intuition, le concept construit est un objet *singulier* [exemple : je me représente un triangle particulier pour penser un triangle en général].

- Or la représentation des figures et formes se fait *dans l'espace*, et celle des nombres entiers se fait *dans le temps* (chaque étape d'une succession demandant du temps, par définition pour Kant de la notion de succession).
  Donc les constructions mentales de concepts mathématiques demandent les intuitions de l'espace et du temps.

Critique : prétendre que la représentation (=la conceptualisation) des nombres entiers a besoin de la notion de temps est une erreur. Les mathématiques actuelles distinguent deux sortes de nombres entiers, les nombres cardinaux et les nombres ordinaux ; aucune n'a besoin du temps. Voir le chapitre *Nombre : l'idée de nombre en Logique* dans [12], dont voici une citation :

"Beaucoup de philosophes [dont Kant] croient pouvoir définir le nombre cardinal par l'opération du dénombrement. Il est aisé de voir qu'ils commettent un cercle vicieux. En effet, qu'est-ce que dénombrer une collection d'objets ? C'est faire correspondre ces objets, un à un, aux nombres entiers successifs (considérés alors comme de simples numéros d'ordre) depuis 1 jusqu'à *n*. On dit alors que le nombre des objets comptés est *n*, parce que *n* est le *nombre cardinal* [=le nombre de nombres, indépendant de leur ordre] des nombres entiers consécutifs depuis 1 jusqu'à *n* inclusivement.

Mais cela suppose, d'abord, la notion de nombre cardinal, ensuite, l'ordre assigné à la « suite naturelle des nombres ». Ainsi tout essai de définition de ce genre implique la notion à définir, et, qui plus est, la complique inutilement en lui associant une idée d'ordre [et parfois, dans le cas de Kant, un temps !]."

Deux intuitions a priori, absolument pures : l'espace et le temps

L'esprit humain connaît a priori les concepts d'espace et de temps, il en a l'intuition : ce sont des formes de notre sensibilité. Kant les conçoit comme des abstractions, des concepts de base indispensables à l'esprit qui veut se représenter le phénomène correspondant à un objet réel. Le continuum spatial a un point pour chaque point de l'Univers, le continuum temporel se déroulant de son côté du passé vers le futur ; aucun des deux n'interagit avec l'Univers physique. Ce modèle d'espace-temps est resté celui des scientifiques jusqu'à la Relativité, si l'on oublie la parenthèse de l'éther, modèle proposé puis abandonné au XIXe siècle.

Complément : *Description d'évolutions physiques sans variable temps*.

A partir des concepts a priori d'espace et de temps, l'esprit peut construire par synthèse intuitive et/ou imagination des concepts plus élaborés décrivant des phénomènes, c'est-à-dire notre meilleure représentation de l'inaccessible réalité. Pour donner un exemple de ce genre de construction, Kant cite celle des nombres entiers - ou du moins celle qu'il pense leur convenir.

Absolument pur

Une connaissance est absolument pure lorsqu'elle ne dépend d'aucune expérience ou sensation. Elle est donc possible a priori.

Absolument pur est synonyme d'absolument a priori.

L'espace et le temps sont des conditions d'apparition de la représentation sensible sans lesquelles nous sommes incapables de penser la moindre intuition.

Nombres entiers selon Kant

Kant construit le concept de *nombre entier* par additions (synthèses intuitives) successives dans le temps d'une unité à un nombre entier dont la valeur initiale est cette même unité. Or Kant connaît un autre exemple de synthèse successive, celle des représentations issues des sens qui donne aussi une intuition, et cette synthèse-là est détectée par le sens interne, sensible au seul temps. Kant déduit de cette analogie que l'opération mentale de synthèse d'un nombre entier nécessite le temps, chaque étape étant à un instant distinct de la précédente. Pour lui, donc, les mathématiques ont besoin des intuitions du sens interne !

Cette conception des nombres ne permettant pas de définir les nombres rationnels (fractions), irrationnels et réels, donc la continuité, est évidemment rejetée aujourd'hui par les mathématiciens, bien qu'elle convienne au propos philosophique de Kant.

De nos jours, la notion de nombre entier est introduite soit au moyen de la *cardinalité* (nombre d'éléments d'un ensemble), soit au moyen des *nombres ordinaux* (rang d'un élément d'une suite ordonnée) : voir dans [12] *Critique de la philosophie des Mathématiques de Kant*.

Irrationnel (nombre)

Nombre réel qui ne peut s'exprimer sous forme de fraction (donc aussi sous forme décimale). Son écriture dans un système de numération quelconque, par exemple décimale, a un nombre illimité de décimales. Exemple :

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242097 \ldots$$

Conclusion de Kant : la mathématique pure est donc possible, car nous venons de voir, sur un exemple, comment ses concepts sont construits. Pour compléter la philosophie transcendantale, Kant passe par quatre démonstrations successives de possibilité.

Critique
A son époque, Kant connaissait l'existence de l'algèbre et de notions d'analyse comme les fonctions et leurs dérivées (utilisées notamment par Newton dans ses lois, dont Kant parlait dans certains cours). Il est donc surprenant que Kant n'ait pas tenu compte de cette objection évidente à sa conception des mathématiques basées sur les sens : l'algèbre et l'analyse n'ont aucun rapport avec l'espace et le temps dans la construction de leurs concepts.

3.4.2.4 Comment une connaissance par raison pure est-elle possible ?

Les considérations précédentes sur les intuitions synthétiques a priori nous mettent sur la voie : Kant étudie la possibilité d'une connaissance par raison pure (indispensable pour une science métaphysique) en quatre étapes.

(Citation de [33] §5 pages 50-51)

- "Comment la mathématique pure est-elle possible ? [Réponse ci-dessus]
- Comment la science pure de la nature est-elle possible ?
- Comment la métaphysique en général est-elle possible ?
- Comment la métaphysique est-elle possible comme science ?

[Cette approche cherche] dans la raison elle-même les sources de sciences données, pour explorer et mesurer […] ce pouvoir qu'elles ont de connaître quelque chose *a priori ;* car par là ces sciences elles-mêmes y gagnent, non pas quant à leur contenu, mais bien en ce qui concerne leur usage correct."
(Fin de citation)

Remarque
Le premier problème ci-dessus a été résolu, mais sous une condition : *la construction a priori des intuitions doit se faire à partir de concepts déjà connus, les concepts de base*. Mais ce pouvoir d'intuitionner *a priori* ne concerne pas la matière d'un phénomène, ce qui en lui est sensation, car c'est là ce qui constitue l'empirique, mais uniquement la forme de cette apparition, l'espace et le temps.

Avant de poursuivre l'étude de la métaphysique par la philosophie transcendantale nous avons besoin de savoir comment Kant voit la description et la compréhension des choses qui nous entourent.

3.4.2.5 Ce que Kant considère comme réel

Comme Platon, Kant a bien vu que les choses qui nous entourent ne nous sont accessibles qu'à travers notre sens externe, comme la réalité extérieure qui génère des ombres sur le mur de l'allégorie de la caverne.

Notre esprit ne voit que les représentations présentes à un instant donné dans sa mémoire de travail, en provenance des sens externes, de l'imagination ou de la conscience de soi du sens interne. Nous n'avons accès à aucun objet réel (dont le concept est, par définition, la chose en soi).

Kant a étudié en détail le fonctionnement de notre sensibilité, avec ses sens interne et externe, dans la première partie de sa *Critique de la raison pure*, l'*Esthétique transcendantale*.

Définition de l'esthétique de Kant
L'esthétique est la science des règles de la sensibilité en général, la logique générale étant la science des règles de l'entendement en général.

L'esthétique transcendantale (nom d'origine allemande utilisé par Kant) est la science de tous les principes de la sensibilité a priori ; elle comprend une étude des notions d'espace et de temps, qui font nécessairement partie de toute représentation mentale de réalité perçue (=phénomène).

« Toute représentation de phénomène comprend des informations de temps et d'espace. »

(Un phénomène est en un lieu et/ou occupe un espace, et il est à un instant donné et/ou a une durée donnée : toute réalité physique a ces deux dimensions).

Kant a donc, avec « l'esthétique » et « l'esthétique transcendantale », des définitions très personnelles de l'esthétique.

Selon l'approche de Kant, nous sommes donc obligés de raisonner comme si les représentations dans notre esprit étaient la réalité, d'imaginer des lois physiques prévoyant son évolution, puis de comparer nos prédictions avec leurs représentations perçues quand nous les aurons, pour pouvoir éventuellement corriger ces lois.

D'où une première limitation de la connaissance possible : contrairement à Descartes, qui croyait réel tout objet dont la représentation était présente clairement et distinctement à son esprit (Dieu compris), Kant limite les représentations d'objets physiques possibles à ce qui vient de l'expérience, que celle-ci soit réelle ou au moins concevable.

3.4.2.5.1 Les trois types de réalité de Kant

1. Kant postule la réalité d'un objet physique d'après l'intuition de son phénomène, qui comprend une forme (le temps et, pour les phénomènes du sens externe, l'espace). Inaccessible, l'objet physique en soi ne peut être connu, mais l'homme en conçoit une représentation qu'il est obligé de considérer comme réelle.
   Voir *Définition doctrinale de l'Idéalisme transcendantal*.
2. En tant qu'idéaliste Kant admet une deuxième sorte de réalité, la réalité objective, dont l'objet est transcendantal. Cette réalité est objective car sa signification (les informations qui la définissent) étant indépendante de l'homme et des circonstances peut être partagée à l'identique par tous les humains.
   Exemple de réalité objective : l'Être originaire.
3. Enfin, Kant définit une troisième sorte de réalité, celle des *idées transcendantales*, concepts de la raison pure qui permettent à celle-ci de dépasser l'expérience possible pour accéder au champ *d'objets de l'entendement pur, inaccessibles à la sensibilité*, c'est-à-dire à des concepts abstraits compris avec les émotions du cœur sans le secours de l'intuition sensible.

3.4.2.5.2 La connaissance d'un objet est limitée par l'expérience possible

Nous avons vu que les facultés qui rendent possible l'expérience sont : les sens, l'imagination et l'aperception.

(Citation de [33] §57 page 161)
"Il y aurait absurdité à espérer connaître d'un objet quelconque davantage que ce qui relève de l'expérience possible de cet objet,

ou encore prétendre à la moindre connaissance d'une chose dont nous admettons qu'elle n'est pas un objet d'expérience possible, en vue de la déterminer selon sa constitution telle qu'elle est en elle-même ;

[déterminer sa chose en soi d'après les éléments qui composent l'objet et leur structure de relations]

car comment veut-on parvenir à cette détermination, alors que le temps, l'espace et tous les concepts d'entendement, bien plus : tous les concepts tirés du monde sensible par l'intuition empirique ou *perception,* n'ont et ne peuvent avoir d'autre usage que de rendre l'expérience possible,

[*espace* : voir Concept kantien de l'espace]

et alors que même les concepts purs de l'entendement dès qu'ils sont affranchis de cette condition ne déterminent aucun objet et sont dépourvus de toute signification ?"

[Exemple : une quantité n'a pas de sens si on ne sait pas de quoi.]
(Fin de citation)

Mais il y a d'autres modes de connaissance que celles qui sont conformes aux possibilités de l'expérience
(Citation de [33] §57 page 162)
"Mais il y aurait une absurdité plus grande encore à ne concéder à aucune chose d'exister en elle-même [sans pouvoir faire l'objet d'une expérience] ou encore à prétendre donner notre expérience pour le seul mode de connaissance possible des choses,

- par conséquent notre intuition dans l'espace et le temps pour la seule intuition possible,
- notre entendement *discursif* pour le prototype de tout entendement possible,

Discursif
Adjectif : issu d'un raisonnement, donc éventuellement démontrable et universel. Exemple : connaissance discursive.

Opposés : intuitif ou non discursif (non issu d'un raisonnement) ; donné ; a priori.

- bref à prétendre savoir tenir les principes de la possibilité de l'expérience pour conditions universelles des choses en elles-mêmes."

(Fin de citation)

Certaines choses peuvent donc exister alors que nous n'en percevons pas de phénomène ou que notre entendement n'a pu les conceptualiser.

3.4.2.5.3 Imagination productrice et imagination reproductrice selon Kant

Ce sont deux fonctions de l'intuition et de l'entendement.

Exemple de l'étude de l'imagination par Kant

L'exposé en deux points qui suit est un exemple de l'approfondissement considérable de la compréhension de l'imagination auquel s'est livré Kant dans sa recherche des limites de notre pouvoir de connaître. Sa lecture n'est pas indispensable à la connaissance de la métaphysique, elle n'est là qu'en tant qu'exemple du travail de Kant pour approfondir les mécanismes de la connaissance.

- Imagination productrice, appelée aussi productive

  De la perception d'un phénomène à son intuition

  Tout phénomène du sens externe est perçu passivement sous forme d'une intuition dont la représentation contient des informations d'espace et de temps – et seulement sous cette forme.

  En tant que synthèse d'une suite de phénomènes successifs perçus (suite de représentations « photographies mentales »), un objet ne peut être pris en compte par la conscience, c'est-à-dire appréhendé, qu'à travers la synthèse du divers qui produit une représentation comprenant un espace et un temps.

  Cette synthèse du divers de l'intuition produit une unité des phénomènes successifs associés sous forme de représentation du phénomène global objet de l'intuition. Cette représentation contient des informations d'étendue dans l'espace et dans le temps.

Fonctions de l'imagination productrice

- "Pouvoir de se représenter un objet dans l'intuition *même sans sa présence*". C'est une *intuition singulière*.
- Pouvoir de former des représentations par synthèse à partir d'autres représentations d'objets physiques ou abstraits : c'est la *synthèse de l'imagination productive*.
- *Fonction transcendantale de l'imagination*

  (Citations de [20] pages 192-193)

  "L'imagination est […] aussi un pouvoir de synthèse *a priori*, ce pourquoi nous lui donnons le nom *d'imagination productive* ; […] à l'égard de tout le divers du phénomène, elle n'a pas d'autre objectif que l'unité nécessaire se produisant dans la synthèse de ce phénomène."

  "L'affinité des phénomènes [rapprochement par attributs communs] et l'association, donc aussi la reproduction conforme à des lois, donc enfin l'expérience elle-même, ne sont possibles que par l'intermédiaire de cette fonction transcendantale de l'imagination.

  > [L'esprit humain a le pouvoir de rapprocher n'importe quoi avec autre chose, selon des critères tout-à-fait quelconques, même si le rapprochement est illogique ; exemple : rapprocher la couleur rouge d'une voiture avec le sang d'un révolutionnaire. Dans le cerveau, le rapprochement se fait spontanément, par proximité de connexions de neurones et extraction de la mémoire. Un éventuel contrôle de vraisemblance par la raison n'intervient qu'ensuite.]

  "La sensibilité et l'entendement doivent nécessairement s'agencer l'un à l'autre par l'intermédiaire de la fonction transcendantale de l'imagination."

  "Nous possédons donc une imagination pure, constituant un pouvoir fondamental de l'âme humaine, qui sert a priori de fondement à toute connaissance. Par l'intermédiaire de celle-ci, nous mettons le divers de l'intuition, d'un côté, en liaison avec, de l'autre, la condition de l'unité nécessaire de l'aperception pure [l'unité de la conscience de soi]. Les deux termes extrêmes, à savoir la sensibilité et l'entendement, doivent nécessairement s'agencer l'un à l'autre par l'intermédiaire de cette fonction transcendantale de l'imagination…"

  Cette fonction transcendantale de l'imagination produit un concept empirique de l'entendement.

  (Fin des citations)

Résumé : fonction de l'imagination productive
L'imagination productive assemble par entendement le résultat de l'intuition empirique et d'une dose d'imagination pour produire un concept empirique de l'entendement. Notre entendement est donc une faculté puissante et complexe, capable d'imaginer des détails absents d'une perception.

- Imagination reproductrice (reproductive)
  Définition
  C'est une faculté d'amener spontanément en mémoire de travail des représentations de phénomènes du passé, c'est-à-dire de revoir quelque chose par imagination. Ces phénomènes sont alors pris en compte par la conscience en même temps que le reste de la mémoire de travail, par synthèse.

  [Exemple 1 : un détail d'un paysage que je vois me rappelle un ami avec lequel je regardais un paysage semblable ; l'image de mon ami me revient à l'esprit.

  Exemple 2 : en comparant la situation actuelle avec la situation d'il y a quelques instants, que l'imagination reproductrice me présente à l'esprit, je comprends par synthèse spontanée l'évolution qui a eu lieu.]

Compléments sur l'imagination

- *La sensibilité fait spontanément appel à l'imagination*
  En tant que fonction subjective productrice d'intuitions, l'imagination appartient à la sensibilité.
  C'est un pouvoir de *déterminer* (d'influencer) la sensibilité *a priori*, un effet de l'entendement sur la sensibilité.

  Conclusion : lors de l'interprétation d'un phénomène, l'entendement intervient aussi en tant qu'imagination pour en déterminer le sens ; pour comprendre le phénomène que nos sens nous rapportent l'esprit fait appel à l'imagination.

- *Imagination, sensibilité et synthèse transcendantale*
  L'imagination appartient à la sensibilité. Mais la *synthèse de l'imagination*, spontanée, intervenant *a priori*, produit des intuitions *en conformité avec les catégories* : l'esprit formule des jugements en imaginant des propriétés ou des conséquences de ce qu'il perçoit. C'est une synthèse transcendantale, effet de l'entendement sur la sensibilité.

Conclusion : différence entre la réalité selon Kant et la réalité selon Platon

- Pour Kant la réalité inaccessible est ce qui affecte un sujet : elle produit un phénomène, d'où une expérience, une intuition et des concepts.
- Pour Platon la réalité est :
  - d'abord une Idée (I majuscule), concept existant en soi de manière absolue ; une telle Idée est éternelle, immuable, parfaite ;
  - ensuite, et à un niveau inférieur, c'est un état où chaque objet est représenté par un concept idée (i minuscule) copie d'une Idée ; cette idée-là est changeante comme son objet réel.

3.4.2.5.4 Idéalisme transcendantal de Kant (aussi appelé idéalisme critique)

Lire d'abord *Transcendantal*.

Définition doctrinale de l'Idéalisme transcendantal

(Citation de [20] page 376)
"J'entends […] par *idéalisme transcendantal* de tous les phénomènes la position doctrinale selon laquelle nous les regardons tous, globalement, comme de simples représentations, et non pas comme des choses en soi, et conformément à laquelle espace et temps ne sont que des formes sensibles de notre intuition, mais non pas des déterminations données pour elles-mêmes ou des conditions des objets en tant que choses en soi."
(Fin de citation)

Voir aussi :

- *Doctrine de l'Idéalisme transcendantal* ;
- *Justification de l'appellation « idéalisme transcendantal »*.

3.4.2.5.5 Justification de l'appellation « idéalisme transcendantal »

- *Idéalisme* : voir le point 2 de la *Doctrine idéaliste de Kant* (les Idées deviennent des causes efficientes).
- *Transcendantal* : résulte de la définition ci-dessus, qui considère a priori les phénomènes et leurs représentations comme d'origine transcendantale.

  Les phénomènes étant ce que l'homme constate et leurs représentations étant leur image, Kant considère leur origine comme transcendantale puisque leur déduction causale de la réalité inaccessible est impossible en parcourant une chaîne de causalité infinie (dont on ne peut atteindre l'extrémité, voir *Les deux logiques de remontée d'une chaîne de causalité*). D'où aussi *l'idéalité* des phénomènes.

3.4.2.5.6 En soi

L'expression « en soi » s'oppose à « pour nous » ou « pour moi ». Elle désigne ce qu'une chose est dans sa nature propre, ce qui peut arriver de trois manières.

- Indépendamment de toute connaissance, c'est-à-dire de manière absolue.
  C'est le sens habituel de nos jours.
  Exemples : l'Idée (I majuscule) ; la chose en soi.
- Indépendamment de la connaissance humaine (telle qu'elle est donnée par les sens ou construite par la raison), mais non indépendamment de la connaissance en général.
  Exemple : Je est un objet du sens interne dont l'homme est conscient sans perception, sans expérience et sans en être *affecté* ; c'est ce que Kant appelle un *noumène*.

  Affecter et affection au sens de Kant
  Affecter c'est produire un effet sur quelqu'un ou quelque chose de manière à y déterminer une action ou une modification. Dans la *Critique* l'effet porte sur l'esprit humain qui prend conscience d'un message de ses sens.
  L'objet de l'intuition affecte l'esprit par l'intermédiaire de la sensibilité.

  Affect (substantif) – Affectif (adjectif)
  Sentiment subjectif, vague et inanalysable, résultant d'une émotion, d'une peur, d'un désir, d'une aversion, etc. Ce sentiment (parfois appelé *conscience* dans les traductions françaises de Kant) produit automatiquement dans le sens interne des données qui en constituent une représentation, à laquelle l'esprit peut ou non être sensible consciemment.
- Indépendamment des erreurs, des illusions et des points de vue personnels, et conformément à sa définition ou à l'idée commune qu'en ont les hommes.
  Exemple : un raisonnement logique est légitime en soi.

Après Kant

- Contrairement à ce que pensent Descartes et Kant, la raison de l'homme ne peut dominer ses désirs et pulsions, ce n'est qu'une fonction cérébrale à leur service. Lorsque la raison semble dominer un désir elle obéit en fait à un désir plus fort.
- L'origine de la pensée n'a rien de transcendant : les neurosciences modernes montrent que c'est une interprétation de l'état du cerveau par lui-même.

3.4.2.6 Les étapes de l'intuition selon Kant

Kant a reconstitué les processus de perception, intuition et entendement en analysant le fonctionnement de son esprit et de ceux de ses contemporains. Il en a déduit des possibilités de représentation mentale de la réalité et des limites de cette faculté dont il avait besoin dans la *Critique*.

Etape 1 : perception initiale

- Le sujet étant doué de sensibilité perçoit un objet des sens (un phénomène) :
  la réceptivité de sa capacité de représentation fait que l'objet affecte son esprit.

  Une perception débute par une intuition pure du sens interne, qui est sensible à la survenance d'un événement : l'esprit du sujet a conscience qu'un événement nouveau s'est produit sans en avoir de détails.

  (Citation de [20] page 188)
  "…au fondement de la perception prise globalement, il y a a priori l'intuition pure (laquelle, vis-à-vis de la perception comme représentation, est la forme de l'intuition interne, le temps) ;"
  (Fin de citation)
- Cette perception génère des représentations brutes dans sa mémoire de travail.

Unité synthétique de la conscience d'un sujet
Le sujet prend conscience d'un objet extérieur au moyen de plusieurs actes d'attention successifs, percevant autant de phénomènes qui produisent autant de représentations successives. Sa conscience de… fait alors la synthèse de ces représentations au fur et à mesure de leur arrivée en mémoire de travail. Pendant cette synthèse son temps interne est continu, produisant une unité synthétique de ces représentations. On parle *d'unité de l'expérience*.

Unité de l'expérience
Les perceptions successives par la conscience du divers d'un phénomène ont lieu sans impression de coupure. Le phénomène reste constamment présent à l'esprit, l'expérience qu'il en a présente une unité, le phénomène fait un tout à la fois dans le temps et dans l'espace : à un instant donné, l'esprit a conscience *d'une et une seule* intuition.

Kant décrit cette synthèse dans *Synthèse de l'appréhension (synthèse empirique)*. En voici le principe d'unité (identité) de l'esprit.

Principe de l'unité synthétique du divers de toute intuition possible
(Citation de [20] pages 188-189)
"Au fondement de la conscience empirique [il y a] l'aperception [conscience de soi] pure, c'est-à-dire l'identité [unicité et persistance] complète de soi-même à travers toutes les représentations possibles."
(Fin de citation)

Bien que l'esprit forme continuellement de nouvelles représentations, modifie des représentations existantes et leur ajoute des synthèses transcendantales par imagination productive, il reste le même esprit, sa conscience de soi est continue, sa synthèse de représentations successives est ininterrompue.
L'esprit effectue la synthèse des représentations successives d'un phénomène évolutif en créant une représentation globale qu'il interprète comme si leur suite était continue dans le temps, comme s'il y en avait une infinité séparées par des intervalles de temps infiniment petits. Kant en conclut que cette continuité est une condition nécessaire de la possibilité de *toutes* les représentations d'objets des sens, qui exigent cette synthèse continue.

Kant en conclut aussi que la continuité de la conscience de soi *lie* les représentations successives entre elles. Il écrit :

> (Citation de [20] page 189 note *)
> "La proposition synthétique selon laquelle, dans ce qu'elle a de divers, toute conscience empirique doit être liée en une seule conscience de soi-même constitue le principe absolument premier et synthétique de notre pensée en général."
> (Fin de citation)

Kant appelle cette liaison persistante des représentations :
"*Principe transcendantal de l'unité de tout le divers des représentations*"
et constate que ce principe s'applique aussi au divers de l'intuition.
Et comme l'unité du divers est synthétique, "*l'aperception pure fournit un principe* [et une faculté] *de l'unité synthétique du divers de toute intuition possible.*"

Complément : *Prise de conscience : qui est la première perçue, la forme ou la matière ?*

Etape 2 : intuition

- L'affinité des phénomènes (rapprochement par attributs communs) permet l'association de ces représentations.
- Une synthèse successive de l'imagination productive
(première synthèse, effectuée par la faculté d'appréhension, c'est une synthèse intuitive) produit une représentation synthétique du divers.
- *L'intuition pure* identifie dans cette représentation les informations d'espace et de temps, concepts connus a priori auxquels elle la relie.
- L'entendement de cette représentation commence pendant l'intuition, dès la formation de la représentation synthétique ordonnée par rapport à l'espace et au temps. L'esprit prend en compte cette représentation en conceptualisant un concept empirique de l'entendement.
- Cette représentation synthétique produit chez le sujet un début d'expérience, de connaissance empirique, *état de l'esprit* résultant des représentations en mémoire de travail : l'esprit prend conscience de la présence du phénomène dans le temps et l'espace.

Etape 3 : entendement

- La matière du phénomène produit une sensation :
l'information « matière » complète la représentation synthétique du divers.
C'est cette sensation de matière qui rend possible l'expérience de l'intuition sensible.
- Deuxième synthèse, par l'aperception : la représentation précédente subit une synthèse pure a priori par la fonction transcendantale de l'imagination productrice de l'entendement : la représentation synthétique résultante décrit l'objet donné dans son intégralité. Le concept pur de l'entendement associé à cette représentation est dit *déduit de l'objet par déduction transcendantale*.
Enchaînement automatique : perception ➔ intuition ➔ entendement :
(Citation de [20] page 193) "Nous possédons donc une imagination pure, constituant un pouvoir fondamental de l'âme humaine [l'esprit humain], qui sert a priori de fondement à toute connaissance. Par l'intermédiaire de celle-ci, nous mettons le divers de l'intuition, d'un côté, en liaison avec, de l'autre, la condition de l'unité nécessaire de l'aperception pure : les deux termes extrêmes, à savoir la sensibilité et l'entendement, doivent nécessairement s'agencer l'un à l'autre par l'intermédiaire de cette fonction transcendantale de l'imagination…"
(Fin de citation)
- L'entendement, qui a généré des catégories, coopère avec la raison, qui peut construire des concepts qui le dépassent.

Il peut aussi y avoir :

- Une synthèse de la reproduction dans l'imagination, synthèse transcendantale qui concourt à l'appréhension ;
- Une synthèse par imagination reproductrice .

Explication scientifique de l'intuition
La science moderne décrit un déroulement de l'intuition dans le cadre du réalisme :

- Les objets extérieurs agissent physiquement sur notre sens externe (vision, ouïe, toucher, etc.) ;
- Les nerfs transmettent les perceptions au cerveau, qui forme physiquement des représentations sous forme d'états de neurones interconnectés ;
- Enfin, le cerveau interprète ces représentations en créant des intuitions, que l'entendement et la raison complètent.

Le sens interne du temps intervient pour détecter et synthétiser les suites de représentations statiques en "films" de mouvements permettant d'identifier les évolutions.

3.4.2.7 Les étapes de l'entendement selon Kant

Il y a un enchaînement automatique : perception ➔ intuition ➔ entendement

Etapes de l'entendement en général
Quel que soit le phénomène à entendre, l'entendement d'un ensemble de représentations en mémoire de travail *considéré comme un tout* passe par 3 étapes :

- Reconnaissance de chaque représentation par comparaison à d'autres représentations, qu'il faut éventuellement aller chercher en mémoire de long terme et amener en mémoire de travail.
Cette reconnaissance bénéficie de fonctions puissantes : reconnaissance de contenu complet ou partiel d'une représentation, d'une structure comme un ordre d'événements ou un visage, comparaison exacte ou approchée, etc.
- Réflexion pour trouver la relation entre les représentations reconnues (au fur et à mesure de leur reconnaissance).
Cette réflexion utilise toutes les fonctions de l'imagination et de l'intelligence ; elle peut, au besoin, chercher des informations supplémentaires en mémoire ou par les sens externe et interne.
- Abstraction pour éliminer les informations inutiles et ne conserver que celles des concepts à générer : concept empirique de l'entendement et catégories.

Par expérience, le phénomène initial est connu après entendement par son intuition et sa catégorie (*ses* catégories si on tient compte de la génération par l'entendement de *multiples* catégories). Il fait l'objet d'une *connaissance* ; celle-ci sera alors souvent approfondie par la raison.

Résultats

- Concept empirique de l'entendement et catégories ;
- L'expérience que le sujet a de sa perception, du fait de l'aperception qui a généré les concepts purs de l'entendement.

3.4.2.7.1 L'entendement est le *pouvoir des règles*

Pouvoir de…

Kant utilise souvent le mot *pouvoir* dans le sens de :

- Faculté ou fonction
  (Citation de [20] page 110)
  "La raison est le pouvoir qui fournit les principes de la connaissance a priori."
  (Fin de citation)
- Causalité
  (Source : [20] page 498)
  La causalité d'un objet des sens, en tant que cause de phénomènes, peut être considérée sous deux angles :
  - Comme *intelligible*, d'après son action en tant que chose en soi ;
  - Comme *sensible*, d'après les effets de cette action considérée comme un phénomène dans le *monde sensible*.

  Cette double manière de penser le pouvoir d'un objet des sens ne contredit aucun des concepts que nous avons à nous forger des phénomènes et d'une expérience possible.

  Monde sensible
  C'est le monde que perçoit notre sens externe à l'instant présent.
  Il est défini comme la totalité des phénomènes (tout ce qui existe sous forme perceptible, qu'il soit perçu ou non)).

L'entendement est un pouvoir de penser et de juger

(Citation de [20] page 156)
"…nous pouvons ramener toutes les actions de l'entendement à des jugements, tant et si bien que *l'entendement* en général peut être représenté comme un *pouvoir de juger.* Car il est […] un pouvoir de penser, et penser est connaître par concepts. Mais les concepts se rapportent, en tant que prédicats de jugements possibles, à quelque représentation d'un objet *encore* indéterminé."
(Fin de citation)

Règles de survenance des phénomènes citées par Kant

(Citation de [37] page 9)
"Tout dans la nature, aussi bien dans le monde inanimé que dans celui des vivants, se produit *selon des règles,* bien que nous ne connaissions pas toujours ces règles.

[Kant affirme là le déterminisme : postulat de causalité et règle de stabilité.]

[…]
Toute la nature en général n'est strictement rien d'autre qu'une interdépendance des phénomènes selon des règles ; et il n'y a nulle part *aucune absence de règles*. Si nous croyons constater une telle absence, nous pouvons seulement dire qu'en ce cas les règles nous sont inconnues."

[Et nous ne devons pas, non plus, attribuer les phénomènes, leur survenue ou leur interdépendance, au hasard, *qui n'existe pas dans la nature*.]

(Fin de citation)

(Citation de [37] page 9)
"Même l'exercice de nos facultés s'effectue selon certaines règles. […] *L'entendement* en particulier a ses actes régis par des règles"
(Fin de citation)

Les règles de l'entendement définissent la traduction des phénomènes (situations et leurs évolutions, toujours déterministes) en représentations (avec leurs concepts), donc en connaissances. Ces règles

elles-mêmes respectent les *principes synthétiques de l'entendement pur*, qui sont la logique de son fonctionnement inné.

L'entendement est le *pouvoir des règles*

(Citation de [37] page 9)
"L'entendement doit être considéré comme :

- La source des règles en général [s'appliquant à tous les objets à traduire en représentations afin de les comprendre par inférence immédiate]
- et la faculté de les penser [en générant des concepts associés aux objets]."

(Fin de citation)

(Citation de [20] page 194)
"Nous avons défini l'entendement […] :

- Par une spontanéité de la connaissance ;
- Par un pouvoir de penser (analyser et généraliser par induction) ;
- Par un pouvoir de concepts (conceptualiser) ;
- Par un pouvoir de jugements,

ainsi pouvons-nous désormais caractériser l'entendement comme *le pouvoir des règles*. Cette caractéristique est plus féconde et s'approche davantage de son essence. La sensibilité nous donne des formes (de l'intuition), alors que l'entendement nous donne des règles."
(Fin de citation)

Kant écrit aussi :
L'homme perçoit les phénomènes et définit leurs lois grâce à l'entendement]
[L'entendement] est lui-même la législation pour la nature, ce qui veut dire que sans entendement il n'y aurait nulle part de nature, c'est-à-dire d'unité synthétique du divers des phénomènes selon des règles ; […] cette unité est pourtant indispensable à la connaissance de la nature.

> [Kant définit donc la nature comme le résultat de l'interprétation des informations des phénomènes perçus selon des règles d'entendement. Cette interprétation fournit des synthèses unifiées des phénomènes sous forme de concepts.
>
> En écrivant que l'entendement de l'homme] est la législation de la nature, Kant rappelle que *C'est l'homme qui définit les lois de la nature*.]

Tous les phénomènes [ce que nous en percevons] résident donc, comme expériences possibles, a priori dans l'entendement […] toutes les lois empiriques ne sont que des déterminations particulières des lois pures de l'entendement […]

L'entendement pur est donc, à travers les catégories, la loi de l'unité synthétique de tous les phénomènes basée sur l'aperception transcendantale, et ainsi est-il ce qui, le premier et originairement, rend possible l'expérience quant à sa forme.

Conclusions

- L'entendement soumet à ses règles les représentations issues des sens ; il est la source des principes qui imposent ces règles.
- Les règles de l'entendement d'une *intuition donnée lient* celle-ci en une *unité synthétique* selon des lois, unité à la base de *l'expérience*.

Les règles de l'entendement proviennent de ses propres principes
L'entendement d'un phénomène est le pouvoir de lui imposer des règles, *conditions* que respecte sa connaissance : le phénomène doit pouvoir être jugé selon les catégories de l'entendement.

(Citation de [20] page 237)
"…toutes les lois de la nature [toujours créées par l'homme] sont soumises à des principes supérieurs de l'entendement, puisqu'elles se bornent à les appliquer à des cas particuliers du phénomène."

Le fonctionnement inné de l'entendement reflète les lois de la nature ; c'est pourquoi nous pouvons la connaître par l'expérience. (Justification : *Principe de la primauté de la connaissance sur les objets (doctrine)*.)

La faculté d'entendement permet la connaissance des phénomènes (leur traduction en concepts issus de l'intuition sensible) parce qu'elle est régie par des règles déterministes stables ; par entendement un même phénomène peut toujours être compris, et l'être de la même façon.

3.4.2.7.2 Les deux logiques de remontée d'une chaîne de causalité

En réfléchissant au fonctionnement de l'entendement, Kant a remarqué que la chaîne de causalité d'un système est un ensemble *d'événements* qui sont des couples {situation ; date où elle a lieu}, où une situation est l'état du système considéré (valeur de toutes ses variables descriptives) à cette date-là, que l'homme perçoit sous forme de phénomène.

Régression causale (dynamique) ou temporelle (mathématique)

Lorsqu'on cherche à comprendre la situation actuelle, sa chaîne de causalité peut être parcourue du présent vers le passé (parcours appelé *régression*) de deux manières :

- En cherchant par raisonnement la cause de la cause de la cause…, démarche discursive que Kant qualifie par définition de *dynamique* ;
- Ou en cherchant par intuition le précédent du précédent du précédent…, démarche qu'il qualifie de *mathématique* car la suite naturelle des instants (dates) est ordonnée dans le sens croissant par le passage du temps. Cet ordre est connu intuitivement, permettant des jugements de logique générale, fonction innée de la raison.

Ces deux manières correspondent aux deux sortes de déduction causale.

Mais comme la relation cause ➔ conséquence de la nature suppose le passage du temps, Kant remarque :

(Citation de [20] page 445)

"Si vous n'admettez pas dans le monde de terme qui soit mathématiquement premier dans l'ordre du temps [l'instant zéro], vous n'avez pas non plus besoin de rechercher un terme qui soit dynamiquement premier dans l'ordre de la causalité [la cause première]."

(Fin de citation)

[Si on n'admet pas la possibilité d'atteindre le début d'une chaîne de causalité (parce qu'elle est infinie, et que l'infini ne peut être atteint qu'en un temps infini, selon Kant – ce qui est une erreur – alors il n'y a ni événement premier dans la succession des événements, ni cause première dans l'ordre de la causalité.]

Modèle de passage du temps de Kant : la chaîne de causalité

Kant raisonne donc sur la causalité et le passage du temps avec un modèle de *suite infinie d'événements distincts*. Comme l'infini n'est pas un nombre et que la suite des événements d'une régression est infinie, Kant pense qu'on peut (en métaphysique) admettre ou non l'existence d'un instant initial où la cause de l'état actuel du système considéré est la cause première.

Voir *Cause à l'infini – Cause absolument nécessaire*.

- Si on admet l'existence de l'instant initial pour que le postulat de causalité s'applique seulement à partir de sa cause première et que la situation actuelle ait un commencement, on raisonne comme lorsqu'on admet que le monde a été créé par Dieu ou qu'il a commencé par un Big Bang.
- Si on n'admet pas l'existence de l'instant initial, on pense que la chaîne de causalité régresse vers un passé infiniment lointain, donc que le monde a toujours existé. C'est possible en métaphysique, mais incertain avec la science actuelle. Même raisonnement pour une chaîne de causalité cyclique (Nietzsche).

3.4.2.7.3 Modèle *suite d'événements distincts* d'une évolution causale

Le temps est une grandeur *continue* aux échelles habituelles de notre science : astronomique, humaine et atomique ; c'est ainsi que nous le voyons et que nous l'utilisons dans nos théories classiques. C'est aussi une grandeur *ininterruptible* : dans l'intervalle de temps entre les instants t_1 et t_2 (distincts) il n'existe aucun instant où le temps n'est pas défini, aucun instant où la causalité cesse d'agir pour tirer les conséquences des situations en cet instant (voir *Continuité et ininterruptibilité*).

Les évolutions naturelles sont continues

Nous postulons que les évolutions naturelles sont dues à une cause naturelle. Lorsque celle-ci existe, sa conséquence est automatique et instantanée : l'évolution démarre, régie par une loi de la nature. Et

tant que la cause dure, l'évolution dure : elle est donc ininterrompue, mais dès que la cause change, la loi d'évolution change.

Continuité et ininterruptibilité de l'effet d'une cause
Le mot "continuité" ayant une signification particulière en mathématiques :

Une fonction *f(t)* continue en t_0 est telle que si $t \to t_0$ alors $f(t) \to f(t_0)$
[→ = tend vers]

il faudrait distinguer continuité et ininterruptibilité de l'effet d'une cause :

Dans tout intervalle de temps où une cause est ininterrompue, sa conséquence est définie (=ininterrompue) elle aussi.

Postulat de continuité (ininterruptibilité)
La continuité d'une cause entraîne donc celle de la loi d'évolution qui en résulte
Cette continuité causale entraîne celle des lois d'évolution de la nature : si une cause suffisante a pour conséquence l'application d'une loi d'évolution, cette loi doit rester active aussi longtemps que sa cause, ni plus ni moins, d'où le postulat de continuité :

« Toute loi d'évolution s'applique sans discontinuer aussi longtemps que sa cause suffisante existe. »
(Aucune interruption n'est possible)

Le choix malheureux de Kant
Le choix de Kant de se représenter les évolutions des systèmes par la succession de situations distinctes d'une *chaîne de causalité*, en omettant le postulat de continuité, est malheureux ; et ce choix est d'autant plus étonnant qu'il savait que les changements (évolutions) sont ininterrompus parce que leur cause est ininterrompue. Il savait que l'évolution d'un système a un déroulement continu (exactement : ininterrompu), car il écrit :

Les phénomènes permettent de constater la continuité des évolutions
(Citation de [20] page 265)
"…ce n'est que dans les phénomènes que nous pouvons connaître empiriquement cette continuité caractéristique de la manière dont les temps s'enchaînent."
(Fin de citation)

La notion de changement suppose une causalité ininterrompue (Kant dit « continue »)
(Citation de [20] page 270)
"Tout changement n'est […] possible que par une action continue de la causalité, [dont il est l'effet]."
(Fin de citation)

Descartes ajoute qu'un changement n'est possible que si Dieu le veut, et tant qu'il le veut : voir *La création du monde est une action continue de Dieu*.

Une loi d'évolution continue ne garantit pas des résultats continus à l'échelle atomique
L'applicabilité continue d'une loi n'implique pas la continuité des variables d'état qu'elle affecte, qui peuvent à l'occasion avoir un domaine de définition discontinu dans un espace *quantifié* comme celui des valeurs d'une charge électrique, toujours multiple de celle d'un électron : $e = 1.6 .10^{-19}$ coulomb.

(Lorsque je charge une batterie pendant un temps *t* – variable évidemment continue – la quantité d'électricité chargée (nombre de coulombs) est un multiple de *e*, pas un nombre réel ou fractionnaire à variation continue.)

Conditions de continuité d'un résultat d'évolution naturelle
Une fonction *f(t),* résultat de l'application d'une loi naturelle pendant un certain temps *T* ou à l'instant *t,* est continue dans un certain domaine seulement si :

- ce domaine est continu (=ininterrompu) s'il ne contient aucune valeur de *t* où la fonction *f(t)* n'est pas définie,
- et si dans ce domaine lorsque le temps *t* tend vers t_0 le résultat *f(t)* tend vers $f(t_0)$. Cela s'écrit en logique symbolique : $t \to t_0 \Rightarrow f(t) \to f(t_0)$.

  Exemple
  La quantité d'électricité chargée dans la batterie précédente est discontinue quel que soit le temps de charge *t* si et seulement si la précision de nos mesures de charge permet d'apprécier

des différences aussi petites que « quelques *e* », sinon nous pouvons la considérer comme continue.

Les lois de Kepler gouvernant les orbites des planètes sont continues, un instant bref correspondant à un déplacement petit. Mais les lois de l'électromagnétisme de Maxwell ne sont continues qu'en apparence : les fonctions de leurs équations sont continues parce que la petitesse des quantités comme *e* et *h* (la constante de Planck $h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ joule **.**seconde) rend cette approximation acceptable.

C'est l'homme qui définit les lois de la nature, et ses définitions sont simples – notamment avec des lois continues – chaque fois que cette simplicité ne produit pas d'erreur décelable, particulièrement dans le domaine macroscopique.

Nous parlons donc de loi continue lorsque son énoncé admis utilise des variables et fonctions continues ; nous négligeons alors les aspects quantiques éventuels.

Exemple de loi d'évolution : trajectoire d'une pierre lancée sur la Lune

Considérons un cas simple : sur la Lune, où il n'y a pas d'atmosphère pour freiner les mouvements, une pierre a été lancée et se déplace sous l'action de la seule pesanteur. La trajectoire est une parabole décrite par le système d'équations :

$$x = v_H t \qquad y = -\frac{1}{2} g_L t^2 + v_V t,$$ où :

x et *y* sont les coordonnées horizontale et verticale, *t* est le temps,
v_H est la vitesse horizontale, g_L est l'attraction de la pesanteur lunaire
et v_V est la vitesse verticale initiale.

Cette trajectoire ne peut changer tant que la pierre n'est pas retombée au sol.
Pour la changer on devrait appliquer une force quelconque, par exemple en changeant l'attraction (changement physiquement impossible, la Lune étant ce qu'elle est).

Existence et continuité des dérivées d'une fonction d'évolution

De nombreuses lois naturelles font intervenir l'énergie, par exemple sous forme d'énergie cinétique. Lorsque la vitesse d'un corps varie, son énergie cinétique varie. Or l'énergie totale (énergie cinétique + énergie potentielle) d'un système isolé est constante : si l'une augmente de Δe en un temps Δt l'autre diminue de Δe pendant le même temps. Un tel système isolé est soumis à une contrainte de conservation d'énergie totale qui se traduit par une impossibilité de variation instantanée de la vitesse : celle-ci ne peut que varier progressivement. La vitesse doit donc être une fonction continue du temps, et pour que sa variation soit progressive elle doit à son tour être dérivable.

Retenons qu'en général les lois de la nature sont décrites par des équations différentielles (équations où interviennent des fonctions dérivées). Exemple : la 2ème loi de Newton, reliant une force agissante et la dérivée de la quantité de mouvement.

Kant et la physique de Newton

Au moment où Kant écrivait sa célèbre *Critique* [20], Newton avait déjà publié son ouvrage en latin *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, [9]) depuis près d'un siècle. Les idées révolutionnaires de cet ouvrage s'étaient imposées à tous les savants, car à l'époque tous savaient lire le latin. Kant admirait son auteur et ses découvertes, dont il a parlé dans ses cours.

La 2ème loi des mouvements de Newton affirmait notamment qu'une évolution physique (le déplacement d'une masse *m* sous l'action d'une force *F*, par exemple) a une causalité exprimée par une fonction dérivée : la force *F* est la dérivée de la *quantité de mouvement p = mv* où *v* est la vitesse instantanée de la masse *m*.

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Soumise à une force *F*, une masse *m* constante se déplaçant à la vitesse *v* acquiert une accélération $\frac{dv}{dt}$ telle que $F = m\frac{dv}{dt}$.

Quantité de mouvement et impulsion

- Par définition, une particule matérielle qui a une masse *m* et se déplace à une vitesse *v* a une quantité de mouvement *p* = *mv*.

- Par définition, une particule sans masse (comme un photon, dont la vitesse est toujours celle de la lumière c = 299 792 458 mètres/seconde) a une impulsion $p = h/\lambda$, où h est la constante de Planck $h = 6.6261 .10^{-34}$ joules .seconde et λ est la longueur d'onde du photon.

Quantité de mouvement et impulsion se mesurent avec les mêmes unités
Toutes deux se mesurent en kg.m/s (kilogrammes x mètres par seconde).

La quantité de mouvement n'est pas une énergie
L'énergie cinétique d'une particule de masse m et vitesse v est $E = ½mv^2$ et s'exprime en joules, alors que sa quantité de mouvement est mv et s'exprime en kg.m/s.

Le paradigme « chaîne discontinue de causalité » que Kant utilise pour cette évolution aurait donc dû être remplacé par un paradigme :

« cause (situation) entraîne (sans interruption) fonction continue d'évolution »

conformément à l'équation différentielle de la 2ème loi de Newton. La cause a donc pour conséquence une fonction continue, pas un résultat unique (dont la date serait, du reste, arbitraire).

C'est pourquoi nous énonçons la condition suffisante du postulat de causalité sous la forme « cause entraîne évolution », qui est une prévision de changement, pas une prédiction de résultat.

Nous nous représenterons donc les évolutions causales comme continues :

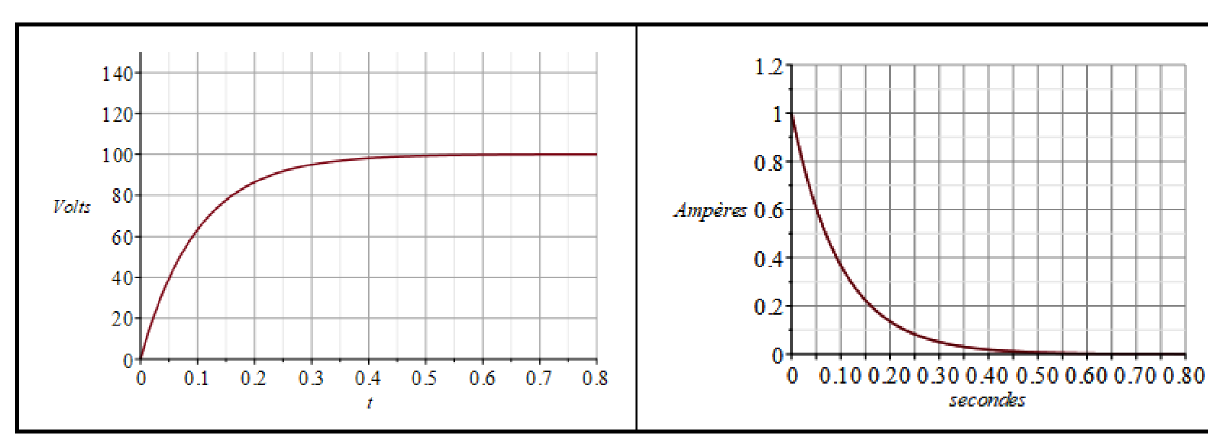
- La conséquence certaine d'une situation S_0 sera une évolution continue, pas une situation S (dont nous verrons que la prédictibilité n'est pas garantie) ;

  Cette évolution durera, régie par la même loi physique, autant que sa cause : dès que la cause apparaît l'évolution commence, dès qu'elle disparaît l'évolution s'arrête ; une nouvelle cause entraînera alors l'application d'une nouvelle loi.

- Dans un passé infiniment lointain (à l'origine du monde : pour nous le *Big Bang*) toutes les évolutions ont eu un état initial – il n'y a donc pas (comme pour Kant) de problème de chaîne infinie de situations dont la régression ne peut s'achever « car on ne peut compter jusqu'à l'infini, ce qui demanderait un temps infini ».

  Lorsque la même cause s'applique indéfiniment (dans le passé ou dans l'avenir) l'évolution suit la même loi, son résultat tendant vers la valeur à l'infini de la fonction.

  Exemple : la quantité d'électricité chargée dans un condensateur à travers une résistance, à partir d'une source de tension constante, tend vers une limite en suivant une loi exponentielle d'intensité de charge.



Charge d'un condensateur de 1000 µF avec V_0=100V et R=100Ω :
les deux courbes ont des asymptotes horizontales

Les problèmes de régression à l'infini rencontrés par Kant disparaissent avec ce modèle continu d'évolution : la valeur à l'infini d'une variable d'état du système considéré est celle d'une fonction ; elle peut être finie ou non. Si elle est infinie, la cause initiale est remplacée par une autre : il y a un autre déroulement, par exemple parce que le système s'est brisé.

3.4.2.8 Les 12 catégories de l'entendement de Kant

La métaphysique recherche la vérité dans les descriptions et les jugements.
Cette recherche exige une étude *exhaustive* des divers sens du verbe « être » et de la copule « est » de chaque énoncé. Désapprouvant les catégories qu'Aristote avait définies intuitivement, Kant en a trouvé un ensemble incontestablement complet en partant de la manière dont l'entendement forme tous ses jugements, c'est-à-dire de ses fonctions logiques de jugement, sens divers du verbe être.

Jugements conceptualisés par l'entendement en concepts purs de l'entendement

Décrire une chose c'est émettre des jugements sur elle, chaque jugement de phénomène comportant un sujet, une copule de relation et un prédicat. Chaque jugement de l'entendement produit, à partir de l'intuition du phénomène, un concept correspondant à son prédicat.

> Ainsi par exemple, soit à décrire la quantité d'éléments d'un objet ayant la propriété « pas méchants ». L'entendement compare d'abord sa représentation issue de l'intuition, interprétée sous forme de concept empirique, aux concepts purs de l'entendement des catégories de *quantité* (Unité, Pluralité, Totalité) et de *qualité* (Réalité, Négation, Limitation) qu'il connaît a priori, pour reconnaître ceux qui s'appliquent à lui.
>
> La quantité correspond à Un, Plusieurs ou Tous, la qualité correspond à Est, N'est pas ou Est tout sauf. On aura, par exemple, le jugement : « Certains ours ne sont pas méchants » si les catégories sont « Certains = Pluralité » pour la quantité et « Ne sont pas = Négation » pour la qualité.

En plus des jugements de quantité et qualité, l'entendement utilise la conscience de soi du sujet pour produire des jugements de *relation* (Catégoriques, Hypothétiques, Disjonctifs) et de *modalité* (Problématiques, Assertoriques, Apodictiques), qui qualifient le jugement précédent lui-même.
Ainsi, quand je décris ce que je vois, je sais que mon jugement est (au point de vue *relation*) une certitude, une hypothèse, ou un choix entre plusieurs possibilités ; et au point de vue *modalité* s'il est possible mais pas certain (problématique), ou certain car démontrable (apodictique), ou si je ne peux rien affirmer sur sa véracité (assertorique).

Fonctions logiques et concepts purs de l'entendement (catégories)

Les divers sens du verbe « est » dans un jugement couvrent toutes les catégories possibles de *concepts purs de l'entendement*, y compris celles qui décrivent leur niveau de certitude (appelé *relations* par Kant) et celles où l'auteur d'un jugement qualifie la possibilité, l'existence sans engagement ou la nécessité de celui-ci. Ces concepts sont purs et compris par tout homme a priori. Chaque concept provient d'une (et une seule) des 12 fonctions logiques de jugement de l'entendement ci-dessous, classées en 4 titres de 3 moments (=types) chacun :

1.
Quantité des jugements
Universels
Particuliers
Singuliers

2.
Qualité des jugements
Affirmatifs
Négatifs
Infinis (indéfinis)

3.
Relation des jugements
Catégoriques
Hypothétiques
Disjonctifs

4.
Modalité des jugements
Problématiques
Assertoriques
Apodictiques

Table des fonctions logiques de l'entendement

Kant appelle jugement *infini* (ou *indéfini*) un jugement affirmatif dont l'affirmation est suivie d'une négation comme « Tout (tous) / sauf » ou « Certains ».

Pourquoi cette table des jugements est universelle

1 - Quantité des jugements

Tout jugement peut être considéré comme s'appliquant à un ensemble dont il précise les éléments concernés. Exemple : « Kiki est un chien » est un jugement (dit de *Quantité*) qui affirme que Kiki est un (et un seul) élément de l'ensemble des chiens.

A ce point de vue-là, une telle précision n'a que 3 cas possibles :

- *Tous* pour un jugement dit *Universel* concernant tous les éléments de l'ensemble ;
- *Certains* pour un jugement dit *Particulier* concernant certains des éléments de l'ensemble (et excluant les autres, donc un jugement de type OU EXCLUSIF) ;
- *Un seul* pour un jugement dit *Singulier* concernant un seul des éléments de l'ensemble.

2 – Qualité des jugements

La manière dont un jugement affirme la quantité précédente existe de 3 façons :

- Une façon *affirmative*, comme dans « Kiki est un chien » ;
- Une façon *négative*, comme dans « Kiki n'est pas un chien » ;
- Une façon *complémentaire*, comme dans « Kiki est tout sauf un chien » ou comme dans « Certains animaux sont des poissons » (sous-entendu : « Les autres animaux n'étant pas des poissons. »

Kant regroupe les jugements de *Quantité* et de *Qualité* sous le nom de jugements *Mathématiques*. La *Quantité* et la *Qualité* sont des informations *intuitives* sur le sujet du jugement ; elles sont *constitutives* du jugement (on ne peut l'imaginer sans elles).

3 - Relation des jugements

Le verbe être peut exprimer une relation entre deux membres de 3 façons :

- *Catégorique*, où l'affirmation est sans condition ni alternative, par exemple lorsque ce jugement affirme ou nie un attribut par rapport au sujet.
  Exemples : « *A* est *B* » - « $x < 5$ » - « Kiki est tondu ».
- *Hypothétique*, où l'affirmation repose sur une hypothèse ou condition :
  Si <condition *A*> alors <affirmation *B*>.
  Exemple : « Si $b^2-4ac > 0$ alors ax^2+bx+c a deux racines réelles ».
- *Disjonctif*, où le jugement énonce une alternative. Il divise un ensemble *E* de concepts en deux parties complémentaires *A* et *B* appelées "*concepts subordonnés*", qui s'excluent mutuellement (le choix de l'un excluant l'autre) : tout élément *x* de *E* appartient soit à *A*, soit à *B*.
  Exemple : « Les enfants de moins de 10 ans sont admis gratis ».

  Ce jugement désigne un sous-ensemble d'un ensemble selon un certain critère. Il attribue aussi une valeur logique vrai/faux à la proposition *c* telle que *c* = a OU *b* connaissant les valeurs logiques des propositions *a* et *b*.

En dehors de la Quantité, de la Qualité, et de la Relation, il n'y a rien d'autre qui constitue le contenu d'un jugement.

4- Modalité des jugements

La modalité d'un jugement qualifie l'opinion de celui qui le formule sur sa validité.
Il y a 3 cas :

- Le jugement est jugé problématique par son auteur :
  pour lui, c'est une *possibilité ou une impossibilité*.
- Le jugement est jugé assertorique par son auteur :
  il ne se prononce pas sur sa possibilité, c'est une simple *éventualité*.

- Le jugement est jugé apodictique par son auteur :
  il le croit démontrable ou au moins convaincant, c'est une *nécessité* ou une *contingence*.

Kant regroupe les jugements de Relation et de Modalité sous le qualificatif de jugements *dynamiques*. La relation et la Modalité sont des informations discursives sur le sujet du jugement. Elles décrivent un *jugement sur le jugement*.

Pourquoi cette curieuse disposition en croix ?

Cette curieuse disposition respecte la tradition établie par Kant pour présenter les fonctions de l'entendement et l'analyse d'un concept selon les catégories de l'entendement ci-dessous. En présentant de la même façon tout nouveau concept analysé on sait au premier coup d'œil ce qui représente la quantité, la qualité, la relation et la modalité.

Catégories de l'entendement

A chacune des 12 fonctions logiques ci-dessus correspond une catégorie (une interprétation possible du verbe « être ») représentée dans l'esprit sous forme d'un concept pur de l'entendement, connu a priori par tout homme. Kant a réparti l'ensemble immense des jugements possibles en 12 catégories, chacune correspondant à un type de jugement de l'objet avec un concept pur de l'entendement. La table suivante contient *toutes* les catégories possibles, chacune produite par la fonction logique de l'entendement correspondante.

1.
Catégories de la quantité
Unité
Pluralité
Totalité

2.
Catégories de la qualité
Réalité
Négation
Limitation

3.
Catégories de la relation
Inhérence et subsistance
Causalité et dépendance
Communauté et réciprocité

4.
Catégories de la modalité
Possibilité – Impossibilité
Existence – Non-existence
Nécessité - Contingence

Table des catégories (concepts purs de l'entendement)

Exemple de jugement et analyse par *titres* et *moments*
« Certains ours qui hibernent peuvent être dangereux si on les réveille. »

Partie du jugement	Type de jugement (titre)	Fonction logique	Catégorie
Certains ours qui hibernent	Quantité	Particulier	Pluralité
peuvent être	Qualité	Affirmatif	Réalité
(peuvent être) dangereux	Modalité	Problématique	Possibilité
(dangereux) si on les réveille	Relation	Hypothétique	Causalité

Analyse du jugement en fonctions et catégories de l'entendement

Si, lorsque je formule le jugement précédent, j'estime que c'est une possibilité, la modalité de mon jugement est problématique.

Jugement problématique
Un jugement problématique est un jugement dont l'auteur admet l'affirmation ou la négation comme *simplement possibles*, sans s'engager. A un instant donné, la valeur logique du jugement ne peut être que *vrai* ou *faux*, l'une excluant l'autre (non-contradiction). Autres types de jugement :

- Jugement hypothétique : « S'il y a une justice divine, le méchant sera puni ».
- Jugement problématique : « Le monde est soit l'effet d'un hasard, soit celui d'une cause extérieure, soit le produit d'une nécessité interne. »

Concept problématique
Un concept problématique est un concept qui ne contient nulle contradiction, et qui en outre s'enchaîne à d'autres connaissances pour constituer la limite de concepts donnés, mais dont en aucune manière la réalité objective ne peut être connue.

3.4.2.8.1 Complétude des facultés d'entendement

Les fonctions logiques ci-dessus représentent *tous* les mécanismes par lesquels l'entendement peut transformer spontanément la représentation d'une intuition sensible en critères de jugements décrivant un phénomène présent à la conscience.

Imaginé par Kant, cet ensemble de mécanismes est *complet* : il couvre tous les cas formels nécessaires pour qualifier tous les phénomènes possibles. En effet, un objet sensible (phénomène) peut être représenté avec toutes ses propriétés par une proposition (jugement) décrivant une quantité, une qualité, une relation et une modalité définis comme suit :

1. Quantité : un jugement ne peut être que de 3 types :
   - *universel* (« tous les ours ont une queue »),
   - *particulier* (« certains ours sont bruns »)
   - ou *singulier* (« c'est un ours »).
2. Qualité : un jugement ne peut être que de 3 types :
   - *affirmatif* (« cet ours est brun »),
   - *négatif* (« cet ours n'est pas brun »)
   - ou *infini* (« la couleur de cet ours est tout sauf brun »).
3. Relation : chaque jugement de l'objet doit nécessairement être :
   - *catégorique* (affirmé sans nuance, sans condition ni alternative, par exemple lorsque ce jugement affirme ou nie un attribut par rapport au sujet. Exemple : « *A* est *B* ») ;
   - *hypothétique* (qui repose sur une hypothèse ; qui suppose une condition) ;
   - ou *disjonctif* (qui repose sur certains des prédicats d'un ensemble exhaustif).

   Il n'y a pas d'autre possibilité logique.

Conscience de soi
Kant s'est aperçu qu'un homme a, par sa *conscience de soi* (le fait de savoir à tout moment qu'il pense et ce qu'il pense), la "certitude logique" de ses jugements spontanés : quand je décris ce que je vois, je sais que mon jugement est :

- Une *certitude*, et que le prédicat est dû à une propriété de l'objet qui est soit inhérente, soit subsistante ;
- Ou une *hypothèse*, et que le prédicat exprime une causalité ou une dépendance ;
- Ou un *choix entre plusieurs possibilités*, et que le prédicat exprime :
  - ✓ une *communauté* (relation entre des choses que l'esprit peut associer selon un critère quelconque, parce qu'il leur trouve quelque chose en commun), ou
  - ✓ une *réciprocité* (relation caractéristique d'une action ou d'une influence qui, entre deux objets *A* et *B*, s'exerce à la fois de *A* (l'origine) vers *B* (la cible) ou de *B* vers *A*).

La conscience de soi nécessite une représentation de représentation
Exemple - Je vois ma maison. Dans mon esprit il y a sa représentation, *R*. Mais je sais que je suis en train de voir ma maison, j'en suis conscient en me représentant en train de voir ma maison. Cette conscience est nécessairement elle-même une représentation, *S*, la représentation de la représentation *R*.

Aperception (substantif)
Le substantif aperception vient du verbe apercevoir, prendre conscience de.
L'aperception est une conscience de soi, tantôt une faculté, tantôt un état psychique. L'homme qui a conscience d'un objet a, présente à l'esprit, une *représentation de l'objet* (la conscience de quelque chose est un *état psychique* résultant de l'interprétation d'une représentation). Donc l'aperception (conscience de soi) est un état psychique qui a une représentation.

Unité synthétique de l'aperception
L'aperception a une fonction spontanée de synthèse qui unifie ce dont l'esprit a conscience à un instant donné. Les diverses représentations données dans une même intuition doivent se réunir dans une même *conscience générale de soi* ; leur synthèse n'est possible que par la conscience de cette synthèse. (Et cette conscience étant une conscience de soi, elle repose sur une *représentation de représentation*.)

4. Modalité : Autre faculté humaine remarquée par Kant, la conscience du degré de certitude personnelle de l'auteur d'un jugement. Quand j'énonce un jugement, je sais :
   - s'il est possible, mais pas certain,
   - ou certain car démontrable,
   - ou si je ne peux rien affirmer sur sa véracité.

   L'auteur d'un jugement a une opinion *personnelle* (donc subjective) sur la véracité de chacun de ses jugements. Il peut le qualifier de :
   - *Douteux* (*problématique*, c'est-à-dire possible mais pas certain), et le prédicat correspondant énonce une possibilité ou une impossibilité ;
   - Ou *nécessaire* (*apodictique*, c'est-à-dire convaincant, intuitivement certain), et le prédicat correspondant énonce une nécessité ou une contingence ;
   - Ou *être sans opinion sur sa véracité* (jugement *assertorique*), et le prédicat correspondant énonce une existence ou une inexistence.

La connaissance complète de l'objet du phénomène proviendra d'un certain nombre de propositions, chacune avec un verbe être reliant un sujet et un prédicat de quantité, de qualité, de relation ou de modalité. Voir exemple.

La complétude des facultés d'entendement est une conséquence évidente de la *logique générale* :

- Tout jugement de phénomène ou d'objet a nécessairement une des propriétés de quantité citées et une des propriétés de qualité citées, et aucune propriété de quantité ou de qualité n'est possible en dehors de ces catégories.
- De même, tout jugement est soit catégorique, soit hypothétique, soit disjonctif : aucun autre cas n'est possible.
- Enfin, l'auteur d'un jugement a nécessairement une opinion sur sa modalité, opinion qui fait partie de la liste ci-dessus, qui est exhaustive.

3.4.2.8.2 Résultat de l'entendement

A partir de l'intuition du phénomène, l'utilisation éventuelle de chacune des 12 fonctions logiques produit un concept prédicat de jugement. Ce jugement, superficiel car spontané, doit souvent être complété par la *raison*.

Raison

- Faculté de bien juger, de discerner le vrai du faux, de combiner des idées ;
- Faculté de raisonner et de réfléchir logiquement, de manière déductive ou inductive, indépendamment de l'intuition, du sentiment et de la morale ;
- Faculté de l'esprit de former des principes par raisonnement indépendamment de l'expérience (c'est-à-dire purs), par exemple en remontant d'un donné (fait issu de l'expérience) à sa cause ;
- Faculté métaphysique permettant d'imaginer des vérités absolues, des valeurs morales, Dieu, etc.
- Faculté de faire des synthèses de concepts de l'entendement, comme l'entendement fait la synthèse de *l'intuition sensible*.

La raison sert à comprendre au-delà de l'entendement, à calculer et à décider.

Complément : voir en annexe *Raison et rationalisme*.

Pouvoir de la raison

Nous savons aujourd'hui que ce que l'homme veut (désire) à un instant donné ne dépend pas de sa raison, car *celle-ci n'est qu'un outil au service de désirs non raisonnés*. Ce qu'il veut dépend de son état psychique, lui-même dépendant seulement de son héritage génétique, de sa culture et des circonstances ; ces conditions déterminent des quantités de neurotransmetteurs, qui déterminent à leur tour l'état de neurones et de leurs interconnexions, état que la conscience interprète sous forme de valeurs critères de jugement. Nous ne savons pas déduire le détail des volontés humaines d'états psychiques, mais ce n'est pas une raison pour croire à l'existence d'une volonté indépendante transcendante, notion aussi imaginaire que celle d'âme siège du spirituel.

Un homme qui a conscience de penser et d'avoir une représentation présente à l'esprit ne fait que sentir un état psychique de son réseau de neurones, sensation accompagnée d'émissions caractéristiques de neurotransmetteurs et d'une impression de bon/mauvais, prometteur/inquiétant, etc.

Intuition sensible

L'intuition sensible est, ou bien intuition pure (espace et temps) ou bien intuition empirique de ce qui, dans l'espace et le temps, est directement représenté comme réel à travers la sensation.

- Kant n'admet, pour les intuitions humaines, que celles dont les formes sont l'espace et le temps. Il ignore d'autres caractéristiques comme le poids, la température, etc.
- Pour Kant, les objets « supérieurs » comme Dieu ne sont pas saisis par intuition, mais suggérés par un raisonnement.

(Citation de [33] §13 page 65 – "L'espace tel que le géomètre en forme la pensée est très précisément la forme de l'intuition sensible que nous trouvons a priori en nous et qui contient le principe de la possibilité de tous les phénomènes externes (selon leur forme)…"
(Fin de citation)

Lire :

- Les étapes de l'intuition selon Kant ;
- Explication scientifique de l'intuition.

Intuition pure

L'intuition pure est une conscience de l'espace et/ou du temps, concepts de base a priori de l'entendement.

Opinion du sujet d'un jugement sur celui-ci

Si, lorsque je formule le jugement précédent, j'estime que ce n'est qu'une possibilité, la modalité de mon jugement est *problématique*.

Jugement problématique

Un jugement problématique est un jugement dont l'auteur admet l'affirmation ou la négation comme *simplement possibles*, sans s'engager. A un instant donné, la valeur logique du jugement

ne peut être que *vrai* ou *faux*, l'une excluant l'autre (non-contradiction). Différence avec un jugement hypothétique :

- Jugement hypothétique : « S'il y a une justice divine, le méchant sera puni ».
- Jugement problématique : « Le monde est soit l'effet d'un hasard, soit celui d'une cause extérieure, soit le produit d'une nécessité interne. »

Concept problématique
Un concept problématique est un concept qui ne contient nulle contradiction, et qui en outre s'enchaîne à d'autres connaissances pour constituer la limite de concepts donnés, mais dont en aucune manière la réalité objective ne peut être connue.

Au sens courant un concept problématique est douteux (affirmé sans preuves suffisantes).

Conclusions sur les fonctions de l'entendement

- Tout phénomène représenté en mémoire de travail peut être décrit formellement de manière complète par un ensemble de jugements qualifiés par certaines des 12 catégories de la table ci-dessus. Chaque jugement est de la forme « sujet *est* prédicat ».
- *Connaissances dues aux neurosciences actuelles*
L'entendement est non seulement spontané, *il exécute ses fonctions logiques en parallèle, toutes à la fois et non successivement*, grâce à la faculté psychique de parallélisme. Le sujet n'a aucun effort à faire pour déclencher l'entendement, ou certaines des fonctions après d'autres. C'est pourquoi le temps nécessaire à la compréhension spontanée et superficielle de l'entendement est de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes, donc très rapide.

  Bien que Kant ne l'ajoute pas, chaque résultat de fonction ci-dessus est évalué psychologiquement aussitôt formé dans l'inconscient du sujet. Cette évaluation donne un résultat analogue à un nombre entier algébrique : un résultat positif est psychologiquement favorable, prometteur, agréable, et un résultat négatif est défavorable, inquiétant, désagréable. La valeur absolue décrit l'importance (intensité) psychologique : un résultat petit est ignoré ; un résultat grand franchit le seuil de conscience, déclenchant un raisonnement pour approfondir le problème et décider d'une action.

3.4.2.8.3 Table des principes de l'entendement pur

En approfondissant son étude de l'entendement pur, Kant a découvert des principes métaphysiques qui doivent nécessairement le régir. Ce sont des principes de son usage transcendantal, indispensables pour créer des concepts conformes aux 12 catégories. Kant les a répartis en 4 types :

- Les *Axiomes* de l'intuition ;
- Les *Anticipations* de la perception ;
- Les *Analogies* de l'expérience ;
- Les *Postulats* de la pensée empirique en général.

Nous n'entrerons pas dans les détails de ces principes, décrits dans [12].

3.4.2.8.4 Table physiologique des principes universels de la science de la nature

Définition de la science de la nature (proposée par Daniel MARTIN, car Kant n'en donne pas)
« La science de la nature est un ensemble de connaissances, de lois d'interruption et d'évolution *a priori* inspirées à l'homme par son observation des phénomènes. Les scientifiques vérifient par consensus la non-contradiction de ces connaissances et lois avec de nouveaux faits d'expérience au fur et à mesure qu'ils surviennent. »

Cette définition implique la nécessité (voir liste du paragraphe précédent) :

- De principes régissant les perceptions, et leur induction à partir d'intuitions :
  - Axiomes de l'intuition ;
  - Principes régulateurs de la perception (anticipations).
- De principes régissant l'expérience des concepts issus de ces inductions :
  - Principes régissant l'expérience elle-même (analogies pour Kant) ;
  - Postulats de la pensée empirique en général.

Nous n'entrerons pas dans les détails de ces principes, décrits dans [12].

3.4.2.8.5 Idée en tant que principe régulateur

L'esprit humain a le pouvoir de conceptualiser des processus ou des règles de pensée. Il en construit alors un concept et lui donne un nom.

Principe régulateur de l'entendement

Ainsi, pour Kant, le mot Idée (I majuscule) peut désigner (en plus d'une chose intelligible) un *principe régulateur rationnel*, méthode qui systématise les synthèses de l'entendement dans leur effort vers un certain but, permettant même la réflexion sur lui-même (= la conscience de soi) et sur la raison en général. L'esprit peut associer un concept à une telle Idée pour s'en servir dans ses raisonnements et le mémoriser.

> Exemple d'Idée en tant que principe régulateur de l'entendement : voir la citation de la partie 2 "*et où les Idées deviennent des causes efficientes*" du paragraphe *Les croyances de Kant / Doctrine idéaliste*.

Plus généralement, une Idée peut conceptualiser n'importe quel processus cognitif.

Voir aussi : *Organon* et *Logique*.

3.4.2.9 Ce qu'un sujet peut déduire du *Je pense*, selon Kant

Voici le raisonnement de Kant qui remplace celui de Descartes sur les conséquences de « Je pense donc je suis ».

1. Je sais que je pense, donc j'existe. Du fait qu'il a conscience de penser, le sujet peut déduire qu'il existe (exactement : que son esprit existe), mais pas plus.
2. Je sens que le temps passe. Du fait que j'ai un sens interne, j'ai conscience du temps qui passe : je sais que l'événement *A* dont j'ai conscience par mon sens externe précède l'événement *B*, mais je ne sais pas de combien de temps.
3. Pour le sens externe que j'ai aussi, le temps passe indépendamment de moi-même, donc il existe un monde extérieur.
4. A part son existence, je ne sais rien de ce monde extérieur, car la certitude de cette existence a été acquise sans concours du sens externe, donc sans expérience de lui.

   Postulat d'existence des objets de l'intuition extérieure

   (Citation de [20] page 471)

   "Notre idéalisme transcendantal [admet] que les objets de l'intuition extérieure existent aussi effectivement tels qu'ils sont intuitionnés dans l'espace, et tous les changements dans le temps tels que le sens interne les représente.

   […]

   Puisque sans objets dans l'espace il n'y aurait absolument aucune représentation empirique, nous pouvons et devons y admettre comme effectivement réels des êtres étendus ; et il en va de même aussi du temps."

   (Fin de citation)

   Voir aussi *Doctrine de l'idéalisme transcendantal*.

   Comme toute conscience de soi est toujours *à un instant donné*, j'ignore notamment si ce monde extérieur est permanent, et dans ce cas si mon Moi a une durée par rapport à lui.

   (Citation de [20] page 385)

   [De ces déductions,] "certes, je ne connais pas mieux ce Moi pensant dans ses propriétés, et je ne peux apercevoir sa permanence,…

   > [J'ignore également si ce monde extérieur a des phénomènes que mon sens externe pourrait percevoir, phénomènes qui auraient donc un *substrat* transcendantal.
   >
   > Et si c'est le cas, je ne sais pas, non plus, si cet éventuel substrat a une existence propre, indépendante de mon esprit, ou si c'est une création de cet esprit, une imagination.]

   …ni même l'indépendance de son existence vis-à-vis de l'éventuel substrat transcendantal des phénomènes extérieurs ; car celui-ci m'est tout aussi inconnu que celui-là."

   (Fin de citation)
5. Je est le sujet absolu de ma pensée : il ne peut être prédicat de quoi que ce soit d'autre.
6. Le sujet (Moi) a une unité absolue :
   - La conscience de soi d'un sujet ne dépend d'aucun phénomène externe : elle est absolue.
   - Elle comprend une conscience ininterrompue du temps qui passe.

- Elle confère au sujet une unité absolue : toutes ses pensées contiennent une conscience de soi.

(Citation de [20] page 367)
"Le Moi subjectif ne peut […] être partagé et divisé, et ce Moi, nous le supposons cependant à propos de toute pensée."
[Quand je pense je sais que j'existe et que je pense]
(Fin de citation)

(Citation de [20] page 371)
"Le Moi pensant, l'âme (nom dont on se sert pour désigner l'objet transcendantal du sens interne), est *simple*."
(Fin de citation)

Simple (chez Kant)
Ce qui est simple :

- (En tant que concept) n'est pas décomposable, c'est un concept de base ;
- N'a pas d'étendue, ni dans le temps ni dans l'espace, où il est ponctuel ;
- N'a pas de complément, d'attribut ou de propriété autre que l'information inhérente à son existence.

Il faut aussi savoir que :

- Aucun corps n'est sans étendue et existence à un instant du temps.
- Le simple ne peut se présenter dans absolument aucune expérience.
(Une expérience exige une durée non nulle et – si elle concerne le sens externe – un volume d'espace non nul.)
- L'espace doit nécessairement être conçu comme une grandeur continue ; Il en résulte que le simple, dans l'espace, n'est pas une partie, mais une limite.
- Aucune expérience possible ne peut nous rendre concevable de façon sensible le concept d'un être simple ;
- Et de même ce concept est tout à fait vide au regard de tout espoir de pénétrer la cause des phénomènes.

[Ce n'est plus vrai aujourd'hui, où certaines particules comme l'électron ont une étendue spatiale nulle, mais aussi un champ électrique étendu, un moment cinétique [100] de spin et un moment cinétique orbital.]

Voir aussi *Doctrine de l'idéalisme transcendantal*.

Remarques sur ces conclusions

- Dans une conscience, l'âme paraît transformée en phénomène.

  (Citation de [20] page 414)
  "La proposition : Je pense, ou : J'existe pensant, est une proposition empirique [car issue du sens interne]. Mais au fondement d'une telle proposition se trouve une intuition empirique, par conséquent aussi l'objet pensé comme phénomène, et tout semble donc se passer comme si, d'après notre théorie, l'âme tout entière, même dans la pensée, était transformée en phénomène…"
  (Fin de citation)

  Dans la doctrine de l'Idéalisme transcendantal tout ce qui est perçu semble être un phénomène provenant d'une réalité extérieure inaccessible. L'esprit peut donc confondre ses représentations issues de la conscience de soi avec des représentations de phénomènes extérieurs.

- L'immortalité de l'âme ne peut se déduire de la conscience de soi.

  La conclusion 2 ci-dessus ne permet pas à un sujet de conclure que sa conscience de soi est permanente : il ne peut savoir si son Moi durera encore vingt ans, une heure ou une seconde ; il n'a pas le sens de la durée absolue, grandeur du temps du monde extérieur, monde dont seule est certaine pour lui l'existence instantanée.

  D'où une première conclusion :

  « Un sujet ne peut déduire de sa conscience de soi « Moi(Je) » la permanence (le caractère éternel) de son âme. »

- Le sujet ne peut conclure de la conscience de soi que les jugements 1, 2 et 3

Les conclusions rationnelles 2 et 3 ne peuvent concerner le sujet en tant qu'*objet* de sa propre pensée, telle que celle-ci ou son corps apparaîtraient à un sujet extérieur : aucune connaissance du monde extérieur (notamment la permanence de l'âme ou du corps) ne peut s'en déduire par *analyse*, car l'âme et le Moi dont le sujet a conscience par son sens interne et sa réflexion étant simples, il faudrait des informations supplémentaires, c'est-à-dire une *synthèse*, pour les prendre en compte dans un jugement d'objet extérieur.

D'où une seconde conclusion :

« Un sujet ne peut conclure de sa conscience de soi autre chose que les jugements 1, 2 et 3 ci-dessus. »

Donc la psychologie rationnelle qui voudrait déduire des concepts internes de l'âme et du Moi d'un sujet des propriétés externes de substance et de permanence à leur attribuer est illusoire. Kant l'explique comme suit.

Critique de Kant : *la psychologie rationnelle est une erreur*

(Citation de [20] page 399)
"*Je pense :* tel est donc le texte unique de la psychologie rationnelle, à partir duquel elle doit développer toute sa science. On voit facilement que, si cette pensée doit être rapportée à un objet (moi-même), elle ne peut rien contenir d'autre que des prédicats transcendantaux de cet objet, puisque le moindre prédicat empirique viendrait corrompre la pureté rationnelle et l'indépendance de cette science à l'égard de toute expérience."
(Fin de citation)

L'acte originaire de penser à soi-même de la psychologie rationnelle ne peut donc comporter que des prédicats transcendantaux. Si jamais le sujet en déduisait un prédicat empirique, sa déduction serait fausse.

(Citation de [20] page 384)
"Ce Moi est aussi peu une intuition qu'un concept d'un quelconque objet, mais il est la simple forme de la conscience, telle qu'elle peut accompagner les deux sortes de représentations [externe et interne] et les élever ainsi au rang de connaissance, dès lors qu'est en outre donné dans l'intuition quelque chose d'autre qui offre une matière pour se représenter un objet. Donc, toute la psychologie rationnelle s'effondre comme une science dépassant toutes les forces de la raison humaine, et il ne nous reste qu'à étudier notre âme à partir du fil conducteur de l'expérience et à nous maintenir dans les limites des questions qui ne vont pas au-delà du domaine où l'expérience intérieure possible est à même de leur conférer un contenu."
(Fin de citation)

Voir aussi *Fin de l'espoir de la psychologie rationnelle de dépasser les limites de l'expérience*.

Le Moi est si simple parce que cette représentation n'a pas de contenu

[20] page 384 : "…le Moi […] possède une telle simplicité précisément parce que cette représentation n'a pas de contenu, donc pas de divers, ce pourquoi elle semble aussi représenter ou, pour mieux dire, désigner un objet simple."

Moi (Je) est toujours *sujet*, mais en tant qu'*objet* Je n'est pas une substance

(Source : [20] pages 402-403)
Le *Moi*, le *Je pense*, doit toujours dans la pensée avoir valeur de *sujet,* de quelque chose qui ne puisse être simplement considéré comme un prédicat venant s'attacher à la pensée : c'est là une proposition apodictique et même *identique* ; toutefois, elle ne signifie pas que je sois, comme *objet,* un être *subsistant* par moi-même, autrement dit une *substance.*

Quand un sujet pense à lui-même en train de penser, donc en tant qu'objet, sa représentation de lui-même est vide, ce n'est qu'une certitude d'exister pendant que le temps extérieur passe. Cette impression d'exister sans interruption par rapport au monde extérieur fait qu'il est tenté de s'attribuer – sans preuve - une substance permanente comme celle d'un phénomène extérieur. La certitude d'existence d'un temps extérieur à moi-même me prouve seulement qu'il existe un monde extérieur pendant que j'en sens passer le temps ; elle ne prouve pas que j'en sois un homme physique capable d'intuition de substance (jugement synthétique, comme le remarque Kant).

Cette affirmation de Kant contredit l'opinion de Descartes selon laquelle l'homme est une substance à la fois pensante et étendue.

La psychologie rationnelle ne sert qu'à la critique des raisonnements dialectiques

(Citation de [20] page 384)

"Bien que cette discipline [la psychologie rationnelle] ne soit d'aucune utilité pour l'accroissement de la connaissance, et qu'elle ne soit même, à cet égard, composée que de purs paralogismes, on ne peut toutefois, si on lui donne pour seule valeur de permettre un traitement critique de nos raisonnements dialectiques, et plus précisément de ceux de la raison commune et naturelle, lui dénier une importante utilité négative."

(Fin de citation)

3.4.2.9.1 La substantialité de l'âme

Avec les problèmes de *l'existence de Dieu* et de la *liberté*, *l'âme* est un des sujets de la métaphysique sur lesquels l'homme spécule le plus souvent.

Définitions de l'âme

Ce mot a trois sens principaux dans les textes philosophiques :

1. Sens spirituel : principe de la vie et de la pensée en tant que réalité distincte du corps, par lequel il manifeste son activité ;
2. Principe d'inspiration morale et religieuse, introduisant des qualités comme la charité et l'immortalité (où l'âme survit au corps).
3. Esprit humain : dans beaucoup de textes le mot âme désigne l'esprit humain, dans ses fonctions intellectuelles, affectives ou morales.
   On trouve ainsi, dans Rabelais : "Puis il étudiait pendant une méchante demi-heure, les yeux assis sur le livre mais, comme dit le comique, son âme était en la cuisine." (*Gargantua*, chapitre 21).

En fait, la notion d'âme est plus complexe et vague : voir [12] article *Ame*.

Problèmes philosophiques de l'âme

Depuis des siècles les philosophes discutent de deux sujets concernant l'âme :

- La substantialité : l'âme est-elle faite de quelque chose, a-t-elle une substance ou est-ce une pure abstraction ?
- L'âme est-elle immortelle ou disparait-elle quand survient la mort ?

Le problème de la substantialité est un problème de durée et de réalité

- Combien de temps dure la conscience de soi d'un homme (substantialité du Moi) dont la réalité est évidemment subjective ? Réponses :
  - Au maximum le temps que dure sa vie, éventuellement limitée à ses périodes d'état de veille ;
  - En fait, toute conscience de soi ne dure qu'un instant, c'est un état de la représentation qu'un sujet a de son Moi à un instant donné ; et le sujet ne peut évaluer le temps absolu (extérieur) écoulé depuis sa prise de conscience de soi précédente, il a seulement conscience que « c'était avant ».

  Moi (Je) est toujours sujet, mais en tant qu'objet je ne suis pas une substance

  (Citation de [20] pages 402-403)

  "Le Moi, le Je pense, doit toujours dans la pensée avoir valeur de *sujet*, de quelque chose qui ne peut être simplement considéré comme un prédicat venant s'attacher à la pensée : c'est là "une proposition apodictique et même *identique* ; toutefois, elle ne signifie pas que je sois, comme *objet,* un être *subsistant* par moi-même, autrement dit une *substance.*"

  (Fin de citation)
- Combien de temps dure l'âme d'un homme (substantialité de l'âme) : les religions monothéistes affirment que l'âme a *en elle-même* une existence réelle en tant qu'idée (en tant que substance pensante, chez Descartes [20]), et qu'elle est éternelle (permanente).

Existence de l'âme

Pour la plupart des philosophes occidentaux qui ont disserté sur l'âme il est évident qu'elle existe : « L'homme a une âme, tout le monde le sait intuitivement ». La difficulté vient de l'emploi du sens 3 ci-dessus, beaucoup d'auteurs (Descartes, Kant et Nietzsche par exemple) utilisant le mot âme pour désigner tantôt l'esprit qui raisonne, tantôt la psychologie humaine et tantôt l'âme des sens 1 ou 2. La littérature philosophique est donc pleine de textes où le sens du mot âme n'est pas précisé, hélas, puisque « tout le monde le comprend ».

La notion d'âme à travers l'histoire
Sources :

- [41] article *soul* ;
- [12] article *[Concept résultant : Dieu transcendantal, origine de l'unité de toute réalité empirique]* ;
- [1e]

Historiquement, le concept d'âme a beaucoup varié d'une culture à une autre et, dans une même culture d'une école philosophique à une autre.

- Les Chinois et les Egyptiens concevaient une âme en deux parties, aux comportements différents après la mort.
- Les Hébreux croyaient à une âme immortelle, inséparable du corps et en relation avec le souffle de l'individu. C'est l'Esprit (*ruah*) communiqué par Dieu ([30] *Genèse*, II, 7). Après la mort, le corps est ressuscité par l'Esprit, don que Dieu a retiré de l'homme à la suite du *péché originel* ([30] *Genèse*, VI, 3)

  Péché originel
  C'est l'état de péché dans lequel se trouve tout homme du fait de son origine : Adam, premier père de l'humanité, qui a été séduit par le démon tentateur et a transgressé le commandement divin de ne pas manger le fruit de l'arbre de la connaissance. Adam et Eve ont mangé le fruit défendu, ont eu la connaissance et sont maudis depuis, ainsi que nous, leurs descendants. ([30] *Genèse*, III)

  La Bible culpabilise donc la connaissance, comme on le voit aussi dans [30] : *« Heureux ceux qui n'ont pas vu, et qui ont cru ! »* Cette stigmatisation a été vivement combattue par les Lumières [21].
- Les Grecs disciples d'Epicure concevaient une âme faite d'atomes, comme le corps. Les disciples de Platon définissaient pour chaque personne une âme immatérielle de type idée (i minuscule), simple (=indécomposable), de nature divine et immortelle.
- Dans la théologie de Saint Augustin, l'âme « chevauche » le corps et représente la personne réelle, celle qui compte.
- Pour Descartes, un individu est l'union d'un corps et d'une âme.
- Pour Spinoza, le corps et l'âme sont deux facettes de la même réalité.
- Enfin, pour Kant l'existence de l'âme ne peut être prouvée rationnellement.
  Mais un esprit rationnel peut croire à l'existence de Dieu et de l'âme pour que ses mondes moral et sensible puissent être des systèmes philosophiques cohérents.

  Le Dieu en question n'est pas le Créateur de l'Univers, dont l'existence et l'inexistence sont indémontrables, c'est un *dieu transcendantal* à qui on peut croire (comme Kant lui-même) pour se représenter les divers mondes sous forme de systèmes intellectuellement cohérents…

3.4.2.9.2 Doctrine rationnelle de l'âme ou psychologie rationnelle selon Kant
Cette doctrine, soutenue par certains à l'époque de Kant, prétend prouver rationnellement la substantialité de l'âme, c'est-à-dire que l'âme est éternelle parce qu'elle a une substance permanente. Elle veut déduire cette substantialité de la constatation « Je pense donc je suis ». Kant a démontré son impossibilité.

La psychologie, doctrine rationnelle de l'âme, a pour objet l'être pensant Je
(Citation de [20] page 360)
"Je suis, en tant que pensant, un objet du sens interne et porte le nom d'âme.
Ce qui est un objet des sens externes porte le nom de corps. En vertu de quoi le terme : Je, en tant qu'être pensant, désigne déjà l'objet de la psychologie, qui peut être appelée la doctrine rationnelle de l'âme lorsque je ne désire rien savoir de plus, sur l'âme, que ce qui, indépendamment de toute expérience […], peut être conclu à partir de ce concept Je, en tant qu'il survient dans toute pensée."
(Fin de citation)

Kant appelle donc son esprit conscient « l'âme ». La doctrine rationnelle de l'âme part de la constatation « Je pense donc je suis » pour établir la certitude que l'esprit du sujet est immortel. Mais cette constatation d'existence ne donne que cela : l'existence à l'instant de la constatation.

Des sujets qui ont répété plusieurs fois cette constatation d'existence ont pensé, par induction, que cette existence était éternelle. Mais cette existence n'étant constatée que du vivant du sujet, rien ne garantissait qu'elle subsiste après sa mort.

La conscience de soi, présente dans toute pensée, ne permet au sujet que d'être certain de l'existence de son esprit, pas d'en déduire une durée : l'existence à un ou plusieurs instant(s) donné(s) ne garantit pas l'existence éternelle.

La conscience de soi d'un sujet n'est pas un concept mais une conscience
Le concept du sujet (issu de sa représentation mentale) correspondant à la conscience de soi n'a pas d'information, sur soi-même ou sur quoi que ce soit d'autre : c'est un concept vide, une simple *conscience* (par définition du mot conscience) ; voir aussi *Concept associé à Je (Moi)*.

On ne peut donc en déduire aucun attribut descriptif d'un objet réel, mais seulement qu'une réalité externe au sujet existe. En particulier, on ne peut en déduire que l'âme (l'esprit) du sujet est une *substance* avec sa permanence, ni quoi que ce soit d'autre que l'existence de cet esprit qui pense.

Conclusion sur la substantialité de l'âme
On ne dispose pour juger de la réalité d'un concept quelconque que de la certitude d'existence de l'esprit.

- Si le concept d'âme est compris aux sens des définitions 1 ou 2 ci-dessus, l'âme est un principe, abstraction qui n'a – par définition – aucune substance.
- Si le concept d'âme est compris au sens de la définition 3 (celui auquel le comprend Kant, qui postule implicitement, dans [20] page 406, que l'âme existe sans être matérielle, car sa dimension est zéro) on n'a aucun fait, aucune loi générale dont on pourrait déduire la substantialité cherchée.

  Constatant, au contraire, que le ressenti de l'âme change constamment, et que seul le Moi (qui n'est qu'une conscience) existe tant que le sujet vit, Kant conclut :

  « L'âme n'a pas de substance car elle n'a rien de permanent et que le Moi est simple. »

Principe de la démonstration et raison de son impossibilité
(Source : [20] page 365)
Le concept de la substantialité de mon sujet pensant (=de mon psychisme) ne sert qu'à déduire, si possible, de ce concept de substance, que comme être pensant je continue par moi-même de durer, sans naître ni périr de façon naturelle (c'est-à-dire l'immortalité de l'âme) ; mais hélas, cette déduction est impossible.

En effet, pour pouvoir appliquer à un objet le concept d'une substance, tel qu'il est susceptible d'être utilisé empiriquement, nous devons prendre pour principe la persistance d'un objet donné procédant de l'expérience (car, par définition, une substance est persistante, mais son concept ne s'applique qu'à un objet de l'expérience).

(Citation de [20] page 383)
"La *doctrine de l'âme*, comme physiologie du sens interne, correspond à la *doctrine du corps*, comme physiologie des objets des sens externes."
(Fin de citation)
(Citation de [20] pages 383-384)
"Si nous comparons la *doctrine de l'âme*, comme physiologie du sens interne, avec la *doctrine du corps*, comme physiologie des objets des sens externes, nous trouvons, indépendamment du fait que, des deux côtés, beaucoup d'éléments peuvent être connus empiriquement, cependant cette différence remarquable que, dans la dernière science [la doctrine du corps], bien des choses peuvent encore être connues a priori à partir du simple concept d'un être étendu *impénétrable*, alors que, dans la première [la doctrine de l'âme], on ne peut absolument rien connaître a priori synthétiquement à partir du concept d'un être pensant.

[Impénétrable
Chez Kant c'est un adjectif qui qualifie la matière, par ailleurs étendue et sans vie ([20] page 683)]

[Un objet externe a une substance stable, alors que le ressenti de l'âme varie sans cesse]
L'explication en est la suivante. Bien que tous deux [les phénomènes respectifs des sens externe et interne] soient des phénomènes, celui qui se présente au sens externe possède pourtant quelque chose de stable ou de permanent, qui fournit un substrat servant de fondement aux déterminations changeantes et par conséquent un concept synthétique, savoir celui de l'espace et d'un phénomène dans l'espace ; au contraire, le temps, qui est l'unique forme de notre intuition interne, n'a rien qui soit permanent, et par conséquent il ne nous donne à connaître que le changement des déterminations, mais non pas l'objet déterminable.

Car, dans ce que nous appelons l'âme, tout se trouve dans un flux [changement] continuel et il n'y a rien qui soit permanent, si ce n'est éventuellement […] le Moi, lequel possède une telle simplicité [un tel caractère indécomposable] précisément parce que cette représentation n'a pas de contenu, donc pas de divers…"
(Fin de citation)

> [Puisque l'âme n'a rien de permanent, elle ne peut par définition être une substance ; et de son côté, le Moi n'en a pas, non plus.]

Remarque finale sur le Moi et conclusion rejetant la psychologie rationnelle
(Citation de K384)
"Ce Moi est aussi peu une intuition qu'un concept d'un quelconque objet, mais il est la simple forme de la conscience, telle qu'elle peut accompagner les deux sortes de représentations et les élever ainsi au rang de connaissance, dès lors qu'est en outre donné dans l'intuition quelque chose d'autre qui offre une matière pour se représenter un objet.

> [Ici s'achève la démonstration de l'absence de substance et de permanence des concepts de Moi et d'âme (= ressenti du sens interne), et de l'espoir de la psychologie rationnelle de compléter la connaissance des phénomènes, réservée au sens externe.]

[Conclusion sur la psychologie rationnelle : elle ne peut atteindre ses buts (substantialité et permanence de l'âme)]
Donc, toute la psychologie rationnelle s'effondre comme une science dépassant toutes les forces de la raison humaine, et il ne nous reste qu'à étudier notre âme à partir du fil conducteur de l'expérience et à nous maintenir dans les limites des questions qui ne vont pas au-delà du domaine où l'expérience intérieure possible est à même de leur conférer un contenu."
(Fin de citation)

3.4.2.9.3 L'interaction entre l'âme (l'esprit) et le corps

La substantialité éventuelle de l'âme a une importance capitale dans l'élucidation d'un vieux mystère : le choix entre la doctrine idéaliste et la doctrine matérialiste pour expliquer l'interaction entre l'âme et le corps, ainsi que le libre arbitre. Si l'âme est immatérielle, comment fait-elle pour commander au corps ? Si elle est matérielle, comment expliquer l'impression de liberté de l'homme dont l'esprit ne se sent pas contraint par le déterminisme de la nature ?

La notion d'âme au sens 3, c'est-à-dire d'esprit, désigne quelque chose qui a des facultés comme la sensibilité, l'intuition, l'entendement, la conscience de soi, l'intelligence, l'affectivité, le sens de l'équilibre, le sens du bien et du mal, etc.

Un esprit immatériel ne pourrait agir sur la matière, car une telle action suppose un échange d'énergie entre l'esprit acteur et sa cible matérielle. Or je sais que mon esprit peut commander à mon corps des gestes mettant en œuvre une énergie, et que mon sens externe informe mon esprit d'événements extérieurs à lui. Donc mes facultés ont une dimension matérielle : ma conscience de moi-même, mes facultés de sensibilité, d'intuition, de raisonnement, etc. sont des mécanismes psychiques mettant en œuvre une énergie. Cette énergie existe au niveau de ces mécanismes eux-mêmes, pas seulement au niveau de leur résultat ; aucune action transcendante n'intervient.

Ces affirmations résultent d'une théorie récente, que très peu de philosophes connaissent : la *théorie du cerveau interpréteur*, qui rend compte de nos perceptions, de nos raisonnements et des interactions entre l'esprit et le corps sans faire intervenir de transcendance ou de finalité. Elle rend compte de l'impression de liberté de choix que nous avons à tout moment, et elle est confirmée par des enregistrements cérébraux.
Voir Conscience *de* et *Interprétation - Processus de la conscience*.

3.4.2.9.4 L'immortalité de l'âme est indémontrable

Kant : la réalité (l'existence) a des degrés (!)

Selon [20] page 406, Kant pense que *la réalité (l'existence) a des degrés.* Il la qualifie de *grandeur intensive* continue, pouvant donc varier progressivement de l'existence à l'inexistence (comme un nombre réel qui varierait de 1 à 0).

Il croit que la conscience de soi aussi est une grandeur intensive, ce que notre science dément : il existe seulement un *seuil de conscience*, tel qu'en deçà le sujet n'est pas conscient d'un phénomène perçu alors qu'il l'est au-delà.

Kant affirme aussi que l'âme, bien qu'étant de dimension nulle (comme un point géométrique) a (comme tout ce qui existe) une grandeur intensive. Celle-ci peut donc décroître jusqu'à sa disparition. Kant en conclut que l'immortalité de l'âme (objet indécomposable du sens interne, conscience de soi) n'est pas démontrée et qu'elle est indémontrable.

L'affirmation « Tout ce qui existe ayant une grandeur intensive vis-à-vis de la réalité peut disparaitre par diminution progressive » ([20] page 406) n'est pas justifiée par Kant. Elle est fausse en physique quantique, où beaucoup d'évolutions sont « tout-ou-rien ». Exemple : un électron d'atome peut sauter d'un niveau d'énergie quantifié (donc discontinu) à un autre par émission ou absorption d'un photon, quantum indécomposable d'énergie.

Kant postule la grandeur intensive de l'âme et en déduit qu'elle *pourrait* disparaître progressivement, donc que son immortalité n'est pas démontrable. Mais Kant n'explicite pas les causes possibles de cette disparition progressive…

Conclusion

En résumé, Kant prouve que l'immortalité de l'âme est indémontrable en s'appuyant sur un postulat à lui que nous savons aujourd'hui être faux. Et son raisonnement décrit l'âme en tant que conscience (concept vide) puisque son Moi est simple. Le problème de ses réflexions sur l'âme est que l'immortalité d'un concept vide est un non-sens, comme d'ailleurs toute autre propriété d'une simple conscience. L'âme est une notion imaginaire qui ne supporte pas la confrontation avec la rationalité.

Fin de l'espoir de la psychologie rationnelle de dépasser les limites de l'expérience

Lire d'abord *Doctrine rationnelle de l'âme ou psychologie rationnelle selon Kant*.

(Citation de [20] pages 411-412)

"Ainsi disparaît donc une connaissance que l'on recherchait au-delà des limites d'une expérience possible et qui se rapporte pourtant à l'intérêt suprême de l'humanité : elle se résout, si on la demande à la philosophie spéculative, en une espérance abusée par l'illusion.

Néanmoins, la rigueur de la critique, du fait qu'elle démontre ainsi, en même temps, l'impossibilité de déterminer dogmatiquement, vis-à-vis d'un objet de l'expérience, quoi que ce soit qui dépasse les limites de l'expérience, rend à la raison, relativement à cet intérêt même, le service, qui n'est pas dénué d'importance pour elle, de la garantir tout autant contre toutes les affirmations possibles du contraire. Ce qui ne peut se produire que de deux façons : soit l'on démontre apodictiquement la proposition que l'on énonce ; soit, si l'on n'y parvient pas, on recherche les sources de cette impuissance - et si celles-ci résident dans les bornes nécessaires de notre raison, alors la même loi qui ordonne de renoncer à toutes les prétentions d'affirmer dogmatiquement quoi que ce soit s'impose à tout adversaire."

(Fin de citation)

Nous verrons plus bas que Kant a aussi démontré (correctement, cette fois) que l'existence de Dieu créateur du Monde est aussi indémontrable que son inexistence.

3.4.2.10 La philosophie transcendantale

Dans la *Critique de la raison pure* [20], Kant utilise des milliers de fois l'adjectif « transcendantal » sans jamais le définir explicitement. Il faut donc souvent longtemps à une personne qui étudie l'ouvrage pour s'en construire une définition exacte et complète.

La seule définition de la *Critique* [20] est à la page 110 :

"Je nomme *transcendantale* toute connaissance qui s'occupe en général moins d'objets que de notre *mode de connaissance* des objets, en tant que celui-ci doit être possible *a priori.* Un *système* de tels concepts s'appellerait *philosophie transcendantale*."

On trouve également, dans les *Prolégomènes* [33] §13 pages 80-81 :

"Le mot transcendantal qui, chez moi, signifie toujours un rapport de notre connaissance non pas aux choses mêmes, mais seulement à la faculté de connaître…"

Nous allons voir que l'adjectif transcendantal a 4 significations possibles, qu'on ne peut expliciter qu'après de longs mois d'étude de la *Critique* et des *Prolégomènes*.

3.4.2.10.1 Transcendantal

Sources *:* [4], [20], [33].

L'adjectif transcendantal est utilisé par Kant dans quatre sens différents.

1er sens : déduction transcendantale d'un objet des sens

L'adjectif transcendantal s'applique à la manière dont un concept se rapporte à un objet : Kant parle de *déduction transcendantale* de ce concept.

> *Déduction transcendantale*
> (Citation de [20] page 170) : "J'appelle […] la manière dont des concepts peuvent se rapporter *a priori à* des objets leur *déduction transcendantale*, et je la distingue de la déduction *empirique*, laquelle montre de quelle façon un concept est acquis par expérience et par réflexion sur celle-ci, et ne concerne donc pas la légitimité de ce concept, mais le fait d'où procède sa possession."
> (Fin de citation)

- C'est par déduction transcendantale que les concepts d'espace, de temps et de catégorie se rapportent a priori aux objets de l'expérience.
- Les lois de l'entendement, en tant que règles de la connaissance, sont des *principes transcendantaux* : c'est de manière transcendantale que l'entendement déduit les concepts de l'entendement et les catégories des représentations dont il dispose ; il ne peut le faire ni de manière logique, ni de manière causale, ni par un pouvoir transcendant.
- *L'aperception transcendantale* est ainsi nommée parce que cette conscience de soi se déduit des sensations du sens interne par une synthèse a priori qui les unifie dans l'esprit du sujet, qui est un. Cette synthèse n'est ni une déduction logique, ni une déduction causale (=selon une loi de la nature), ni le résultat d'une transcendance.

Ce type de déduction est toujours *a priori*.

2ème sens : transcendantal au sens *critique*

L'adjectif transcendantal s'applique à une théorie a priori des formes, principes, ou idées pour qualifier le rapport nécessaire de chacune avec l'expérience. Exemples :

- Esthétique et Logique transcendantale ;
- Analytique et Dialectique transcendantale ([12]) ;
- Déduction transcendantale, etc.

En ce sens-là, chez Kant, transcendantal signifie *critique* :

- il appelle son Idéalisme transcendantal *Idéalisme critique* ([33] page 201) ;
- l'ensemble de la *Critique* est appelé « idée de la Philosophie transcendantale ».

3ème sens : transcendantal opposé à transcendant

Par définition, un principe immanent ne doit être appliqué que dans les limites de l'expérience possible, c'est-à-dire aux seuls phénomènes : il est réservé à un usage empirique.

Si on l'applique en dehors de ces limites, en le rapportant aux choses en général ou aux choses en soi, on dit qu'« on fait de ce principe un usage transcendantal » parce qu'on a franchi ses limites. Ce franchissement est analogue au franchissement des limites de l'Univers, contraire aux lois de la physique, donc transcendant par définition.

4ème sens : transcendantal opposé à métaphysique

Un principe est dit *transcendantal* lorsqu'il énonce une condition générale a priori de l'expérience, en tant qu'expérience sans autre condition.

Un principe est dit *métaphysique* lorsqu'il énonce une règle a priori permettant d'étendre, sans nouveau recours à l'expérience, la connaissance d'un objet dont le concept est déjà donné par cette expérience.

Exemple : le principe a priori « Tout changement d'une substance corporelle doit avoir une cause » est transcendantal. Mais le principe a priori « Tout changement d'une substance corporelle doit avoir une cause *extérieure* » est métaphysique, car il suppose le concept empirique de corps dans l'espace.

Conclusion sur le qualificatif « transcendantal »
L'adjectif transcendantal appliqué à un concept d'objet des sens, à une théorie ou à un principe désigne une transgression, un dépassement de limite.

Nature d'un objet transcendantal
Question piège : « Quelle est la nature d'un objet transcendantal ? »
Selon le dictionnaire [3], la nature d'une chose est l'ensemble des qualités ou propriétés qui la définissent, qui lui confèrent son identité.

Or, par définition, un objet transcendantal ne pourrait ni être donné (dans une expérience), ni résulter d'une pensée déductive, transcendante ou métaphysique. Un tel objet est une abstraction pure comprise a priori, comme les notions de point de l'espace ou de nombre entier. On ne peut le définir à partir de concepts plus évidents : un objet transcendantal n'a pas de nature, il n'a pas d'attributs !

L'objet transcendantal, cause sensible inconnue de nos représentations
(Citation de [20] pages 472-473)
"Le pouvoir sensible d'intuition n'est à proprement parler qu'une *réceptivité*, qui consiste à être affecté d'une certaine manière par des représentations dont le rapport qu'elles entretiennent les unes avec les autres est une intuition pure de l'espace et du temps (simples formes de notre sensibilité), et qui se trouvent désignées comme des *objets* en tant qu'elles sont dans ce rapport (l'espace et le temps) reliées et déterminables d'après des lois réglant l'unité de l'expérience.

> *Appréhension*
> L'appréhension est l'opération par laquelle la conscience s'approprie un objet de la perception, en rendant sa représentation présente à l'esprit en vue d'un début de compréhension par l'entendement. C'est une opération de l'intuition qui fait appel à l'entendement qui lui succèdera.
>
> *Réceptivité*
> La réceptivité est une fonction de l'appréhension. Elle reçoit de la perception (après synthèse de représentations successives) des informations brutes des sens, et les transforme en représentation consciente en mémoire de travail.
> Cette transformation a un déroulement basé sur deux représentations-types (intuitions) existant a priori dans la conscience : l'espace pour le sens externe, et le temps pour le sens interne. Ces intuitions sont les dimensions formelles de la réceptivité.

La cause non sensible de ces représentations nous est totalement inconnue, et c'est pourquoi nous ne pouvons l'intuitionner comme objet ; car il faudrait qu'un tel objet ne soit représenté ni dans l'espace ni dans le temps (en tant que ces derniers sont simplement conditions d'apparition de la représentation sensible) - conditions sans lesquelles nous sommes incapables de penser la moindre intuition.

[Un phénomène en général a une cause simplement intelligible, son objet transcendantal]
Nous pouvons toutefois appeler objet transcendantal la cause simplement intelligible des phénomènes en général, mais uniquement pour que nous disposions de quelque chose qui correspond à la sensibilité envisagée comme une réceptivité.

> [([20] page 499) : "Il nous faut en pensée donner en général pour fondement aux phénomènes un objet transcendantal, quand bien même nous ne savons rien de ce qu'il est en soi."]
>
> L'existence d'un phénomène en général (indépendamment de son contenu) est due à une cause dont l'objet « efficient » est, par définition, transcendantal.]

A cet objet transcendantal nous pouvons assigner toute l'étendue et toute l'articulation de nos perceptions possibles, et nous pouvons en dire qu'il est donné en soi-même, avant toute expérience."

> [C'est donc un objet a priori, origine de toutes les perceptions de phénomène.]

(Fin de citation)

Conclusion : l'objet transcendantal inconnu auquel se rapporte un phénomène est la pensée de quelque chose en général (sans attribut).

Critique transcendantale
(Citation de [20] page 111)
[La] "critique transcendantale […] a pour projet, non d'élargir les *connaissances* elles-mêmes, mais simplement de les rectifier. […] Elle doit fournir la pierre de touche [=le critère d'évaluation] de la

valeur ou de l'absence de valeur de toutes les connaissances a priori […]. Une telle critique est par conséquent une préparation, dans la mesure du possible, à un organon, et, si celui-ci devait échouer, du moins à un canon de ces connaissances."
(Fin de citation)

3.4.2.10.2 Idée transcendantale (concept rationnel pur)

Voir d'abord si nécessaire *Idée au sens courant et au sens de Platon*.

Selon [20] page 342, il y a des connaissances qui vont beaucoup trop loin pour qu'un quelconque objet susceptible d'être fourni par l'expérience puisse jamais leur correspondre, mais qui possèdent leur réalité et ne se réduisent pas à de simples chimères.

Kant appelle les concepts purs correspondants *idées transcendantales*. Ce sont des concepts transcendants (=qui dépassent les limites de toute expérience).

(Citation de [20] page 341)
"De même que nous avons appelé catégories les concepts purs de l'entendement, nous désignerons les concepts de la raison pure par un terme nouveau et nous les appellerons *idées transcendantales*."
[Voir *Les 3 classes d'idées transcendantales*]
(Fin de citation)

Les idées transcendantales servent seulement à déterminer les limites de la raison
(Citation de [33] §57 page 171)
"… ces Idées si remarquables servent uniquement à déterminer les limites de la raison humaine :

- d'une part elles servent à ne pas étendre sans limites la connaissance par expérience de telle sorte qu'il ne nous resterait rien de plus à connaître que le monde exclusivement,
  [le niveau du monde est celui des lois de la nature]
- et d'autre part elles servent cependant à ne pas dépasser les limites de l'expérience et à ne pas prétendre juger comme des choses en elles-mêmes les choses qui sont extérieures à ces limites."

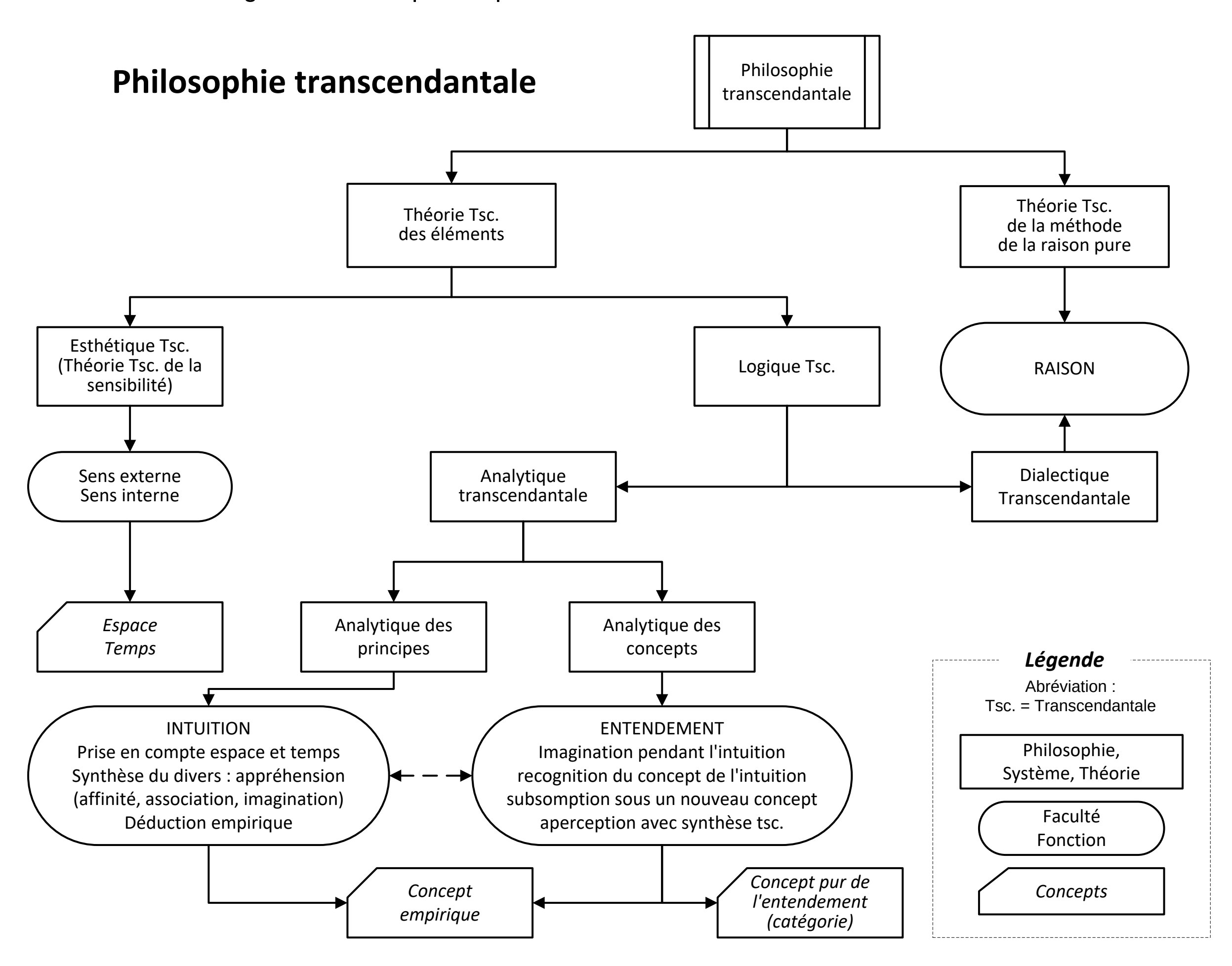
(Fin de citation)
Exemple d'idée transcendantale : le Dieu transcendantal de Kant.

Exemples de concepts purs de la raison

- *L'être absolument nécessaire (Dieu)*
  Par définition, un être absolument nécessaire est un être qui existe certainement (dont l'inexistence est impossible). La nécessité d'existence est celle de la cause première de toute chaîne de causalité : Dieu ou le Big Bang pour l'Univers.
  Voir Pour pouvoir créer l'Univers, Dieu devait être absolument nécessaire.
- *Concepts moraux*
  (Source : [20] page 516)
  Les concepts moraux ne sont pas tout à fait des concepts purs de l'entendement, dans la mesure où il se trouve à leur racine quelque chose d'empirique (le plaisir ou le déplaisir).

  Cependant, si on les envisage du point de vue du principe par lequel la raison établit des limites à la liberté qui, par elle-même, est dépourvue de lois (donc, si on les considère uniquement quant à leur forme [indépendamment de leur contenu]), ils [les concepts moraux] peuvent fort bien servir d'exemple de concepts purs de la raison [idées transcendantales].
  (Fin de citation)

3.4.2.10.3 Diagramme de la philosophie transcendantale



3.4.2.10.4 Les 3 sortes de raisonnements allant de principes aux connaissances
Source [20] page 354

Il n'y a que trois sortes de raisonnements par lesquels la raison peut arriver, à partir de principes, à des connaissances. Ils proviennent des mécanismes de synthèse de connaissances d'un sujet qui produisent des représentations dans son esprit. Il ne peut y avoir que les 3 mécanismes suivants :

- la synthèse du sens interne ;
- la synthèse du sens externe ;
- la synthèse de la raison pure.

3.4.2.10.5 Les 3 sortes possibles de rapports des représentations avec quelque chose
(Citation de [20] page 354)
"Tout rapport caractérisant les représentations, dont nous pouvons nous forger un concept ou une Idée, est de trois ordres :

- Le rapport [d'une représentation] au sujet,
- [Le rapport d'une représentation] au divers de l'objet dans le phénomène,
- [Le rapport d'une représentation] à toutes choses en général."

(Fin de citation)

Après action de l'entendement et de la raison, une représentation présente à l'esprit d'un sujet contient nécessairement des informations appartenant à une ou plusieurs des classes suivantes :

- Le sujet lui-même, tel que le perçoit son sens interne ;
- L'objet dont son sens externe perçoit le divers ;
- Le reste du monde, échappant aux perceptions du sujet, donc abstraction pure issue de la raison.

3.4.2.10.6 Les 3 classes d'idées transcendantales, correspondant aux 3 formes de ces Idées

Kant déduit de l'existence des 3 classes de rapports précédentes les concepts de synthèse correspondants qui constituent les idées transcendantales :

Les 3 classes d'idées transcendantales
(Citation de K354)
[Puisque les idées transcendantales] "doivent œuvrer à l'unité synthétique inconditionnée de toutes les conditions en général, [elles] se pourront réduire *à trois classes,*

- dont la première contient l'absolue (inconditionnée) unité du sujet pensant [sujet complet, Moi (Je)] ;
- la deuxième, l'absolue unité de la série des conditions du phénomène ;
- la troisième, l'absolue unité de la condition de tous les objets [possibles] de la pensée en général."

(Fin de citation)

Remarque : en toute rigueur, les idées transcendantales « n'œuvrent » à rien, car ce sont des concepts. Ce sont les mécanismes de synthèse interfaçant les sens avec la raison, ou la raison elle-même pour l'abstraction ci-dessus, qui produisent spontanément ces Idées.

3.4.2.10.7 Définitions de la philosophie transcendantale

Nous avons défini plus haut l'adjectif *transcendantal* comme suit :
(Citation de [20] page 110)
"Je nomme *transcendantale* toute connaissance qui s'occupe en général [en faisant abstraction des cas particuliers] moins d'objets que de notre *mode de connaissance* des objets, en tant que celui-ci doit être possible *a priori.* Un *système* de tels concepts s'appellerait *philosophie transcendantale*."
(Fin de citation)

1 - La philosophie transcendantale régit la recherche, la formation et l'utilisation des intuitions pures et des concepts a priori
On peut donc définir la philosophie transcendantale comme suit :

> La philosophie transcendantale est un système comprenant l'ensemble des règles de recherche, de formation et d'utilisation des intuitions pures et des concepts a priori pour définir des connaissances sûres.

2 - La philosophie transcendantale est le système de tous les principes de la raison pure
(Citation de [20] page 112)
"La philosophie transcendantale est l'Idée d'une science dont la *Critique de la raison pure* doit tracer tout le plan *de façon architectonique*, c'est-à-dire en partant de principes et en procurant la garantie pleine et entière que sont complètes et sûres toutes les pièces qui constituent cet édifice. Elle est le système de tous les principes de la raison pure."
(Fin de citation)

> *Architectonique (substantif)*
> C'est l'art des systèmes, c'est-à-dire la théorie de ce qu'il y a de scientifique dans notre connaissance en général.

Vérification nécessaire d'un concept : possibilité de lui attribuer une catégorie

Lorsqu'on imagine un concept pur on doit vérifier qu'il est *possible*, c'est-à-dire qu'on peut s'en servir comme sujet dans des propositions, donc qu'il peut être qualifié par le verbe « est » au moyen d'une catégorie ou plusieurs.

(Citation de [20] page 327)
"Le concept suprême, par lequel on commence en général une philosophie transcendantale, est communément la division en possible et impossible. Dans la mesure cependant où toute division suppose un concept qui soit divisé, un concept supérieur doit encore être indiqué, à savoir le concept d'un objet en général (pris de façon problématique et sans qu'il soit considéré s'il est quelque chose ou rien).

> [Un concept qui n'est rien ne désigne aucun objet qui fait sens, même s'il a un nom. Exemple : le concept de « babu ».]

Puisque les catégories sont les seuls concepts qui se rapportent à des objets en général, la démarche visant à distinguer si un objet est quelque chose ou rien suivra l'ordre et l'indication des catégories."

[Un concept ne fait sens que si et seulement si il peut être qualifié par des catégories.]

(Fin de citation)

Principes des concepts pensés et donnés de la philosophie transcendantale

(Source : [20] page 155)

La philosophie transcendantale […] recherche ses concepts en fonction d'un principe, car ils proviennent, purs et sans mélange, de l'entendement comme unité absolue [l'unité des représentations issues des sens] ; ils doivent donc eux-mêmes être reliés les uns aux autres en un ensemble (la philosophie transcendantale) d'après un concept ou une Idée. Cet Idée est un *principe régulateur*.

Régulateur – Principe régulateur

Régulateur est un adjectif qualifiant un axiome, un principe ou un postulat qui gouverne l'énoncé de *règles*.

Rôle des règles évoquées par Kant

(Citation de [37] page 9)

"Tout dans la nature, aussi bien dans le monde inanimé que dans celui des vivants, se produit *selon des règles* [les lois de la nature], bien que nous ne connaissions pas toujours ces règles.

[Kant affirme là le déterminisme : postulat de causalité et règle de stabilité.]

[*Le hasard n'existe pas dans la nature*]

Toute la nature en général n'est strictement rien d'autre qu'une interdépendance des phénomènes selon des règles ; et *il n'y a nulle part aucune absence de règles*. Si nous croyons constater une telle absence, nous pouvons seulement dire en ce cas que les règles nous sont inconnues."

[Et nous ne devons pas, non plus, attribuer les phénomènes, leur survenue ou leurs interdépendances, au hasard, *qui n'existe pas dans la nature*.]

(Fin de citation)

Exemple : les règles de l'entendement

"Même l'exercice de nos facultés s'effectue selon certaines règles. *L'entendement* en particulier a ses actes régis par des règles" ([37] page 9)

Les règles de l'entendement définissent la traduction des phénomènes (situations et leurs évolutions, toujours déterministes) en représentations (avec leurs concepts), donc en connaissances. Ces règles elles-mêmes respectent les *principes de l'entendement*, qui sont la logique de son fonctionnement inné.

Compléments : [12].

L'Idée en tant que principe régulateur

L'esprit humain a le pouvoir de conceptualiser des règles de pensée. Il construit alors un concept et lui donne un nom. Pour Kant, le mot Idée (I majuscule) peut désigner (en plus d'une chose intelligible) un *principe régulateur* rationnel, *méthode* qui systématise les synthèses de l'entendement dans leur effort vers un certain but, permettant même la réflexion sur lui-même et sur la raison en général. L'esprit peut associer un concept à une telle Idée pour s'en servir dans ses raisonnements et le mémoriser. En voici un exemple.

Liberté au sens transcendant : ce qui échappe à la causalité de l'expérience

(Citation de [48] page 172)

"Le concept de la *liberté* est un pur concept de la raison qui, précisément de ce fait, est transcendant pour la philosophie théorique, c'est-à-dire qu'il est tel qu'on ne peut en fournir aucun exemple adéquat dans une quelconque expérience possible : c'est donc un concept […] qui ne peut valoir aucunement comme principe *constitutif*, mais exclusivement comme principe *régulateur* - et, à vrai dire, uniquement négatif - de la raison spéculative ;"

(Fin de citation)

Constitutif (adjectif)

Qualité qui constitue la base, le fondement d'une chose, avec laquelle on peut l'imaginer (ou se la représenter) et sans laquelle elle est impossible.

Dans [20] pages 251-252 Kant oppose régulateur à constitutif.

3.4.2.10.8 Diagramme de la philosophie transcendantale

Philosophie transcendantale

Philosophie transcendantale

Théorie Tsc. des éléments

Théorie Tsc. de la méthode de la raison pure

Esthétique Tsc. (Théorie Tsc. de la sensibilité)

Logique Tsc.

RAISON

Sens externe
Sens interne

Analytique transcendantale

Dialectique Transcendantale

Espace
Temps

Analytique des principes

Analytique des concepts

INTUITION
Prise en compte espace et temps
Synthèse du divers : appréhension
(affinité, association, imagination)
Déduction empirique

ENTENDEMENT
Imagination pendant l'intuition
recognition du concept de l'intuition
subsomption sous un nouveau concept
aperception avec synthèse tsc.

Concept empirique

Concept pur de l'entendement (catégorie)

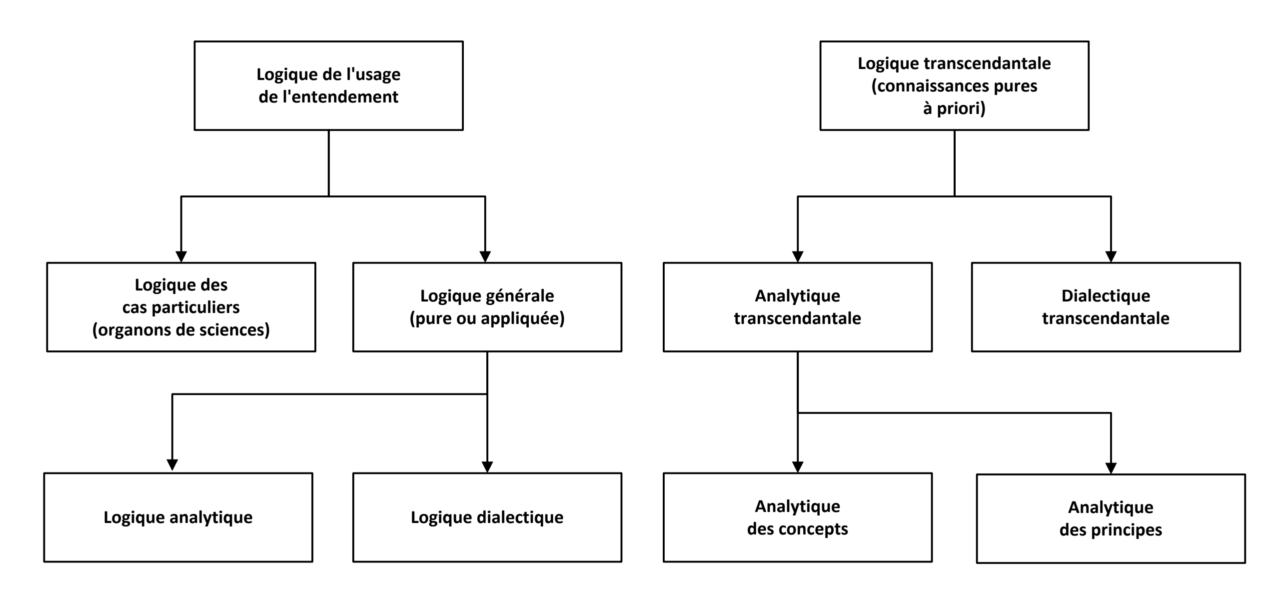
Légende
Abréviation :
Tsc. = Transcendantale

Philosophie, Système, Théorie

Faculté
Fonction

Concepts

3.4.2.10.9 Diagrammes : usage de l'entendement et logique transcendantale



3.4.2.11 Les croyances de Kant

3.4.2.11.1 Doctrine idéaliste de Kant

(Citation de [20] pages 344-345, décomposée en parties numérotées)

1. "Ce n'est pas seulement dans le registre où la raison humaine montre une véritable causalité

   [La raison humaine a une *faculté* de *causalité*, aptitude à imaginer par induction les causes des phénomènes naturels à partir d'expériences, et celles des pensées humaines à partir d'observations de raisonnements.]

2. et où les Idées deviennent des causes efficientes (des actions comme de leurs objets) dans le registre moral,

   [Les causes efficientes des actions des hommes et de leurs valeurs sont des abstractions : les Idées. C'est l'affirmation de la doctrine idéaliste, qui accorde aux Idées la seule réalité et la possibilité d'être des causes efficientes.]

3. mais c'est aussi vis-à-vis de la nature elle-même que Platon aperçoit à bon droit des preuves transparentes de la manière dont l'origine s'en trouve dans des Idées. Une plante, un animal, l'organisation régulière de l'Univers [conformément au déterminisme] (vraisemblablement aussi, par conséquent, tout l'ordre de la nature) montrent clairement qu'ils ne sont possibles que d'après des Idées ;

   [Kant réaffirme là sa doctrine téléologique : l'Univers est organisé (et non désordonné) parce qu'un Créateur l'a conçu selon un plan. Les « affirmations à bon droit » et « preuves transparentes » relèvent d'une croyance doctrinale. Platon et Kant trouvent des preuves évidentes de cette doctrine dans l'harmonieuse organisation des plantes, animaux et objets de la Terre et de l'Univers, organisation qui ne peut être due, selon eux, qu'à l'existence d'Idées directrices.]

4. qu'à vrai dire nulle créature individuelle, sous les conditions particulières de son existence, ne correspond à l'Idée de ce qu'il y a de plus parfait dans son espèce (pas davantage que l'homme ne correspond à l'Idée de l'humanité, qu'il porte pourtant lui-même en son âme comme modèle de ses actions) ;

   [Aucune créature ne correspond parfaitement à l'Idéal de la raison pure de son espèce. L'homme lui-même ne correspond pas au modèle idéal de l'humanité qu'il porte en son esprit.]

5. que cependant ces Idées sont déterminées pour chacune d'elles dans l'entendement suprême [du Créateur], immuablement et complètement, qu'elles sont les causes originaires [= initiales] de[s] choses (voir *Conclusion sur la possibilité des choses – Réalité suprême*)

6. et que seul l'ensemble constitué par leur liaison dans l'univers est pleinement adéquat à l'Idée que nous en avons.

   [Nous ne pouvons comprendre l'Univers qu'à l'aide d'un modèle basé sur les Idées et leurs relations et faisant système.]

7. […] l'élan de l'esprit par lequel le philosophe s'élève de la considération de la copie que constitue, dans sa dimension physique, l'ordre du monde jusqu'à la liaison architectonique de cet ordre d'après des fins, c'est-à-dire d'après des Idées,

   [Le monde physique, ses objets et ses lois sont des copies de leurs Idées d'origine, elles-mêmes définies par le Créateur selon Ses objectifs.]

8. est un effort qui mérite d'être respecté et imité.

   [Un philosophe doit élever sa pensée du monde terrestre au monde des Idées, et chaque homme devrait respecter et imiter cette approche.]

9. Mais à l'égard de ce qui a trait aux principes de la morale, de la législation et de la religion, où c'est à partir des Idées que l'expérience elle-même (celle du bien) devient possible, quand bien même elles ne peuvent jamais s'y trouver entièrement exprimées, cet effort a un mérite tout particulier…"

   [L'expérience du bien n'est possible qu'en postulant des Idées bonnes, même si leur réalisation parfaite est impossible : c'est là un effort particulièrement méritant.]

(Fin de citation)

Kant pouvait croire tout cela par cohérence avec son *Principe de la primauté de la connaissance sur les objets (doctrine)*, principe applicable aussi aux connaissances du « majestueux édifice de la morale ».

3.4.2.11.2 Idéal (adjectif ou substantif : définitions)

Selon le dictionnaire [3]

- Adjectif
  - (Par opposition à réel) qui n'a qu'une existence intellectuelle, sans être (ou pouvoir) être perçu par les sens ; en particulier qui a les caractères de l'idée.
  - (Sens courant) qui a toutes les qualités propres à son type, à son modèle et correspond à l'idée que l'on se fait de la perfection ; qui présente le caractère élevé de la perfection.
- Substantif
  - (Avec une valeur relative) ce que l'on conçoit comme conforme à la perfection et que l'on donne comme but ou comme norme à sa pensée ou son action dans quelque domaine que ce soit.
  - (Chez Kant) être individuel dont les caractères sont déterminés par l'idée, modèle suprême dont la perfection ne peut être égalée.
  - (Avec une valeur absolue : l'idéal) ce qui satisferait toutes les exigences du cœur et de l'intelligence, par opposition à la réalité limitée et décevante.
  - Ensemble des valeurs intellectuelles, morales, esthétiques par opposition aux intérêts matériels particuliers.

Chez Kant

- 1er sens : substantif
  - Concept réduit aux notions indispensables.
  - Être individuel aux caractères déterminés par l'Idée, modèle suprême dont la perfection ne peut être égalée.
  - (Source : [20] page 516) : [J'appelle idéal] "l'Idée, non pas seulement *in concreto,* mais *in individuo,* c'est-à-dire en tant que chose singulière qui n'est déterminable ou tout à fait déterminée que par l'Idée."

    In concreto
    Qualifie la représentation d'un concept formée à partir d'un exemple empirique, c'est-à-dire d'un concept empirique.
    In individuo
    C'est un exemple concret, *l'idée* (i minuscule) formée par copie de *l'Idée* (I majuscule).

  Différences entre idéal et idée

  - Un idéal est un individu, non plus une généralité comme une Idée ou une loi.
  - Le sage, l'homme vertueux est un idéal, tandis que la sagesse, la vertu sont des Idées.
  - L'idéal qui contient en lui toutes les perfections et les ramène à l'unité, c'est l'Idée de Dieu.
- 2ème sens : *adjectif ou substantif*
  - Est idéal un concept épuré, comme ceux des mathématiques : point, droite, cercle, nombre entier, etc., ou quelque chose considéré comme parfait.

    Tout comme l'Idée fournit la règle, l'idéal sert, en un tel cas, de prototype pour la détermination complète de la copie ;
  - L'idéal est un maximum de perfection.

3.4.2.11.3 Conclusion sur la possibilité des choses – Réalité suprême

(Citation de K521-K522)

"Ainsi toute possibilité des choses (de la synthèse du divers correspondant à leur contenu) est-elle donc considérée comme *dérivée* [c'est-à-dire conséquence], et c'est uniquement celle de ce qui renferme en soi toute réalité [c'est-à-dire l'Idée] qui est considérée comme *originaire*.

> [Pour Kant comme pour Platon ce qui est réel c'est l'Idée-chose-en-soi. Les objets matériels (réalité inaccessible à l'homme) n'en sont que des copies.
> Cette croyance est compatible avec le mot « idéalisme » de la doctrine de Kant l'*Idéalisme transcendantal*]

Car toutes les négations (qui sont pourtant les seuls prédicats par lesquels tout ce qui est autre que l'être le plus réel de tous s'en peut distinguer) sont de simples limitations d'une réalité supérieure et

finalement de la réalité suprême : par conséquent, elles la présupposent et sont simplement dérivées d'elle quant à leur contenu.

[Les objets matériels ne sont que des parties de l'Être originaire, qui est l'Être suprême. Chacun de ces objets est défini à partir de l'Être originaire par un ensemble de négations : il n'est pas <attribut 1> ; il n'est pas <attribut 2>…]

[La diversité des choses limite le concept de la suprême réalité dont elles font partie]
Toute la diversité des choses est seulement une manière tout aussi diverse de limiter le concept de la suprême réalité, qui est leur *substratum commun,* de même que toutes les figures ne sont possibles que comme des manières diverses de limiter l'espace infini.

[Condition tautologique : une figure est évidemment le complément de l'ensemble des parties de l'espace autres qu'elle-même !]

[Etre originaire, être suprême et être-de-tous-les-êtres]
C'est pourquoi l'objet de leur *idéal*, qui se trouve uniquement dans la raison, reçoit aussi le nom *d'être originaire* [Créateur, celui qui est à l'origine du monde] :

[*Différences entre idéal et idée*

- Un idéal est un individu, non plus une généralité comme une Idée ou une loi.
- Le sage, l'homme vertueux est un idéal, tandis que la sagesse, la vertu sont des Idées.
  [20] page 516 : "Le sage (dont parle le stoïcien) est un idéal, c'est-à-dire un être humain qui existe uniquement dans la pensée, mais qui est pleinement congruent [compatible] avec l'Idée de la sagesse."
- L'idéal qui contient en lui toutes les perfections et les ramène à l'unité, c'est l'Idée de Dieu.]

[Kant ne définit pas « être », ne justifie pas sa déterminabilité.]

[et reçoit aussi le nom *d'être originaire*…]

- en tant qu'il n'a aucun être au-dessus de lui, il se nomme *l'être suprême,*

  [Kant ne définit ni ne justifie le sens de « au-dessus de lui »]

- et en tant que tout, comme *conditionné*, se trouve soumis à lui, il porte le nom d'*être-de-tous-les-êtres* [Créateur incréé, absolument nécessaire, *inconditionné*.]

[Ces considérations ne nous apprennent rien sur l'existence de ces abstractions]
Reste que tout cela ne désigne pas le rapport objectif d'un objet effectivement réel à d'autres choses : il ne s'agit que du rapport de *l'Idée à* des *concepts,* et nous sommes ainsi laissés dans une complète ignorance pour ce qui touche à l'existence d'un être d'une éminence si exceptionnelle."

[L'Idée d'un Etre suprême au-dessus de tous les êtres est cohérente avec celle de Dieu transcendantal au-dessus et à l'origine du monde sensible comme du monde moral. Ce sont des concepts imaginaires destinés à structurer de manière cohérente les diverses abstractions d'*être* et de *monde*.]

Monde moral
Selon la doctrine téléologique de Kant, l'Etre suprême a créé le monde et ses êtres raisonnables en le dotant de lois morales en plus des lois de la nature.

(Citation de [20] page 660)
"Le monde, en tant qu'il serait conforme à toutes les lois morales (tel qu'il *peut* donc être d'après la *liberté* des êtres raisonnables, et tel qu'il *doit* être d'après les lois nécessaires de la *moralité),* je l'appelle un *monde moral*.

Sous ce rapport, il est simplement pensé comme monde intelligible, puisqu'il y est fait abstraction de toutes les conditions (des fins) de la moralité et même de tous les obstacles auxquels elle se heurte dans ce monde (faiblesse ou impureté de la nature humaine).

Il est donc en ce sens une *simple Idée*, mais cependant une Idée pratique qui peut et doit exercer effectivement son influence sur le monde sensible, pour le rendre autant que possible conforme à cette Idée.

Simple Idée

La connaissance incomplète d'un phénomène est "simplement une Idée"
Un homme ne peut donc jamais se représenter par la raison de façon complète la réalité

d'où est issu un phénomène : l'Idée qu'il conçoit en est nécessairement une approximation que Kant qualifié de *simple* Idée :

[20] page 350 : "…on dit d'un concept de ce genre [Idée] qu'il est une *simple* Idée. Ainsi pourrait-on dire que la totalité absolue de tous les phénomènes est *simplement une Idée,* car dans la mesure où nous ne parvenons jamais à tracer l'image de quelque chose de ce genre, cela demeure un *problème* dépourvu de solution."

(*L'ensemble de tous les phénomènes* est évidemment une abstraction non issue de l'expérience, un concept de la raison ; il en est de même pour l'Idée qu'on peut se faire d'un phénomène. Aucun des deux n'étant décomposable en un ensemble exhaustif de concepts définissables, ils sont tous deux simples.)

3.4.2.11.4 Conclusion sur l'être suprême : sa réalité objective ne peut être ni démontrée ni réfutée

(Citation de [20] page 559)

"L'être suprême reste donc, pour l'usage purement spéculatif de la raison, un simple idéal, mais cependant un *idéal dépourvu de défauts,* un concept qui clôt et couronne toute la connaissance humaine, et dont la réalité objective ne peut certes, en suivant cette voie, être démontrée, mais ne peut pas non plus être réfutée ; et s'il doit y avoir une théologie morale capable de combler cette lacune, la théologie transcendantale, jusqu'ici simplement problématique, montre alors ce qu'elle a d'indispensable à travers la détermination qu'elle procure à son concept et la manière dont elle soumet à une censure incessante la raison, qui se laisse assez souvent abuser par la sensibilité et n'est pas toujours d'accord avec ses propres Idées.

La nécessité, l'infinité, l'unité, l'existence en dehors du monde (non pas comme âme du monde), l'éternité sans les conditions du temps, l'omniprésence sans les conditions de l'espace, la toute-puissance, etc., constituent des prédicats purement transcendantaux, et par conséquent, une fois épuré, leur concept, dont toute théologie a tellement besoin, ne peut être tiré que de la théologie transcendantale."

(Fin de citation)

Exemple de critique révolutionnaire à l'époque de Kant : la croyance en Dieu

Pour Kant et les philosophes des Lumières [21], l'entendement et la raison de l'homme lui permettent d'espérer connaître toute réalité : il peut remettre en question n'importe quelle thèse, doctrine ou foi, y compris l'existence de Dieu, et les soumettre à son « tribunal de la raison » ([20] page 477). Son appréhension de la réalité se base sur sa seule certitude : j'existe, d'où il peut déduire l'interprétation de tous les phénomènes.

Kant recommande de croire en un Dieu transcendantal

Après avoir admis qu'un Dieu réel serait nécessairement transcendant, donc impossible d'après nos lois physiques, Kant recommande de croire en un Dieu transcendantal, simple Idée mais concept suprême cohérent à la fois avec le monde sensible et le monde moral de son Idéalisme transcendantal.

3.4.2.11.5 Doctrine de l'idéalisme transcendantal

Postulat : la connaissance directe des objets du monde physique est impossible

Selon cette doctrine adoptée par Kant, l'homme ne peut connaître les objets du monde physique que par rapport à lui-même, en tant que représentations de phénomènes. Aucune connaissance de chose en soi n'est possible directement.

Kant ne dit pas qu'une réalité indépendante de l'homme n'existe pas, il dit seulement que l'homme, ne pouvant y accéder, doit l'imaginer à partir de ce qu'il voit ou sent.

Définition de l'Idéalisme transcendantal (une des définitions)

Kant a aussi appelé cette doctrine idéalisme *critique*.

Voir aussi *Définition doctrinale de l'Idéalisme transcendantal*.

Lire ou relire d'abord *Ce qu'un sujet peut déduire du Je pense, selon Kant*.

(Citation de [20] page 470)

"Nous avons suffisamment démontré dans *l'Esthétique transcendantale* que tout ce qui est intuitionné dans l'espace et dans le temps, par conséquent tous les objets d'une expérience pour nous possible, ne sont rien que des phénomènes, c'est-à-dire de simples représentations qui, dans la mesure où nous nous les représentons comme des êtres étendus ou comme des séries de changements, ne

possèdent en dehors de nos pensées nulle existence qui trouve en elle-même son propre fondement. C'est cette conception que j'appelle *Idéalisme transcendantal*."

[Le fondement d'une existence et d'une évolution d'objet étant une cause, que nous ne connaissons (par induction, puis postulat) qu'à partir des phénomènes de notre expérience, nous ne pouvons rien affirmer pour la nature des objets physiques externes, faute de constatations empiriques s'appliquant à eux.]

- La seule certitude pour l'homme est celle résumée par l'affirmation « Je pense, donc j'existe » de Descartes : l'homme est certain de l'existence de sa pensée, donc de son esprit ; il en est conscient, et quand il pense il sait à quoi il pense. C'est un effet de l'unité objective de la conscience de soi.

- Cette pensée lui donne accès à son sens interne, qui lui fournit la notion de temps qui s'écoule indépendamment de lui.

  (Détails dans la discussion de la Psychologie rationnelle (science du Moi))

- L'indépendance de l'écoulement du temps par rapport à l'homme prouve à celui-ci (par raisonnement) qu'il existe un monde extérieur à lui.

- L'homme a un sens externe qui lui fournit la notion d'espace. Les objets de cet espace externe sont inconnaissables, mais ils affectent l'homme en produisant dans son esprit des représentations dont il est conscient.

  Expérience et réalité
  (Citation de [20] pages 471-472)
  [Postulat : les objets de notre expérience existent réellement]
  "Notre idéalisme transcendantal [admet] que les objets de l'intuition extérieure existent aussi effectivement tels qu'ils sont intuitionnés dans l'espace, et tous les changements dans le temps tels que le sens interne les représente. […]

  Puisque sans objets dans l'espace il n'y aurait absolument aucune représentation empirique, nous pouvons et devons y admettre comme effectivement réels des êtres étendus ; et il en va de même aussi du temps.

  [Malgré l'existence physique d'objets externes nos représentations ne sont que des abstractions]
  Reste que cet espace lui-même, ainsi que ce temps et, avec eux, tous les phénomènes ne sont pourtant pas, en eux-mêmes, des *choses,* ils ne sont rien que des représentations et ne peuvent aucunement exister en dehors de notre esprit ;

  [Ma conscience de soi n'est pas ma personnalité (inaccessible), c'est une interprétation d'une représentation de moi-même dans mon esprit]
  et même l'intuition interne et sensible de notre esprit (intuitionné comme objet de la conscience), dont la détermination est représentée par la succession de divers états dans le temps, n'est pas non plus le véritable Moi, tel qu'il existe en soi, ni le sujet transcendantal, mais seulement un phénomène qui se trouve donné à la sensibilité de cet être inconnu de nous.

  [Ma représentation de moi-même n'existe pas en tant que chose en soi, car elle n'existe que pendant que j'en suis conscient, alors qu'une chose en soi est une Idée qui existe indépendamment du temps]
  L'existence de ce phénomène interne comme chose qui existerait ainsi en soi ne peut pas être accordée, puisque la condition en est le temps, lequel ne peut être une détermination d'une quelconque chose en soi.

  [Contrairement à ma conscience de soi, liée à mon sens interne, l'existence des phénomènes perçus par mon sens externe est certaine du fait de leur cohérence dans l'espace et le temps et de leur conformité à des lois empiriques]
  Mais dans l'espace et dans le temps la vérité empirique des phénomènes est assez garantie et elle se trouve suffisamment distinguée de ce qui pourrait l'apparenter au rêve, dès lors que, dans les deux registres [espace et temps], ils [les phénomènes] s'enchaînent exactement et complètement, en se conformant à des lois empiriques, au sein d'une expérience.

  [Conclusion : la réalité physique n'existe qu'à travers notre expérience]
  Les objets de l'expérience ne sont par conséquent jamais donnés en eux-mêmes, mais seulement dans l'expérience, et ils n'existent aucunement en dehors de celle-ci."

  [L'inexistence objective d'une réalité externe en dehors de l'expérience humaine n'est pas démontrée, car elle est indémontrable : elle ne doit donc pas être affirmée ; il s'agit donc ci-dessus de l'existence *subjective*.]

(Fin de citation)

- *[Mais le postulat d'existence des objets extérieurs ne vaut pas certitude]*
Il est impossible à l'homme de prouver la réalité de ses représentations du monde externe, car elles pourraient être imaginées et/ou déformées par sa pensée. En outre, étant subjectives, elles ne permettent pas le raisonnement et la communication avec d'autres hommes comme des connaissances objectives.

  [Ce qui échappe à l'expérience peut être considéré comme n'existant pas]
Ce que l'homme ne peut connaître par expérience étant manifestement inconnaissable, nous pouvons l'ignorer comme s'il n'existait pas, car nous ne pouvons raisonner dessus. Même s'il est impossible de démontrer l'existence ou l'inexistence d'une réalité externe indépendante des représentations de phénomène, en pratique on peut ne prendre en compte que ces représentations, constituant pour nous la réalité :

  (Citation de [20] pages 472-473)
"La cause non sensible de ces représentations [d'objet externe] nous est totalement inconnue, et c'est pourquoi nous ne pouvons l'intuitionner comme objet ; car il faudrait qu'un tel objet ne soit représenté ni dans l'espace ni dans le temps (en tant que ces derniers sont simplement conditions de la représentation sensible) - conditions sans lesquelles nous sommes incapables de penser la moindre intuition."
(Fin de citation)

  [Ce raisonnement n'est pas assez rigoureux. Limiter la réalité à ce qui est accessible à l'expérience suppose l'inexistence de « variables cachées » susceptibles d'intervenir dans une situation différente d'un même objet. Une loi d'évolution induite à partir d'une connaissance incomplète risque d'être fausse dans les situations où l'objet ignoré intervient de manière efficace. Kant savait pourtant que l'homme a tendance à tort à ignorer ce qu'il ne voit pas. Voici un premier exemple :

  Les astronomes avaient constaté que l'orbite de la planète Mercure, proche du Soleil, s'écarte de celle que prévoient les lois de Kepler, pourtant vérifiées par les autres planètes. L'erreur vient d'une perturbation qu'ils ne connaissaient pas, l'influence de la masse du Soleil qui déforme l'espace de l'orbite. L'erreur (43 secondes d'arc par siècle) n'a été expliquée que par la Relativité générale, publiée en 1915.

  Deuxième exemple : l'astrophysique moderne manipule directement des concepts inaccessibles à l'expérience, comme le Big Bang ou la déformation de l'espace-temps par les masses. Ces concepts sont considérés comme représentatifs de la réalité car les conséquences de leurs théories sont toutes vérifiées avec précision.

  Troisième exemple : en physique atomique on ne peut rien voir parce que les particules sont trop petites, et même infiniment petites quand il s'agit de l'électron et du neutrino. Mais les outils de calcul de la Mécanique quantique nous permettent d'expliquer les phénomènes constatés et de prévoir leur évolution.

  Conclusion : Kant raisonnait à partir des connaissances de son temps. Nous pouvons profiter de sa pensée tout en la complétant avec notre science.]

- L'homme se contente donc de connaissances basées sur une seule certitude : « J'existe en tant qu'être pensant », et des représentations de phénomènes externes fournies par son sens externe et sujettes à erreurs.

- Pour compléter sa connaissance du monde issue de ses représentations, l'homme s'en construit des modèles sous forme de lois de la physique, qui décrivent les objets des phénomènes, leurs relations et leurs évolutions : chaque loi infère une cause à partir d'un effet, conformément au déterminisme.

- Ces lois sont basées sur le principe de la Primauté des connaissances sur les objets : l'homme postule que ses lois de la nature sont ce qu'elles paraissent être du fait des représentations des phénomènes.

  Comme une telle loi n'est qu'une généralisation par induction de constatations de phénomènes, elle n'est pas certaine, c'est un postulat.

  Cette loi postulée peut à tout moment être remise en cause si une description qu'elle fournit ou une évolution qu'elle prédit s'avère fausse ou insuffisamment précise. Cette approche est la base de la méthode scientifique moderne : voir *Le rationalisme critique*.

3.4.2.11.6 Doctrine de la connaissance du monde

L'empirisme

Définition

En philosophie l'empirisme est la doctrine selon laquelle l'expérience est la donnée première et la source de toute connaissance : c'est notamment celle des philosophes Epicure, Locke et Hume. Pour les empiristes les faits d'une expérience s'expliquent par d'autres faits d'expérience, sans recourir aux explications idéalistes, téléologiques ou métaphysiques.

> Empirisme de Hume : la doctrine empiriste de Hume ne tenant pour vrai que ce qui résulte de l'expérience, une loi de la nature ne pourrait résulter que d'une induction basée sur toutes les expériences possibles. Faute de cette exhaustivité elle ne pourrait donc être certaine, c'est-à-dire garantir la stabilité (la même cause produisant toujours la même conséquence). Hume croit donc toute science impossible, toute loi induite de l'expérience n'étant qu'une croyance !

Danger d'un empirisme devenu dogmatique, selon Kant

(Citation de [20] page 459)

"En revanche, si l'empirisme devient lui-même dogmatique relativement aux Idées (comme cela arrive dans la plupart des cas) et qu'il a l'audace de nier ce qui se situe au-delà de la sphère de ses connaissances intuitives,

> [Certains empiristes comme Epicure se sont tellement méfiés des spéculations basées sur des aprioris qu'ils ont nié la validité de toute idée qui n'était pas issue de l'expérience : leur empirisme est devenu dogmatique sur ce point par manque d'ouverture d'esprit.]

il tombe lui-même dans le défaut de l'immodestie, qui est ici d'autant plus répréhensible qu'un irréparable dommage se trouve ainsi occasionné à l'intérêt pratique de la raison.

> [L'intérêt pratique de la raison est sa justification des règles de recherche de la vérité, notamment par la connaissance des lois de la nature.]

Là réside ce qui oppose *l'épicurisme* et le *platonisme*."

(Fin de citation)

Conclusion

Kant voit dans l'empirisme dogmatique un matérialisme athée, que son idéalisme transcendantal rejette. Voici ses arguments.

L'empirisme dogmatique ne croyant que l'expérience, refuse donc les concepts philosophiques comme la cause première absolue. Or une telle cause idéaliste (Dieu à la fois créateur de l'Univers et justification des lois morales) est indispensable, selon Kant, pour constituer le sommet d'un édifice de la connaissance comprenant le monde sensible et le monde moral. Ce reproche n'a pas de valeur pratique : l'athéisme n'empêche pas la construction d'un édifice des connaissances scientifiquement rigoureux et moralement irréprochable :

- Scientifiquement rigoureux, car l'approche scientifique exclut toute référence divine, car elle serait transcendante.
- Moralement irréprochable, comme le montre [60].

Hommage de Kant à Epicure

Bien qu'ayant avec Epicure des divergences fondamentales (idéalisme transcendantal contre matérialisme), Kant a voulu reconnaître l'apport de sa philosophie de la connaissance. Voici comment.

(Citation de [20] page 459 note *)

"La question, cependant, reste posée de savoir si Epicure a jamais fait valoir ces principes comme des affirmations objectives. Si d'aventure il ne s'est agi que de maximes de l'usage spéculatif de la raison, il a fait preuve en l'occurrence d'un esprit plus authentiquement philosophique qu'aucun des sages de l'Antiquité.

- Que l'on doive, dans l'explication des phénomènes, se mettre à l'ouvrage comme si le champ de la recherche n'était découpé par l'existence d'aucune limite ni commencement du monde ;

  [Il faut interpréter les phénomènes sans se laisser arrêter par des objections :

  - *philosophiques* comme la nécessité de commencer une chaîne de causalité par un élément sans cause (absolument nécessaire)

- *ou religieuses* comme une croyance sans critique des vérités bibliques sur la création du monde.]

- qu'il faille admettre la matière du monde telle qu'elle doit l'être si nous voulons en être instruits par l'expérience ;

  [Il faut admettre la réalité des représentations que nous formons des phénomènes pour pouvoir confronter avec elle ce que nous en comprenons ou prédisons.]

- que l'on ne doive recourir à aucune autre génération de ce qui a lieu que celle qui est déterminée par des lois immuables de la nature,

  [On ne doit expliquer aucun état ou évolution d'un objet physique autrement qu'à l'aide des lois immuables de la nature posées par l'homme ; en particulier, on ne doit pas – comme Descartes – faire intervenir Dieu, ou comme les Grecs faire intervenir l'harmonie.]

- et enfin que l'on ne doive se servir d'aucune cause distincte du monde :

  [On ne doit pas utiliser d'explication transcendante d'un phénomène ou de l'existence du Monde.]

ce sont là, encore maintenant, des principes très justes, bien que peu observés, pour élargir la philosophie spéculative et en même temps aussi pour découvrir les principes de la morale indépendamment de tout secours étranger, sans que celui qui désire *ignorer* ces principes dogmatiques aussi longtemps que nous avons affaire à la simple spéculation puisse être accusé pour autant de vouloir les *nier*."

[Ces principes très justes permettent d'enrichir la philosophie spéculative et la morale par apport de vérités d'expérience, tout en permettant à un philosophe qui veut les ignorer dans des spéculations de le faire sans être accusé de les rejeter.]

(Fin de citation)

Voir aussi *Doctrine de l'idéalisme transcendantal*.

3.4.2.12 La nature selon Kant

1 - Définitions de la nature en tant qu'ensemble des objets de l'expérience

(Citation de [33] §14 page 75)

"La *nature,* c'est *l'existence* des choses, en tant qu'elle est déterminée selon des lois universelles. Si la nature devait désigner l'existence des choses en *elles-mêmes*, nous ne pourrions jamais la connaître, ni a priori, ni a posteriori."

(Fin de citation)

Les choses ci-dessus sont les objets de l'expérience

(Citation de [33] §16 page 77)

"La nature est l'ensemble de tous les objets de l'expérience" [sous la forme que l'homme perçoit, c'est-à-dire les phénomènes soumis à intuition et entendement]

(Fin de citation)

En somme, les lois de la nature (définies par l'homme) s'appliquent aux phénomènes qu'il perçoit, avec ses objets de l'expérience.

(Citations de [33] §36 pages 111-112)

- "La nature, prise au sens *matériel*, c'est-à-dire selon l'intuition, [est] l'ensemble des phénomènes."

- "La nature au sens *formel* [est l'ensemble] des règles auxquelles doivent être soumis tous les phénomènes pour pouvoir être pensés comme liés en une expérience." [Ces règles sont les lois de la nature, créées par l'homme]

(Fin des citations)

2 - Définition de la nature par sa loi de l'entendement régissant les phénomènes

La notion même de *nature* recouvre un ensemble de lois d'interruption ou d'évolution qui régissent les phénomènes et l'expérience que nous en avons ; et sans une telle expérience, un objet serait "un *être de raison* [une chose en soi ou une Idée] et une chimère.

Pour constituer une nature, les phénomènes doivent respecter une loi universelle

(Citation de [20] page 501)

"Cette loi par laquelle seulement des phénomènes peuvent constituer une nature et fournir les objets d'une expérience, c'est une loi de l'entendement par rapport à laquelle il n'est permis sous aucun prétexte de faire un écart ni d'ériger un quelconque phénomène en exception."
(Fin de citation)

Conséquence : un phénomène naturel ne peut être contingent
Une loi naturelle n'ayant pas d'exception (parce que l'homme la définit ainsi), un phénomène naturel ne peut être contingent : ou les conditions de sa survenance sont réunies et il survient (qu'un observateur le constate ou non), ou elles ne sont pas réunies et il ne survient pas. Seule la constatation du phénomène est contingente, dépendant notamment de processus mentaux inconscients, donc non déterministes.

Critique de la définition de « nature » de Kant

- « Une seule loi universelle » n'est possible que si toutes les lois postulées par l'homme conformément au Principe de la primauté de la connaissance sur les objets (doctrine) (c'est-à-dire les lois de la physique) sont unifiées :
  - Sous un même principe ou postulat, le déterminisme, regroupant le postulat de causalité et la règle de stabilité ;
  - Ou par une même faculté d'unification, celle de l'entendement.

  Nous verrons en effet que le déterminisme étendu postule une Loi globale d'évolution de la nature.
- La définition de la nature par sa loi de Kant est très restrictive, c'est une loi de l'entendement et *seulement de l'entendement*. De nos jours, les lois de la nature ont deux objectifs :
  - *décrire* pour expliquer,
  - et *prédire une évolution* pour décider (voir Déterminisme).

Imaginer, mettre au point et vérifier une loi demande plus que de l'entendement.

3.4.2.12.1 Les lois de la nature

Lire ou relire d'abord :

- Déterminisme scientifique
- Postulat de causalité
- Règle de stabilité

Objectif (adjectif) : définition

- Qui existe en soi, indépendamment du sujet pensant, donc que plusieurs personnes peuvent partager. L'objet d'une chose en soi est donc objectif.
  Exemple : la réalité objective.
- Qui
  - relève de la réalité externe indépendante des consciences (et pas d'une chose en soi) ;
  - est susceptible d'être perçu comme phénomène.

Opposé : subjectif.

Définition d'une loi naturelle

Une loi naturelle est une règle objective, universelle, décrivant une relation causale de manière à permettre, pour un ou plusieurs phénomènes (selon Kant) ou objets physiques (selon notre science réaliste) :

- De *comprendre l'état d'un système*, c'est-à-dire une situation, donc :
  - *De décrire une situation* – Exemple : deux charges électriques de signes opposés s'attirent avec une force donnée par la loi de Coulomb ;
  - *D'expliquer une situation (connaître l'évolution dont elle résulte) ;*
  - *De calculer une (ou des) variable(s).* Exemple : l'accélération g *subie par une masse* M dans un champ de force F est donnée par le produit : $F = Mg$.
- *De prévoir une évolution* : l'abscisse x d'un corps subissant une accélération g, lancé à l'instant t=0 à vitesse initiale v_0 d'une position x_0 est, à l'instant t :

$$x = ½gt^2 + v_0t + x_0.$$

Une loi naturelle prévoit donc la conséquence (phénomène) d'une cause suffisante, donc l'évolution d'une situation à laquelle cette loi s'applique : c'est donc une loi d'évolution, cas particulier de la Loi globale d'évolution.

Critique du modèle d'évolution de Kant
Contrairement à l'évolution par chaîne de causalité à situations successives distinctes de Kant, une loi naturelle ne prévoit pas la *situation* conséquence d'une situation donnée à une date arbitraire, car il y a des cas (par exemple en Mécanique quantique) où la conséquence est une superposition de plusieurs états simultanés, et des cas où le déterminisme ne permet pas la prédictibilité, mais seulement l'évolution.

Une loi naturelle respecte la règle de stabilité.

Voir aussi, dans *Critique de la définition de « nature » de Kant*, une critique de la définition restrictive de Kant.

Connaissance de lois de la nature décrivant toutes les situations et leur évolution

Cette connaissance est impossible car nous ne pouvons rien savoir des choses en elles-mêmes, ni a priori, ni par l'entendement, ni par un nombre limité d'expériences.

C'est donc l'homme qui doit *imaginer* ces lois en s'inspirant de faits, puis en vérifier chaque énoncé en comparant ce qu'il comprend et prévoit aux phénomènes qu'il constate, pour rectifier, compléter ou annuler cet énoncé si nécessaire. Cette doctrine constitue le *Principe de la primauté de la connaissance sur les objets*. Voici ce qu'en dit Kant.

Nos lois physiques sont vérifiables et excluent le hasard

Lire d'abord *Une loi de la nature se construit par induction et se vérifie par rationalisme critique*.

Nos lois de la nature ont été imaginées d'après les phénomènes constatés, et vérifiées sans exception depuis leur acceptation par les scientifiques. Comme Kant l'affirme : *il n'y a pas de hasard dans les situations et les évolutions de la nature*, nécessairement régies par des lois valables partout et toujours. Cela veut dire que les lois d'évolution de la nature :

- Agissent dans tout l'espace, et de la même façon ;
- Agissent depuis toujours, et de la même façon ;
- Agissent instantanément sur n'importe quel état de système ;
- Ne cessent jamais d'agir (continuité des évolutions) tant que leur cause existe.

La nature ne fait donc jamais n'importe quoi et respecte ces lois.

Le hasard est une notion scientifique précise, dont l'affirmation par une personne résulte de son ignorance. Affirmer qu'un phénomène est « dû au hasard » ou « agit selon le hasard » exige une preuve aussi sérieuse qu'affirmer qu'il est régi par telle loi naturelle. Même la Mécanique quantique, avec ses résultats probabilistes décrivant une forme contre-intuitive de réalité à superpositions d'états et la possibilité de variables indéterminées, n'a que des évolutions régies par l'équation de Schrödinger [56], parfaitement déterministe donc sans hasard.

3.4.2.12.2 C'est l'homme qui définit les lois de la nature, et il les définit sans exception

(Citation de [20] page 194)
"L'ordre et la régularité [conformité aux lois de la nature], c'est donc nous-mêmes qui les introduisons dans les phénomènes que nous appelons nature, et nous ne pourrions les y trouver si nous ou la nature de notre esprit ne les y avaient mis originairement. Car cette unité de la nature doit être une unité nécessaire, c'est-à-dire certaine a priori, de la liaison [par causalité] des phénomènes. Or, comment pourrions-nous instaurer a priori une unité synthétique, si, dans les sources originaires de connaissance de notre esprit, ne se trouvaient contenus a priori des principes subjectifs d'une telle unité [comme le postulat de déterminisme et la règle de stabilité], et si ces conditions subjectives ne possédaient en même temps une validité objective, dans la mesure où elles sont les principes de la possibilité de connaître un quelconque objet dans l'expérience ?"
(Fin de citation)

Bien entendu, l'homme définit les lois de la nature selon ce qu'il devine qu'elles sont en réalité. Il vérifie ensuite que l'effet constaté de chaque loi est conforme à ses prévisions et prédictions.

3.4.2.12.3 Principe de la primauté de la connaissance sur les objets (doctrine)

Cette idée est révolutionnaire, en ce sens qu'elle renonce à affirmer que la réalité est inaccessible parce que l'homme n'en voit que des phénomènes. Elle consiste à considérer comme réels les objets et phénomènes physiques donnés et présents à l'esprit par leurs représentations, c'est-à-dire *à postuler que la réalité suit le modèle que l'homme en conçoit*. Tout homme fait donc confiance à ce qu'il perçoit parce que c'est la seule réalité accessible. Mais cette confiance est provisoire, elle peut être mise en cause dès qu'une différence ou une contradiction apparaît avec une autre réalité constatée ou prévue, et il faut alors changer quelque chose dans le modèle.

L'étape initiale de la construction de cette connaissance du monde consiste à admettre des aprioris de l'esprit humain comme l'espace, le temps, les catégories de jugement et la causalité, et à élaborer notre connaissance du monde réel (objets et lois physiques d'évolution) par rapport à eux, avec des compléments faits de prédicats et de liens de relation. C'est ainsi que l'homme a construit la géométrie, en partant des concepts a priori de point, droite et cercle pour définir des figures, angles, etc. Chaque connaissance nouvelle sera construite à partir de connaissances déjà acquises et en se liant à elles. Voici le détail.

Construction dans l'esprit d'une connaissance nouvelle selon Kant

- Lorsqu'arrive en mémoire de travail la représentation initiale d'un phénomène, l'esprit prend conscience de son existence à l'extérieur de lui-même par la forme du phénomène, grâce à son intuition sensible a priori d'espace et de temps.

  (Citation de [20] page 314)
  "L'espace et le temps précèdent tous les phénomènes, ainsi que toutes les données de l'expérience, et ils ne font […] que les rendre possibles."
  (Fin de citation)

- L'esprit fait la synthèse d'une succession de phénomènes en une représentation unique. C'est à partir de successions dans le temps dont il se souvient que l'homme postule par induction la causalité et les lois naturelles d'évolution, donc aussi le déterminisme.
- Il identifie ensuite le phénomène et en précise la compréhension grâce au divers de la forme, dont il déduit des rapports avec l'espace, le temps, les catégories et des connaissances qu'il a déjà, par l'intuition, l'entendement, puis si nécessaire l'imagination productrice et la raison.
- Enfin, il tire une sensation de la matière.

Des connaissances aux lois de la nature

L'enchaînement des événements résulte d'un ordre de la nature. Kant dit :

> Toute constatation empirique possédant parmi les phénomènes sa cause par laquelle elle est déterminée, tous les événements se trouvent déterminés empiriquement dans un ordre [de succession causale] de la nature ([20] page 501).

Pour constituer une nature, les phénomènes doivent respecter une loi universelle

(Citation de [20] page 501)
"Cette loi par laquelle seulement des phénomènes peuvent constituer une *nature* et fournir les objets d'une expérience, c'est une loi de l'entendement par rapport à laquelle il n'est permis sous aucun prétexte de faire un écart ni d'ériger un quelconque phénomène en exception."
(Fin de citation)

Voir aussi *Une loi de la nature se construit par induction et se vérifie par rationalisme critique*.

3.5 Existence de Dieu

3.5.1 Définition de Dieu

Le dictionnaire [3] contient un article assez détaillé sur Dieu, dont voici des définitions de la section *La divinité comme entité philosophique*.

Principe d'explication et d'unité de l'univers

Ce principe est destiné à répondre au besoin [psychologique] d'expliquer le monde (sa création, la raison de son existence, l'unité de ses lois physiques...) : « Les sciences positives, à travers l'étude des phénomènes, cherchent déjà Dieu. Car elles cherchent le premier principe des choses » (E. Boutroux, *Contingence,*1874, p. 152)

Dans la philosophie grecque, Dieu est un principe d'explication du monde matériel, principe d'intelligibilité et d'ordre. « Le Dieu des philosophes grecs ne prétend pas rendre raison de l'origine de l'Univers, mais seulement de l'ordre et de la hiérarchie qui s'y découvrent, au-dessus des choses soumises à la génération et à la corruption » (V. Monod, *Dieu dans l'Univers,* Paris, Fischbader, 1933, pp. 55-56)

Dans la philosophie occidentale pénétrée des conceptions judéo-chrétiennes, Dieu est l'Être suprême, appréhendé par la raison comme être totalement un, spirituel et transcendant.

Dieu créateur parfait

Les croyants et certains philosophes attribuent à Dieu la création du monde et toutes les qualités estimables.

Dieu créateur de l'Univers

Dieu est considéré comme le créateur – lui-même incréé – de l'Univers.

Critique

Le concept de « créateur incréé » est contradictoire avec notre postulat de causalité : « Tout phénomène a une cause ». Donc : ou nous abandonnons ce postulat, base de notre science, ou nous refusons de croire à un créateur incréé.
La science actuelle affirme que notre Univers a été créé il y a 13.8 milliards d'années lors d'un événement explosif appelé Big Bang, mais ne sait pas s'il a existé un pré-Univers avant et, si le Big Bang a une cause, ce qu'elle est.

La croyance en un Dieu créateur remplace une explication scientifique causale de l'origine du monde par une affirmation de sa création par Dieu ; Dieu lui-même est incréé, car étant éternel Il a toujours existé : c'est une affirmation dogmatique, à croire sans preuve et sans réfléchir, par acte de foi, contrairement à la doctrine des Lumières [21].

Dieu a toutes les qualités, et chacune à un niveau infini

Le Dieu auquel croyaient les philosophes comme Descartes et Leibniz a toutes les qualités, et chacune à un niveau infini : puissance (tout-puissant), éternité (donc hors du temps), omniprésence (présent dans tout l'espace), omniscience, charité...

Dieu sait tout sans avoir besoin de l'entendre

Omniscient, son entendement est infini : il comprend tout et sait tout. Contrairement à un homme, dont aucun concept ne peut représenter un phénomène s'il n'est pas issu de l'intuition, Dieu conçoit parfaitement tout objet physique sans recourir à l'intuition ou à la raison, car son savoir infini fait qu'il le connaît déjà.

Dieu est à la fois pensée et matière

Illimité, Dieu ne peut pas être une simple abstraction sans matière, ou une matière sans abstraction, il est les deux à la fois : substance pensante et substance étendue, pensée (âme) et corps ; l'Idée de Dieu est une synthèse de ces deux notions.
Cette synthèse n'est faite par les croyants que pour l'être exceptionnel qu'est Dieu.

Dieu est l'origine du Souverain Bien et le Créateur du monde

L'Idée de Dieu comprend également un aspect moral : sa volonté a défini le Souverain Bien et la raison de sa création du monde sensible (avec ses lois de la nature) et du monde moral (avec ses lois morales).

Complément : Définition de Dieu d'André Comte-Sponville, philosophe contemporain

"J'entends par « Dieu » un être éternel spirituel et transcendant (à la fois extérieur et supérieur à la nature), qui aurait consciemment et volontairement créé l'univers. Il est supposé parfait et bienheureux, omniscient et omnipotent. C'est l'être suprême, créateur et incréé (il est cause de soi), infiniment bon et juste, dont tout dépend et qui ne dépend de rien. C'est l'absolu en acte et en personne."

[Conseil : ne pas chercher à préciser la « supériorité » et le « créateur incréé ».]

3.5.2 Questions sur Dieu

Les questions sur l'existence de Dieu, sur son pouvoir et son action sur l'Univers, sont aussi vieilles que l'humanité. Des bibliothèques entières ont été écrites sur ces sujets, ainsi que des textes sacrés comme la Bible, le Coran, la Thora écrite, etc. Ce cours traitant de métaphysique *en tant que système*

de pensée rationnelle pour la science et la vie quotidienne, nous n'aborderons ici que les questions relatives à l'existence de Dieu en tant que créateur et acteur de l'Univers, c'est-à-dire :

- Dieu créateur de l'Univers : l'Univers a-t-il été créé par Dieu ?
- Dieu acteur de l'Univers : Dieu intervient-il physiquement dans l'Univers ?

Au besoin nous aborderons ces sujets en tenant compte des connaissances de l'astronomie et de la physique modernes, qu'on substituera à des concepts traditionnels absurdes (nous justifierons cette opinion) comme le hasard et la contingence.

3.5.3 Dieu créateur de l'Univers ?

Source : [12] articles *Preuves possibles de l'existence de Dieu* (4 articles)

Dieu créateur, Dieu acteur et croyances

Le problème de l'existence de Dieu se pose :

1. Pour la création de l'Univers : a-t-il été créé par Dieu ?
2. Pour l'action de Dieu (omnipotent, omniprésent, omniscient, infini…) dans l'Univers après sa création, et notamment aujourd'hui.
3. Pour la justification :
    - de la validité des concepts de liberté et de libre arbitre ;
    - des préceptes de la religion et de la morale (hors sujet dans ce texte) ;
    - de la croyance en une âme et en une vie après la mort.

Les problèmes 1. et 2. sont abordés ci-après, la justification est répartie.

Condition fondamentale à laquelle doit satisfaire le concept de Dieu cherché

Un Dieu créateur de l'Univers ne peut être une pure abstraction, une Idée, parce qu'il a dû pouvoir créer de la masse-énergie. Même si l'esprit humain peut *imaginer* un processus transcendantal idéaliste de création de cette masse-énergie à partir d'une abstraction, la réalité est qu'une abstraction ne peut créer de la masse-énergie.

> Réciproquement, les processus matériels du cerveau peuvent y créer des représentations qu'il interprète comme des abstractions, sous forme d'états et d'interconnexions de neurones.

Donc s'il y a eu un Dieu créateur de l'Univers ou un pré-Univers qui a engendré l'Univers, c'étaient des êtres matériels – et même « très matériels » dans la mesure où leur énergie était colossale. Tous les raisonnements présentés ci-dessous tiennent compte de cette exigence.

3.5.3.1 Les trois types possibles de preuves de l'existence de Dieu

A la question « Y a-t-il un Dieu qui a créé l'Univers ? » Kant a montré dans [20] page 529 qu'il ne peut y avoir que trois types de preuves classées d'après leur causalité :

- La preuve *ontologique*, qui fait abstraction de toute expérience et utilise la logique pure a priori pour déduire la cause suprême (l'existence d'un Dieu créateur) des simples concepts des qualités divines.
- La preuve *cosmologique*, qui part d'une existence empirique quelconque pour en déduire la cause suprême.
- La preuve *physico-théologique*, qui part d'une expérience particulière et de la nature de notre monde sensible pour en déduire, d'après les lois de la causalité, une cause suprême transcendante (=située en dehors du monde).

Pourquoi ces trois types de preuves et eux seuls ? Parce qu'il n'y a que deux sortes de causalités efficaces. Voici pourquoi.

3.5.3.2 Les deux sortes de déduction causale

Il n'y a que deux sortes de causalité, celle des abstractions et celle de la nature.

- La causalité *logique*, applicable à toutes les déductions de propositions logiques comme :
    - $(a<b \text{ ET } b<c) \Rightarrow (a<c)$
    - ou le syllogisme $(a \Rightarrow b\ .\ c \Rightarrow a) \Rightarrow (c \Rightarrow b)$, où le point "**.**" se lit "ET".
- La causalité *naturelle*, applicable à toute évolution physique comme la 2ème loi de Newton. Cette causalité existe à deux niveaux :

- Le niveau des lois de la nature, régissant toutes les évolutions.
  Exemple : la conservation de la charge électrique d'un système isolé.
- Le niveau de la valeur d'une variable particulière, soumise à une certaine loi.
  Exemple : valeur de la tension *V* aux bornes d'une résistance *R* parcourue par un courant *I* : $V = RI$ (loi d'Ohm).

Séparation des deux types de causalité
Les déductions par causalité logique ne s'appliquent pas aux phénomènes naturels et les déductions par causalité naturelle ne s'appliquent pas aux propositions logiques. On ne peut donc pas, par exemple, déduire par raisonnement logique une réalité physique : il ne peut pas exister de preuve logique de l'existence d'un Dieu capable de créer l'Univers physique ou d'y agir.

- D'une description d'un Dieu créateur, quelle qu'elle soit, on ne peut déduire logiquement son existence physique, Kant l'a démontré dans la *Critique* [20].

  Et la logique pure ne peut pas, non plus, démontrer un effet causal physique : la logique et la physique sont deux domaines de connaissance tels qu'aucune déduction n'est possible de l'un à l'autre. La logique impose seulement à la physique la non-contradiction de deux affirmations sur un même sujet.
- Un Dieu purement abstrait (l'Idée de Dieu) ne peut être cause efficace de l'Univers, malgré la doctrine idéaliste qui voudrait que toute réalité soit copie d'une Idée. La raison en est l'absence de preuve : aucune représentation de phénomène, aucune existence d'objet en tant que concept n'est la cause d'existence d'un objet réel. Du temps de Platon et jusqu'au siècle des Lumières [21] on admettait la copie idéaliste sans preuve, depuis on exige des preuves.
- On peut concevoir un Dieu physique existant avant l'Univers qu'il aurait créé, mais on ne peut prouver factuellement ni l'existence ni la non-existence de ce Dieu, ni la possibilité ni l'impossibilité d'un tel acte de création, Kant l'a aussi démontré dans la *Critique*.

Pendant des siècles les philosophes comme Descartes ont utilisé une *causalité divine* dans les raisonnements sur les phénomènes naturels, et les philosophes de l'antiquité une *causalité esthétique*

(comme l'harmonie de la nature, qui imposait aux astres de la « sphère supérieure » d'avoir des mouvements parfaits, donc circulaires et uniformes).

Aujourd'hui nous admettons la *causalité psychologique* dans les rapports humains…

Conclusion de Kant sur le problème de l'existence d'un Dieu créateur
Dans le cas du problème de l'existence d'un Dieu créateur, il ne peut y avoir que :

- Des preuves ontologiques, déductions logiques de propriétés du concept Dieu ;
- Des preuves cosmologiques, déductions de lois générales de la nature ;
- Des preuves physico-théologiques, déductions d'expériences particulières.

Pour ces preuves nous avons besoin des remarques suivantes.

3.5.3.3 Impossibilité d'une preuve de l'existence de Dieu

Nous avons déjà vu, à propos de la métaphysique de Descartes, la critique de l'affirmation : *Dieu est inconcevable comme non-existant*.

3.5.3.3.1 Impossibilité d'une preuve causale transcendante

La démonstration ci-dessous reformule la séparation des deux causalités.

Le postulat de causalité n'a de validité que dans le champ de l'expérience : il n'a de sens que pour les phénomènes de la nature. Il n'est pas valable dans le champ spéculatif, où il n'a même pas de signification.

Or nous ne savons rien concernant un éventuel pré-Univers (ou un Dieu créateur), à la fois antérieur et extérieur à l'Univers – s'il a existé. Donc nous ne pouvons pas y appliquer le postulat de causalité : il est impossible de déduire causalement quelque chose concernant ce pré-Univers d'une connaissance de l'Univers.

Réciproque : Si on suppose qu'il a existé un pré-Univers (ou un Dieu créateur) on ne peut en déduire causalement quoi que ce soit pour l'Univers lui-même. Car sur quel phénomène ou quelle loi une telle

déduction se baserait-elle ? La déduction transcendante est donc impossible dans les deux sens : depuis et vers l'Univers.

« Une déduction transcendante est impossible ».

Conséquence de l'impossibiité d'une transcendance sur l'existence de Dieu

Comme on ne peut savoir s'il a existé un pré-Univers ou un Dieu créateur faute de pouvoir "sortir" de l'Univers, on ne peut affirmer ni qu'un Dieu a créé l'Univers, ni qu'une création divine n'a pas eu lieu, ni même que l'Univers n'existe pas depuis toujours, c'est-à-dire avant le Big Bang, en supposant qu'il y a eu un avant-Big Bang.

3.5.3.3.2 Impossibilité d'une preuve purement logique, donc spéculative

Les deux démonstrations ci-dessous s'ajoutent à l'impossibilité d'une transcendance.

1 – Kant : "La raison spéculative ne peut produire aucune conclusion théologique"

(Citation de [20] page 556)

"Je soutiens […] que toutes les tentatives d'un usage purement spéculatif de la raison en rapport à la théologie sont entièrement stériles, et que, du fait de leur nature intrinsèque, [ces usages] sont nuls et non avenus, [et] que les principes de [l'usage de la raison dans le cadre des concepts de la nature] ne conduisent rigoureusement à aucune théologie ;

[…]

[Si la loi de la causalité s'appliquait au Créateur, celui-ci aussi serait conditionné]

Si la *loi de la causalité*, dotée d'une validité empirique [valable seulement dans le champ de l'expérience], devait conduire à l'Être originaire, il faudrait que celui-ci appartînt à la chaîne des objets de l'expérience ; auquel cas toutefois il serait lui-même, comme tous les phénomènes, à son tour conditionné [=soumis à une condition d'existence, ce qui contredit la définition de Dieu créateur incréé car éternel]."

(Fin de citation)

Conclusion : aucun raisonnement spéculatif basé sur la causalité naturelle ne peut prouver l'existence d'un Dieu créateur incréé.

2 - Prouver l'existence de Dieu et d'une vie future est sans espoir

(Citation de [20] page 621)

"Je ne partage certes pas l'opinion si souvent exprimée par des hommes remarquables et réfléchis […] qui sentaient la faiblesse des preuves [d'existence de Dieu] utilisées jusqu'alors - savoir que l'on pourrait espérer encore trouver un jour des démonstrations évidentes de ces deux propositions cardinales [=fondamentales] de la raison pure : « il y a un Dieu », « il y a une vie future ». Bien davantage suis-je certain que cela n'arrivera jamais. Où la raison veut-elle en effet aller emprunter le fondement de telles affirmations synthétiques ne se rapportant pas à des objets de l'expérience et à leur possibilité interne ?

> [Kant résume là l'impossibilité de la « preuve ontologique de l'existence de Dieu » : son argumentation purement déductive ne peut établir l'existence concrète d'un être absolument nécessaire.]

Postulat de la possibilité des choses : un concept peut-il être celui d'un objet ?

(Postulat de la pensée empirique en général).

Enoncé du postulat extrait de [20] page 278 :

> **« Un objet physique décrit par un concept peut exister (est possible) s'il satisfait les conditions formelles d'une expérience en général, c'est-à-dire s'il contient toute synthèse nécessaire à la connaissance d'un objet. »**
>
> Or pour une telle synthèse il y a 3 cas :
>
> - Soit la synthèse ne se rapporte à aucune expérience, et le concept est *vide* :
>   il ne se rapporte à aucun objet qui existe ou peut exister, il est pure abstraction.
> - Soit la synthèse se rapporte à une expérience réelle ou possible, et le concept est dit *empirique* ;
> - Soit la synthèse est une condition *a priori* de l'expérience en général, et le concept est dit *pur* : son objet ne peut être trouvé que dans l'expérience. C'est le cas des catégories, concepts purs de l'entendement.

[Impossibilité de prouver apodictiquement que Dieu n'existe pas]
Mais il est tout aussi apodictiquement certain qu'il ne surgira jamais aucun homme qui puisse affirmer avec quelque apparence le contraire [c'est-à-dire prouver que Dieu n'existe pas], à plus forte raison dogmatiquement [=de façon purement déductive, sans connaissance issue de l'expérience].

Car, dans la mesure où il ne pourrait en tout cas le démontrer que par l'intermédiaire de la raison pure, il faudrait qu'il entreprît de prouver qu'un être suprême est *impossible,* ou qu'est *impossible* le sujet pensant en nous, comme pure intelligence. Mais où va-t-il aller chercher les connaissances qui l'autoriseraient à prononcer ainsi des jugements synthétiques à propos de choses dépassant toute expérience possible ? Nous n'avons donc aucun souci à nous faire à cet égard : personne ne prouvera jamais le contraire…"
(Fin de citation)

3.5.3.3.3 Pourquoi les croyants ne peuvent concevoir un Dieu inexistant

La raison pour laquelle certains croyants ont affirmé l'inconcevabilité de l'inexistence de Dieu est d'abord psychologique : leur croyance en Dieu est si profonde, si absolue qu'il leur est impossible d'imaginer son inexistence ; et ils ne peuvent l'accepter si on leur montre la contradiction du concept de Dieu omnipotent avec les lois physiques admises et vérifiables de l'Univers, qui excluent la transcendance.

Ensuite, un croyant sait qu'une *régression à l'infini* (un parcours de la chaîne de causalité d'une situation donnée remontant le temps des conséquences aux causes) ne peut s'achever car toute situation a une cause qui l'a précédée. Donc :

- ou ce croyant admet que l'Univers a un passé infiniment distant, donc qu'il n'a pas été créé parce qu'il a toujours existé, donc qu'il n'y a pas de Dieu créateur – conclusion inacceptable pour un croyant ;
- ou ce croyant admet qu'à une certaine date du passé il y a eu une cause absolue, c'est-à-dire sans cause ; et c'est ce qu'il fait en affirmant que cette cause sans cause est Dieu, créateur increé. Il ne peut concevoir l'inexistence de Dieu parce qu'il *veut croire* à cette cause première.

  Et il a de la chance : la science lui dit que l'Univers est né lors du Big Bang, événement dont l'existence est aujourd'hui certaine bien qu'inexpliquée.

  Objections
  Mais l'existence d'une cause première de l'Univers, le Big Bang, ne prouve pas qu'elle soit un être, Dieu. Rien ne prouve que ce Dieu créateur est omnipotent, omniprésent, omniscient, infini, parfait, etc., pouvoirs avec lesquels il peut intervenir dans l'Univers aujourd'hui : une loi physique produit des effets physiques, pas des abstractions ; aucune loi physique ne produit de tels jugements. Pire, même : nos lois physiques sur l'énergie et la Relativité, par exemple, rendent impossibles des actions transcendantes. Enfin, une abstraction (Dieu) n'a pas d'effets physiques, et aucune logique ne peut en déduire de tels effets.

3.5.3.4 Preuve ontologique

3.5.3.4.1 Définition

Une preuve ontologique de l'existence de Dieu déduit logiquement celle-ci du concept de Dieu, avec ses attributs de toute-puissance, omniprésence, omniscience, infinité, etc. Cette *hypostasie* n'est pas évidente : ce n'est pas parce que l'homme imagine une chose qu'elle existe.

Hypostasier
Considérer abusivement une pure abstraction comme une réalité.

Nous avons vu ci-dessus qu'une telle preuve est impossible, mais les raisonnements ci-dessous sont intéressants en tant qu'exemples de raisonnement métaphysique.

3.5.3.4.2 Un concept basé seulement sur des jugements n'est pas déterminé

(Citation de [33] §57 page 170)
"Par le simple concept d'un Être originaire [Dieu], auquel nous attribuons des prédicats uniquement ontologiques (éternité, omniprésence, omnipotence…),
en réalité nous ne pensons absolument rien de déterminé ;"
(Fin de citation)

3.5.3.4.3 Le contenu d'un concept ne peut comprendre son existence

(Source : [20] pages 533-534) – La *détermination* est un prédicat qui s'ajoute au concept du sujet et l'accroît. Il faut donc qu'elle ne s'y trouve point déjà contenue.

C'est là l'essentiel de la démonstration de l'impossibilité de prouver par raisonnement logique l'existence nécessaire de Dieu. Quelle que soit la définition d'un concept (quelle que soit sa description, donc sa détermination) elle ne peut contenir l'affirmation de sa nécessité (de son existence inconditionnée), parce que cette nécessité est une information d'un type incompatible avec toute description.

En effet, une même description d'un concept particulier peut correspondre à zéro, une ou plusieurs occurrences (déterminations) de ce concept tout en restant la même : quelle que soit la définition de Dieu, elle peut correspondre à zéro, un ou plusieurs dieux.

Le concept d'un objet possible a les mêmes informations que celui de l'objet réel]
Cent thalers [pièces de monnaie] réels ne contiennent pas le moindre élément de plus que cent thalers possibles. Car dans la mesure où ces derniers signifient le concept, tandis que les premiers signifient l'objet en lui-même et sa position [réalité], mon concept, au cas où cent thalers réels contiendraient plus que cent thalers possibles, n'exprimerait pas l'objet tout entier, et par conséquent il n'en serait pas non plus le concept adéquat. Mais quand il s'agit de l'état de ma fortune, il y a plus avec cent thalers réels qu'avec leur simple concept (c'est-à-dire leur possibilité). Car s'il appartient à la réalité effective, l'objet n'est pas simplement contenu de manière analytique dans mon concept, mais il s'ajoute synthétiquement à mon concept (qui est une détermination de mon état), sans qu'à la faveur de cette existence en dehors de mon concept, ces cent thalers dont j'avais la pensée soient le moins du monde augmentés.

Quand je pense donc une chose, quels que soient les prédicats au moyen desquels je la pense et si nombreux qu'ils soient (même dans la détermination complète), du fait que j'ajoute encore que cette chose existe, je n'ajoute pas le moindre élément à la chose."

Conclusion
L'existence d'un ensemble ou d'un concept ne peut faire partie des informations qui les définissent, c'est une information supplémentaire. Cette règle logique est à la base de la Théorie des ensembles, un des fondements des mathématiques.

3.5.3.4.4 Preuve ontologique de Saint Anselme de Canterbury

Cette "preuve" a été formulée par Anselme dans son *Proslogion* (1077-1078), puis reprise par Descartes. Elle part de la définition de Dieu, « dont la perfection est telle que rien de plus grand ne se peut concevoir ». Or, si un tel être n'existait que dans la pensée et pas en réalité, on pourrait concevoir un être plus grand qui existerait à la fois en pensée et en réalité, ce qui contredit la définition. Donc Dieu existe aussi en réalité. Cette preuve déduit une existence physique d'un raisonnement logique d'existence de l'abstraction « Dieu infini », hypostasie illogique. D'ailleurs ce raisonnement est faux par son emploi d'une notion de grandeur comparable absurde.

Objection : l'Idée d'un Dieu parfait ne permet pas d'en déduire quoi que ce soit
L'Idée de Dieu ne décrit son objet qu'avec des jugements : éternel, infini, omniprésent, etc. Or un jugement n'est pas un objet d'expérience, on ne peut le percevoir pour en vérifier la réalité : l'Idée de Dieu est pure abstraction, et on ne peut en déduire quoi que ce soit, ni par cause efficiente ni par déduction logique.

> *Saint Anselme, fondateur de la scolastique*
> La scolastique est une théologie, une philosophie et une logique enseignées au Moyen Age dans les universités et les écoles, qui avaient pour caractère essentiel de tenter d'accorder la raison et la révélation en s'appuyant sur les méthodes d'argumentation aristotélicienne.

3.5.3.4.5 Pour pouvoir créer l'Univers, Dieu devait être absolument nécessaire

Prouver que Dieu existait en tant que créateur de l'Univers, donc *à l'extérieur* de l'Univers et *avant sa création*, exige nécessairement que l'existence de Dieu soit indépendante de celle de l'Univers, c'est-à-dire qu'elle soit *absolument nécessaire*.

Origine d'une situation constatée : régression à l'infini
En appliquant le postulat de causalité (le principe de raison) d'une situation constatée (phénomène) on trouve nécessairement que celle-ci a une situation-cause, puis que cette cause a elle-même une cause et ainsi de suite : on appelle le parcours de cette chaîne de causalité *régression à l'infini*.

> A chaque étape d'une régression la date recule vers le passé. Nous savons aujourd'hui qu'elle ne peut reculer plus loin que le Big Bang, événement de naissance de l'Univers il y a 13.8

milliards d'années, mais nous ne pouvons rien savoir d'un pré-Univers éventuel qui aurait précédé le Big Bang – s'il a existé.

Kant et les philosophes qui ont proposé la preuve ontologique ne le sachant pas, continuons leur raisonnement en tenant compte de cette autre vérité mathématique : une suite infinie (ou une fonction continue d'une variable qui tend vers l'infini) peut :

- soit tendre vers une valeur finie,
- soit tendre vers l'infini,
- soit n'avoir pas de limite fixe (comme la fonction trigonométrique sin x).

Cause à l'infini – Cause absolument nécessaire

La régression infinie de toute situation d'objet (ou phénomène constaté) de l'Univers (et de l'Univers entier lui-même) peut logiquement, dans son parcours vers le passé :

- *Soit tendre vers une date finie du passé* (comme le Big Bang), date dont la situation serait nécessairement la cause initiale (« cause première ») de toute situation et de tout phénomène ultérieur.

  Ce cas pourrait se produire, par exemple, si le passage du temps (c'est-à-dire l'évolution de l'Univers et de son contenu) avait commencé à une date particulière du passé comme le Big Bang d'il y a 13.8 milliards d'années (et non il y a une éternité comme le postule Kant avec sa chaîne de causalité infinie).

  La situation (l'état) de l'Univers lors du Big Bang est donc une cause absolument nécessaire de *tout* phénomène que nous constatons aujourd'hui ou avons constaté dans le passé. Le caractère absolument nécessaire du Big Bang vient de ce qu'on ne peut en attribuer la cause (si elle existe) à quoi que ce soit appartenant à l'Univers ; précédant l'Univers, le Big Bang en est indépendant.

  Impossibilité de prouver une création divine de l'Univers, ou son absence

  Comme on ne peut pas connaître une cause éventuelle (nécessairement transcendante) qui précède le Big Bang, on peut donc, mais sans preuve, attribuer ce Big Bang à un dieu créateur préexistant ; et on ne peut pas prouver à une personne qui croit en un tel créateur qu'elle a tort.

- *Soit tendre vers l'infini* : l'Univers aurait alors toujours existé, il n'aurait pas été créé ; ses états passés (et ceux de tous ses objets) auraient tous une existence nécessaire, aucun ne pouvant être contingent et chacun ayant un prédécesseur.

  Il n'y aurait donc pas de situation absolument nécessaire (cause à l'infini) de l'Univers ou d'un objet de l'Univers ; il n'y aurait donc pas eu de création du monde et *la question de l'existence d'un dieu créateur ne se poserait pas*.

- *Soit n'avoir pas de limite*, par exemple en oscillant de manière périodique : quand on recule dans le temps on retrouve une situation précédente au bout d'un certain temps (*l'Eternel retour* de Nietzsche [53]…)

  Cette dernière hypothèse philosophique est toutefois limitée par une loi physique : la thermodynamique impose une dégradation continue de l'énergie. Nous n'avons pas d'expérience de ce type d'évolution, qui n'est évoquée ici que par souci de rigueur, et ne poursuivrons pas l'exposé dans cette voie.

Le Big Bang étant une vérité scientifique aujourd'hui incontestable, les régressions vers l'infini et sans limite sont des spéculations philosophiques : nous ne les poursuivrons pas.

Conclusion concernant la preuve de l'existence de Dieu

Il résulte de ce qui précède et du postulat de causalité qu'*il existe une cause absolument nécessaire du monde :* le Big Bang. *Mais rien ne prouve que cette cause est un être, ni (si c'en est un) qu'il a les qualités prêtées à Dieu*.

Donc même si un raisonnement basé sur la pure logique (indépendant des lois de la physique) ou basé sur les lois physiques de la causalité déterministe conclut qu'une situation « Commencement du monde » a nécessairement existé, on ne peut en déduire qu'elle a pour cause le Dieu éternel, omnipotent, omniscient, infini, parfait, etc. : nous n'avons aucune loi physique de création de l'Univers à partir de cette cause initiale, nous ne pouvons rien savoir d'un éventuel pré-Univers.

Nous n'avons pas non plus de loi physique réciproque, rendant nécessaire la chaîne de causalité de l'Univers (l'évolution qui commence au Big Bang) à partir de la conjecture « il existe un Dieu éternel ». Une telle loi serait transcendante, contredisant donc la définition même de la causalité naturelle : elle est donc impossible.

L'agnosticisme
Nous ne savons donc pas et ne pouvons savoir s'il y a eu un « avant Big Bang » dans un espace-temps précédant l'Univers. Nous ne pouvons donc rien affirmer sur la cause du Big Bang. Nous ne pouvons pas, non plus, affirmer qu'il n'y a pas eu de Dieu créateur de l'Univers.

Agnosticisme
Doctrine « d'impossibilité de connaître », qui désigne :

- Soit l'habitude de considérer toute métaphysique, et particulièrement toute ontologie, (notamment la croyance en un Dieu créateur basée sur son ontologie) comme futiles.
- Soit l'ensemble des philosophies, comme :
  - le Positivisme d'Auguste Comte ;
  - l'Evolutionnisme d'Herbert Spencer ;
  - et le Relativisme de Hamilton (Sir William, 9th Baronet),

  qui admettent l'existence d'un ordre de réalité inconnaissable par nature.

Intervention du postulat téléologique
Lire d'abord *Téléologie (substantif)*.
Kant et les philosophes croyants du passé ne pouvaient croire que l'harmonie du monde qu'ils constataient soit due à un hasard aveugle ; ils postulaient donc une volonté bienfaisante à l'origine du monde, de ses lois naturelles causales et [de ses lois] morales.

(En somme, ils croyaient ce qu'ils avaient envie de croire et l'admettaient dogmatiquement.)

Ils admettaient donc l'existence d'un Etre originaire, Idée synthèse d'une substance matérielle, d'une âme et d'une morale, principe spirituel répondant à la fois aux besoins d'expliquer causalement la création du monde physique avec ses lois naturelles déterministes, et des valeurs, finalités et lois divines.

Kant admettait la téléologie, mais pas la possibilité d'un Dieu transcendant
Mais Kant n'admettait pas cette Idée métaphysique de Dieu, parce qu'elle impliquait l'existence d'un Créateur transcendant, antinomique avec le postulat de validité des lois naturelles créées par l'homme et décrivant parfaitement les phénomènes qu'il constatait. Il proposait d'adopter à sa place un Dieu transcendantal sans croire à sa réalité physique.

3.5.3.4.6 Origine et résumé de la « malheureuse preuve ontologique »

(Citation de [20] page 536)
"C'était une démarche totalement contre nature, et qui constituait un simple renouvellement de l'esprit scolastique, que de vouloir tirer d'une idée forgée de façon entièrement arbitraire l'existence de l'objet correspondant à cette idée [Dieu]. En fait, on n'aurait jamais tenté d'emprunter cette voie si n'avait surgi auparavant en la raison le besoin d'admettre, pour l'existence en général, quelque chose de nécessaire (où l'on pût s'arrêter dans la régression), et si la raison n'avait été contrainte, puisque cette nécessité doit être inconditionnée [absolue] et certaine *a priori*, de chercher un concept qui pût satisfaire dans la mesure du possible à une telle exigence et donnât à connaître une existence complètement *a priori.*

Or, ce concept, on crut le trouver dans l'Idée d'un être qui fût le plus réel de tous, et ainsi cette Idée se vit-elle utiliser pour procurer une connaissance plus déterminée d'une chose dont on était déjà par ailleurs persuadé ou convaincu qu'elle ne pouvait qu'exister - à savoir de l'être nécessaire. Cependant, on dissimula ce fonctionnement naturel de la raison, et au lieu d'aboutir à ce concept, on essaya de commencer par lui pour en déduire la nécessité de l'existence qu'il n'était pourtant destiné qu'à compléter. De là procéda la malheureuse preuve ontologique, qui ne véhicule avec elle rien qui pût satisfaire ni l'entendement naturel et sain ni l'examen méthodique."
(Fin de citation)

3.5.3.5 Preuve cosmologique

L'hypothèse de contingence du monde
La preuve cosmologique repose sur une hypothèse de contingence du monde, « *qui existe, mais aurait pu ne pas exister ;* et puisqu'il existe, c'est qu'il a été créé, donc il y a un Créateur ». La relation

entre existence et création repose sur la condition "cosmologique" que constitue la causalité en général.

La preuve cosmologique de l'existence de Dieu

Kant a reformulé la preuve précédente sous forme de syllogisme.
(Citation de [20] page 537)
"[La preuve cosmologique] s'énonce ainsi :

[Proposition majeure]
Si quelque chose existe, il faut aussi qu'existe un être absolument nécessaire ;

> [Toute chose qui existe (notamment l'Univers, qui aurait pu ne pas exister) a une cause de son existence, qui a elle-même une cause, etc. Pour empêcher cette régression de chaîne de causalité de remonter à l'infini sans avoir de cause première, il faut que cette chaîne commence par une cause sans cause malgré le postulat de causalité, c'est-à-dire une cause absolument nécessaire ; nous l'avons déjà vu.]

[Proposition mineure]
Or, j'existe au moins moi-même ;

> [Voir Ce qu'un sujet peut déduire du *Je pense*, selon Kant.]

[Conclusion]
donc, existe un être absolument nécessaire."
(Fin de citation)

Critique de ce raisonnement

1 – D'après le principe de raison du postulat de causalité, ma propre existence (conscience de soi *Je pense*) prouve qu'il existe *un phénomène* à l'origine de cette existence. Mais la chaîne de causalité de mon existence pourrait remonter à l'infini, avoir toujours existé sans création initiale ; et rien ne prouve que ce phénomène soit un *être créateur*.

2 - L'existence d'un phénomène initial qui a causé *mon* existence ne prouve pas celle d'un créateur *du monde entier* (objet de toute expérience possible), créateur qui devrait, en outre, avoir agi de manière transcendante, contraire à la loi de causalité de la nature ; voir aussi Impossibilité d'une preuve causale transcendante.

3 - L'hypothèse de contingence de l'Univers contredit le principe de fatalisme : puisqu'il existe, le monde ne pouvait pas ne pas exister. Mais puisque la science a seulement la certitude qu'il existe depuis le Big Bang, il y a 13.8 milliards d'années, on peut conjecturer qu'il y a eu un « avant » où la cause du Big Bang était contingente - par exemple si elle dépendait de la volonté d'un un Dieu créateur - mais c'est une conjecture invérifiable et infalsifiable.

Conclusion sur la preuve cosmologique

Comme la preuve ontologique, la preuve cosmologique repose sur des erreurs de raisonnement. Voici ce qu'écrit Kant.
(Source : [20] page 540)
"Dans cet argument cosmologique, se [tient] dissimulée toute une nichée de prétentions *dialectiques* [=erronées] que la critique transcendantale peut découvrir et détruire. Se trouvent donc ici, par exemple :

- Le principe transcendantal qui consiste à conclure du contingent à une cause, lequel principe n'a de signification que dans le monde sensible, mais en dehors de lui n'a plus du tout de sens [car la création de l'Univers (si elle a eu lieu) a été extérieure à l'Univers et a précédé l'Univers].
- Le principe qui conduit à conclure de l'impossibilité d'une série infinie de causes données s'étageant les unes au-dessus des autres dans le monde sensible à une cause première - conclusion à laquelle les principes de l'usage de la raison, même dans l'expérience ne nous autorisent pas, ne nous donnent pas la capacité d'étendre ce principe au-delà de l'expérience (où cette chaîne ne peut pas du tout être prolongée).

  > [Et affirmer « l'impossibilité d'une série infinie de causes données s'étageant les unes au-dessus des autres dans le monde sensible » est une erreur. Kant pensait qu'une telle série ne peut se terminer à une date finie, ce qui est faux.]

(Fin de citation)

3.5.3.6 Preuve physico-théologique

Problématique

Voici comment Kant définit la recherche d'une possibilité de preuve physico-théologique.
(Citation de [20] pages 546-547)
"Chercher si une *expérience* *déterminée* [=particulière], par conséquent celle des choses appartenant au monde présent autour de nous, si la façon dont elle est constituée et structurée ne fournissent pas un argument probant qui pût nous procurer avec sûreté la conviction de l'existence d'un être suprême.

Une telle preuve, nous l'appellerions *physico-théologique*. Si elle devait elle aussi être impossible, il n'y aurait jamais aucune preuve suffisante qui fût possible, à partir de la raison simplement spéculative, pour démontrer l'existence d'un être correspondant à notre idée transcendantale [de Dieu], [car nous savons déjà qu'il n'existe ni preuve ontologique, ni preuve cosmologique]."
(Fin de citation)

Problème prévisible de cette recherche : une Idée ne peut être validée empiriquement

(Citation de K547)
"Comment une expérience peut-elle jamais être donnée qui soit adéquate à une Idée [Dieu] ? C'est justement le propre des Idées que nulle expérience ne puisse jamais leur correspondre.

L'idée transcendantale d'un Être originaire qui soit nécessaire et totalement suffisant est si démesurément grande, elle dépasse de si haut tout ce qui est empirique et se trouve toujours conditionné, que

- d'une part on ne peut jamais dégager de l'expérience assez de matière pour remplir un tel concept,
- et que d'autre part on tâtonne toujours au milieu du conditionné en ne cessant de chercher en vain l'inconditionné, dont aucune loi de quelque synthèse empirique que ce soit ne nous fournit un exemple ou ne procure le moindre indice."

(Fin de citation)

En somme, une expérience est nécessairement limitée en ce qui concerne les informations qu'on peut en tirer, alors qu'une Idée (I majuscule) peut correspondre à une infinité d'expériences copies plus ou moins complètes de cette Idée, chacune représentée par une idée (i minuscule). En somme, l'Idée est absolue, inconditionnée, alors que chaque idée est conditionnée ; et l'inconditionné est inaccessible par expérience.

L'Être suprême cherché doit être absolument nécessaire, nous l'avons vu. S'il existe une situation (un phénomène) dont son existence peut être déduite, il fait partie de la chaîne de causalité de cette situation, qu'on pourrait remonter causalement jusqu'à lui. Mais une telle chaîne de causalité n'existe pas, car la création de l'Univers est nécessairement transcendante et il n'existe pas de relation de cause à effet transcendante car l'expérience d'un phénomène extérieur (ou antérieur) à l'Univers est impossible.

Conclusion de Kant dans [20] page 549 : "Je soutiens donc que la preuve physico-théologique ne saurait jamais à elle seule démontrer l'existence d'un être suprême, mais qu'il lui faut toujours abandonner à la preuve ontologique (à laquelle elle sert simplement d'introduction) la charge de combler ce manque, et que par conséquent c'est toujours et encore cette dernière qui contient *l'unique principe de preuve possible* (pour autant qu'il puisse y avoir une quelconque preuve spéculative), que nulle raison humaine ne peut négliger." (Preuve qui conduit à l'agnosticisme.)

3.5.3.7 De la preuve physico-théologique à la doctrine téléologique

Kant trouve malgré tout un intérêt à l'étude des phénomènes de la preuve physico-théologique, celui de fournir des signes d'une volonté (divine) de créer le monde avec l'harmonie qu'il a, c'est-à-dire un argument en faveur d'une doctrine téléologique. Voici ce qu'il écrit.

(Citation de [20] pages 549-550)
"Les principaux moments de la preuve physico-théologique [de l'existence de Dieu] que l'on a évoquée sont les suivants :

- Dans le monde se découvrent partout des signes transparents d'une mise en ordre conforme à une intention déterminée, opérée avec une grande sagesse et constituant un tout aussi

indescriptible dans la diversité de son contenu qu'il peut être illimité quant à la grandeur de son étendue.

- Cette mise en ordre finalisée est totalement étrangère aux choses du monde [transcendante], et elle ne leur est attachée que de façon contingente — autrement dit : la nature de cette diversité de choses n'aurait pas pu d'elle-même, par des moyens convergents de tant de sortes, s'accorder à des intentions finales, si ces moyens n'avaient été choisis tout exprès pour cela et disposés à cette fin par un principe organisateur doué de raison prenant pour fondement des Idées et intervenant d'après elles.
- Il existe donc une (ou plusieurs) cause sublime et sage qui doit être la cause du monde, non pas simplement par fécondité, comme une nature toute-puissante agissant de manière aveugle, mais par liberté, comme une intelligence.
- On peut conclure à l'unité de cette cause à partir de l'unité de la relation réciproque des parties du monde considérées comme les éléments d'une construction, cela avec certitude pour ce que notre observation atteint, mais pour le reste avec vraisemblance, en suivant tous les principes de l'analogie."

(Fin de citation)

Dans cette prise de position, Kant (qui a envie de convaincre de la validité de la doctrine téléologique) interprète des phénomènes comme des signes d'une création divine. Cette opinion, qu'on trouve encore de nos jours dans la doctrine appelée *Intelligent Design* et qui a été explicitement approuvée par le pape Benoît XVI, n'est pas cohérente avec l'impossibilité d'une transcendance.

3.5.3.8 Doctrine téléologique de l'Eglise catholique

Citation du pape Benoît XVI en 2007 [61] :

[Sur le désarroi des jeunes qui ne croient pas en Dieu]

"Chez nos nouvelles générations, on constate ce qu'il advient lorsque Dieu disparaît. Comme l'a dit Nietzsche : « La grande lumière s'est éteinte, le soleil s'est éteint ». La vie est alors quelque chose d'occasionnel, elle devient une chose et je dois chercher à faire au mieux avec cette chose et utiliser la vie comme si elle était une chose en vue d'un bonheur immédiat, palpable et réalisable. Mais le grand problème est que si Dieu est absent et qu'il n'est pas le Créateur de ma vie aussi, en réalité, la vie est une simple partie de l'évolution, rien d'autre; elle n'a pas de sens pour elle-même. Mais je dois au contraire tenter de mettre du sens dans cette partie d'être.

[L'Eglise catholique accepte l'évolutionnisme en lui ajoutant la foi en un Créateur]

Je vois actuellement en Allemagne, mais aussi aux Etats-Unis, un débat assez vif entre ce qu'on appelle le créationnisme [doctrine de la création du monde par Dieu] et l'évolutionnisme [doctrine de Darwin d'évolution des espèces et de sélection naturelle], présentés comme s'ils étaient des alternatives qui s'excluent : celui qui croit dans le Créateur ne pourrait pas penser à l'évolution et celui qui en revanche affirme l'évolution devrait exclure Dieu. Cette opposition est une absurdité parce que, d'un côté, il existe de nombreuses preuves scientifiques en faveur d'une évolution qui apparaît comme une réalité que nous devons voir et qui enrichit notre connaissance de la vie et de l'être comme tel. Mais la doctrine de l'évolution ne répond pas à toutes les questions et surtout, elle ne répond pas à la grande question philosophique : d'où vient toute chose ? et comment le tout s'engage-t-il sur un chemin qui arrive finalement à l'homme ? Il me semble très important et c'est également cela que je voulais dire à Ratisbonne dans ma Conférence, que la raison s'ouvre davantage, qu'elle considère bien sûr ces éléments, mais qu'elle voit également qu'ils ne sont pas suffisants pour expliquer toute la réalité. Cela n'est pas suffisant, notre raison est plus ample et on peut voir également que notre raison n'est pas en fin de compte quelque chose d'irrationnel, un produit de l'irrationalité, mais que la raison précède toute chose, la raison créatrice, et que nous sommes réellement le reflet de la raison créatrice. Nous sommes pensés et voulus et, donc, il existe une idée qui me précède, un sens qui me précède et que je dois découvrir, suivre et qui donne en fin de compte un sens à ma vie."

(Fin de citation)

3.5.3.9 Le Dieu transcendantal de Kant

Kant avait démontré l'impossibilité de la preuve ontologique. Mais il voulait croire en Dieu pour des raisons esthétiques de cohérence des lois de la nature avec l'ordre et l'harmonie du Monde, car voici ce qu'il écrit.

Arguments de Kant pour un Dieu transcendantal
(Citation de [20] page 580)
"Je me forgerai donc, d'après l'analogie avec les réalités présentes dans le monde, avec les substances, la causalité et la nécessité, la pensée d'un être qui possède tout cela au degré le plus extrême de perfection, et comme cette Idée repose uniquement sur ma raison, je pourrai penser cet être comme une *raison indépendante,* cause de l'Univers au moyen des Idées de la plus grande harmonie et de la plus grande unité possibles…"
(Fin de citation)

Désirant que son Créateur soit également responsable des lois morales, il a proposé la notion *d'Être suprême transcendantal* régissant à la fois le monde sensible et le monde moral, abstractions humaines indépendantes du monde réel. Cette notion de Dieu est rationnellement acceptable si on a envie de l'adopter, car elle n'interfère pas avec le monde réel. Voyons le détail.

Déisme
Définition : le déisme est une doctrine selon laquelle la raison peut accéder à la connaissance de l'existence de Dieu mais ne peut déterminer ses attributs.

Cette doctrine admet une théologie transcendantale. Un déiste admet que nous pouvons connaître l'existence d'un Être originaire par la simple raison, mais considère que le concept que nous en possédons est simplement transcendantal, c'est-à-dire qu'il s'agit du concept d'un être [tout-à-fait réel], mais dont on ne peut pas déterminer plus précisément les détails de cette réalité."

Le déiste se représente donc, sous le nom de Dieu, simplement une *cause du monde* (en laissant non décidée la question de savoir si c'est par la nécessité de sa nature ou par liberté qu'il en est la cause).

En résumé : Le concept *déiste* est un concept tout à fait pur de la raison ; mais il ne représente qu'une chose (une existence) qui contient toutes les réalités sans être capable d'en déterminer une seule.

Exemple de concept déiste : le Dieu transcendantal ci-dessous.

3.5.3.9.1 Le Dieu transcendantal, origine de l'unité de toute réalité empirique
(Citation de [20] page 577)
Le concept transcendantal, le seul qui soit déterminé, que la raison simplement spéculative nous donne de Dieu [est], au sens le plus précis du terme, un concept *déiste.* Autrement dit : la raison ne nous procure jamais la validité objective d'un tel concept, mais seulement l'Idée [transcendantale de Dieu] de quelque chose sur quoi toute réalité empirique fonde sa suprême et nécessaire unité…"

> [L'unité de la réalité empirique n'a nullement besoin d'un Dieu, transcendantal ou autre, parce qu'elle n'est nécessaire qu'au sens du respect du principe de non contradiction ; le besoin d'unité qu'éprouve Kant est strictement esthétique.]

(Fin de citation)

Luc Ferry résume cela dans [54] page 37 : "La thèse de Kant est au fond la suivante : l'idée de Dieu n'a, d'un point de vue théorique, aucune objectivité, comme le montre suffisamment la critique de l'argument ontologique. Sa seule signification véritable est de nous inviter, en tant que scientifiques (et non plus en tant que métaphysiciens), à regarder l'univers *comme si,* créé par un auteur intelligent, il formait un tout cohérent et systématique." Voici comment Kant décrit cette unité.

La raison a une fonction d'unité systématique des connaissances d'entendement
(Citation de [20] page 561)
"Si nous parcourons du regard nos connaissances d'entendement dans toute leur étendue, nous trouvons que ce qui s'y trouve à la charge propre de la raison […] c'est la *dimension systématique* de la connaissance, c'est-à-dire son articulation à partir d'un principe [comme le Dieu créateur de l'Univers].

[L'unité de la connaissance implique une Idée, structure de parties mises en rapport]
Cette unité de la raison présuppose toujours une Idée, à savoir celle de la forme d'un tout de la connaissance précédant la connaissance déterminée des parties et contenant les conditions requises pour déterminer *a priori à* chaque partie sa place et son rapport avec toutes les autres."
(Fin de citation)

En somme, l'Être suprême est une abstraction imaginée à des fins d'unité systématique, sans rapport avec le monde réel : nous pouvons donc lui attribuer les qualités dont nous avons envie (infinité, omniscience, etc.) et en faire un idéal.

Kant voit donc en son Dieu transcendantal un principe organisateur des connaissances du monde des phénomènes qu'il a imaginé : définition des concepts (Idées), relations entre ces concepts, principes généraux des connaissances.

Il voit aussi en Lui l'auteur des règles morales, elles aussi structurées en système. Avec cette définition de Dieu, le monde sensible et le monde moral forment un système global, esthétiquement satisfaisant pour l'esprit. L'existence de ce système, même s'il est artificiel comme Kant le reconnaît, paraît préférable parce que structuré ; c'est là un point de vue d'esthétique intellectuelle.

(Citation de [20] page 579)
"Si j'admets un être divin, je ne possède certes pas le moindre concept de la possibilité interne de sa suprême perfection ni de la nécessité de son existence,

[Kant apprécie le concept de Dieu transcendantal en tant qu'unificateur du monde sensible et de ses lois, critère qui relève de l'esthétique]
mais […] je peux satisfaire à toutes les autres questions qui concernent le contingent et procurer à la raison la plus parfaite satisfaction concernant la plus grande unité qu'elle puisse rechercher dans son usage empirique, mais non pas relativement à cette supposition elle-même ;

ce qui prouve que c'est son intérêt spéculatif, et non pas sa capacité de pénétration [révélation de la réalité], qui l'autorise à partir d'un point échappant si largement à sa sphère [le sens interne], pour considérer de là ses objets comme appartenant à un tout intégral [le monde, création divine]."
(Fin de citation)

3.5.3.9.2 Intérêt d'une théologie basée sur un Dieu transcendantal
Lire ou relire la citation de [20] page 580.
Voici les arguments cités.

- Pour finir la chaîne de causalité de l'expérience dans le passé il faut lui attribuer un commencement, Dieu ;
- Pour satisfaire nos désirs psychologiques de perfection, il suffit de concevoir ce Dieu comme parfait ;
- Postuler ce Dieu transcendantal satisfait aussi notre désir de finalité : le monde a un *sens*, il a été créé avec ses lois naturelles dans un but voulu par Dieu ; c'est une doctrine téléologique ;

  Sens psychique (sens psychologique)
  Effet affectif d'une pensée ou d'une perception, sentiment qu'elle inspire. Pour un optimiste, la vie a un sens et mérite des efforts ; pour un nihiliste elle n'en a pas, et il peut se laisser aller à l'abattement comme à la révolte violente.

  Cet effet affectif est toujours fortement dépendant des conséquences imaginées à la suite de la perception ou de la pensée : le rôle de cette imagination (spontanée ou, en plus, délibérée) est très important.

- L'abstraction ainsi postulée est infalsifiable : on ne peut, dans aucune expérience, prouver que Dieu a agi ou qu'Il n'a pas agi ;
- Tous ces postulats n'entraînent aucun conflit logique avec l'expérience.

Rien ne nous interdit de prêter à un Etre suprême toutes les qualités
(Citation de [20] page 548)
"Qu'est-ce qui nous interdit […], puisque nous avons besoin, du point de vue de la causalité, d'un être suprême et ultime, de le situer en même temps, quant à son degré de perfection, *au-delà de tout autre possible ?* Démarche aisée, bien que nous ne puissions certes songer à le faire qu'en nous bornant à l'esquisse fragile d'un concept abstrait, par la manière dont nous nous représentons réunie en lui comme dans une substance unique toute la perfection possible : ce concept, qui favorise l'exigence de notre raison quant à l'économie des principes, n'est alors en lui-même soumis à aucune contradiction, et il est même profitable pour étendre l'usage de la raison au sein de l'expérience, grâce

à la façon dont une telle Idée peut nous conduire vers l'ordre et la finalité, et cela sans qu'il entre jamais décisivement en contradiction avec une expérience."
(Fin de citation)

Kant finit par croire vraiment à son Etre suprême transcendantal
[Ces connaissances] "accentuent notre croyance en un auteur suprême, au point d'en faire une irrésistible conviction." ([20] page 548)

3.5.4 Dieu acteur dans l'Univers ?

Admettons que Dieu existe et que l'Univers physique est bien décrit par nos lois scientifiques, qui sont vérifiables. Dieu peut-il intervenir dans l'Univers ? Peut-il agir physiquement en créant, modifiant ou supprimant un objet, ou un être vivant ?

Toute action physique supposant un échange d'énergie, Dieu devrait donc fournir ou absorber de l'énergie, ce qui en ferait quelque chose de matériel. Mais cette propriété est incompatible avec les qualités prêtées à Dieu : comment un objet matériel serait-il omniprésent, c'est-à-dire présent dans tout l'Univers ? comment serait-il omniscient ? comment aurait-il assez de puissance pour être omnipotent ? comment serait-il juste ou charitable ?

Si un Dieu matériel était à l'intérieur de l'Univers, comment agirait-il aux distances astronomiques mesurées en années-lumière ? Le problème viendrait de la Relativité générale, qui limite les actions à la vitesse de la lumière et leur fait subir des contraintes de temps insurmontables.

S'il était à l'extérieur de l'Univers, nous avons vu que la transcendance est impossible.

Dieu ne peut pas, non plus, agir directement sur un esprit humain, car à ce jour aucune action de ce genre n'a été démontrée scientifiquement : l'homme n'a pas d'organe ou de fonction de transmission de pensée. Et rien ne prouve qu'il existe un être agissant à distance sur la pensée humaine, qui n'est que l'interprétation par un cerveau du fonctionnement de ses propres neurones ?

Arrêtons là ces objections : de nos jours une personne cohérente doit choisir : ou elle croit en Dieu et nie la validité de nos lois scientifiques, ou elle croit notre science. Or s'apercevoir que la foi en Dieu est irrationnelle est, pour un croyant, un conflit cognitif très désagréable, car sa raison combat alors sa foi. Heureusement, l'athéisme n'empêche nullement d'avoir une morale, d'aimer la justice et l'honnêteté, de pratiquer la solidarité et la charité, comme le montre si bien André Comte-Sponville dans [60].

Laissons la conclusion à Kant, qui écrit dans [20] page 672 :
"La conviction [que Dieu existe] n'est pas une certitude logique, mais *morale,* et comme elle repose sur des fondements subjectifs (la disposition morale), je ne dois pas même dire : *il est* moralement certain qu'il y a un Dieu, etc., mais : *je suis* moralement certain, etc. Autrement dit : la croyance en un Dieu et en un autre monde est à ce point liée à ma disposition morale que, tout aussi peu suis-je exposé à perdre cette disposition, tout aussi peu ai-je à craindre de pouvoir jamais me voir ravir cette croyance."

3.6 Matérialisme, idéalisme et réalisme

3.6.1 Doctrine matérialiste

3.6.1.1 Définition du matérialisme

Le matérialisme est une doctrine philosophique qui affirme que tout objet de l'Univers est réductible à de la matière seule (depuis la Relativité d'Einstein, en 1905 : à de la *masse-énergie*).

> *Masse-énergie*
> La *Relativité restreinte* d'Einstein (1905) enseigne que la matière et l'énergie sont deux formes d'une même réalité physique, la *masse-énergie*, souvent désignée simplement par le mot *énergie* entendu au sens large.
>
> L'équivalence entre une masse de matière *m* (en kg), supposée immobile, et son énergie *E* (en joules) est donnée par la célèbre formule d'Einstein :
>
> $$E = mc^2$$
>
> où c est la vitesse de la lumière dans le vide, c = 299 792 458 mètres/seconde.

Ainsi, la transformation en énergie de la masse d'une enveloppe de 20 grammes donne 0.02 x 299792458 x 299792458 = 1 797 510 357 473 635 joules ; c'est l'énergie considérable que produirait la chute de l'eau d'une piscine pleine de 50 x 8 x 2 mètres d'une hauteur de 229 000 kilomètres (60% de la distance de la Terre à la Lune).

3.6.1.2 Postulat matérialiste

Position doctrinale

Les évolutions naturelles sont régies par les lois déterministes de la physique, qui suffisent pour expliquer tout phénomène constaté. En rejetant l'explication de l'existence des choses et lois physiques (donc de l'Univers) par un postulat spirituel, l'âme ou l'Idée, cette doctrine implique l'athéisme : il n'y a ni Dieu créateur, ni vie après la mort. Bien entendu, le matérialisme rejette aussi toute idée d'âme pouvant exister avant, dans, ou après le corps, tout spiritualisme et toute *transmigration*.

Transmigration
Philosophie : Passage d'une âme d'un corps dans un autre.
Synonyme : métempsycose (=métempsychose).

Conséquence pour le libre arbitre

Puisque tout phénomène physique a une cause exclusivement matérielle, la pensée humaine ne subit que des influences physiques et la notion de libre arbitre n'a pas de sens : ce que le cerveau décide (croit-il) librement est en fait la conséquence matérielle de sensations, souvenirs et raisonnements qui sont tous d'origine physique, donc soumis aux lois déterministes de la nature. L'existence du subconscient fait que beaucoup de pensées sont imprévisibles, mais cela ne change rien à la conclusion : *le libre arbitre n'est qu'une illusion*.

3.6.1.3 Arguments du matérialisme

(Citation de [45])

"De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce

[…] on doit entendre par matérialisme la position qui consiste à postuler que la vie de l'esprit est tout à la fois produite et déterminée par la matière, en quelque acception qu'on la prenne.

En clair : les idées philosophiques ou religieuses, mais aussi les valeurs morales, juridiques et politiques, ainsi que les grands symboles esthétiques et culturels n'ont ni vérité ni signification absolues, mais sont au contraire relatifs à certains états de fait matériels qui les conditionnent de part en part, fût-ce de façon complexe et multiforme.

Par rapport à la matière, donc, il n'est pas d'autonomie véritable, absolue, du monde de l'esprit ou, si l'on veut, pas de transcendance réelle, mais seulement une illusion d'autonomie. Constance du discours matérialiste : la critique de la religion, bien sûr, mais aussi de toute philosophie qui postule une transcendance réelle de la vérité des idées ou des valeurs morales et culturelles.

En ce sens précis, les grandes « philosophies du soupçon » qui ont tant marqué les années 1960, celles de Marx, Nietzsche et Freud, sont des illustrations du matérialisme contemporain : on y réduit les idées et les valeurs en les rapportant à ce qui les engendre « en dernière instance » : l'infrastructure économique, la vie des instincts et des pulsions, la libido et l'inconscient. Même s'il prend en compte la complexité des facteurs qui entrent en jeu dans la production des idées et des valeurs, le matérialisme doit donc assumer ses deux traits caractéristiques fondamentaux : le *réductionnisme* et le déterminisme.

[*Réductionnisme*
On appelle *réductionnisme* un principe d'explication d'un phénomène complexe par une seule de ses composantes, censée suffire à rendre compte des autres. Cette définition s'applique notamment au vivant, lorsque les phénomènes de niveau supérieur sont expliqués à partir du niveau inférieur : le psychisme est expliqué à partir de la seule biologie, et celle-ci à partir de la chimie et de la physique. Le réductionnisme est donc une méthode d'explication par simplification et abstraction, approche scientifique nécessairement analytique.

Avec une approche réductionniste, les propriétés d'un tout doivent se déduire de celles *d'une* de ses parties.

Exemple de réductionnisme : la théorie de l'évolution
Cette théorie, publiée par Darwin en 1859, a été approfondie depuis par l'apport de la génétique et de la théorie des attracteurs de Prigogine. Elle constitue un bon exemple de réductionnisme : l'évolution de toutes les espèces vivantes peut s'expliquer à l'aide d'un seul mécanisme de la vie,

la transmission génétique, dont les « accidents » observés lors des mutations sont dus à l'existence de solutions à faible probabilité de l'équation décrivant l'évolution des vecteurs d'état en Mécanique quantique ; ces accidents affectent les liaisons moléculaires du génome. A ce mécanisme de mutation s'ajoutent deux autres phénomènes : l'expression des gènes et la sélection naturelle.]

Tout matérialisme est, en effet, à un moment ou à un autre, un « réductionnisme » […]
« Si l'on entend par réductionnisme la soumission du spécifique au général et la négation de toute autonomie absolue des phénomènes humains, le matérialisme ne saurait, sans cesser d'être matérialiste, s'en passer. »
[…]
Tout matérialisme est aussi un déterminisme en ce sens qu'il prétend montrer comment les idées et les valeurs dont nous croyons pouvoir disposer librement, comme si nous pouvions sinon les créer, du moins les choisir, s'imposent en vérité à nous selon des mécanismes inconscients que le travail de l'intellectuel consiste justement à mettre au jour.

De là, me semble-t-il, la réelle séduction qu'il exerce.

- D'une part, son travail se développe, presque par définition, dans l'ordre du soupçon, de la démystification : le matérialiste prétend par nature « en savoir plus » que le vulgaire, puisqu'il se livre à une véritable généalogie de ce qui apparaît dès lors comme nos naïvetés. La psychanalyse, par exemple, appartient au registre de la psychologie « des profondeurs », elle est censée décrypter au plus profond, là où le commun des mortels n'ose guère s'aventurer ; elle va au-delà des apparences, des symptômes, et se prête ainsi volontiers à une lecture matérialiste. Même chose, bien sûr, chez Nietzsche ou chez Marx.
- D'autre part, le matérialisme offre, plus que toute autre option philosophique, la particularité non seulement de ne pas prendre les idées pour argent comptant, mais de « partir des faits », de s'intéresser enfin, si je puis dire, aux « vraies réalités », c'est-à-dire à celles qui sont réellement déterminantes : Freud nous parle de sexe, Nietzsche des instincts, Marx de l'histoire économique et sociale. Bref, ils nous parlent de ce qui importe vraiment et que l'on cache si volontiers, là où la philosophie idéaliste se tourne vers les abstractions. Or le plus souvent, c'est vrai, le réel est plus intéressant que les brumes philosophiques."

(Fin de citation)

Quelques philosophes matérialistes

Démocrite (~460 avant J.-C. ~370 avant J.-C.) ; Epicure (341 avant J.-C.-270 avant J.-C.), Hobbes (1588-1679), Marx (1818-1883) et Sartre (1905-1980).

3.6.1.4 Matérialisme et morale

Matérialisme : s'il n'y a ni Dieu créateur ni libre arbitre, les règles morales ne s'imposent pas

(Citation de K457)
S'il n'y a pas un être originaire qui soit distinct du monde,

[S'il n'y a pas de Dieu créateur distinct de l'Univers]

si le monde est sans commencement et donc aussi sans auteur,

[donc si le monde a toujours existé sans avoir été créé]

si notre volonté n'est pas libre

[si le fonctionnement de notre esprit, donc sa volonté, sont pures conséquences de lois physiques]

et si l'âme est aussi divisible et corruptible que la matière,…

[si l'âme n'est pas éternelle et pure comme le voudrait la religion chrétienne, mais est réduite au cerveau sans dimension spirituelle du matérialisme, cerveau que sa psychologie rend capable de mauvaise conduite]

[

[20] page 367 : "Le Moi subjectif ne peut […] être partagé et divisé, et ce Moi, nous le supposons cependant à propos de toute pensée."

[20] page 371 : "Le Moi pensant, l'âme (nom dont on se sert pour désigner l'objet transcendantal du sens interne), est simple."

donc si la doctrine matérialiste qui nie l'existence d'une âme est adoptée au lieu de la doctrine idéaliste

]

…dans ce cas, les Idées *morales* et leurs principes perdent eux aussi toute validité et s'effondrent en même temps que les idées transcendantales qui constituaient leur soubassement théorique."
(Fin de citation)

Kant soutient donc qu'une attitude morale ne se justifie que pour un croyant, car aucun raisonnement logique n'en justifie les règles. Voltaire et Dostoïevski se sont aussi exprimés en ce sens [269].

3.6.2 Doctrines idéalistes

3.6.2.1 Problème de la cause - Réalité douteuse d'un objet des sens

Un phénomène perçu a en général plusieurs causes possibles. Lorsqu'on perçoit un phénomène on ne peut au départ être certain que d'une seule chose : d'après le principe de raison *il a une cause*.

Lire ici :

- *L'allégorie de la caverne* ;
- *Ce qu'un sujet peut déduire du Je pense, selon Kant*.

L'homme peut donc être certain de l'existence de quelque chose qu'il perçoit, mais pas de la nature de cette chose. Voici une citation de Kant :

(Citation de [20] page 376)
"Je ne peux […] proprement percevoir des choses extérieures, mais seulement, à partir de ma perception interne, conclure à leur existence, en regardant cette perception interne comme l'effet dont quelque chose d'extérieur à moi est la cause la plus prochaine.

[Problème d'identification de la cause d'une perception externe]
Or le raisonnement inférant d'un effet donné une cause déterminée est toujours incertain, parce que l'effet peut avoir résulté de plus d'une cause. Par conséquent, dans le rapport de la perception à sa cause, il reste toujours douteux de savoir si cette cause est interne ou externe, et donc si toutes les perceptions qu'on dit extérieures ne sont pas un simple jeu de notre sens interne, ou si elles se rapportent à des objets extérieurs réels comme à leur cause.

[L'existence d'une réalité externe n'a que la certitude d'un raisonnement]
Du moins l'existence de ces derniers n'est-elle obtenue que comme conclusion d'un raisonnement, et elle court le risque de toutes les conclusions, alors qu'au contraire l'objet du sens interne (moi-même avec toutes mes représentations) est perçu immédiatement et que son existence ne souffre pas le moindre doute."
(Fin de citation)

Kant considère donc, comme Platon, que la réalité extérieure n'est accessible à notre esprit qu'en tant que représentation, dont le concept est une idée (i minuscule). Or notre esprit étant sujet à toutes sortes d'erreurs, la réalité correspondant à une représentation extérieure que nous avons est douteuse : elle peut exister, ne pas exister ou être différente de cette idée.

3.6.2.2 Idéalisme

(Autre nom de l'idéalisme : *platonisme*, du nom de Platon qui en a posé les bases.)
Pour les termes philosophiques, voir :

- *Vocabulaire* de cet ouvrage ;
- *Dictionnaire des idées de Kant - Vocabulaire de la Critique de la raison pure* [12].

Un philosophe idéaliste affirme (en tant que position doctrinale) que nos représentations mentales ne proviennent pas de la réalité physique :

- Soit parce que toute réalité physique a pour cause une Idée (selon Platon) ;
- Soit parce qu'il nie l'existence de cette réalité (il est immatérialiste, selon Berkeley) ;
- Soit parce qu'il affirme, comme Kant, que la représentation étant la seule faculté dont notre esprit dispose pour accéder à la réalité physique, l'homme doit raisonner en fonction de cette représentation seule tout en sachant qu'elle n'est pas la réalité physique.

Voici ce que croit la doctrine idéaliste. Pour la signification précise des termes philosophiques ci-dessous, consulter le dictionnaire Internet [12].

1 - Tout objet de l'Univers est réductible à une Idée, abstraction qui constitue la seule réalité véritable

Réalité d'une chose en soi : réalité objective

La doctrine idéaliste définit une réalité autre que physique, donc sans référence empirique, à partir d'une chose en soi : la *réalité objective*. L'objet d'une telle réalité est alors transcendantal et sa « réalité » est une *idéalité transcendantale* ; c'est le cas, par exemple, de *l'Être originaire, réalité suprême*.

> Kant écrit dans [20] page 235 : "La *possibilité de l'expérience* est […] ce qui donne de la réalité objective à toutes nos connaissances *a priori*. Or, l'expérience repose sur l'unité synthétique des phénomènes, c'est-à-dire sur une synthèse, opérée d'après des concepts de l'objet, des phénomènes en général…"

La réalité d'une Idée est objective, car sa signification (les informations qui la définissent) étant indépendante de l'homme et des circonstances peut être partagée à l'identique par tous les humains.

L'Idée, seule réalité véritable

C'est là un point de vue idéaliste, qui considère l'Idée et sa chose en soi comme les seules réalités véritables, éternelles et indépendantes de l'homme ;

> ainsi, les Idées de cercle et d'air sont des abstractions éternelles, indépendantes de l'homme, de même que le nombre entier.

pour un idéaliste, un objet physique n'est qu'une copie particulière d'Idée, jugée inférieure car non éternelle. [L'infériorité est un prédicat vague, mal défini même par rapport à la notion de bien ou mal ; donc tout jugement qui repose sur cette appréciation est douteux.]

L'existence dans l'idée de la forme d'un objet implique un encombrement (l'espace qu'il occuperait), mais pas son existence physique qui est seulement possible. *Une idée permet donc une connaissance d'objet par concept, sans intuition* ; bien entendu, cette connaissance n'est pas factuelle comme une connaissance par intuition, elle est imaginaire et Kant souligne sa nature illusoire.

2 - L'Idée a plus d'importance que la réalité matérielle qui s'en déduit (d'où le nom *idéalisme*) car l'Idée est éternelle, incorruptible

La doctrine idéaliste s'oppose au matérialisme :

- Pour un idéaliste, la cause ultime (seule réalité) est l'idée ;
- Pour un matérialiste, la cause ultime est la matière, dont l'homme déduit une idée et sa représentation.

Quelques philosophes idéalistes

Platon (428 ou 427 avant J.-C. 348 ou 347 avant J.-C.), Descartes (1596-1650), Berkeley (1685-1753), Kant (1724-1804) et Hegel (1770-1831).

Voici quelques doctrines idéalistes avec leurs arguments.

3.6.2.2.1 Idéalisme de Platon

Platon déplore la difficulté de raisonner correctement sur les objets et phénomènes du monde physique, parce qu'ils changent sans cesse avec le temps qui passe ou l'observateur, rendant ainsi douteuse la connaissance de la vérité.

S'inspirant de Pythagore, dont les Nombres n'ont pas ce défaut d'instabilité, Platon a décidé de raisonner le plus possible sur des Idées (une idée étant une abstraction, une essence, une chose en

soi *absolue, immuable et éternelle*). Dans sa doctrine idéaliste, une réalité physique n'est qu'une manifestation particulière d'une Idée dans des circonstances données.

Kant a choisi une solution analogue pour la connaissance des phénomènes, en montrant que l'esprit traduit une intuition (pure ou empirique) en concepts universels rapportés au temps, à l'espace et aux catégories.

3.6.2.2.2 Idéalisme transcendantal de Kant

Lire d'abord *Transcendantal.*

(Citation de Kant [20] page 376-377)
"J'entends alors par *idéalisme transcendantal* de tous les phénomènes la position doctrinale selon laquelle nous les regardons tous, globalement, comme de simples représentations, et non pas comme des choses en soi, et conformément à laquelle espace et temps ne sont que des formes sensibles de notre intuition, mais non pas des déterminations données pour elles-mêmes ou des conditions des objets en tant que choses en soi.

A cet idéalisme [transcendantal] est opposé un *Réalisme transcendantal* qui considère l'espace et le temps comme quelque chose de donné [existant] en soi (indépendamment de notre sensibilité). Le réaliste transcendantal se représente donc les phénomènes extérieurs (si on admet leur réalité) comme des choses en soi qui existent indépendamment de nous et de notre sensibilité, et qui donc, correspondant à des concepts purs de l'entendement, seraient [existeraient] aussi en dehors de nous."
(Fin de citation)

3.6.2.2.3 L'idéalisme, doctrine de l'idéalité des phénomènes extérieurs

Voici comment Kant définit l'idéalisme.

Définitions de Kant de l'idéalisme et de son opposé le dualisme

(Citation de [20] page 375)
"…l'existence de tous les objets des sens externes est douteuse. Cette incertitude, je la nomme *l'idéalité* des phénomènes extérieurs, et la doctrine de cette idéalité s'appelle *l'idéalisme*, par opposition comparative auquel l'affirmation d'une possible certitude concernant les objets des sens extérieurs est appelée *dualisme*."
(Fin de citation)

Avec cette définition du dualisme, la certitude d'existence est acquise et réduite à deux cas : l'objet extérieur existe ou il n'existe pas.
Attention : le sens usuel de dualisme, celui de Descartes, est différent.

Définition de l'idéalité : un phénomène donné n'existe peut-être pas, mais il pourrait exister
L'idéalité (substantif) est l'incertitude d'existence des phénomènes, c'est-à-dire de la réalité d'une perception externe ; cette incertitude indique une *possibilité d'exister*.
Exemple : l'idéalité des phénomènes, car *leur origine est transcendantale*.

Cette incertitude ne concerne que la réalité de ce qui est seulement dans l'esprit ou qui ne peut être connu qu'en tant que phénomène de l'esprit, comme la réalité du phénomène extérieur correspondant à une représentation.

Idéalité transcendantale des phénomènes
Affirmer l'idéalité transcendantale des phénomènes, c'est affirmer que leur existence en dehors de nos représentations est douteuse, que leur origine est donc transcendantale (c'est-à-dire a priori, mais ni empirique, ni transcendante, ni métaphysique).

Lire ici *Pour un idéaliste la réalité n'existe que sous forme d'idées : les phénomènes.*

Kant a fourni pour cette affirmation une démonstration fausse, dans ce qu'il appelle la *1ère antinomie de la raison pure*. Kant considère comme impossible la régression d'une chaîne causale infinie jusqu'à son début « parce qu'on ne peut parcourir tous les éléments d'une chaîne infinie en un temps fini ». Cette erreur vient de ses lacunes en mathématiques : il ne sait pas, par exemple, qu'une suite infinie peut converger à distance finie.

Exemple : la suite $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{a}{u_n})$ où *a*>0, commençant à $u_0 = 1$,
tend vers $\sqrt{a}$ lorsque *n* croît et tend vers l'infini.
Avec *a* = 2 la suite converge vers $\sqrt{2}$ = 1.4142135…

Les phénomènes étant ce que l'homme constate et leurs représentations étant leurs images mentales, Kant considère leur origine comme transcendantale puisque leur déduction causale de la réalité inaccessible est impossible en parcourant une chaîne de causalité infinie. D'où aussi l'idéalité des phénomènes.

Kant pense que l'origine des phénomènes (définis comme « situation ou évolution dont l'homme prend conscience, qui peut se reproduire, acquérir une valeur objective et faire l'objet d'une connaissance ») est bien douteuse et inaccessible ; et l'origine de leur représentation est soit empirique, soit le fruit de l'imagination.

Phénomène et noumène
La raison de l'erreur de Kant vient de la doctrine même de l'Idéalisme transcendantal, avec sa définition du phénomène, issue de [33] page 148 :

> [Les phénomènes] "sont de simples représentations…" - "lesquelles se réduisent finalement à des déterminations du sens interne" ([20] pages180-181) ;

Kant confond le phénomène (« réalité inaccessible mais produisant une représentation ») avec cette représentation mentale.

Comme le sens interne ne peut que détecter un événement extérieur sans en fournir une représentation utilisable, Kant en déduit que la représentation d'un phénomène est transcendantale, c'est-à-dire a priori – ce qui est contraire à l'évidence : *une représentation d'un phénomène extérieur utilisable par l'entendement résulte d'une expérience*, ce qu'on vérifie par la concomitance systématique de leurs changements détectés par le sens interne (en l'absence de cette concomitance, une représentation de phénomène pourrait résulter de l'imagination). Ce qui est transcendantal c'est la certitude par conscience de soi de *l'existence* du phénomène, qui n'intervient pas dans sa représentation.

Heureusement, cette erreur n'enlève rien à la validité et l'intérêt de l'Idéalisme transcendantal en tant que doctrine du doute fécond.

Pour Kant, l'idéalisme est la doctrine du doute sur la nature des objets externes
(Citation de [33] §13 *Remarque II* pages 66-67)
[Les seuls êtres qui existent sont les êtres pensants]
"L'idéalisme consiste à soutenir qu'il n'y a pas d'autres êtres que les êtres pensants ; les autres choses, que nous croyons percevoir dans l'intuition, ne seraient que des représentations dans l'esprit des êtres pensants ;

[L'idéalisme nie tout lien entre ces représentations et des objets extérieurs réels]
à ces représentations ne correspondrait aucun objet ayant une existence à l'extérieur de ces représentations.

> [Voir aussi le cas de *l'idéalisme subjectif de Berkeley (immatérialisme)*.]

[Kant oppose à cette doctrine son Idéalisme transcendantal]
Tout au contraire, moi, je dis : des choses nous sont données comme objets de nos sens et existant hors de nous ; mais nous ne sommes informés que de leurs apparitions, c'est-à-dire des représentations qu'elles produisent en nous en affectant nos sens.

Les objets extérieurs existent, mais perceptibles seulement par des représentations
En conséquence j'accorde sans contredit qu'il y a en dehors de nous des corps, c'est-à-dire des choses, dont, tout en ne connaissant absolument pas ce qu'elles peuvent être en elles-mêmes, nous prenons connaissance grâce aux représentations que nous procure leur influence sur notre sensibilité ; et c'est à ces choses que nous donnons le nom de « corps »."
(Fin de citation)

3.6.2.2.4 L'idéalisme de Kant comparé aux autres idéalismes

Comparaison par Kant de la thèse des idéalistes « véritables » et de la sienne

Définition de Kant d'un idéaliste

(Citation de [20] page 376)

"Par *idéaliste*, il faut donc entendre non pas celui qui nie l'existence d'objets extérieurs des sens, mais celui qui, simplement, n'admet pas qu'elle soit connue par perception immédiate, et qui en conclut que nous ne pouvons jamais acquérir, par aucune expérience possible, l'entière certitude de leur réalité."

(Fin de citation) - Complément : Perception initiale.

(Citation de [33] pages 199-200)

[Thèse de tous les idéalistes selon Kant]

"La thèse de tous les idéalistes véritables, depuis l'école éléate jusqu'à l'évêque Berkeley est contenue dans cette formule :

> « Toute connaissance obtenue par les sens et l'expérience est simple apparence, et il n'est de vérité que dans les idées de l'entendement et de la raison pure ».
>
> > [La connaissance est celle de l'allégorie de la caverne de Platon, un « reflet » de la réalité qu'il faut reformuler sous forme d'Idées pures, seule réalité. Noter que l'expérience n'intervient pas, alors que Kant l'exige]

[*Thèse de Kant avec son idéalisme transcendantal]*

Le principe qui régit et détermine de part en part mon idéalisme est au contraire le suivant :

« Toute connaissance des choses qui provient uniquement de l'entendement pur ou de la raison pure est simple apparence et il n'est de vérité que dans l'expérience ».

> [Kant considère comme erronée la thèse des idéalistes :
>
> - La prise de conscience du sujet vient de l'aperception, pas de l'intuition ;
> - L'expérience n'est pas apparence, elle est objective car basée sur une intuition apparue spontanément, sans jugement par l'entendement ;
> - Enfin, c'est le jugement ultérieur qui peut être trompeur.
>
> La thèse de Kant est donc l'opposé exact de celle de l'idéalisme.] ;

Comment en suis-je donc venu à me servir de ce terme [idéalisme] dans une intention toute opposée, et comment le critique en est-il venu à le voir partout ? La solution de cette difficulté repose sur quelque chose que l'on aurait pu aisément, si on l'avait voulu, dégager de l'ensemble de l'œuvre [la *Critique* [20]].

[L'espace et le temps sont des concepts de base des phénomènes]

Espace et temps, ainsi que tout ce qu'ils contiennent, ne sont pas les choses ou leurs propriétés considérées en elles-mêmes, mais appartiennent simplement aux phénomènes des choses ; jusque là, ma profession de foi est la même que celle des idéalistes dont nous avons parlé.

Mais eux, et c'est le cas de Berkeley en particulier, ils considéraient l'espace comme une représentation simplement empirique qui, [comme] les phénomènes qu'il contient, ne nous est connu, avec toutes ses déterminations, que grâce à l'expérience ou perception ;

moi, au contraire, je commence par montrer [dans *l'Esthétique transcendantale*] que l'espace (ainsi que le temps, auquel *Berkeley* n'avait pas pris garde), avec toutes ses *déterminations*, peut être connu de nous *a priori*, parce qu'il nous est présent, ainsi que le temps, à titre de forme pure de notre sensibilité avant toute perception ou expérience [l'espace et le temps sont des concepts *a priori* de l'entendement] et qu'ils rendent possible toute intuition de cette sensibilité, par suite également tous les phénomènes.

En conséquence, comme la vérité repose sur des lois universelles et nécessaires qui en sont les critères, l'expérience chez *Berkeley* ne peut avoir de critères de vérité puisqu'il n'a assigné aux phénomènes de cette expérience rien d'*a priori* comme principe ; il s'ensuit qu'ils ne sont qu'apparence, alors que pour nous, au contraire, espace et temps (en conjonction avec les purs concepts d'entendement) prescrivent *a priori* à toute expérience possible sa loi [d'existence], qui procure en même temps le sûr critère qui permet de distinguer en elle la vérité de l'apparence.

[L'idéalisme de Berkeley est idéologique, celui de Kant est utilitaire]
L'idéalisme proprement dit [celui des idéalistes « véritables »] a toujours eu une intention visionnaire, et il ne peut même en avoir d'autre ;

> *[Idéologie*
> Ensemble plus ou moins cohérent des idées, des croyances et des doctrines philosophiques, religieuses, politiques, économiques ou sociales propre à une époque, une société ou une classe, et qui oriente l'action.
> Ce terme est souvent employé dans un sens péjoratif de doctrine vague et nébuleuse, portant sur des idées creuses et abstraites, éloignée des faits réels.
> Exemples : idéologie réactionnaire, idéologie néolibérale ou ultralibérale.]

alors que le mien [d'idéalisme] vise uniquement à concevoir notre connaissance *a priori* d'objets de l'expérience
[…]
Or, du coup, tout l'idéalisme visionnaire se trouve miné, lui qui concluait toujours (comme on peut déjà le voir chez *Platon)* de nos connaissances *a priori* (même de celles de la géométrie) à une autre intuition que l'intuition sensible (à savoir une *intuition intellectuelle* [qui est impossible]), parce qu'il ne venait pas à l'esprit que les sens également devaient intuitionner *a priori.*

Mon idéalisme [critique] est donc d'une espèce tout à fait particulière : il ruine l'idéalisme habituel, il est le premier à procurer à toute connaissance *a priori,* même celle de la géométrie, une réalité objective que même les réalistes les plus fervents ne pourraient nullement soutenir à défaut de la démonstration que j'ai donnée de l'idéalité de l'espace et du temps.

[Idéalisme transcendantal = Idéalisme formel = Idéalisme critique]
Les choses en étant là, je souhaiterais, afin de prévenir tout malentendu, trouver pour ma conception une autre dénomination ; mais il ne paraît guère praticable d'en changer entièrement. Qu'il me soit donc permis de l'appeler dorénavant […] *idéalisme formel*, ou mieux encore *idéalisme critique,* pour le distinguer de l'idéalisme dogmatique de *Berkeley* et de l'idéalisme sceptique de *Descartes."*
(Fin de citation)

Idéalisme critique et Idéalisme transcendantal
Dans [33] §13 *Remarque III*, *après* publication de la 1ère édition de la *Critique de la raison pure* [20], Kant appelle sa doctrine *idéalisme critique* :

> "…je veux qu'on appelle mon idéalisme, idéalisme critique."

En fait, sachant que cet idéalisme est la doctrine avec laquelle Kant a développé sa philosophie transcendantale, on peut aussi l'appeler *idéalisme transcendantal* :

> (Citation de [20] page 110)
> "Je nomme *transcendantale* toute connaissance qui s'occupe en général moins d'objets que de notre *mode de connaissance* des objets, en tant que celui-ci doit être possible *a priori.* Un *système* de tels concepts s'appellerait *philosophie transcendantale*."
> (Fin de citation) - Voir Philosophie transcendantale (diagramme).

Définition de l'Idéalisme transcendantal des phénomènes
[20] page 376 : "J'entends […] par *idéalisme transcendantal* de tous les phénomènes la position doctrinale selon laquelle nous les regardons tous, globalement, comme de simples représentations, et non pas comme des choses en soi, et conformément à laquelle espace et temps ne sont que des formes sensibles de notre intuition, mais non pas des déterminations données pour elles-mêmes ou des conditions des objets en tant que choses en soi."

Principe d'idéalisme transcendantal

« Tout objet réel n'existe pour l'homme que sous forme de représentation de phénomène ».

Ce principe s'oppose à la doctrine réaliste, pour laquelle les objets réels existent indépendamment de l'homme qui en voit une représentation. Mais ce principe est valable à l'échelle atomique où on ne voit jamais une particule, on n'en voit les propriétés qu'à travers des équations, seule forme de nos représentations.

Comparaison de la doctrine idéaliste de Kant et de la doctrine traditionnelle
Pour Kant, les concepts des phénomènes externes sont ceux de la géométrie.

(Citation de [33] §13 page 63)
"La sensibilité, dont la forme [notamment l'espace] fonde la géométrie, est ce sur quoi repose la possibilité des phénomènes externes ; donc ces phénomènes ne contiennent jamais rien d'autre que ce que la géométrie leur prescrit."
(Fin de citation)

Critique
Sources : [12] article *Critique : I – Les jugements géométriques*.

Kant fonde la sémantique des phénomènes externes sur la géométrie, car (pour lui) ces phénomènes sont toujours décrits par au moins une variable d'espace, et il fonde la géométrie sur la sensibilité.

Cette doctrine est exagérément réductrice, car les phénomènes peuvent contenir beaucoup d'informations autres que géométriques, et certains phénomènes ne contiennent aucune information géométrique (exemples : les phénomènes régis par la thermodynamique, dont Kant ignorait l'existence).

Cette doctrine fait intervenir la sensibilité humaine dans les mathématiques, ce que nous refusons aujourd'hui dans les sciences autant que l'intervention divine.

Plus grave, cette doctrine est aberrante du point de vue mathématique car elle affirme que tous les jugements géométriques sont synthétiques, ce qui est faux.

> Exemple de jugement synthétique cité par Kant : « La ligne droite est la plus courte entre deux points. » En effet, dit-il, mon concept de droite ne contient rien de quantitatif, mais seulement une qualité. Le concept quantitatif de « le plus court » ne peut donc être contenu dans le sujet, ni en être tiré par analyse ; il ne peut lui être adjoint que par une synthèse fondée sur l'intuition ([33] pages 34-35).
>
> Cette proposition sur la ligne droite est-elle une définition, un axiome ou un théorème ? Il semble que ce soit un axiome, car Kant parle de « principe » (Grundsatz). Eh bien ! ce n'est nullement un axiome, mais un théorème démontrable et démontré. Cela ne peut pas être un principe, car cette proposition suppose que l'on sait ce qu'est la longueur d'une ligne quelconque. Or la longueur d'une ligne courbe ne peut se définir que dans la Géométrie analytique et infinitésimale, et elle se définit *en fonction de la ligne droite.* C'est donc *par définition* que la ligne droite est le prototype ou l'étalon des longueurs. L'exemple de jugement synthétique de Kant est donc faux, celui de la longueur de la ligne droite étant un contre-exemple car c'est un théorème à démonstration analytique.
>
> Ces erreurs de Kant ne remettent pas en cause sa philosophie critique, qui garde toute sa valeur. Ce sont des exemples d'affirmations fausses de philosophes de culture littéraire qui prennent des positions sur des sujets scientifiques sans le concours de scientifiques.

Tout ce que nous percevons arrive par l'intuition, elle-même venant des sens
(Citation de [33] §13 *Remarque II* pages 65, 66 et 67)
"Tout ce qui doit nous être donné comme objet doit nous être donné dans l'intuition. Or toute notre intuition ne peut se produire que grâce aux sens : l'entendement n'intuitionne rien, il ne fait que réfléchir.

[Nous ne nous représentons que l'apparence des choses]
Or comme […] les sens ne nous donnent en aucun cas ni à aucun point à connaître les choses en elles-mêmes, mais uniquement leurs apparitions qui sont de simples représentations de la sensibilité,

alors il faut aussi que tous les corps ainsi que l'espace dans lequel ils se trouvent, nous les réduisions à de simples représentations en nous et il faut qu'ils n'existent nulle part ailleurs que dans notre seule pensée. N'est-ce pas là manifestement l'idéalisme?
[…]
[Position de l'idéalisme traditionnel : nos représentations sont la seule réalité
La *seule* réalité est celle de l'Idée ; or aucune Idée ne représente fidèlement dans l'esprit la réalité d'un objet externe.]

[Position de l'idéalisme de Kant : un monde extérieur existe, mais nous n'en voyons que nos représentations]
[…]
[L'existence de nos représentations ne justifie pas la négation de celle des objets correspondants par l'idéalisme véritable]
L'existence de la chose qui apparaît [par une représentation dans notre esprit] ne se trouve de ce fait nullement supprimée, comme c'est le cas dans le véritable idéalisme ; ce qu'on montre seulement c'est que les sens ne nous permettent pas du tout de la connaître telle qu'elle est en elle-même."
(Fin de citation)

En effet, l'idéalisme traditionnel ne considère comme réelles que les Idées. Il considère les objets du monde comme des copies d'Idées, en leur accordant une réalité inférieure voire inexistante.

Conclusion
Notre sensibilité nous donne une représentation du monde dont nous abstrayons des lois déterministes qui expliquent chaque phénomène à partir du passé et prédisent son évolution à partir du présent, conformément au déterminisme.

Ce passé et ce présent ne sont pas la réalité, mais ce que nous en voyons et comprenons. L'important est que ces explications et prédictions soient fiables, permettant une compréhension de ce que nous voyons du monde et des décisions d'action. Nous ne connaissons pas la réalité (qui est et demeurera inconnaissable), mais nous pouvons faire comme si ce que nous en voyons en est une image fidèle – ou la plus fidèle qu'on puisse construire à partir de nos perceptions et connaissances.

Idéalisme formel
Kant appelle aussi l'Idéalisme transcendantal *Idéalisme formel.*

3.6.2.2.5 Idéalisme empirique

Définition de l'idéalisme empirique
L'idéalisme empirique (nom attribué par Kant) est une doctrine idéaliste (« seules les Idées sont réelles ») qui postule que toute connaissance est fondée sur l'observation (d'où « empirique »). C'est, par exemple, la doctrine du philosophe Condillac.

Kant appelle idéalisme empirique la doctrine qui croit en la réalité de l'espace extérieur à nous, mais pas en celle d'êtres étendus présents en lui ; pour lui, cette doctrine est soit douteuse et indémontrable, soit fausse et impossible, car elle ne fait pas de différence démontrable entre abstraction imaginaire et réalité :

(Citation de [20] page 471)
"On nous traiterait de manière injuste [nous, les partisans de l'Idéalisme transcendantal] si l'on voulait nous attribuer l'idéalisme empirique, depuis longtemps si décrié, qui, alors qu'il admet l'effectivité [=la réalité] propre de l'espace, nie l'existence des êtres étendus présents en lui, du moins la trouve douteuse, et n'admet à cet égard, entre rêve et vérité, aucune différence qui pût être suffisamment démontrée. En ce qui concerne les phénomènes du sens interne dans le temps, il ne trouve nulle difficulté à les admettre comme des choses réelles ; bien plus, il soutient que cette expérience interne prouve suffisamment par elle-même et à elle seule l'existence effective de son objet [le Moi] (l'esprit en soi, avec toute cette détermination temporelle)."
(Fin de citation)

L'idéalisme empirique croit que l'espace et le temps existent réellement (contrairement à Kant), mais refuse la certitude de réalité des objets dans l'espace au profit de celle des idées (i minuscule) qui les représentent et justifient l'appellation idéalisme.

Voir aussi Idéalité.

3.6.2.2.6 Idéalisme matériel (problématique) de Descartes

René Descartes est un idéaliste (et innéiste) postulant que la seule réalité certaine est celle de concepts d'existence provenant du sens interne - c'est-à-dire d'Idées d'homme : *Je suis*. Pour lui, on ne peut démontrer rigoureusement l'existence du monde externe à l'homme (existence que Kant qualifie de *problématique*), mais son innéisme « qui ne peut le tromper » lui en fait accepter l'évidence.

Description par Kant de l'idéalisme cartésien
(Citation de [33] §49 page 140)
"L'idéalisme cartésien ne fait que

- distinguer l'expérience externe du rêve,
- [et distinguer] la légalité (comme critère de la vérité de cette expérience) de l'absence de règles et de la fausse apparence du rêve.

  [Légal, légalement, légalité, légitime, légitimité
  Selon le dictionnaire [3] :
  - L'adjectif *légal* signifie : qui est relatif à la loi ; défini par la loi ; conforme à la loi.
  - L'adjectif *légitime* signifie : qui est explicable par le bon sens, la raison ; qui est conforme au droit.

  Kant utilise ces termes dans les sens suivants :
  - Conforme à la loi de la raison ;
  - Conforme au principe de l'unité synthétique de l'aperception ;
  - Qui respecte une nécessité de loi naturelle d'évolution (d'où la légalité).]

Dans les deux cas il présuppose l'espace et le temps comme conditions de l'existence des objets, et il se demande seulement si les objets des sens externes que, dans l'état de veille, nous posons dans l'espace, s'y trouvent réellement, tout comme l'âme, objet du sens interne, est réellement dans le temps,

c'est-à-dire qu'il se demande seulement si l'expérience comporte des critères certains qui la distinguent de l'imagination.

Or il est facile de lever ici ce doute et nous ne cessons de le faire dans la vie courante en nous enquérant de la liaison des phénomènes selon les lois générales de l'expérience : si la représentation des choses extérieures s'y conforme entièrement, nous ne pouvons douter que ces choses doivent constituer une expérience véritable."

[La bonne compréhension des phénomènes traduits en représentations permet, par induction, de formuler des lois d'évolution prévoyant les phénomènes futurs ; si ces prévisions s'avèrent exactes, nous postulons que notre compréhension et nos lois sont correctes.]

(Fin de citation)

3.6.2.2.7 Idéalisme subjectif de Berkeley (immatérialisme)

Evêque anglican, Berkeley nie l'existence de toute réalité physique, donc de toute matière. Il considère l'idée (avec sa représentation mentale) comme la seule réalité, et affirme que son origine ultime est Dieu. Il considère l'espace comme une abstraction humaine, une propriété de l'essence d'un objet ou phénomène, sans existence physique. Sa doctrine, dogmatique, porte les noms d'*Immatérialisme, Idéalisme subjectif ou Idéalisme dogmatique*. Elle affirme que « *être, c'est être perçu* », les objets matériels n'étant en réalité que des perceptions humaines.

Lire ou relire *Définition de Kant d'un idéaliste*.

3.6.2.2.8 Idéaliste dogmatique, idéaliste sceptique.

Définitions de Kant de l'idéaliste dogmatique et de l'idéaliste sceptique
(Citation de [20] pages 381-382)
"L'idéaliste dogmatique serait celui qui nie l'existence de la matière [comme Berkeley], l'idéaliste sceptique celui qui la met en doute, parce qu'il la tient pour indémontrable.

- [L'idéaliste dogmatique] peut faire sienne cette position simplement parce qu'il croit trouver des contradictions dans la possibilité d'une matière en général […]
- L'idéaliste sceptique, qui vise simplement le fondement de notre affirmation et déclare insuffisante la façon dont nous nous sommes persuadés de l'existence de la matière, que nous croyons fonder sur la perception immédiate […] nous contraint à bien ouvrir les yeux, même pour ce qui touche au plus petit pas de l'expérience commune, et à ne pas accepter immédiatement […] ce que nous ne faisons peut-être qu'obtenir par *subreption*.

Subreption
(Logique) sophisme qui consiste à introduire dans le raisonnement un changement de sens ou un postulat dissimulé.

Exemple : « Le langage de la *syllogistique* (...) permettrait de glisser dans le discours sans que la subreption se décelât d'elle-même, des relations de cause à effet nullement réduites à quelque chose comme des relations de principe à conséquence. »

Syllogistique
(Logique) qui appartient au syllogisme, relève du syllogisme, procède par syllogisme, constitue un syllogisme.

[Sur les sens interne et externe de l'homme]
[Ces objections] nous poussent puissamment, si nous ne voulons pas nous empêtrer dans nos affirmations les plus communes, à considérer toutes nos perceptions, qu'on les appelle intérieures ou extérieures, simplement comme une conscience de ce qui se rattache à notre sensibilité, et les objets extérieurs de ces perceptions, non comme des choses en soi, mais seulement comme des représentations dont nous pouvons avoir immédiatement conscience, comme de toute autre représentation, mais qui sont dites extérieures parce qu'elles se rattachent à ce sens que nous nommons le sens externe, dont l'intuition est l'espace, lequel n'est cependant lui-même autre chose qu'un mode intérieur de représentation où certaines perceptions établissent entre elles des liens [liens de la *synthèse de l'appréhension (synthèse empirique)*]."
(Fin de citation)

Synthèse de l'appréhension (synthèse empirique)
(Citation de [20] page 721 note 174)
"La synthèse de l'appréhension […] consiste à partir de la diversité des représentations sensibles, à représenter cette diversité comme une succession dans le temps et à synthétiser ce divers *successif* en l'unité d'un *moment* […] qui le rassemble - donc en effaçant la dimension de succession ou d'écoulement temporel. Dit autrement : la synthèse de l'appréhension substitue la simultanéité spatiale à la continuité temporelle."
(Fin de citation)

3.6.2.2.9 Critique de l'immatérialisme de Berkeley

La doctrine de Berkeley ramène tout ce qui existe à ce qui est perçu, et ce qui est perçu à l'influence divine sur l'homme. Cette doctrine rappelle celle de Descartes et interdit toute recherche d'explication scientifique déterministe.

L'immatérialisme de Berkeley, adopté par exemple par Nietzsche suite aux théories fantaisistes du géographe et astronome Boscovich, a abouti à des absurdités physiques contredisant, par exemple, les lois de Newton et l'existence d'une différence entre atomes d'éléments chimiques distincts ([1f] article Boscovich).

L'idéalisme de Berkeley est mystique

Mais il y a plus grave : attribuer tout ce qu'on voit et tout ce qu'on ne comprend pas à Dieu dispense de chercher une explication scientifique ou simplement *rationnelle*. C'est une négation de la science, donc aussi de la connaissance scientifique qui permet à l'homme d'agir sur la nature pour lutter contre la maladie, la famine, le froid, etc. C'est une apologie de la passivité et de l'ignorance, une soumission à un dogmatisme contraire à la dignité de l'homme.

Rationnel

- Qui relève de la raison, de la logique, d'un raisonnement juste, apodictique.
- Par opposition à sensible, esthétique (artistique), révélé (religion) ou surnaturel (magique) : ce qui est rationnel relève de la logique sans émotion ni préjugé.

Nietzsche adhérait à cette doctrine parce qu'il refusait toute science et toute rationalité. On trouve en page 369 et suivantes de [53] une description de sa vision du monde : un chaos, un désordre, l'opposé absolu du paradigme kantien du monde régi par des lois sans exception ni hasard.

Kant a dénoncé la doctrine de Berkeley parce qu'elle fait des objets d'une réalité externe de simples représentations d'origine divine. (Kant est l'auteur d'un des textes les plus célèbres contre l'ignorance, le dogmatisme et l'absence de réflexion : [21]).

Kant contre l'Idéalisme subjectif de Berkeley et le réalisme transcendantal
Par opposition à la doctrine de Berkeley, Kant appelle sa propre doctrine *Idéalisme transcendantal des phénomènes*. Elle affirme que l'homme construit des connaissances par synthèse à partir de deux sources : les impressions des sens et les concepts universels des catégories de l'entendement, les phénomènes étant envisagés comme des représentations et non comme des choses en soi.

Cet Idéalisme transcendantal s'oppose au *réalisme transcendantal*, qui affirme que l'espace, le temps et les objets matériels qu'ils contiennent sont des choses en soi ; cette doctrine est à l'origine de l'*Idéalisme empirique*.

Exemples de philosophes idéalistes : Platon, Descartes, Berkeley, Hegel et Kant.

3.6.3 Doctrines réalistes
Voir aussi *Comparaison de l'idéalisme de Platon avec d'autres doctrines*.

3.6.3.1 Causalité, réalisme et idéalisme
Deux conceptions opposées de la réalité
Il y a deux doctrines métaphysiques concernant l'existence d'une réalité, indépendamment de l'homme qui s'en construit des représentations mentales : *le réalisme* et *l'idéalisme*.

3.6.3.1.1 Réalisme
Définition de la doctrine réaliste
Un réaliste pose deux principes :

1. Il existe une réalité indépendante de la connaissance de l'homme ;
2. Cette réalité est intelligible : l'homme peut donc la découvrir et en décrire les lois.

   La connaissance que l'homme acquiert de la réalité (par perception, intuition, entendement et raisonnement) est digne de confiance jusqu'à preuve du contraire. Cette position est opposée à celle de l'idéalisme, prisonnier de l'allégorie de la caverne.

Le réalisme ne s'oppose à l'Idéalisme transcendantal que sur un point mineur
La physique classique décrit le monde conformément à la doctrine réaliste. Toutefois, raisonner conformément à l'Idéalisme transcendantal de Kant est parfaitement compatible avec cette physique, à condition d'y remplacer le postulat idéaliste « la réalité n'existe que sous forme d'idées » par celui admis par Kant : « la réalité est celle des objets intuitionnés dans l'espace » (voir la citation).

Le matérialisme est un réalisme
Les philosophes matérialistes considèrent que les objets matériels existent vraiment, que la réalité objective existe aussi et qu'elle est perceptible par nos sens : « Je vois une table, donc elle existe et elle existe objectivement aussi pour mon voisin. »

Postulat de réalité du matérialisme
Le matérialisme postule que la réalité (l'Univers physique) existe indépendamment de l'homme qui se la représente mentalement, mais l'esprit d'un homme est incapable de distinguer entre un phénomène et sa représentation. Ce postulat d'indépendance entre la réalité et ses représentations mentales est connu sous les noms de « Postulat de réalité », « Postulat de réalisme » ou « Postulat de réalisme métaphysique ».

Critique kantienne de la notion de loi naturelle indépendante de l'homme
Les réalistes considèrent que la nature a des lois d'évolution, indépendamment de l'homme qui les découvre (et ne les crée pas). Ils raisonnent alors sur ces lois, en les formulant et en déduisant d'elles diverses affirmations. Ils ne se rendent pas compte que les lois en elles-mêmes leur sont inaccessibles (Platon : l'homme n'a pas accès à la réalité, mais seulement à la représentation qu'il s'en construit) ; ils ne se sont pas aperçus que le fait de les formuler en fait des lois d'origine humaine. La seule approche logiquement rigoureuse de ce sujet est celle de Kant : *l'Idéalisme transcendantal*.

Conclusion sur l'opposition fondamentale entre réalisme et idéalisme
La différence entre réalistes et idéalistes est donc que les premiers font a priori confiance à leur aptitude de connaître la réalité, alors que les seconds en nient a priori la possibilité.

L'exposé du réalisme continue plus bas.

3.6.3.1.2 Idéalisme

Un postulat opposé au réalisme est l'idéalisme, qui n'admet pas que la réalité externe soit la cause de nos représentations :

- Soit parce que la réalité matérielle n'existe pas, car seul existe réellement l'esprit qui la perçoit (postulat *d'immatérialisme* de Berkeley, adopté par Nietzsche) ;
- Soit parce que toute réalité externe n'est accessible qu'en tant que représentation d'un sujet pensant : c'est l'*idéalisme transcendantal de Kant* ;
- Soit parce qu'on confond et désigne d'un même mot, comme Platon, l'existence et l'*essence* (ensemble des attributs d'une Idée) : l'homme ne voit que « la projection de la réalité sur le mur de la caverne ».

3.6.3.1.3 Comparaison du matérialisme et de l'idéalisme

1 - Matérialisme

Dans le langage courant, un matérialiste est une personne qui s'attache essentiellement aux valeurs, aux biens et aux plaisirs matériels. Nous n'utilisons pas ce sens du mot dans ce texte, où le mot matérialisme ne nous intéresse que dans son sens philosophique : principe métaphysique affirmant que « tout est matière ou issu de la matière ».

Complément : *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

2 - Idéalisme

Les philosophes non matérialistes, appelés spiritualistes ou idéalistes, considèrent qu'il existe un principe spirituel, l'âme, distinct et indépendant du corps de l'homme, et que l'esprit est « supérieur » à la matière.

(Je n'ai jamais vu d'énoncé clair et convaincant des supériorités de l'esprit sur la matière ; je ne connais que le concept de Platon, pour qui un objet matériel n'est qu'une copie imparfaite et périssable d'une Idée parfaite et éternelle.)

Les idéalistes pensent que les concepts et les opérations intellectuelles de l'homme ne peuvent s'expliquer par le seul psychisme : pour eux, penser implique nécessairement une transcendance. Ils pensent aussi qu'il y a dans l'homme deux types de besoins différents :

- les *besoins* physiologiques (manger, dormir...)
- les *désirs* proprement humains (être apprécié, aimer…)

Pour un idéaliste comme Descartes l'homme a deux dimensions : l'âme et le corps, l'âme étant supérieure au corps (toujours sans définition précise de l'âme et sans qu'on sache clairement en quoi réside cette supériorité).

A partir de la description de l'idéalisme qui précède, une première remarque s'impose : ses concepts de base ("principe spirituel", "esprit", "âme", "impossibilité de réduire l'esprit de l'homme à une émanation de son corps", "supériorité"…) sont vagues ; il n'en existe aucune définition précise et leur compréhension fait appel à l'imagination irrationnelle de chacun. C'est notamment parce qu'elle est beaucoup plus rigoureuse que Kant appelle sa doctrine de la connaissance, *Idéalisme transcendantal*.

3.6.3.1.4 Choix entre réalisme et idéalisme

Selon le domaine de connaissance considéré, une des deux approches peut être préférée à l'autre.

- En physique traditionnelle, la doctrine réaliste est compatible avec le déterminisme. Elle permet de décrire au moyen de lois et formules des phénomènes ou situations réels, et l'évolution d'une situation à sa conséquence. Par exemple, une formule permet de prévoir avec une précision acceptable ce qui se passera dans une situation donnée, c'est-à-dire comment elle évoluera. La causalité est alors précise et fiable.
- En psychologie, la doctrine idéaliste s'impose, car la réalité de l'esprit humain est trop complexe pour être représentée de manière complète et claire. On ne connaît que certains mécanismes mentaux, et seulement de manière approximative, avec beaucoup de cas particuliers et peu ou pas d'informations chiffrées. La causalité est alors peu précise et peu fiable, faisant appel à des intuitions et des non-dits. La seule manière de connaître et d'étudier le psychisme humain est de s'en construire des modèles mentaux simplifiés, qu'on confronte ensuite avec les résultats ou mesures de l'expérience.

De nos jours, la psychologie cognitive et la neuropsychologie utilisent des enregistreurs cérébraux pour décrire les mécanismes psychiques associés à des messages sensoriels et des pensées simples. De son côté, le modèle informatique du psychisme a permis de comprendre les mécanismes de la conscience de soi et de l'impression de libre arbitre : voir chapitre *La conscience et le cerveau interpréteur*.

3.6.3.1.5 Conclusion sur les divers déterminismes de la causalité

A la causalité précise et fiable de la physique, base du *déterminisme scientifique*, du *déterminisme statistique* et du *déterminisme étendu*, s'ajoute donc la causalité approximative et de fiabilité incertaine des actions humaines, à laquelle nous associons, par définition, un *déterminisme humain* que les psychologues et neuropsychologues approfondissent.

3.6.3.2 Diverses doctrines réalistes

Il y a plusieurs doctrines du réalisme. Le réalisme est :

1. Soit une doctrine platonicienne d'après laquelle les Idées sont plus *réelles* que les êtres individuels et sensibles, qui n'en sont que le reflet et l'image (d'où le nom de réalisme).
2. Soit une doctrine qui affirme l'existence d'une réalité extérieure indépendante de l'homme, distincte de sa connaissance. Cette doctrine s'oppose :
   - à celle de Berkeley, pour qui « être, c'est être perçu » ;
   - à l'Idéalisme transcendantal de Kant, pour qui les phénomènes sont des représentations humaines de l'inaccessible réalité.
3. [Le réalisme transcendantal est une] doctrine dogmatique transcendantale suivant laquelle le temps, l'espace et les phénomènes perçus sont des *choses en soi*. - Opposés :
   - *Le réalisme empirique*, impliquant un idéalisme transcendantal.
   - *Le conceptualisme* de la philosophie classique : doctrine d'après laquelle le concept est une abstraction qui exprime la nature essentielle de la pensée. Cette définition est distincte du concept résultant de la perception des objets singuliers, qui est celle du réalisme.

     Le conceptualisme professe la conformité du concept à l'essence inhérente aux entités groupées par lui en une classe d'objets.

Le réalisme est difficile à définir et à soutenir à l'échelle atomique

A l'échelle atomique nous ne pouvons rien voir, ou à peu près rien même avec de puissants microscopes. Nous remplaçons alors cette vision par la représentation des objets (particules et ondes) et de leur évolution que nous en donne notre Mécanique quantique, nous "voyons" à travers des équations dont nous interprétons les résultats. Et un gros problème apparaît alors : leur caractère probabiliste.

Beaucoup de gens, Einstein par exemple, considèrent ce caractère comme incompatible avec le réalisme ; Einstein allait même jusqu'à rejeter la Mécanique quantique, qu'il considérait comme une solution provisoire, à remplacer par une solution réaliste dès qu'on la trouverait.

Controverse doctrinale opposant le réalisme et l'antiréalisme

Voir La controverse doctrinale entre idéalisme de Platon et réalisme d'Aristote n'a jamais cessé.

Selon [313] pages 9 et suivantes il y a deux façons d'être réaliste (voir définition), selon la réponse à la question suivante : "Le monde naturel se compose-t-il uniquement des types d'objets que nous discernons lorsque nous regardons autour de nous, et de leurs constituants ?" Autrement dit : "Ce que nous apercevons autour de nous constitue-t-il la totalité de l'Univers ?"

- Ceux qui répondent *oui* à cette question – appelons-les « réalistes naïfs », c'est-à-dire « sans complication » n'ont pas besoin de justifications sophistiquées pour décrire le monde et les évolutions de ses objets.

  Exemple de théorie relevant du réalisme naïf : une théorie des atomes décrite dans [313], théorie distincte de la Mécanique quantique et plus complète qu'elle.

- Ceux qui répondent *non* croient en une réalité cachée existant en plus de celle sur laquelle tout le monde est d'accord ; l'auteur de [313] appelle leur doctrine "réalisme magique". Exemple de réalité cachée : les multivers décrits dans [203-1].

Voir la remarque faite à propos des observables.

Il est évident que les descriptions scientifiques de l'Univers entier et des évolutions de ses objets doivent pouvoir se passer le plus possible de réalités cachées, dont l'existence ne pourra jamais être justifiée et dont l'inexistence est également indémontrable. Ainsi, il y a aujourd'hui une théorie qui

décrit le détail du déroulement du Big Bang, le faisant sortir de sa catégorie « phénomène caché » : la *Gravitation quantique à boucles*, qui constitue un pont entre la physique de l'échelle macroscopique (qui comprend la Relativité générale) et la Mécanique quantique de l'échelle atomique.

3.6.3.3 Le réalisme transcendantal est critiqué par Kant

(Citation de [20] pages 376 à 378)
"[A l'idéalisme transcendantal] est opposé un réalisme transcendantal qui considère l'espace et le temps comme quelque chose de donné [existant] en soi (indépendamment de notre sensibilité). Le réaliste transcendantal se représente donc les phénomènes extérieurs (si l'on admet leur réalité) comme des choses en soi qui existent indépendamment de nous et de notre sensibilité […]

[Critique de Kant du réalisme transcendantal]
C'est proprement ce réaliste transcendantal qui, ensuite, joue le rôle de l'idéaliste empirique et, après avoir faussement supposé, à propos des objets des sens, qu'ils devaient, pour être extérieurs [=pour exister à l'extérieur de notre esprit et ne pas être une illusion], posséder aussi leur existence en eux-mêmes, sans intervention des sens, trouve, en se plaçant de ce point de vue, toutes nos représentations sensibles insuffisantes pour en rendre certaine la réalité."
(Fin de citation)

Cette critique suppose que la réalité est inconnaissable, alors que le réalisme suppose le contraire. Ce sont là deux oppositions métaphysiques qu'on ne peut départager.

Kant démontre là qu'il est plus rigoureux, du point de vue logique doctrinale, d'adopter l'idéalisme transcendantal qu'il défend que le matérialisme ou le Réalisme transcendantal. Sa démonstration n'est pas critiquable, mais il faut noter que les scientifiques actuels postulent le Réalisme ; ils sont souvent matérialistes et non idéalistes, et leur doctrine de recherche de la vérité est *Le Rationalisme critique* de Karl Popper.

Pour Kant comme pour Newton l'espace n'a pas de réalité en soi, ce n'est qu'un concept de base humain indispensable pour la représentation mentale des phénomènes. Depuis Einstein, au contraire, l'espace est une partie de l'espace-temps, réalité déformable par les champs gravitationnels.

3.6.3.4 Intérêt de l'Idéalisme transcendantal de Kant

Principe d'idéalisme transcendantal

« Tout objet réel n'existe pour l'homme que sous forme de représentation de phénomène ».

(Citation de [20] pages 376 à 378)
L'idéaliste transcendantal peut au contraire être un réaliste empirique, par conséquent, comme on l'appelle, un dualiste, c'est-à-dire admettre l'existence de la matière sans sortir de la simple conscience de soi, ni accepter quelque chose de plus que la certitude des représentations en moi, par conséquent que le *cogito, ergo sum*.

> (Citation de [20] page 471)
> "Notre idéalisme transcendantal [admet] que les objets de l'intuition extérieure existent aussi effectivement tels qu'ils sont intuitionnés dans l'espace, et tous les changements dans le temps tels que le sens interne les représente.
> […]
> Puisque sans objets dans l'espace il n'y aurait absolument aucune représentation empirique, nous pouvons et devons y admettre comme effectivement réels des êtres étendus ; et il en va de même aussi du temps."
> (Fin de citation de la page 471)

[Pour un idéaliste la réalité n'existe que sous forme d'idées : les phénomènes]
En effet, parce que [l'idéaliste transcendantal] ne donne à cette matière et même à sa possibilité intrinsèque que la valeur d'un phénomène qui, séparé de notre sensibilité, n'est rien, elle ne constitue chez lui qu'une espèce de représentations (intuition) que l'on appelle « extérieures », non pas au sens où elles se rapporteraient à des objets extérieurs en soi, mais en tant qu'elles rapportent des perceptions à l'espace dont tous les éléments existent les uns en dehors des autres, alors que l'espace lui-même est en nous.

> [La phrase "*l'espace lui-même est en nous*" rappelle que, pour Kant, l'espace et le temps n'existent pas en eux-mêmes, ce sont des abstractions humaines indispensables à

l'interprétation des représentations de phénomènes. Cette opinion est cohérente avec la position doctrinale de l'Idéalisme transcendantal, pour qui rien ne peut être affirmé avec certitude au sujet du monde extérieur à l'homme, qui n'en voit que des représentations.]

C'est en faveur de cet idéalisme transcendantal que nous nous sommes déclarés dès le début. Par conséquent, à la faveur de notre doctrine, disparaît toute difficulté à admettre, sur le témoignage de notre simple conscience de nous-mêmes, et à déclarer par là démontrée l'existence de la matière tout aussi bien que l'existence de moi-même comme être pensant. Car j'ai en tout état de cause conscience de mes représentations ; donc, elles existent et moi aussi, qui ai ces représentations. Or, les objets extérieurs (les corps) ne sont que des phénomènes : par conséquent, ils ne sont rien d'autre qu'une espèce de mes représentations, dont les objets ne sont quelque chose qu'à travers ces représentations, mais ne sont rien [ne sont pas à prendre en compte] abstraction faite de celles-ci.

[Lire ici *Ce qu'un sujet peut déduire du Je pense, selon Kant*]

Donc, les choses extérieures existent tout aussi bien que moi-même j'existe, et cela, dans les deux cas, sur le témoignage immédiat de la conscience que j'ai de moi-même, avec cette simple différence que la représentation de moi-même comme sujet pensant est rapportée uniquement au sens interne, alors que les représentations qui font signe vers des êtres étendus sont rapportées aussi au sens externe.
[…]
Il ne m'est pas davantage nécessaire de procéder à un raisonnement déductif en ce qui concerne la réalité des objets extérieurs que je n'en ai besoin pour ce qui touche à la réalité de mon sens interne (de mes pensées) ; car, des deux côtés, il ne s'agit de rien d'autre que de représentations, dont la perception immédiate (la conscience) est en même temps une preuve suffisante de la réalité qui est la leur.
[…]
Donc, l'idéaliste transcendantal est [aussi] un réaliste empirique, et il accorde à la matière, en tant que phénomène, une réalité qui n'a pas besoin d'être déduite, mais qui est au contraire immédiatement perçue. Par opposition, le réaliste transcendantal tombe nécessairement dans l'embarras et se voit contraint de ménager une place à l'idéalisme empirique, parce qu'il regarde les objets des sens extérieurs pour quelque chose de distinct des sens eux-mêmes et considère de simples phénomènes comme des êtres indépendants qui se trouvent en dehors de nous…"
(Fin de citation)

3.6.3.5 Critique de l'Idéalisme transcendantal de Kant

- En tant qu'idéaliste, Kant admet la réalité d'Idées.
- En tant qu'idéaliste *transcendantal*, Kant admet qu'il existe aussi des objets extérieurs à nous, avec leurs choses en soi.

Mais Kant n'explique pas *comment* nos concepts intuitifs naissent à partir des objets extérieurs, et comment nous viennent les synthèses a priori dont nous faisons des lois a priori de la nature. En fait, il n'explique ni le mécanisme de l'intuition, ni celui de la synthèse – mécanismes que tout le monde peut définir mais que personne ne sait expliciter.

Il sait que l'explication *théologique* n'explique rien, qu'elle remplace l'explication par des affirmations dogmatiques, et que son seul avantage est d'ordre esthétique : l'impression de système de pensée rationnel et cohérent.

3.6.4 Opposition du matérialisme avec l'idéalisme et le réalisme

Le matérialisme s'oppose à l'Idéalisme, ainsi qu'aux religions qui expliquent l'existence du monde et les lois de la nature par la volonté de Dieu et Ses buts (explication téléologique, appelée par certains *Intelligent Design*). Il nie la possibilité d'une intervention divine dans l'Univers, la qualifiant de superstition, ainsi que l'existence après la mort d'une vie où seraient châtiés ou récompensés les actes des hommes, donc la possibilité d'un *salut*.

Le débat opposant ces doctrines porte donc, pour l'essentiel, sur l'existence d'un Dieu créateur du monde et son action dans ce monde (nous n'abordons pas ici les questions de morale).

La contribution de Kant

Kant apporte à ce débat une doctrine de la connaissance rationnelle, l'Idéalisme transcendantal, basée sur la seule certitude d'existence disponible pour un homme : celle qui résulte de la conscience

de soi (prise en compte de la célèbre phrase de Descartes « Je pense, donc j'existe (je suis) ». Pour cette doctrine, toute connaissance issue du sens externe est celle (subjective) d'un phénomène, ce n'est pas une représentation de la réalité.

En outre, Kant combat le matérialisme pour défendre sa foi en un Etre suprême ; et il combat le réalisme pour faire triompher son Idéalisme transcendantal en tant que seule doctrine philosophique de la connaissance vraie.

3.6.5 Antinomie du réalisme et de l'idéalisme

Définition du substantif antinomie

(Philosophie) Opposition de deux propositions, deux concepts, deux phénomènes ou deux raisonnements, paraissant tous deux vrais ou démontrables, et qui n'admet pas de solution (on ne peut choisir rationnellement lequel a raison et lequel doit être rejeté.)

Exemple : antinomie du réalisme et de l'idéalisme
(Citation de [54] page 10)
[Il existe une] "antinomie du réalisme (« *il existe un monde en soi, hors de nous* ») et de l'idéalisme (« *le monde en soi n'existe pas, sinon à titre d'illusion de l'imagination* »). Ce problème est aux yeux de Kant - et de la plupart de ses successeurs - le plus difficile de toute la philosophie moderne."
(Fin de citation)

De nos jours, en physique de l'échelle atomique, la seule représentation possible et complète de l'état et de l'évolution d'un système est l'interprétation des résultats de l'équation de Schrödinger, aucune perception sensorielle n'étant possible.

En effet, selon [54] page 193, il y a une *antinomie de la chose en soi* chez Kant, soulignée par Jacobi :

- En adoptant l'idéalisme de Kant, l'intuition de la chose en soi est inexplicable : comment prouver l'effet *sensation* d'un objet extérieur (de son inaccessible chose en soi objective) sur nos sens ? - (Voir Chose en soi et connaissance).

  Le caractère inaccessible de la chose en soi, donc de l'être (existence), confère à la philosophie kantienne un caractère quelque peu nihiliste.

- En adoptant le réalisme on peut justifier la perception, mais il faut abandonner la doctrine idéaliste kantienne et sa théorie des lois de la nature :
  « C'est l'homme qui définit les lois de la nature, et il les définit sans exception ». En effet, si les objets extérieurs existent (réalisme oblige), leurs lois d'évolution existent aussi et l'homme doit les découvrir, non les inventer.

3.7 L'épicurisme

C'est la philosophie d'Epicure, un matérialiste pour qui le but de l'existence est la recherche du bonheur. Elle recommande la frugalité et l'austérité, car les plaisirs les plus vifs sont ceux qui répondent le mieux à une véritable nécessité et qu'on obtient souvent avec l'effort minimum.

La recette du bonheur épicurien est simple : le sage doit se recentrer sur ses besoins essentiels, ceux qui correspondent aux meilleures sensations, pour éviter la douleur et obtenir le plaisir. Et pour réussir ce recentrage, il doit se débarrasser des préjugés et opinions fausses qui empêchent d'écouter les sensations. Epicure a donc formulé quatre règles de conduite sage :

- Ne pas craindre les dieux : en tant qu'êtres parfaits qui n'ont pas besoin de nous, pourquoi nous voudraient-ils du mal ?
- Ne pas craindre la mort : un mort n'a plus de sensation, donc il ne souffre plus. Alors pourquoi en avoir peur ?
- Savoir endurer la douleur lorsqu'on ne peut l'éviter. Si elle est insupportable, on meurt et on ne souffre plus. Si elle est supportable, on finit par s'y habituer.
- Savoir évaluer ses plaisirs, pour ne poursuivre que ceux qui justifient l'effort en évitant ceux qui ne le justifient pas ou ne durent pas.

3.8 Le stoïcisme

Comme l'épicurisme, cette philosophie a été élaborée par des penseurs grecs il y a environ 2300 ans. Elle s'est développée progressivement pendant toute l'Antiquité grecque et romaine, de Zénon à

Marc-Aurèle. Elle demeure aujourd'hui une des philosophies les plus remarquables de la civilisation occidentale.

Philosophie de la recherche du bonheur en temps de crise, elle recommande aux sages de s'adapter aux changements et de les anticiper pour ne pas en souffrir. Le stoïcisme considère la *raison* comme source des valeurs et modèle idéal de l'existence humaine, et *l'expérience* comme la source de toute connaissance véridique.

Le stoïcisme apporte des solutions aux problèmes de salut et de comportement distinctes de celles de la religion.

> Les aristocrates grecs avaient pris l'habitude de se réunir pour débattre des problèmes de la cité. Dans ces débats, chacun était libre de s'exprimer, chacun pensait par lui-même et essayait de convaincre les autres. *Ce débat démocratique, le premier de l'histoire de l'humanité,* a fait émerger une pensée libre des croyances a priori de la religion et de l'autorité du gouvernement.

Pour les stoïciens, la theoria décrit le monde comme organisé et harmonieux. Chaque partie du monde - et chaque homme est une partie du monde - a sa place bien définie ; sauf catastrophe (après laquelle tout rentre dans l'ordre, car l'organisation et l'harmonie sont stables) le monde fonctionne de manière impeccable.

Cet ordre harmonieux est considéré comme juste et bon, si juste et si bon en fait que l'éthique des stoïciens en fait la base des valeurs morales. *Pour un stoïcien, une action est morale si elle est conforme à l'ordre et l'harmonie du monde*. Les hommes doivent donc vivre en accord avec la nature.

> C'est ainsi que l'organisation du monde étant hiérarchisée, avec des niveaux supérieurs et des niveaux inférieurs, certains hommes - les aristocrates grecs - étaient par nature supérieurs à d'autres - leurs esclaves. La démocratie permettant l'expression de tous ne régentait donc que les rapports entre les aristocrates de la classe dominante, les esclaves inférieurs n'ayant guère de droits. Et les stoïciens considéraient que c'était bien ainsi, car c'était conforme à la nature des choses et l'harmonie de l'univers.
>
> Cette approche stoïcienne ressemble à celle de nos écologistes contemporains, qui considèrent que l'harmonie de la nature est si précieuse que l'homme ne doit la perturber à aucun prix. Exemple : ils s'opposent à la construction d'une autoroute, qui ferait gagner du temps à des millions d'automobilistes par an, car cette autoroute détruirait l'habitat d'une espèce de grenouilles.

Un stoïcien sage doit être fataliste : le destin de chacun étant inévitable, la sagesse est d'accepter tout ce qu'on ne peut empêcher ou éviter, et d'être réaliste en changeant d'opinion lorsqu'on s'est trompé.

La solution des stoïciens au problème du salut résulte de leur description du monde et de leur éthique. Elle consiste à constater qu'après sa mort un homme redevient une partie de l'univers ; et comme cet univers est juste et harmonieux, l'homme qui meurt devient une partie d'un tout parfait, et sa mort n'est qu'une transition vers cette perfection-là, qui est éternelle comme l'univers. La philosophie stoïcienne considère que ce sort est bon et juste car conforme à la nature, et affirme que la sagesse consiste donc à l'accepter, car la mort est inévitable.

Plus généralement, la sagesse stoïcienne conseille à l'homme de ne pas s'attacher aux gens et aux choses de ce monde, pour ne pas regretter leur éventuelle disparition, et à accepter les événements et les situations sur lesquels il n'a pas prise. Elle considère que l'épanouissement de l'homme n'est bloqué que par les insatisfactions résultant de la nostalgie du passé et de désirs pour l'avenir, qui lui interdisent de vivre pleinement l'instant présent.

On comprend ainsi la première raison pour laquelle la religion chrétienne a convaincu infiniment plus de gens que le stoïcisme : elle promet aux malheureux et aux opprimés, après la mort, un sort autrement plus enviable que la dissolution en une partie d'univers, une véritable vie heureuse sans perte d'individualité, au milieu des gens qu'on a aimé et admiré, pour l'éternité.

4. Déterminisme scientifique : compléments

Ce chapitre complète l'introduction précédente.

4.1 Définition détaillée du déterminisme scientifique

Le déterminisme scientifique est une doctrine selon laquelle l'évolution dans le temps d'une situation ne dépend que de celle-ci. Cette évolution, régie par des lois de la nature, respecte le postulat de causalité et la règle de stabilité.

L'application de ces lois ne peut donner que deux types d'évolutions : une évolution non oscillante ou des oscillations périodiques (amorties ou non).

Par rapport au déterminisme philosophique, le déterminisme scientifique :

- Prédit qu'une situation évoluera certainement sous l'action d'une loi naturelle, mais pas qu'on en connaîtra la valeur future des variables d'état ; c'est une promesse d'évolution ("un premier atome se décomposera"), pas de résultat d'évolution ("mais on ne dit ni lequel ni quand").
- N'affirme pas la possibilité de reconstituer mentalement le passé.

Lire ou relire ici la définition du principe d'universelle intelligibilité.

Le déterminisme scientifique régit les lois de la physique, imaginées puis vérifiées par l'homme au moins sous forme de non-contradiction avec une expérience. Il suppose le *principe d'intelligibilité* issu des Lumières [21], respecte la doctrine de *l'Idéalisme transcendantal* de Kant et s'énonce ainsi :

« Rien n'interdit à l'esprit humain rationnel de tout connaître du Monde. »
(Position doctrinale opposée aux limites affirmées par certaines religions.)

Ce que le déterminisme scientifique affirme et n'affirme pas

- Le déterminisme scientifique affirme que *la nature déclenche automatiquement et instantanément une évolution lorsque ses conditions sont réunies* ; cette évolution est définie par une loi de transformation, pas par une situation résultante à un instant futur arbitraire comme le veut la philosophie traditionnelle.
- Le déterminisme scientifique n'affirme rien sur la prédictibilité des valeurs des variables d'état d'un système aux divers instants futurs, ni sur l'unicité de valeur d'une variable qui évolue à un instant donné. Nous avons vu (dans *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*) que la prédiction de la valeur d'une variable d'un système physique à un instant donné est parfois impossible ou imprécise, et parfois que cette valeur n'est même pas unique.

  Il y a évidemment beaucoup de cas où le déterminisme peut tenir ses promesses de compréhension, prévision et prédiction, notamment et surtout à l'échelle macroscopique. Le déterminisme régit alors les lois classiques de la physique, de la chimie, de l'astronomie, etc. Nous le qualifierons de *scientifique* par opposition au déterminisme *philosophique*.

Nous avons vu, à propos de la vérité, comment l'homme trouve, formule et vérifie les lois de la nature.

Complément : *Définition complète d'une évolution*.

4.2 Symétrie temporelle et réversibilité du déterminisme scientifique

Possibilité d'inverser le sens du temps pour les systèmes conservatifs

Les évolutions régies par le déterminisme statistique (donc aussi par le déterminisme scientifique) permettent au temps *de s'écouler du passé vers l'avenir ou du présent vers le passé*. Cette possibilité d'inverser le sens du temps (un changement *t* en -*t* dans les équations ne change pas celles-ci) est compatible avec les lois d'évolution de la physique. On dit que les équations régies par le déterminisme statistique présentent une *symétrie temporelle*, pour affirmer qu'on peut remonter le temps en pensée pour aller d'une conséquence à sa cause.
Exemples :

- Les lois du mouvement de Newton
  (voir *Exemple de loi symétrique par rapport au temps et réversible*) ;
- Les équations de Maxwell de l'électromagnétisme ;

- Les équations différentielles de Lagrange ;
- Les équations de la Relativité générale d'Einstein ;
- L'équation de Schrödinger de la Mécanique quantique, etc.

Chaîne de causalité unique du déterminisme traditionnel

Pour le déterminisme philosophique, tout état d'un système a une infinité de prédécesseurs et de successeurs, l'ensemble constituant *une chaîne de causalité unique*, où chaque état a un prédécesseur unique et un successeur unique. L'avenir qui suit la situation à un instant *t* donné ne dépend que de cet instant-là, à partir duquel on peut le prévoir sans tenir compte du passé ; en outre, le passé d'un présent donné peut être reconstitué en pensée. Mais cette reconstitution n'est pas possible pour un système dissipatif, qui « oublie » toujours ses états précédents.

4.2.1 Différence entre symétrie temporelle et réversibilité

Il ne faut pas confondre *symétrie temporelle*, propriété qui laisse invariante une équation d'évolution lorsqu'on y remplace la variable *t* par **-***t*, et *réversibilité physique*, propriété qui permet à un système d'évoluer tantôt dans un sens, tantôt en sens opposé : entre deux états consécutifs *A* et *B*, une évolution réversible peut aller de *A* vers *B* comme de *B* vers *A*.

Symétrie temporelle

La symétrie temporelle est une *propriété des fonctions et équations* invariantes quand on inverse le sens du temps, ce qui revient à "dérouler à l'envers" le fil des événements, du présent vers le passé.

- Toutes les évolutions dues à une loi de Newton ou une interaction électromagnétique sont régies par des lois symétriques par rapport au temps. Celles dues à une interaction faible ou une interaction forte ne sont pas à proprement parler des évolutions, ce sont des conditions de stabilité définissant des lois d'interruption.
- L'équation de Schrödinger, qui régit toute évolution (sans prise en compte du spin) dans un champ électromagnétique de système isolé dans le temps et l'espace, est également symétrique : elle permet, en théorie, de reconstituer l'état passé du système. C'est pourquoi tout se passe comme si, pendant une évolution, la nature « se souvenait » de ses états passés, c'est-à-dire en conservait l'information.

  « A l'échelle atomique les évolutions, toutes régies par l'équation de Schrödinger, conservent l'information des états passés. »

Réversibilité physique

La réversibilité physique est une *propriété des évolutions ou transformations* d'un système ; exemple d'évolution : une réaction chimique. Lorsqu'une évolution réversible change de sens, le temps continue à s'écouler dans le même sens, du présent vers l'avenir.

Exemple de symétrie temporelle

L'équation fondamentale de la dynamique $f = m\gamma$ relie une force *f*, une masse *m* et une accélération γ dérivée seconde de la fonction de position *x(t)*. Si on change *t* en -*t*, la vitesse (dérivée de la position par rapport au temps) change de signe et l'accélération (dérivée de la vitesse) change deux fois de signe : elle est donc inchangée. L'équation est donc invariante par un changement de *t* en -*t*. Cela se voit ci-dessous dans l'exemple *Exemple de loi symétrique par rapport au temps et réversible*.

Exemple de phénomène réversible

En chimie, certaines réactions entre deux produits *A* et *B* évoluent spontanément vers un état d'équilibre, où *A* et *B* coexistent dans une proportion donnée. S'il se forme trop de *A* aux dépens de *B*, la réaction s'inversera et formera du *B* aux dépens de *A* jusqu'à établir la proportion d'équilibre. Le temps, lui, s'écoule toujours du présent vers le futur.

Exemple d'équilibre : $Fe + CO_2$ □ $FeO + CO$

Remarque philosophique sur la réversibilité

Dans [77] page 121, André Comte-Sponville cite l'*Ethique à Nicomaque* d'Aristote :

Il y a une seule chose dont Dieu même est privé,
c'est de faire que ce qui a été fait ne l'ait pas été.

Il rappelle ainsi qu'on ne peut faire qu'un événement du passé n'ait pas eu lieu, même si on aimerait bien qu'il n'ait pas eu lieu ; on ne peut pas, non plus, faire que le présent soit autre que ce qu'il est : c'est le *principe d'identité*.

Mais la réversibilité ne revient pas sur le passé, *elle recrée le passé* en effectuant une transformation en sens inverse sans pour autant que le sens d'écoulement du temps ait changé ; c'est une possibilité déterministe, où l'action d'une loi réversible de la nature fait bien passer du présent au passé par une évolution inverse de celle du présent au futur.

4.2.2 Phénomènes irréversibles

Lorsqu'une évolution ne peut se faire que dans un seul sens, on dit qu'elle est *irréversible*. C'est le cas, par exemple, de la décomposition radioactive d'un noyau atomique : une fois décomposé en d'autres particules avec production éventuelle de photons, le noyau ne peut plus se recomposer pour revenir à l'état initial. Dans le cas d'un atome d'uranium ^{238}U cette impossibilité résulte d'une perte d'énergie de 4.268 MeV emportée à grande vitesse par la particule α (noyau d'hélium) produite ;
voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*.

Une équation qui décrit l'évolution d'un phénomène irréversible ne peut ni être invariante par changement de sens du temps, ni avoir un domaine de validité permettant d'envisager ce changement de sens.

Exemples de phénomènes irréversibles

- L'évolution d'un système dissipatif est par nature irréversible.
- Le deuxième principe de la thermodynamique impose à certains phénomènes comme la radioactivité d'être irréversibles.
- En physique quantique (physique de l'échelle atomique), toute mesure perturbe le système mesuré de manière irréversible, et la décohérence est irréversible.
- Malgré tous ses mécanismes de réparation et de renouvellement cellulaire, le corps humain vieillit et ce vieillissement est irréversible : un corps adulte n'a jamais pu rajeunir et redevenir un corps d'enfant.

Remarques

On a parfois tendance à parler de « réversibilité » lorsqu'on change par la pensée le sens d'écoulement du temps, mais c'est un abus de langage. Au lieu de parler de « réversibilité du temps » on devrait parler :

- Soit de « réversibilité de certains phénomènes » : le temps s'écoule toujours du présent vers l'avenir, mais certains phénomènes physiques sont dits réversibles parce qu'ils peuvent revenir de l'état d'arrivée à l'état de départ, comme on le voit dans certaines réactions chimiques.
- Soit de « symétrie par rapport au temps » (symétrie d'une équation par rapport à la variable temps), certaines lois physiques étant décrites par des équations invariantes si on change t en $-t$. Cette symétrie permet de reconstituer le passé *par la pensée*, en « passant à l'envers le film des événements ».

  Le déterminisme philosophique de Laplace affirme la possibilité théorique de remonter le temps par la pensée, c'est-à-dire d'expliquer la succession d'événements qui a conduit au présent. Il n'affirme rien :

  - Ni concernant la possibilité d'une inversion du sens d'écoulement du temps qui permettrait de revenir à une situation physique du passé ;
  - Ni concernant la possibilité de phénomènes réversibles.

Attention : le terme « symétrie » est souvent utilisé par les physiciens pour parler *d'invariance*.

Irréversibilité des concours de circonstances

Certains phénomènes ont lieu par un concours de circonstances, où plusieurs chaînes de causalité apparemment indépendantes produisent ensemble une certaine conséquence : voir *Définition par rencontre de chaînes de causalité indépendantes - Hasard par ignorance*. De tels phénomènes ne sont ni symétriques par rapport au temps ni réversibles, car :

> **« On ne peut revenir d'une conséquence connue à la connaissance de ses multiples causes, même seulement en pensée. »**

- De la chute d'une tuile sur un passant on ne peut ni déduire les descriptions complètes des mouvements de la tuile et du passant, ni même leurs positions précises une seconde avant.
- Dans un ordinateur qui vient de calculer le résultat du déroulement d'un algorithme, on ne peut dérouler cet algorithme à l'envers pour retrouver ses données initiales. La seule manière de

retrouver un état du passé (=l'ensemble des valeurs de ses variables) est d'utiliser une mémoire de cet état ou de l'historique des états remarquables.

4.3 Etat physique d'un système

Voir si nécessaire la définition *Etat (situation) d'un système*.

4.3.1 Degrés de liberté

C'est le nombre de valeurs indépendantes nécessaires pour décrire toutes les variables numériques du système. Par exemple, un point matériel (pesant) en mouvement a :

- 3 degrés de liberté pour décrire sa position à un instant donné, car il faut 3 coordonnées *x, y* et *z* dans le repère du système.
- 3 degrés de liberté pour décrire son vecteur vitesse à un instant donné, car ce vecteur a 3 composantes *x', y'* et *z'* selon les axes du repère.

Si le système comporte un très grand nombre *N* de points matériels (exemple : les milliards de milliards de molécules d'un gaz contenues dans un petit récipient, où elles s'agitent sans cesse du fait de leur température) il faut *6N* variables pour décrire toutes les positions et vitesses des molécules du système, qui a *6N* degrés de liberté.

Il est parfois possible, pour décrire le mouvement d'un solide, de décrire celui d'un de ses points (6 degrés de liberté) et les composantes d'un vecteur précisant sa rotation (axe : 3 composantes, vitesse angulaire : 1 composante).

Le nombre de degrés de liberté peut être réduit par des contraintes comme :

- L'obligation de se déplacer à la surface d'une sphère (la position n'a plus, alors, que deux degrés de liberté, appelés par exemple longitude et latitude) ;
- L'obligation de tourner autour d'un axe, comme un pendule oscillant, dont la position peut être décrite par une seule variable, l'angle avec la verticale.

Plus généralement, si l'état d'un système est décrit par *N* variables et *C* contraintes, on dit qu'il a *N-C* degrés de liberté.

4.3.1.1 Equipartition de l'énergie entre les degrés de liberté

Voir définitions du mot « plasma » et de « équilibre thermique ».
Source de ce qui suit : [1g] article *Cinétique des fluides (théorie)*.

Principe d'équipartition de l'énergie

C'est un principe de Mécanique statistique qui s'énonce ainsi :

« Dans un gaz, un liquide ou un plasma en équilibre thermique à la température absolue *T* (c'est-à-dire qui n'échange pas de chaleur avec l'extérieur du récipient qui le contient), **chaque molécule ou particule de matière possède une énergie cinétique moyenne égale à $½k_BT$ par degré de liberté, où k_B est la constante de Boltzmann, k_B = 1.38066 .10^{-23} joule par degré Kelvin ».**

Et puisqu'il y a 3 degrés de liberté de vitesse (selon les axes Ox, Oy et Oz) :

« Chaque molécule ou particule a une énergie cinétique moyenne de $(3/2)k_BT$. »

Exemple : une molécule d'oxygène atmosphérique à 20°C (=293.15°K) a une énergie cinétique E_c due à cette température de E_c=3/2*1.38 .10^{-23}*293.15 = 0.6 .10^{-20} joules. Sa vitesse moyenne *v* telle que $E_c=½mv^2$ est donc environ 470 mètres/seconde (*m*=0.032/*A* où *A*=6.02 .10^{23} est le nombre d'Avogadro.)

Cette règle s'applique à condition que les effets quantiques et relativistes soient négligeables, ce qui est le cas pour les trois degrés de liberté de translation d'une molécule, qui ne sont pas quantifiés.

Elle ne s'applique pas pour des rotations et vibrations de molécules de gaz dont les énergies de rotation ou de vibration sont quantifiées. Pour étudier l'équilibre thermodynamique de tels gaz il faut utiliser les méthodes de la Mécanique statistique *quantique*, qui utilise les méthodes statistiques et les lois de la Mécanique classique et de la Mécanique quantique dans le domaine de la thermodynamique.

Exemples

- La règle d'équipartition de l'énergie s'applique, en plus, à l'énergie des molécules ionisées *sensibles à un champ électromagnétique* : chaque degré de liberté associé à une énergie potentielle de champ apporte, lui aussi, une énergie de $½k_BT$, portant donc l'énergie totale à $3k_BT$ par molécule.
- La règle d'équipartition s'applique aussi à l'énergie des atomes d'un solide, due à deux vibrations distinctes, l'une de translation l'autre de rotation : la première associée à de l'énergie potentielle, la seconde à de l'énergie cinétique ; l'énergie totale est, dans ce cas aussi, de $3k_BT$ par atome.

Voici des conséquences du principe d'équipartition de l'énergie.

4.3.1.2 Agitation thermique - Mouvement brownien des molécules

Lire d'abord Mouvement brownien.

L'énergie cinétique d'un atome ou d'une molécule est proportionnelle à sa température absolue. Celle-ci étant toujours strictement supérieure au zéro absolu (0°K = -273.15°C), atomes et molécules ne peuvent s'empêcher de bouger ; et cette agitation a pour seule cause la température.

« Que leur état soit solide, liquide ou gazeux, les atomes et molécules ne peuvent s'empêcher de bouger, leur énergie cinétique provenant de la température absolue. »

Chaque molécule d'un corps est entourée de vide. Dans un solide, chaque atome vibre et/ou oscille autour d'une position moyenne. Dans un liquide ou un gaz, les diverses molécules bougent sans cesse en s'entrechoquant et en rebondissant de temps en temps sur les parois de leur récipient : on dit qu'elles sont en *mouvement brownien*.

Il faut savoir que :

- La température est une cause nécessaire et suffisante de cette agitation.
- Les chocs entre les molécules et sur les parois sont parfaitement élastiques et sans perte d'énergie par frottement.
- L'énergie cinétique d'une molécule ne dépend pas de la masse moléculaire, résultat qui n'a rien d'intuitif puisqu'on aurait tendance à penser qu'une molécule plus lourde emmagasine plus d'énergie cinétique qu'une plus petite.

  C'est ainsi qu'une molécule d'oxygène pesant *16* fois plus qu'une molécule d'hydrogène a la même énergie cinétique qu'elle à une température *T* donnée. Comme une énergie cinétique donnée E_c est reliée à la masse *m* et la vitesse *v* par la formule $E_c = ½mv^2$, à une masse *16* fois plus grande correspond une vitesse moyenne *4* fois plus petite, car $4^2 = 16$: à température égale, une molécule d'oxygène se déplace *4* fois moins vite qu'une molécule d'hydrogène.

4.3.2 Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution

A un instant donné *t*, l'ensemble des valeurs des *N* variables *scalaires* qui décrivent l'état d'un système peut être représenté par un point dans un espace à 2*N* dimensions appelé « espace des phases ». Ainsi, lorsqu'un objet ponctuel se déplace dans l'espace habituel à 3 dimensions, ses coordonnées sont (*x, y, z*) et les composantes de sa quantité de mouvement *(p, q, r)* sont les dérivées par rapport au temps des produits de sa masse *m* par les dérivées (*x', y', z'*) de (*x, y, z*) ; les 6 coordonnées de l'espace des phases sont alors (*x, y, z, p, q, r*). Voir [307].

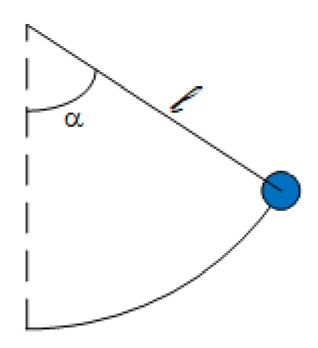
Espace de configuration

Lorsque l'état du système évolue, le point se déplace et ces 6 coordonnées sont des fonctions du temps ; le déplacement est associé à une courbe de *l'espace des états* à 6 dimensions dont chaque point correspond à l'état à un certain instant *t*. Lorsque les variables du système sont toutes des variables d'état, l'espace des états est parfois appelé « espace de configuration » : la courbe est la suite des états possibles au sens position - ou parfois (position + vitesse) ou (position + quantité de mouvement) - que le système peut atteindre ; ses points successifs sont associés à des valeurs successives de la variable temps *t*.

Exemples d'évolution dans l'espace des phases

1 - Position d'un pendule simple

La position d'un pendule simple de longueur *l* qui se balance sans frottement de part et d'autre de la verticale est repérée par l'angle α qu'elle fait avec cette verticale.



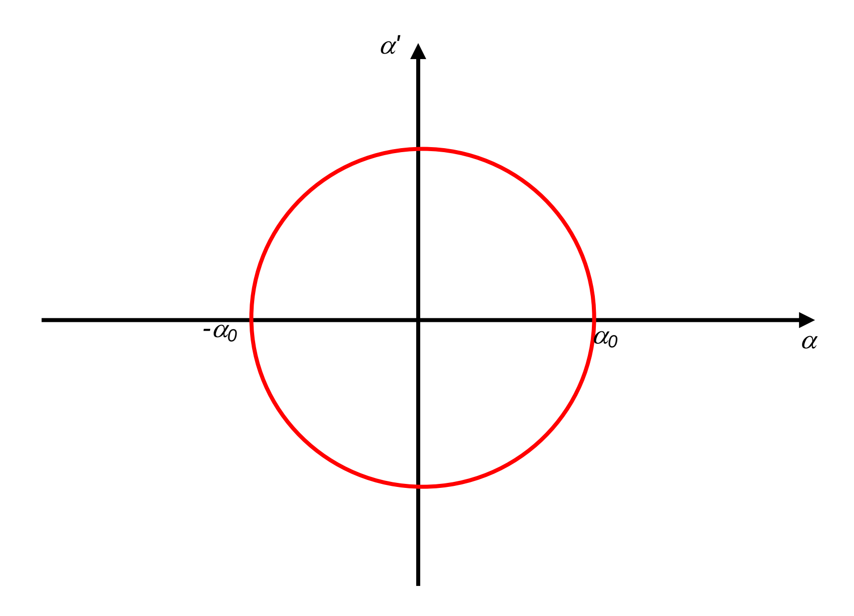
La vitesse de variation de α est sa dérivée α' par rapport au temps. Le mouvement est décrit par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l} sin\alpha = 0$$

Cette équation, non linéaire à cause du sinus, le devient lorsque, l'angle α étant petit, on peut l'assimiler à son sinus ; le mouvement prend alors la forme :

$$\alpha = \alpha_0 cos(\omega t + \varphi) \text{ d'où } \alpha' = -\alpha_0 \omega\, sin(\omega t + \varphi)$$

Dans un espace des phases rapporté aux axes α et α' avec des unités judicieusement choisies, la courbe d'évolution dans le temps de l'angle du pendule est un cercle, parcouru une fois à chaque période d'oscillation (figure suivante).



2 - Diagramme pression-volume théorique d'un moteur à explosion

L'état du volume intérieur à un cylindre de moteur à explosion, où brûle le mélange combustible, peut être caractérisé à chaque instant par la pression *p* qui y règne et le volume *v* du cylindre délimité par la position du piston. L'espace des phases peut alors être rapporté à deux axes, "pression" et "volume". Lorsque le moteur tourne et le piston se déplace, sa position à un instant *t* correspond à un point de coordonnées (*p*, *v*) de l'espace des phases.

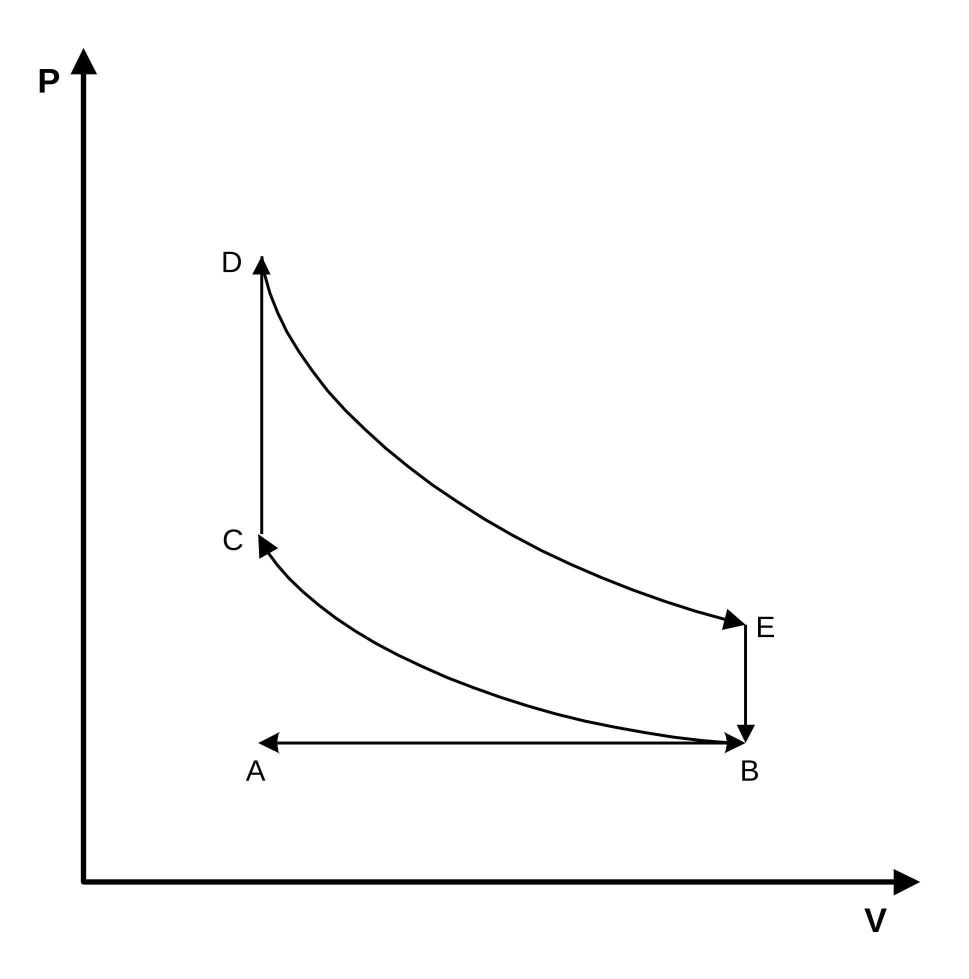


Diagramme thermodynamique théorique ABCDEBA du cycle d'un moteur à 4 temps
Ce diagramme est fermé, le cycle commencé en A revient en A

4.3.2.1 Représentation de l'évolution d'un système

Nous avons vu dans les deux exemples ci-dessus que l'évolution d'un système dans le temps est représentée par un déplacement de son point représentatif dans l'espace des phases : ce point y décrit une courbe paramétrée par la variable de temps *t*.

Dans les deux exemples ci-dessus le système est périodique, et l'évolution de son état au cours d'un cycle est une courbe fermée. Dans le cas général, il n'y a qu'une seule courbe d'évolution passant par un point donné de l'espace des phases : *l'évolution à partir de tout point est unique, c'est un effet du déterminisme*. Deux courbes d'évolution séparées de l'espace des phases restent toujours distinctes, sans intersection ni contact. Nous reviendrons sur ce point à propos des lignes de force.

Chaque point de l'espace des phases représente l'état du système à un instant donné. Ces états ne sont pas nécessairement équiprobables : à un instant donné *t*, ou entre deux instants t_1 et t_2, chaque point isolé *P* a une certaine probabilité d'être atteint et chaque point non isolé *Q* (c'est-à-dire entouré d'autres points associés à des états possibles) a une certaine *densité de probabilité* associée.

Notation habituelle : coordonnées généralisées

On a l'habitude de désigner par q_i (i=1, 2…n) les n coordonnées de l'espace de configuration (dites *coordonnées généralisées*), et par q'_i (i=1, 2…n) les n dérivées par rapport au temps des coordonnées q_i (dites *vitesses généralisées*). Elles sont dites généralisées parce qu'elles peuvent correspondre à différents systèmes de coordonnées : cartésiennes, sphériques, etc.

Exemple : les coordonnées x et x' du paragraphe *Espace des phases* précédent seront désignées respectivement par q_1 et q'_1 ; les coordonnées y et y' précédentes seront désignées respectivement par q_2 et q'_2.

4.3.2.2 Evolution d'un système représentée par des équations différentielles

Un système matériel dont l'état à un instant donné est décrit par un ensemble de n coordonnées généralisées q_i (i=1, 2…n) définies dans un espace de configuration, ainsi que par les vitesses généralisées correspondantes q'_i (i=1, 2…n), évolue en général selon une loi décrite par un système

d'équations différentielles ; l'évolution est alors complètement déterminée par la donnée des conditions initiales : positions q_i et vitesses q'_i ; cette détermination est au sens du déterminisme scientifique, la donnée des conditions initiales entraînant une évolution *unique* (voir *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles*).

Importance de la stabilité d'une évolution

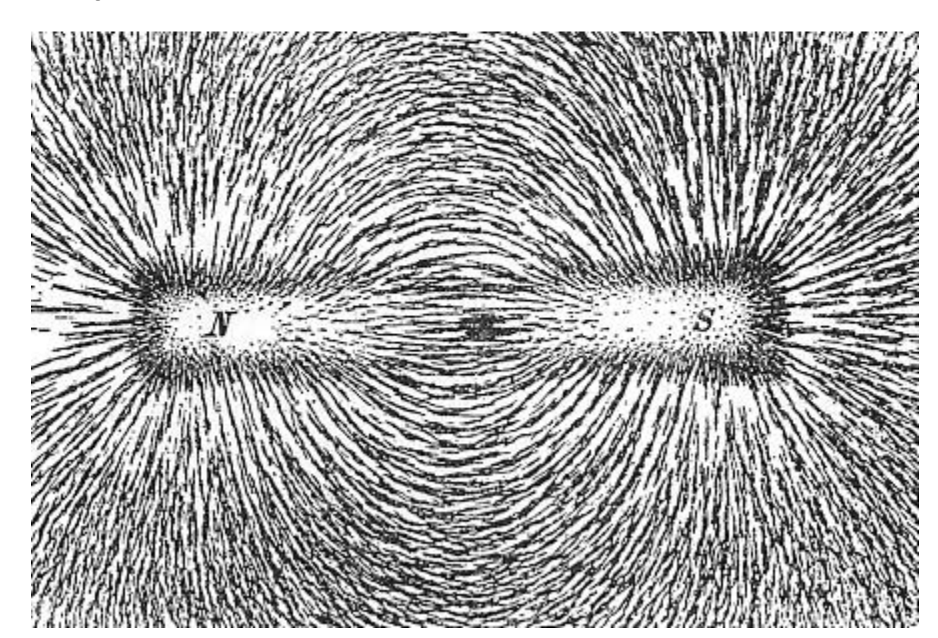
L'évolution régie par ce déterminisme mathématique est un modèle fidèle de l'évolution physique si elle est *stable*, c'est-à-dire si des conditions initiales voisines produisent des évolutions voisines, ne s'écartant guère de l'évolution théorique ; cette condition est indispensable pour tenir compte de l'imprécision qui affecte toujours les paramètres d'un système physique.

L'étude des phénomènes de *Chaos* montre que l'évolution de certains systèmes déterministes n'est pas stable : elle est si sensible à l'imprécision des conditions initiales qu'elle devient imprévisible après un temps d'évolution plus ou moins long ; la prédiction de l'évolution est meilleure si on la calcule un instant après le départ. Nous verrons plus bas le cas des systèmes conservatifs.

4.3.2.3 Unicité de l'évolution - Lignes de force d'un espace des phases

Définition : dans un champ de vecteurs quelconque, on appelle *ligne de force* toute courbe dont la tangente en tout point a la direction du champ en ce point.

Exemple : les lignes de force du champ magnétique d'un aimant sortent de son pôle nord et entrent dans son pôle sud ; des particules de fer s'alignent le long de ces lignes de force, comme le montre la figure suivante :



Lignes de force du champ magnétique d'un aimant matérialisées par des particules de limaille de fer © Wikipédia Creative Commons

Dans l'espace des phases d'un système chaque courbe représentant une évolution dans le temps est une ligne de force de l'espace : en tout point d'une telle courbe, l'évolution commence selon la tangente en ce point.

- En général cette tangente est unique, sauf éventuellement en un petit nombre de points singuliers comme :
  - Un point d'équilibre, où le système n'évolue pas ;
  - Un point de bifurcation, où la loi d'évolution change en fonction d'un paramètre externe (voir *Changements de phase d'un corps pur*).

  L'unicité de la tangente en tout point non singulier de la courbe d'évolution d'un système illustre une propriété de son déterminisme scientifique : le modèle mathématique représentant l'évolution du système a une solution unique :

  « Une situation donnée ne peut évoluer que d'une seule façon. »

  Il y a alors autant de résultats de cette évolution que d'instants arbitraires où on la considère ; il vaut donc mieux parler d'*évolution unique* que de *résultat unique*, plutôt de *loi d'évolution* que de *chaîne de situations*.

- Lorsqu'une situation donnée peut évoluer de plusieurs façons distinctes, les évolutions possibles sont représentées par des courbes distinctes de l'espace des phases. A partir d'une certaine situation, correspondant par exemple à une valeur critique d'un paramètre, l'évolution peut présenter une bifurcation, avec des branches distinctes issues d'un même point ; elle peut aussi présenter une discontinuité. Au-delà de ce point, elle se poursuit selon une courbe ou une autre, la courbe choisie dépendant de la valeur du paramètre critique.

  Le nombre de Reynolds, paramètre critique de l'apparition des tourbillons
  C'est le cas, par exemple, pour des écoulements de fluides dans un tube dont le paramètre critique est le nombre de Reynolds *Re*, proportionnel à la vitesse moyenne du fluide *v*, à sa densité ρ, à la longueur caractéristique *L* du tube, et inversement proportionnel à sa viscosité absolue η :

$$Re = \frac{L\rho v}{\eta}$$

  Selon la valeur de ce nombre sans dimension, l'écoulement peut être turbulent ou non ; il peut même produire des oscillations périodiques de pression à la fréquence du décrochement des tourbillons, oscillations que l'on entend par exemple dans le bruit des éoliennes ; mais de toute manière *il reste déterministe et les changements de loi d'évolution sont régis par une loi d'interruption*.

4.3.2.4 Stabilité de l'évolution d'un système conservatif : théorème de Liouville

(Définition d'un système conservatif : voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*)

Lorsqu'un système conservatif évolue, ses états successifs décrivent une courbe ("ligne de force") de l'espace des phases à *2n* dimensions rapporté aux coordonnées : positions généralisées q_i (*i=1,2…n*) et moments cinétiques généralisés p_i (*i=1,2…n*). Le théorème de Liouville démontre que, lors de cette évolution, l'aire d'un petit élément de surface $\delta p_i \delta q_i$ de l'espace des phases se conserve, sans nécessairement que l'élément de surface conserve la même forme ; cette aire reste la même qu'à l'instant initial t_0 de l'évolution. Des conditions initiales d'évolution très voisines sont représentées par des points très voisins de l'espace des phases, points qu'on peut englober dans un élément de surface petit ; lors de l'évolution, l'aire de cet élément se conserve et reste petite.

- Dans un espace des phases qui n'a que deux dimensions, *q* et *p*, la conservation de l'aire d'un petit élément de surface au cours de l'évolution a pour conséquence que des trajectoires d'évolution parties de points voisins restent proches. Il y a là une forme de continuité : *une petite variation des conditions initiales n'entraîne qu'une variation petite des évolutions correspondantes*.

- Mais dans un espace des phases qui a plus de deux dimensions, quatre par exemple, la conservation de l'aire d'un petit élément de "surface" $\delta p_1 \delta q_1 \delta p_2 \delta q_2$ peut aussi être obtenue lorsque cet élément rétrécit fortement pour un couple de variables tout en s'allongeant fortement pour l'autre. C'est le cas, par exemple, si q_1 varie dans le temps comme e^{at} tandis que q_2 varie comme e^{-at}, le produit $e^{at}e^{-at}$ restant égal à 1.

  « Dans un espace des phases qui a plus de deux dimensions, deux trajectoires d'évolution d'un système conservatif parties de points proches peuvent diverger considérablement au bout d'un certain temps, traduisant une instabilité du système par hypersensibilité aux conditions initiales. »

  Cette propriété mathématique a des conséquences physiques souvent spectaculaires. Dans ce cas, l'évolution d'un système physique peut être destructrice, et cette propriété n'est prévisible qu'à l'aide des mathématiques.

Le Théorème de Liouville décrit une conservation d'une mesure de systèmes conservatifs ; c'est un des fondements de la Mécanique statistique et de la Théorie de la mesure. C'est aussi une loi d'interruption.

4.3.2.5 Attracteurs de l'espace des phases

Le point de l'espace des phases qui décrit l'état d'un système évolue dans le temps, décrivant une courbe. L'évolution d'un système commencée en un point initial de l'espace des phases peut soit *diverger* si l'une au moins des coordonnées tend vers l'infini, soit rester à distance finie si toutes les coordonnées sont bornées (=limitées par des valeurs absolues maximales).

L'évolution d'un système conservatif tend vers un attracteur de l'espace des phases
A long terme, l'évolution d'un système conservatif est bornée et tend vers une courbe limite appelée *attracteur de l'espace des phases*. Cette courbe limite peut être :

- Un *point limite*, caractéristique d'un état stable ;
- Une *boucle limite*, caractéristique d'un cycle périodique ;
- Une *courbe torique*, caractéristique d'une combinaison de plusieurs cycles.
  Dans le cas où il y a 2 cycles de périodes T_1 et T_2 on considère leur rapport $R = T_1/T_2$. Si R est entier ou fractionnaire, la trajectoire résultante est périodique, sinon elle est apériodique. Cette remarque s'étend au cas de plus de 2 cycles.

Voici des exemples de diagramme d'espace des phases en boucle et torique :

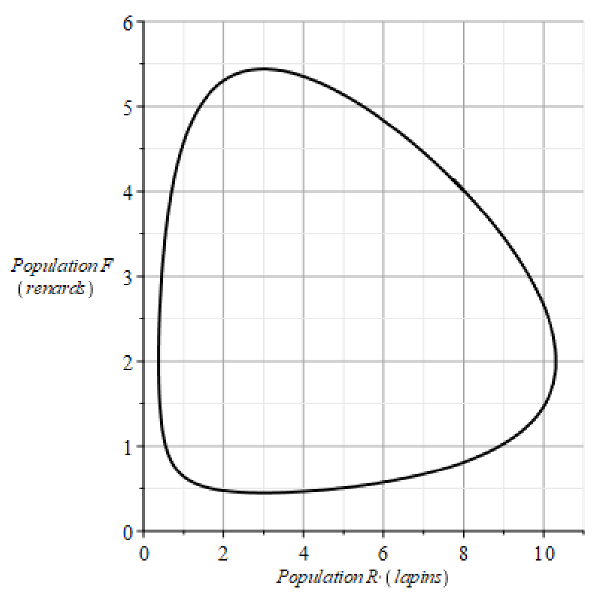
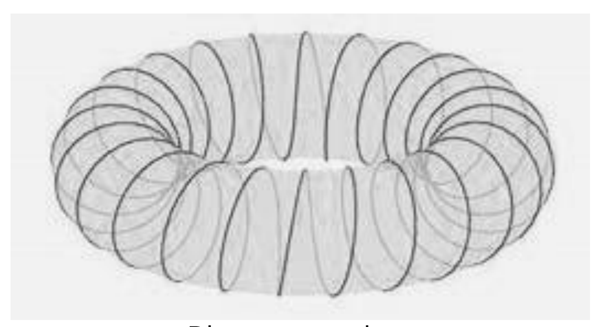


Diagramme en boucle de Lotka-Volterra


Diagramme torique

4.3.2.5.1 Bassin d'attraction de l'espace des phases
La portion de l'espace des phases d'où partent toutes les courbes d'évolution aboutissant à un attracteur donné est appelée *bassin d'attraction* de cet attracteur. Quel que soit le point d'état initial du bassin, l'évolution à partir de cet état aboutit asymptotiquement à l'attracteur.

Définition rigoureuse d'un attracteur de l'espace des phases
Source : [68] page 13 note 10
On appelle attracteur d'un espace des phases un ensemble de points de volume nul qui est :

- Invariant dans la transformation introduite par les équations d'évolution ;
- Entouré par un domaine de volume non nul tel que toute trajectoire commencée dans ce domaine converge asymptotiquement vers l'attracteur.

4.3.2.5.2 Systèmes dissipatifs

Beaucoup de systèmes physiques qui évoluent échangent de l'énergie avec l'extérieur : par exemple, ils sont soumis à des frottements qui leur font perdre de l'énergie.

> Lorsque le pendule simple du paragraphe *Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution* est soumis à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse angulaire et de sens opposé, son évolution dans l'espace des phases rapporté aux axes α et α' est décrite par une spirale qui converge vers l'origine $\alpha = \alpha' = 0$ lorsque $t \to \infty$: l'oscillation est amortie et finit par s'arrêter.

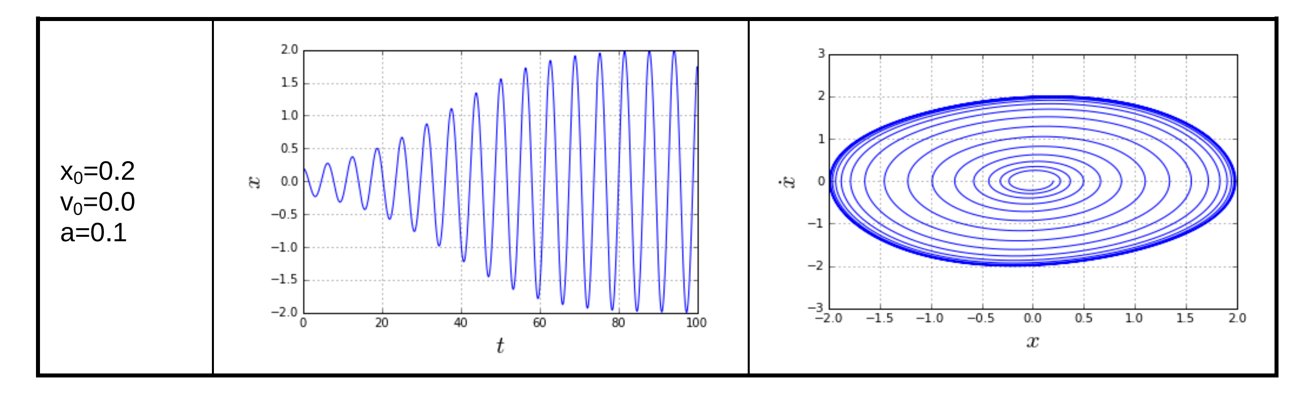
Il est très remarquable, alors, que les courbes d'évolution dans l'espace des phases convergent toujours vers le même point, l'origine, *quelles que soient les conditions initiales* : ce point est un *attracteur*. En outre, *l'aire d'un petit élément de surface de cet espace diminue en moyenne au cours d'une évolution*, propriété cohérente avec la convergence des courbes d'évolution vers un attracteur. Cette diminution d'aire en moyenne peut avoir lieu avec divergence dans une direction de l'espace et convergence plus rapide dans une autre.

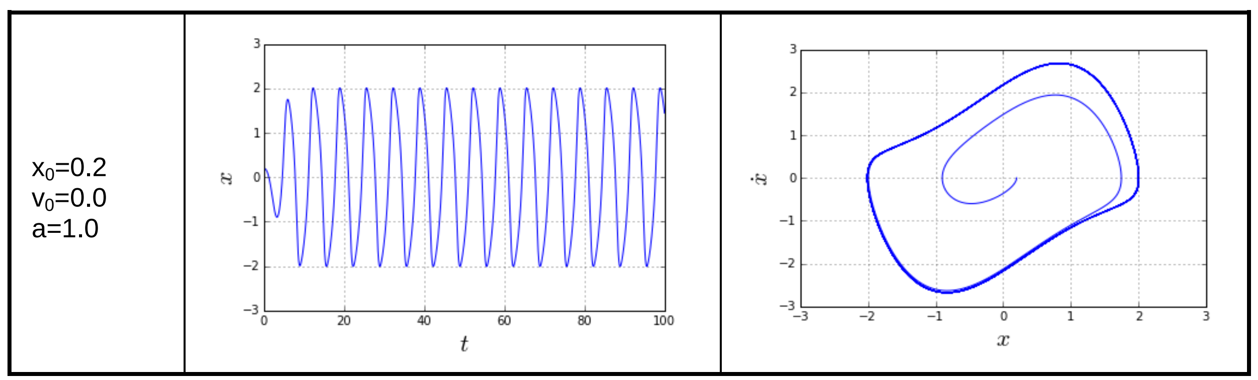
Ce phénomène de convergence de toutes les évolutions d'un système *dissipatif par perte d'énergie* vers un même point attracteur de l'espace des phases est très fréquent. En outre, ce point est indépendant des conditions initiales de l'évolution : un pendule finit toujours par s'arrêter au point le plus bas de ses oscillations.

4.3.2.5.3 Systèmes dissipatifs périodiques à échange d'énergie – Cycle limite

Il est fréquent qu'un système dissipatif échange de l'énergie avec l'extérieur à la fois en lui cédant de l'énergie et en recevant de l'énergie, tout en ayant une évolution périodique. Dans l'espace des phases, il existe alors une courbe d'évolution unique, fermée et stable par rapport aux conditions initiales, appelée *cycle limite* par Poincaré, courbe vers laquelle tendent toutes les courbes d'évolution. Ce cycle limite est un *attracteur* de toutes les courbes d'évolution dans l'espace des phases : quelle que soit la position du début d'une courbe d'évolution, celle-ci tend toujours vers cet attracteur lorsque $t \to \infty$.

> Exemple : le diagramme ci-dessous montre le comportement de l'équation de Van der Pol (voir *Cycle limite attracteur de Van der Pol*) qui décrit l'évolution d'un oscillateur à la fois entretenu (apport d'énergie) et amorti (perte d'énergie) :
>
> $$x'' + ax'(1 - x^2) + x = 0 \quad \text{(équation de Van der Pol)}$$
>
> Ci-dessous, voici deux cas d'évolution d'un système amorti correspondant à des conditions initiales différentes : a=0.1 et a=1.0. Pour chacune de ces évolutions, la courbe de gauche décrit l'évolution de la variable oscillante *x(t)* dans le temps ; la courbe de droite montre l'évolution dans le plan des phases rapporté aux axes *x(t)* et *x'(t)* ; l'évolution converge vers le cycle limite (courbe en trait gras), indépendant des conditions initiales.





Equation de Van der Pol - © www.tangentex.com/VanDerPol.htm - Dominique Lefebvre
Licence Creative Commons

Discussion déterministe
Du point de vue du déterminisme scientifique, une loi d'évolution qui converge vers une loi-attracteur peut être considérée comme déterministe pour une prévision d'évolution à long terme.

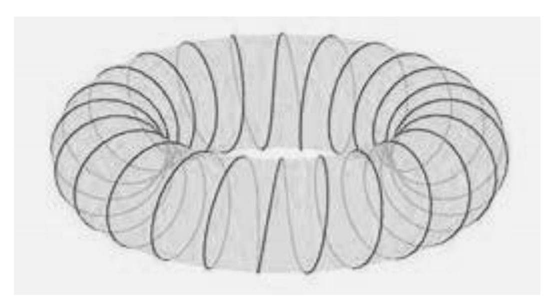
> Exemple : un satellite placé sur une orbite basse perd peu à peu de l'altitude du fait du frottement avec la haute atmosphère. Son orbite, apparemment elliptique sur quelques semaines, est en fait une spirale descendante ; sa vitesse de descente accélère même au fur et à mesure que son altitude lui fait rencontrer des couches d'air plus denses. Pour le maintenir le plus longtemps possible sur l'orbite désirée (et pour contrôler son orientation) on prévoit d'éjecter un peu de gaz de temps en temps, mais le réservoir de gaz s'épuise tôt ou tard, limitant la durée de vie du satellite.

4.3.2.5.4 Systèmes à évolution quasi périodique
Lorsque l'évolution temporelle d'un système peut être caractérisée par plusieurs variables qui ont, chacune et indépendamment, une évolution périodique à une certaine fréquence, l'évolution du système est alors qualifiée de *quasi périodique*. Le caractère périodique ou quasi périodique est indépendant du caractère conservatif ou dissipatif.

> *Exemple*
> Soit un système de coordonnées astronomiques centré au centre du Soleil et dont les axes sont fixes par rapport aux étoiles lointaines. Dans ce repère, la position d'un point à la surface de la Terre présente quatre périodes d'évolution (en négligeant les perturbations induites par l'attraction des autres planètes) :

- La période d'évolution due à la rotation de la Terre autour de son axe (une journée, soit 24 heures) ;
- La période d'évolution due à la rotation de la Terre autour du Soleil (une année, soit 365.2425 jours) ;
- La période d'évolution due au mouvement de *précession* de l'axe de rotation de la Terre, qui décrit un cône en 25800 ans ;
- La période d'évolution due au mouvement de *nutation* de l'axe de rotation de la Terre, mouvement qui le fait osciller légèrement de part et d'autre de son cône moyen de précession (période 19 ans).

Lorsqu'un système à évolution quasi périodique à deux variables est dissipatif, l'évolution dans l'espace des phases converge vers un attracteur torique. C'est ainsi que l'évolution d'un système à deux fréquences de base converge vers une courbe attracteur tracée à la surface d'un tore dans l'espace habituel à 3 dimensions ; la courbe a deux fréquences de rotation : celle autour de l'axe du tore et celle autour de la ligne centrale de son "cylindre".



Courbe attracteur torique dans l'espace des phases

4.3.3 Exemple d'évolution symétrique par rapport au temps et réversible

Voici un exemple de déterminisme scientifique. Il est classique, car emprunté au domaine des lois de la dynamique et de la gravitation universelle de Newton.

Considérons l'équation fondamentale de la dynamique $\boldsymbol{f} = m\boldsymbol{r''}$ (1), où le vecteur accélération $\boldsymbol{r''}$ est la dérivée seconde du vecteur position $\boldsymbol{r}$ par rapport au temps. Si l'on inverse le sens du temps, en changeant t en $-t$ pour « dérouler à l'envers le film des événements » ou « permuter l'avenir et le passé », le vecteur vitesse (dérivée $\boldsymbol{r'}(t)$ de la fonction de déplacement $\boldsymbol{r}(t)$) change de signe, et l'accélération (dérivée $\boldsymbol{r''}(t)$ de $\boldsymbol{r'}(t)$) change aussi de signe par rapport à $\boldsymbol{r'}(t)$: *l'équation de départ est inchangée.* On dit qu'elle est *symétrique* (c'est-à-dire invariante) par rapport au sens du temps.

La symétrie temporelle change *le sens* des vitesses, mais pas celui des accélérations ; et elle ne change ni *les grandeurs* (valeurs absolues), ni les déplacements, ni l'accélération.

Exemple

L'interprétation de cette symétrie se comprend dans l'exemple suivant. Supposons que sur la Lune, donc en l'absence de frottements atmosphériques, on lance à l'instant *0* une balle à partir du sol avec un angle de *45*° vers le haut et une vitesse dont chacune des deux composantes, horizontale et verticale, vaut *2m/s*. La balle décrit une parabole d'axe vertical conforme à la loi :

$$x = 2t \; ; \quad y = -\tfrac{1}{2}\, gt^2 + 2t \qquad (1)$$

où g est l'accélération de la pesanteur sur la Lune, $g = 1.635\ m/s^2$ (environ un sixième de l'accélération terrestre). A l'instant $t = 1.22s$, la balle atteint sa hauteur maximale. A l'instant $t = 2s$, ses coordonnées sont $x = 4m$; $y = 0.73m$ et la composante verticale de sa vitesse est *-1.27m/s*.

Supposons qu'à l'instant $t = 2s$ on relance la balle vers le haut avec une vitesse opposée à celle qu'elle avait en arrivant : une vitesse horizontale de *-2m/s* et une vitesse verticale de *+1.27m/s*. Si on choisit comme nouvel instant *0* l'instant de la relance, la balle décrira une parabole d'axe vertical conforme à la loi :

$$x = -2t + 4 \; ; \quad y = -\tfrac{1}{2}gt^2 + 1.27t + 0.73 \qquad (2)$$

On remarque que cette nouvelle parabole a le même coefficient $-\tfrac{1}{2}g$ du terme t^2 que la première, la fonction $y(t)$ ayant la même dérivée seconde, comme prévu.
A l'instant $t = 2$ depuis la relance, la balle arrive au sol ($x = y = 0$).

En éliminant t entre les équations (1) on trouve la trajectoire :

$$y = (-1/8)gx^2 + x \qquad (3)$$

Or en éliminant t entre les équations (2) on trouve la trajectoire :

$$y = (-1/8)gx^2 + x \qquad (4)$$

Les deux trajectoires (3) et (4) sont bien identiques. La balle a parcouru au retour exactement la même parabole qu'à l'aller, mais en sens inverse. On a donc bien une symétrie par rapport au temps permettant de « dérouler le film des événements à l'envers ».

On dit aussi que le mouvement de la balle est « réversible de manière artificielle », puisqu'on peut - dans le cadre de la même loi fondamentale de la dynamique - revenir de l'état final à l'état initial sans changer le sens du temps. C'est là un exemple à la fois de réversibilité et de symétrie temporelle. *Le déterminisme scientifique prévoit la symétrie temporelle et n'impose rien concernant la réversibilité*.

4.3.3.1 Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative

Définition d'un système conservatif

En Mécanique analytique, on appelle système *conservatif* un système matériel qui a une énergie constante car sans échange avec l'extérieur ; c'est le cas notamment des systèmes sans frottement (en pratique ceux où les frottements ne perturbent l'évolution que de manière négligeable) ; exemple : une planète qui tourne autour du Soleil. Le modèle mathématique d'évolution d'un système conservatif a une symétrie temporelle : c'est un système d'équations différentielles invariable par changement de *t* en *-t*.

Définition d'un système dissipatif

Un système qui n'est pas conservatif (qui échange de l'énergie avec l'extérieur) est dit *dissipatif*. Les équations différentielles qui en décrivent l'évolution changent lorsqu'on remplace *t* par *-t*. C'est le cas de toutes les évolutions où il y a un frottement, ou (en astronomie planétaire) des *marées gravitationnelles*.

> *Marées gravitationnelles*
> Ensemble, la grosse planète Jupiter et son satellite Europe exercent sur le petit satellite Io une attraction variable, tantôt plus forte quand Io se rapproche de leur centre de gravité, tantôt plus faible quand il s'en éloigne. Il en résulte des forces qui alternativement compriment ou tendent la matière de Io, ce qui génère une chaleur telle que Io a des volcans qui crachent de la matière en permanence.

Force conservative

Une force est dite conservative si et seulement si le travail qu'elle produit lorsque son point d'application se déplace de *A* à *B* est indépendant du chemin suivi ; elle dépend alors d'un *potentiel* (voir *Potentiel et gradient*) ; lorsque le chemin suivi par une telle force est une boucle fermée son travail est nul.

> Exemple 1 : une force centrale (dépendant de l'attraction d'un point, le centre, comme la force de gravité du Soleil pour les planètes ou la force de Coulomb d'un noyau atomique pour les électrons) est conservative.
>
> Exemple 2 : un corps soumis à la force de pesanteur terrestre, conservative, a une énergie potentielle qui ne dépend que de sa distance au centre de la terre ; lorsqu'il se déplace sans frottement d'une altitude à une autre, le travail de la force de pesanteur ne dépend que de ces altitudes, pas de la trajectoire suivie.

Force dissipative

Une force qui ne dépend pas d'un potentiel est dite dissipative : lorsque son point d'application se déplace de *A* à *B*, son travail dépend du chemin suivi.

4.3.3.2 Irréversibilité thermodynamique – Flèche du temps

La symétrie temporelle théorique du déterminisme philosophique est contredite en pratique par la thermodynamique. Le deuxième principe de celle-ci (dit « Principe de Carnot » ou de Carnot-Clausius) exige que l'entropie d'un système isolé en évolution croisse jusqu'au maximum possible, atteint à l'équilibre thermique, donc que le temps s'écoule du passé vers l'avenir (on parle de « *flèche du temps* ») ; l'évolution du système est alors déterministe *du présent vers l'avenir* et interdite en sens opposé : nous devons étendre notre définition du déterminisme pour en tenir compte. Ce phénomène est abordé au paragraphe *Comprendre le deuxième principe de la thermodynamique*.

> *Remarque philosophique importante*
> **Le deuxième principe de la thermodynamique est la seule loi de la physique qui distingue entre le passé et l'avenir**. C'est une *loi d'interruption*, alors que toutes les *lois d'évolution* sont symétriques par rapport au temps : à un instant donné d'une évolution dont on connaît la loi, on peut par la pensée appliquer celle-ci en inversant le sens du temps pour retrouver les conditions du départ. Voir le paragraphe *Lois d'interruption et lois d'évolution*.
>
> *Condition de réversibilité-irréversibilité*
> Le deuxième principe de la thermodynamique s'applique chaque fois que les énergies des molécules sont distribuées selon une loi stochastique de physique statistique, et il rend les évolutions des systèmes réels irréversibles ;
>
> **« Une transformation réversible n'est possible que si l'entropie totale du système qui se transforme reste constante : si elle croît ou décroît, la transformation est irréversible. »**
>
> Ainsi, puisque effacer les données d'une zone mémoire d'un ordinateur en les remplaçant par d'autres est une opération irréversible, elle génère nécessairement de la chaleur. Voir [94].

Le principe thermodynamique de croissance de l'entropie d'un système (c'est-à-dire de sa désorganisation obligatoire) constitue une condition de possibilité statistique : un gramme de sel en cristaux ne peut se dissoudre dans un litre d'eau pure que parce que l'entropie de l'eau salée résultante est supérieure à celle du système où l'eau et le sel sont séparés ; et l'eau salée ne se sépare pas spontanément en eau pure et sel parce que l'entropie décroîtrait. La dissolution du sel dans l'eau pure est un exemple d'irréversibilité ; la radioactivité en est un autre exemple : voir *Décomposition radioactive d'un élément chimique*.

Il ne faut pas déduire de ce qui précède que l'irréversibilité d'un processus ne peut résulter que du deuxième principe de la thermodynamique

Une onde électromagnétique sphérique émise par une source au point *P* de l'espace à l'instant t_1 s'éloigne de *P* dans toutes les directions à la vitesse de la lumière, *c* ; à l'instant t_2 elle a atteint tous les points d'une sphère *S* de centre *P* et de rayon $c(t_2\text{-}t_1)$. Ce phénomène n'est pas réversible tout simplement parce qu'il n'existe pas de moyen physique de l'inverser, d'obliger la sphère *S* (sur laquelle l'énergie initiale est répartie) à se contracter jusqu'à se réduire au point *P*, ou de contracter tout l'espace comme lors de l'hypothétique "Big Crunch" de l'Univers (voir *Théorie cosmologique de la gravitation quantique*). Par contre, en « passant le film des événements à l'envers » on verrait la sphère se contracter : on voit là un exemple de la différence entre *réversibilité* (ici physiquement impossible) et *changement de sens du temps* (changement de *t* en *-t* dans les équations de propagation).

Complément : relation entre variation d'entropie et échange d'information [102].

4.3.4 Equipartition de l'énergie dans un champ – Stabilité des atomes

Les électrons d'un atome devraient tomber sur leur noyau

1ère raison : l'équipartition de l'énergie les empêche de tourner assez vite

Au paragraphe *Equipartition de l'énergie entre les degrés de liberté* nous avons vu que la théorie physique traditionnelle prévoit que l'énergie disponible dans un système se répartit uniformément entre tous ses degrés de liberté : c'est là une conséquence de l'homogénéité de l'espace. Lorsqu'il y a un champ de force dans une région de l'espace, par exemple un champ électromagnétique agissant sur des particules chargées comme des électrons, ce champ a un nombre *infini* de points, donc un nombre *infini* de degrés de liberté à côté duquel le nombre de degrés de liberté *fini* des électrons d'un atome donné est négligeable.

Chaque degré de liberté d'un atome donné devrait ainsi être associé à une quantité infiniment faible d'énergie. Par conséquent, si les électrons d'un atome étaient des corpuscules matériels munis d'une masse (comme les expériences le prouvent) ils devraient avoir une énergie cinétique de rotation infiniment faible, donc une vitesse trop faible pour que la force centrifuge associée leur permette d'équilibrer l'attraction électrostatique du noyau ; ils devraient donc tomber instantanément sur leur noyau, rendant tout atome instable ! Comme les atomes sont stables et leurs électrons ne tombent pas sur le noyau, cette théorie a une erreur quelque part…

2ème raison : les électrons devraient perdre leur énergie potentielle par rayonnement

Cette instabilité des atomes - supposés avoir une structure "planétaire" composée d'un noyau central positif autour duquel tournent des électrons négatifs (voir *Atome de Bohr*) - est prédite aussi par les *équations de Maxwell*. D'après celles-ci, les électrons – charges électriques tournant autour d'un noyau - devraient émettre des ondes électromagnétiques, donc perdre de l'énergie cinétique emportée par ces ondes ; cette perte d'énergie les ferait s'écraser rapidement sur le noyau. Or les électrons atomiques ne rayonnent pas et ne s'écrasent pas sur le noyau…

Ces théories traditionnelles de l'atome construit selon un modèle planétaire (répartition uniforme de l'énergie entre les degrés de liberté et ondes électromagnétiques régies par les équations de Maxwell) ont donc un problème de stabilité que nous allons à présent aborder.

4.4 Contradictions de la physique traditionnelle et de son déterminisme

Les hypothèses fondamentales de la physique macroscopique ne s'appliquent pas à l'échelle atomique

Les atomes sont stables, sinon notre Univers n'existerait pas. La physique traditionnelle, établie et vérifiée au niveau macroscopique et statistique, ne s'applique donc pas telle quelle au niveau atomique, nous venons de le voir. Ses lois déterministes continues basées sur des équations

différentielles, si remarquablement précises et générales, sont fausses à cette échelle minuscule où certains résultats sont probabilistes.

Le problème est très grave puisque le postulat fondamental du caractère absolu de l'espace et du temps, admis par Newton dans ses lois du mouvement et par Maxwell dans sa théorie de l'électromagnétisme, est contredit par l'expérience de Michelson et Morley (voir *Invariance de lois physiques par rapport à l'espace et au temps*), qui a montré en 1887 que le postulat d'additivité des vitesses est faux lorsque l'une des vitesses est celle de la lumière.

4.4.1 L'apparition des quanta d'énergie

En 1900, la physique butait aussi sur le désaccord entre les résultats du calcul des échanges d'énergie électromagnétique par rayonnement entre un corps chaud et un corps froid, régi par les équations continues de Maxwell, et les observations expérimentales. Cette contradiction ne fut résolue que lorsque Max Planck proposa, cette année-là, que l'on considère la quantité d'énergie d'une émission d'ondes de fréquence ν (lettre grecque qui se prononce « nu ») comme *discontinue*, multiple d'un minimum $h\nu$ où apparaît une constante universelle, le quantum d'action *h.* Cette hypothèse mathématique, donnée par Planck sans justification physique, fait de cette énergie une grandeur quantifiée et laisse supposer que le rayonnement électromagnétique est fait de corpuscules. Cette approche ouvrit la porte à la physique quantique : voir *Les rayonnements électromagnétiques sont quantifiés*.

Selon [3] page 162, il fut difficile aux physiciens d'accepter qu'une énergie puisse être nécessairement quantifiée. La démonstration mathématique rigoureuse de cette nécessité ne fut apportée qu'en janvier 1912 par Poincaré dans le *Journal de physique théorique et appliquée*. Son article *Sur la théorie des quanta* [104] débute ainsi :

« On sait à quelle hypothèse M. Planck a été conduit par ses recherches sur les lois du rayonnement. D'après lui, l'énergie des radiateurs lumineux varierait d'une manière discontinue, et c'est ce qu'on appelle la théorie des Quanta. Il est à peine nécessaire de faire remarquer combien cette conception s'écarte de tout ce qu'on avait imaginé jusqu'ici ; les phénomènes physiques cesseraient d'obéir à des lois exprimables par des équations différentielles, et ce serait là, sans doute, la plus grande révolution et la plus profonde que la philosophie naturelle ait subie depuis Newton. »

4.4.2 Les ondes électromagnétiques sont tantôt continues, tantôt discontinues

Puis, en 1905, Einstein utilisa la théorie de Planck pour décrire les échanges d'énergie entre lumière et électrons constatés dans l'effet photoélectrique. Une des conséquences de ces travaux était considérable : les ondes électromagnétiques, donc la lumière, avaient à la fois un caractère *ondulatoire* (par définition) et *corpusculaire* (pour satisfaire les expériences d'échange d'énergie par rayonnement), ce qui contredisait la physique classique ! Celle-ci finit d'être jetée bas la même année lorsqu'Einstein - encore lui - publia la théorie de la *Relativité restreinte*, qui met un terme aux caractères absolus de l'espace et du temps postulés par la physique newtonienne.

Pour la relativité, Einstein s'appuyait en 1905 sur les travaux publiés par Planck en 1900, Poincaré (*La science et l'hypothèse*, 1902 [76]) et Lorentz (*Phénomènes électromagnétiques dans un système qui se déplace à une vitesse inférieure à celle de la lumière*,1904 [105]).

4.5 Des forces physiques étonnantes

On sait depuis Newton que l'attraction universelle entre deux corps est inversement proportionnelle au carré de leur distance. L'attraction électrostatique entre deux charges électriques de signes opposés (décrite par la loi de Coulomb) est aussi inversement proportionnelle au carré de leur distance. Ces champs de forces "en $1/d^2$", présents partout, semblent être une règle de la nature, car toutes les lois d'évolution conservative de la physique macroscopique appartiennent soit au groupe des lois de la Mécanique Newton, soit au groupe des lois de l'électromagnétisme de Maxwell.

Hélas il n'en est rien, et la Mécanique quantique explique certaines lois pour le moins surprenantes, dont voici des exemples.

- La *force de Casimir* due à la polarisation du vide avec apparition de paires particule-antiparticule est "**en $1/d^4$**".
- La *loi de van der Waals* qui décrit *l'attraction électrique* entre deux atomes ou molécules neutres assez proches est "**en $1/d^7$**", produisant des forces extraordinairement intenses à courte distance (quelques angströms) [10].
  Ces forces sont dues aux *fluctuations quantiques* des dipôles électriques formés par deux atomes voisins, qui s'attirent alors du fait de la force fondamentale dite "faible".

Ces forces sont responsables de la cohésion entre molécules de liquides. Elles expliquent aussi l'aptitude d'un petit lézard, le gecko, à marcher sur n'importe quelle surface solide en y adhérant facilement. Il peut ainsi marcher sur la face inférieure d'une plaque horizontale de verre parfaitement lisse, à laquelle ses pattes adhèrent grâce à des poils incroyablement fins (moins de 0.25 micron de diamètre) dont les molécules attirent celles de la plaque de verre grâce aux forces de Van der Waals.



Gecko et une de ses pattes – Licence Microsoft Bing Creative Commons

- L'énergie potentielle de la force de *répulsion moléculaire* de Lennard-Jones étant en "$\mathbf{1/d^{12}}$", son gradient est en "$\mathbf{1/d^{13}}$" ([93] page 871). Elle apparaît quand il y a superposition des nuages de charge de deux systèmes atomiques.
- La *force nucléaire* agit de manière *attractive* entre quarks du noyau atomique pour en maintenir la cohésion sous forme de protons et neutrons, bien que deux protons ayant des charges de même signe se repoussent ; le quantum d'interaction correspondant est appelé *gluon*. La portée de cette force est très faible (environ 1 fermi = 10^{-15} m, le rayon d'un noyau atomique) et *son intensité diminue puis augmente avec la distance* !

Ces forces étonnantes sont citées pour illustrer le fait que le déterminisme n'a rien d'évident ou d'intuitif lorsqu'on veut comprendre les lois physiques et prédire certains comportements, et qu'il faut souvent recourir aux détails fournis par la *Mécanique quantique* pour expliquer ce qui se passe.

4.5.1.1 Décomposition radioactive d'un élément chimique

Le phénomène de décomposition radioactive est un exemple de la nécessité métaphysique d'un type de déterminisme autre que le déterminisme scientifique déjà évoqué : ce sera le *déterminisme statistique*. Voici les trois types de radioactivité.

4.5.1.1.1 Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha

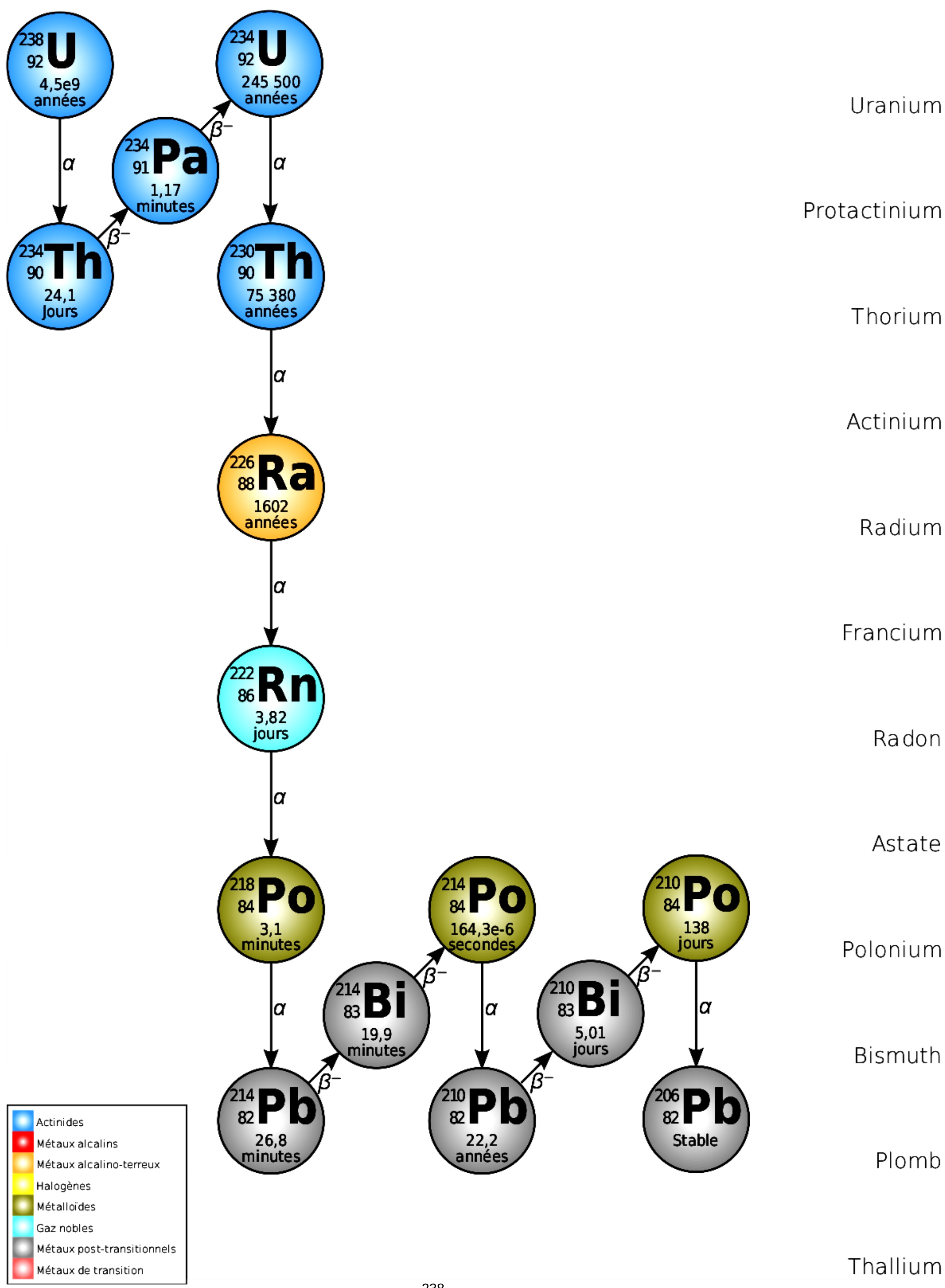
(Les atomes, leurs noyaux et les particules atomiques cités ci-après sont décrits plus bas.)

Les noyaux d'atomes d'éléments radioactifs se décomposent spontanément au bout d'un certain temps par *effet tunnel*. Un atome d'uranium 238 produit ainsi un atome de thorium 234 et un atome d'hélium 4 (appelé aussi *particule alpha*, d'où le nom de cette radioactivité) :

$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He$$

Cette décomposition libère une énergie de 4.268 MeV (millions d'électrons-volts, 1eV = 1.6 $.10^{-19}$ joule). Il se trouve que le thorium ^{234}Th se décompose à son tour en 24 jours (demi-vie) en protactinium ^{234}Pa, qui se décompose à son tour…, la décomposition se terminant en plomb ^{206}Pb stable.

La décomposition radioactive est irréversible : on ne peut, en restituant l'énergie de la décomposition, recomposer de l'uranium à partir de thorium et d'hélium.



Décomposition radioactive de ^{238}U - © Microsoft Bing Creative Commons
Dans le cercle coloré de chaque isotope comme ^{238}U on trouve
son numéro atomique (92) et sa demi-vie (4,5e9=4.5 .10^9 années).
La flèche qui en part indique le type de décomposition (α)

Le déterminisme laisse certaines questions sans réponse

Il n'existe pas (et ne peut exister, c'est prouvé) de loi permettant de prédire, pour *un atome* ^{238}U particulier d'un échantillon, au bout de combien de temps il se décomposera ; on ne peut prédire, non plus, au bout de combien de temps un premier atome se décomposera, ni dans quel ordre divers atomes se décomposeront. La loi de décomposition est *statistique*, s'appliquant seulement à *la population* d'atomes d'un échantillon ; elle prévoit que 50% des atomes de cette population se décomposeront en 4.51 milliards d'années, durée appelée « demi-vie de ^{238}U », qui se trouve être aussi l'âge approximatif du système solaire.

L'impossibilité de prédire l'instant de décomposition d'un atome particulier provient de la nature statistique de la loi de décomposition, décrite par une condition d'indétermination : le *principe d'incertitude de Heisenberg*. Cette impossibilité est donc un refus de la nature de nous laisser prédire certains résultats d'une évolution avec le niveau de détail ou la précision que nous souhaitons ; ce refus apparaît aussi dans l'énoncé de la loi d'évolution de cette décomposition :

Loi d'évolution d'une décomposition radioactive

« Dans une population d'atomes donnée d'un élément radioactif, 50% se décomposent au bout d'un temps fixe τ appelé *demi-vie* de cet élément. »

Le nombre *N(t)* d'atomes non décomposés d'un échantillon qui en comptait N_0 à l'instant $t=0$ décroît selon la loi exponentielle :

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, où :

- λ est appelée "constante de décomposition" ;
- la date-heure à laquelle le nombre d'atomes non encore décomposés est 50% de N_0 est $\tau = \frac{ln2}{\lambda}$ où *ln2* est le logarithme népérien de 2 : 0.692.

Cette loi est *statistique* : la proportion « 50% en τ secondes » est la limite de la moyenne des proportions observées lorsqu'un nombre d'échantillons tend vers l'infini.

L'isotope ^{238}U n'est pas le seul à se décomposer spontanément. En voici quelques autres, avec les demi-vies correspondantes :

Isotope	Elément	Demi-vie (années)
^{3}H	Tritium	12.3
^{90}Sr	Strontium	28.9
^{232}U	Uranium	68.9
^{14}C	Carbone	5730
^{239}Pu	Plutonium	24110
^{230}Th	Thorium	75400
^{244}Pu	Plutonium	80.10^{6}
^{238}U	Uranium	$4.47.10^{9}$
^{50}V	Vanadium	$1.4.10^{17}$

Demi-vies de divers isotopes

En comparaison : l'âge de l'Univers est $4.6 .10^{9}$ années

Enfin, quelques isotopes se décomposent vite : l'einsteinium ^{253}Es en 20.5 jours, le mendelévium ^{256}Md en 78 minutes et l'ununhexium ^{293}Uuh en 6 millisecondes.

Conclusions physiques

La nature n'a pas – et ne peut avoir, on l'a démontré - de loi permettant de connaître le moment où *un* atome particulier se décomposera, ou de savoir *quel* est le premier atome d'un échantillon qui se

décomposera : sa loi de décomposition ne s'applique – et ne peut s'appliquer - qu'à *une population* d'atomes.

Dans le cas de la décomposition radioactive on peut *prévoir* une évolution (les produits de la décomposition), mais on ne peut pas *prédire* certains de ses résultats quantitatifs (comme l'heure où un atome particulier se décomposera et l'heure de la première décomposition d'un atome). D'où l'importante conclusion métaphysique :

« Pouvoir prévoir ne garantit pas de pouvoir prédire »

Il y a de nombreux phénomènes naturels dont l'évolution peut ainsi être prévue, mais pas prédite. Comme les exemples que nous allons citer sont à l'échelle atomique, nous avons besoin de présenter l'outil mathématique des lois de physique atomique, la *Mécanique quantique*, qui explique aussi la décomposition radioactive :
voir *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

Conclusions philosophiques

Le déterminisme naturel peut donc se manifester par de l'instabilité, où l'état présent évoluera *sans cause externe* vers un état plus stable au bout d'un temps plus ou moins long, un phénomène expliqué et chiffré en Mécanique quantique par le *principe d'incertitude de Heisenberg*.

« L'instabilité de certains corps à l'échelle atomique produit des changements d'état relevant du déterminisme statistique. »

Nous devons donc en conclure qu'en plus de l'irréversibilité qui l'accompagne parfois, le déterminisme peut être :

- *Ininterrompu*
  - **« Tout système naturel évolue sans cesse, et évoluera jusqu'à la fin des temps, l'équilibre thermodynamique n'étant jamais complètement stable. »**
    (Tout endroit "vide" de l'Univers reçoit des rayonnements, donc de l'énergie).
  - **« Tout corps rayonne, absorbe et réfléchit sans cesse de l'énergie électromagnétique. »** (voir *Rayonnement de tous les corps*).
- *Multiétapes* (lorsque des décompositions s'enchaînent comme celle de ^{238}U).
- *Plus ou moins rapide en ce qui concerne la durée d'une évolution-conséquence* (et la durée est elle-même relative, puisque variant de manière relativiste avec la vitesse de l'observateur : une horloge en mouvement rapide tourne plus lentement qu'une horloge au repos) ;
- *Stochastique,* en ce sens que nul ne peut prédire l'ordre dans lequel les noyaux d'un objet se décomposeront, ni l'instant où un noyau donné se décomposera ;
  la loi de décomposition s'applique à une population, pas à un de ses éléments.

La causalité qui agit dans la décomposition de noyaux ou de particules ne s'explique pas parfaitement de nos jours.

Son effet se modélise cependant en faisant intervenir des mécanismes de liaison entre nucléons (=protons ou neutrons) comme la tension superficielle d'une goutte de liquide, la répulsion électrostatique (force de Coulomb), la force nucléaire et la force faible. Nous reviendrons sur ces forces plus loin.

On sait malgré tout que certains noyaux lourds, synthétisés à l'origine dans des supernovas (=explosions stellaires), ont une faible énergie de liaison par nucléon. Si un tel noyau est déformé - par exemple par un choc ou par une forte agitation thermique de ses nucléons - la répulsion entre ses protons amplifie la déformation : le noyau lourd a tendance à se rompre. Et comme une décomposition de noyau se fait avec perte de masse, donc dégagement d'énergie et augmentation de l'entropie, il peut y avoir fission spontanée.

L'instabilité énergétique n'est pas une cause agissante, *c'est une propriété* ; et la conséquence - qui n'apparaît qu'au bout d'un certain temps, d'ailleurs variable - n'agit pas sur un noyau ou une particule donnée, mais statistiquement sur un nombre de noyaux ou de particules. Nous touchons là aux limites des postulats de causalité et de déterminisme, certaines propriétés des évolutions-conséquences étant imprévisibles au niveau atomique ; la solution philosophique est l'existence des lois d'interruption dans le cadre du déterminisme étendu. Pour le moment retenons que :

« Certains effets déterministes ne peuvent être décrits correctement que de manière statistique portant sur toute une population, pas sur un élément individuel. ».

Mais terminons d'abord la description de la radioactivité, qui contredit le déterminisme philosophique.

4.5.1.1.2 Radioactivité bêta : émission d'une particule bêta

Ce type de radioactivité émet une *particule bêta*, dont il existe deux types :

- La particule bêta^{-} (dite « bêta moins » car sa charge électrique est négative), qui est un électron. L'émission bêta moins se produit lorsqu'un neutron se décompose en générant un proton (positif), un électron (négatif) et un antineutrino (neutre).

  Exemple : $^{60}Co \rightarrow {}^{60}Ni^{+} + e^{-} + \bar{\nu}_e$

  (un atome de cobalt 60 se décompose en un ion positif nickel 60, un électron et un antineutrino électron).

- La particule bêta^{+} (« bêta plus »), qui est un positron (antiparticule identique à l'électron mais de charge électrique opposée). L'émission bêta plus se produit lorsqu'un proton de noyau atomique se décompose en un neutron, un positron et un neutrino électron.

  Exemple : $^{18}F \rightarrow {}^{18}O + e^{+} + \nu_e$

  (un atome de fluor 18 se décompose en un oxygène 18, un positron et un neutrino électron).

Une radioactivité due à la force nucléaire faible

Cette radioactivité est due à une force fondamentale de la nature dite *force nucléaire faible, interaction faible* ou simplement *force faible*, dont la portée est minuscule : environ 2.10^{-18} m (500 fois moins loin que la force nucléaire).

Cette force agit au niveau d'un quark, composant d'un proton ou d'un neutron.

La demi-vie des noyaux susceptibles de se décomposer par radioactivité bêta est très variable : de $0.85 \, .10^{-2}$ s pour le lithium ^{11}Li à 10^{9} années pour le potassium ^{40}K.

Complément important : voir *Particules W et radioactivité bêta*.

4.5.1.1.3 Radioactivité gamma : émission d'un photon de haute énergie

Les décompositions alpha et bêta créent parfois un noyau instable, d'énergie plus élevée que le minimum possible appelé *état fondamental d'énergie*. Ce noyau se désexcite en libérant l'énergie excédentaire sous forme d'un ou plusieurs photon(s) de haute énergie, le *rayonnement gamma*, qui peut être mortel.

4.5.1.2 Conversion d'énergie électromagnétique en matière

Le rayonnement gamma peut, lorsque ses photons ont une énergie supérieure à environ 1.2 MeV (millions d'électrons-volts, 1MeV=1.6 $.10^{-13}$ joules), se matérialiser en une paire particule-antiparticule : un électron et un positron, conformément à l'équation d'Einstein $E = mc^2$. La masse d'un électron ou d'un positron au repos est 0.9 $.10^{-30}$kg, équivalente à une énergie d'environ 0.5 MeV car la vitesse de la lumière dans le vide est c = 2.997 $.10^{8}$m/s.

4.6 Nécessité d'un autre déterminisme, adapté aux décompositions

Le déterminisme statistique régit les transitions d'état

La radioactivité, dont nous venons de décrire les trois types, montre le caractère à la fois prévisible et imprédictible de ses décompositions.

Dans chaque type, les éléments produits par la décomposition d'un noyau ou d'une de ses particules (proton ou neutron) sont parfaitement prévisibles, ainsi que les émissions de rayonnements qui les accompagnent :

« Une décomposition n'est pas l'évolution d'une particule, mais sa transformation en un ensemble connu de particules. »

Conclusion métaphysique :

« Une situation d'un système peut avoir pour conséquence un changement d'état (décomposition, fusion, liquéfaction, etc.), et pas seulement une évolution continue. »

En outre, l'instant de décomposition d'un noyau ou d'une de ses particules ne peut être prédit, car il ne résulte pas d'une *loi d'évolution* formulable, mais d'une *condition de stabilité* entre forces antagonistes ; par nature celles-ci varient continuellement, et on ne peut les déterminer à un instant *t* précisément parce que leurs intensités résultent du *principe d'incertitude de Heisenberg* qui rend une telle détermination exacte impossible.

Enfin, on ne peut prédire l'ordre dans lequel des atomes se décomposeront.

4.6.1 Structure hiérarchique des lois du déterminisme

L'instant de décomposition d'un noyau d'uranium ^{238}U ne peut être prédit, car il ne résulte pas d'une *loi de transition* calculable, mais d'une *condition de stabilité* entre forces antagonistes ; par nature celles-ci varient continuellement sans cause externe, et on ne peut les déterminer à un instant *t* précisément parce que leurs intensités instables rendent une telle détermination impossible. Retenons que :

> **« Il existe des situations instables où une transition d'état peut survenir sans cause externe, à un instant imprévisible. »**

Cette transition *au niveau d'un atome* échappe donc au déterminisme philosophique et au déterminisme scientifique. Mais il existe une loi statistique régissant *une population d'atomes*, et cette loi est régie par le déterminisme statistique.

Contrairement à une évolution, qui a une loi *calculable*, une transition d'état a une loi *descriptive* comme "liquide ➔ vapeur" ou "^{238}U ➔ ^{234}Th + ^{4}He".

L'instabilité précédente est donc un exemple de condition régissant une loi de transition d'état, *condition d'un niveau supérieur à elle*. Cette condition est d'une nature fondamentalement différente de la loi de transition qu'elle régit ; elle comprend un test de la forme :

<Si telle condition est remplie>

et une conséquence qui dépend du résultat du test, de la forme :

<Si le résultat est OUI effectuer ou empêcher telle action>
<Si le résultat est NON effectuer ou empêcher telle autre action>.

Les évolutions régies par le déterminisme seront donc décrites, en plus des formules de calcul du déterminisme statistique (et de son sous-ensemble le déterminisme scientifique), par des conditions d'application de lois de transition d'état. D'où la conclusion métaphysique :

> **« La nature a des conditions d'application des lois de transition d'état : nous les appellerons *lois d'interruption*. »**

Une loi d'interruption permet ou empêche, démarre ou interrompt l'application d'une loi de transition, selon les circonstances. Muni de ces deux types de lois, le déterminisme global sera de plus haut niveau que les déterminismes scientifique et statistique, c'est-à-dire un sur-ensemble. Nous en appellerons la doctrine *déterminisme étendu*.

4.7 Conditions nécessaires pour des résultats prédictibles

Pour qu'une loi d'évolution de la nature produise un résultat prédictible, son caractère déterministe ne suffit pas : savoir qu'un résultat ne dépend que des conditions initiales et d'une loi ne garantit pas son unicité, sa calculabilité et sa précision.

A - Il faut d'abord un algorithme de prévision de l'évolution à partir de l'état initial

L'existence d'une loi d'évolution déterministe implique l'existence d'un « algorithme de prévision en fonction du temps » de l'évolution qui suit un état initial de système, méthode mathématique qui garantit sa calculabilité. Exemples d'algorithme :

1. La deuxième loi de Newton reliant la force $\boldsymbol{F}$ (vecteur), la masse sur laquelle elle agit *M* et l'accélération $\boldsymbol{\gamma}$ (vecteur) communiquée à cette masse est : $\boldsymbol{F} = M\boldsymbol{\gamma}$. L'accélération étant la dérivée seconde de la position par rapport au temps, un calcul de la loi de position met en œuvre une équation différentielle.

   Le respect d'une équation (ou d'un système d'équations) différentielle(s) est caractéristique d'une évolution, et présent dans l'expression mathématique de toutes les lois d'évolution régies par les déterminismes scientifique et statistique, à l'exception des lois itératives dont nous verrons des exemples plus bas.

2. Une fonction itérative comme *f(x) = r x(1-x)* permettant de calculer les termes successifs d'une suite $x_{n+1} = r\,x_n(1-x_n)$ connaissant le coefficient *r* et la valeur initiale. On rencontre une telle suite dans un système dynamique. Voir *La fonction logistique*.
3. Un système d'équations différentielles comme celui du modèle de système dynamique de Lotka-Volterra (voir *Equations différentielles à 2 variables – Modèle de Lotka-Volterra*).

B – Il faut ensuite que cette évolution soit unique

- L'exemple 1 précédent donne un résultat d'évolution unique pour chaque état initial. Mais à l'échelle atomique où l'évolution d'un système est décrite par l'équation de Schrödinger, les résultats sont des variables stochastiques : la position d'une particule en mouvement n'est pas unique, elle dépend d'une loi de probabilité. Bien que l'équation de Schrödinger soit déterministe, le caractère probabiliste de ses résultats empêche leur prédictibilité, tout en leur imposant des contraintes d'appartenance à un ensemble précis, condition qui les empêche d'être « au hasard ».

  La Mécanique quantique, outil mathématique des évolutions à l'échelle atomique, définit un modèle de déterminisme plus riche que le déterminisme scientifique de la physique classique : le *déterminisme statistique*.

- Les exemples 2 et 3 ci-dessus donnent parfois des résultats multiples tels qu'une oscillation périodique entre plusieurs états successifs, ou une évolution vers un cycle limite « attracteur » (voir *Cycle limite attracteur de Van der Pol*), etc.

  Une évolution déterministe produit donc parfois des résultats multiples calculables, éventuellement prédictibles avec des valeurs limites. Ses résultats sont alors soumis au déterminisme statistique.

Remarque sur l'unicité de l'évolution de l'Univers
L'exigence d'unicité est imposée au modèle d'évolution de l'Univers entier par le déterminisme philosophique de Laplace et l'espace-temps de la Relativité d'Einstein. Laplace (astronome) et Einstein (physicien cosmologiste) avaient en tête un univers déterministe de phénomènes astronomiques. L'unicité implique l'existence d'une chaîne de causalité unique reliant les situations du passé, du présent et de l'avenir.

Cette chaîne de causalité unique de l'enchaînement des situations qui ont existé est un sous-ensemble des chaînes de causalité de l'arborescence des situations possibles, compte tenu des superpositions d'états, des incertitudes de position et vitesse, et des transitions d'état imprévisibles. Des possibilités multiples sont apparues chaque fois qu'un résultat d'évolution (ou de changement d'état) a été un élément d'un ensemble de solutions parmi lesquelles la nature a fait un choix non déterministe, par exemple le choix d'un des états d'une superposition par une interaction avec l'environnement.

De toute façon aucune prédiction de résultat n'est possible au-delà d'un nœud d'arborescence : le choix de la branche suivie est parfois fonction de processus non déterministes comme la date d'une décomposition radioactive d'atome ou des raisonnements de l'inconscient humain. Et l'homme agit sur la nature, parfois avec la brutalité d'une explosion atomique.

Conclusion : **« L'évolution globale de l'Univers n'est pas déterministe. »**

C – Il faut, enfin, que le résultat prédit par calcul soit précis
Du point de vue logique, il faut qu'un résultat d'évolution prédit représentant une grandeur physique puisse être exact, c'est-à-dire que sa définition n'offre aucune indétermination ou ambigüité.

Cette exigence est incompatible avec la Mécanique quantique, dont les résultats sont entachés d'incertitude probabiliste. En outre, à l'échelle macroscopique, nous verrons que certaines évolutions présentent une *sensibilité aux conditions initiales* qui limite la précision d'un résultat ou son horizon de prédiction même quand les calculs et les données initiales sont précis. D'où la conclusion :

> **« Le déterminisme d'une évolution ne peut garantir dans tous les cas la prédictibilité des situations futures, bien que celles-ci dépendent d'une loi. »**

4.8 Autres exemples de phénomènes déterministes à résultats imprédictibles

Voir d'abord *Arborescence de conséquences*.

4.8.1 Résultat imprédictible d'un algorithme

Problématique

Un processeur d'ordinateur exécute des instructions qui sont déterministes par nature : chacune a un résultat prédictible connaissant les données de base qu'elle trouve. Mais une suite d'instructions comprend en général des ruptures de séquence basées sur des tests de valeurs du contexte à l'instant de son exécution :

> « Si *x*<4 continuer à l'instruction suivante, sinon aller à l'instruction 9845 »

La valeur de *x* pouvant résulter de calculs précédents on ne peut savoir, avant exécution du programme et au seul vu de son texte (la suite de ses instructions et l'ensemble de ses données initiales), s'il y aura ou non rupture de séquence à l'instruction précédente. Et s'il y a plusieurs ruptures de séquence dans le programme son résultat est imprédictible : on ne peut le connaître qu'en exécutant le programme.

> **« Le résultat d'un algorithme n'est pas prédictible au vu de son texte,**
> **il faut l'exécuter et attendre la fin de cette exécution. »**

4.8.2 Machine de Turing

Modélisation d'un algorithme en général par un ordinateur simplissime

Le génial mathématicien anglais Alan Turing a montré que n'importe quel raisonnement logique à étapes, c'est-à-dire n'importe quel algorithme de décision ou de calcul - même complexe - peut être représenté par une suite d'opérations élémentaires extrêmement simples, exécutables par un ordinateur théorique simplissime appelé depuis "machine de Turing".

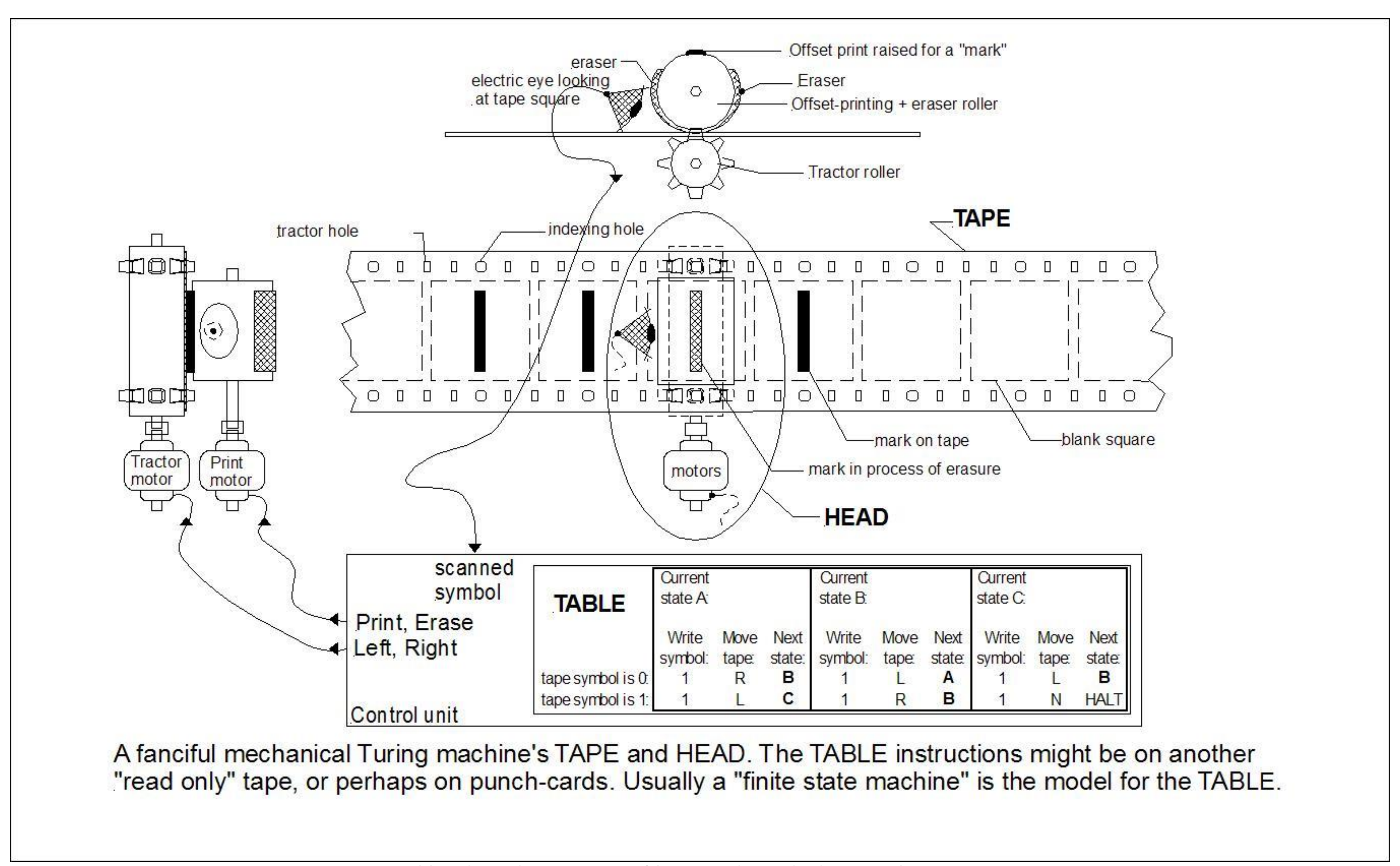
Principe de la machine de Turing

La machine comprend une mémoire linéaire (exemple : ruban perforé) de longueur infinie. Une tête de lecture-écriture accède à cette mémoire en exécutant le jeu d'instructions personnalisable de son mécanisme de contrôle. La tête peut se déplacer d'une position mémoire à la suivante ou la précédente pour y lire, effacer ou écrire un caractère.

Le jeu d'instructions commandant la tête constitue un programme ayant un certain nombre d'états prédéfinis appelé « automate d'états finis » ; à tout instant, le programme est dans un de ces états et l'instruction suivante qu'il exécute le fait passer à un autre état en tenant compte du dernier caractère que la tête a lu sur la bande.

Le résultat d'une exécution est disponible lorsque la machine s'est arrêtée - et seulement à ce moment-là ; dans certains cas (exemple : les propositions indécidables de Gödel) le programme ne s'arrête jamais.

Compléments : [66], [82].



	Current state A:			Current state B:			Current state C:		
	Write symbol:	Move tape:	Next state:	Write symbol:	Move tape:	Next state:	Write symbol:	Move tape:	Next state:
tape symbol is 0:	1	R	**B**	1	L	**A**	1	L	**B**
tape symbol is 1:	1	L	**C**	1	R	**B**	1	N	HALT

A fanciful mechanical Turing machine's TAPE and HEAD. The TABLE instructions might be on another "read only" tape, or perhaps on punch-cards. Usually a "finite state machine" is the model for the TABLE.

Machine de Turing © raganwald.com - Microsoft Bing Creative Commons

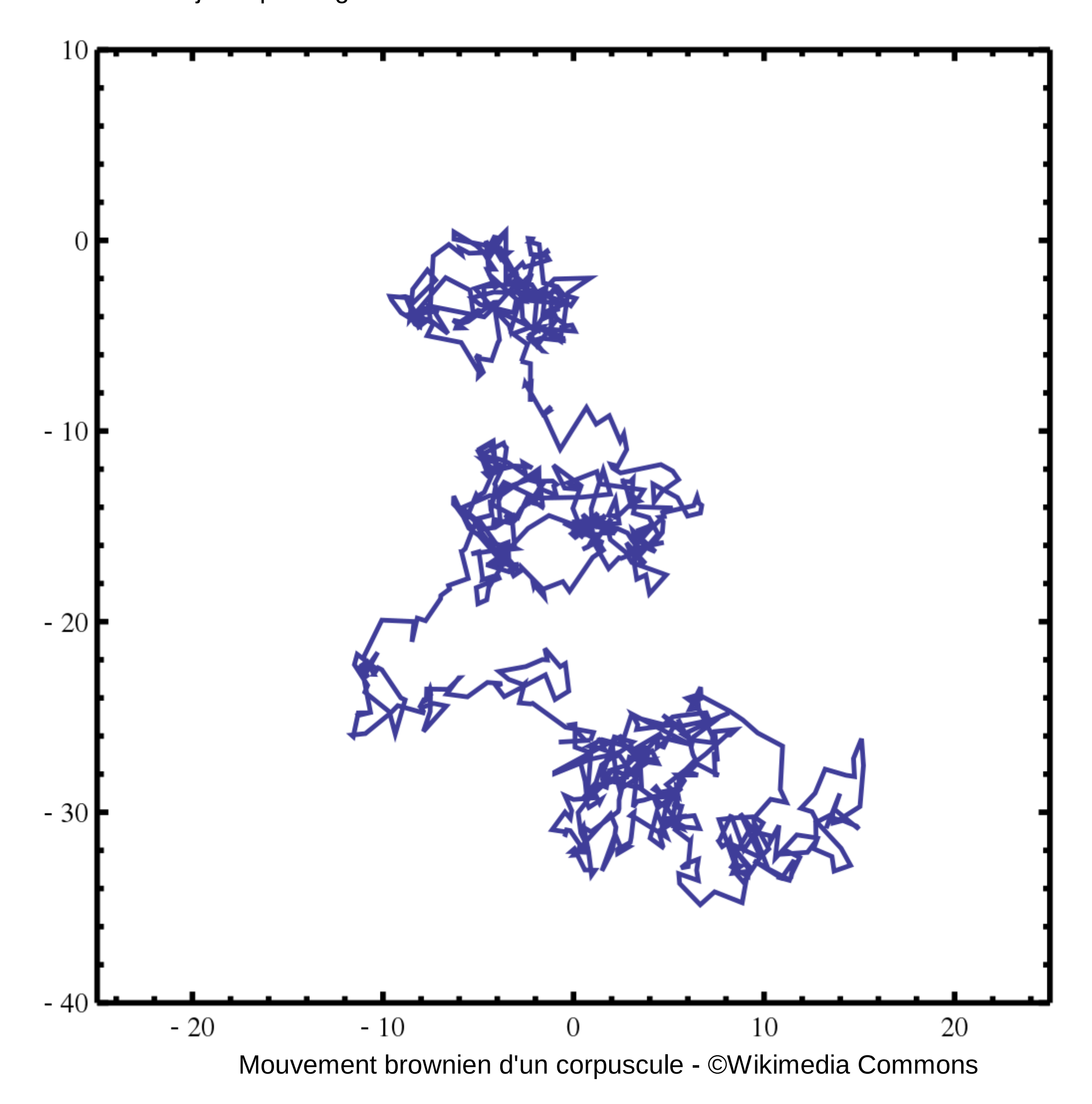
Importance de la machine de Turing

La démonstration de Turing a une importance considérable, en permettant de modéliser TOUS les raisonnements logiques par un algorithme. Aujourd'hui un ordinateur peut démontrer ou vérifier des théorèmes dans le cadre d'une axiomatique. Il suffit d'écrire le programme correspondant… et que son exécution s'achève en un temps raisonnable.

> **« Tout calcul et raisonnement logique qu'un homme peut faire peut être écrit sous forme de programme, puis exécuté par un ordinateur. »**

4.8.3 Mouvement brownien

Les molécules d'un fluide (gaz, liquide ou plasma) n'arrêtent pas de bouger. Leur agitation, appelée mouvement brownien, résulte de la température du fluide. A la température absolue T chaque molécule a une énergie cinétique moyenne de $(3/2)k_BT$, où k_B est la constante de Boltzmann, $k_B = 1.38066 \,.10^{-23}$ joule par degré Kelvin.



Mouvement brownien d'un corpuscule - ©Wikimedia Commons

En bougeant sans cesse, chacune indépendamment des autres, les molécules s'entrechoquent. Leur nombre étant très grand ($2.7 \,.10^{25}$ molécules/m^3 de gaz à la pression atmosphérique normale) et leur vitesse considérable, le nombre de chocs par seconde dans un tel volume est énorme. *La trajectoire d'une molécule particulière est donc trop complexe pour être prédictible, bien qu'entre deux chocs son mouvement soit rectiligne et uniforme car sans frottement, et que les chocs aient lieu sans perte d'énergie*. Si on perce un petit trou dans la paroi de l'enceinte contenant le gaz, la prévision de la première molécule qui sortira par ce trou est impossible en pratique.

Explication du mouvement brownien

Le botaniste Robert Brown a publié en 1828 un compte-rendu de l'expérience suivante. Dans un liquide transparent de minuscules grains de pollen sont en suspension. Observés au microscope, ils

bougent continuellement avec des trajectoires imprévisibles. Ce phénomène se produisant avec toutes sortes de pollens et de corpuscules d'autres origines, Brown en conclut que ce mouvement désordonné est une propriété générale de la matière dont il ne put donner des détails.

4.8.3.1 Démonstrations par Einstein et Démocrite de l'existence des atomes

L'explication scientifique du mouvement brownien a été publiée par Einstein en 1905 [285]. On savait déjà à l'époque que les molécules d'un fluide (définies comme ses plus petites parties ayant une existence indépendante) avaient une énergie cinétique moyenne de $\frac{1}{2}k_BT$ par degré de liberté. Si ces molécules étaient infiniment petites, leurs chocs sur un corpuscule en suspension s'annuleraient statistiquement et il serait immobile. Le fait que le corpuscule bouge sous le microscope montrait que la résultante des chocs des molécules de fluide sur lui variait sans cesse, donc que les molécules avaient une taille finie. Einstein a calculé cette taille et le nombre d'Avogadro et démontré ainsi, pour la première fois, qu'un fluide est fait de molécules. (A l'époque, on ne parlait pas encore de molécules à ce propos, on parlait d'atomes comme Démocrite qui en avait théorisé l'existence vers 400 avant J.-C.).

Comment Démocrite a "démontré" l'existence des atomes

Démocrite connaissait les définitions d'un *point* (de taille nulle) et d'un *segment continu* (divisible en segments continus plus petits, eux-mêmes redivisibles et ainsi de suite à l'infini). Un objet continu de l'Univers ne pouvait être divisible en points, car on peut juxtaposer autant de points que l'on veut sans obtenir une longueur totale non nulle ; il devait donc être fait de parties continues de taille finie. Et comme Démocrite ne savait pas que la somme d'une infinité de termes infiniment petits peut être un nombre fini non nul, il en conclut que l'objet devait être divisible en parties de taille minimum non nulle, chacune indivisible. Il postula donc l'existence, pour tout objet de l'Univers, de composants de taille minimum non nulle. Et comme ces composants devaient être indécomposables il appela chacun « atome », qui veut dire « impossible à couper ».

Il est pourtant facile de voir que la somme d'une infinité de termes peut être finie. Coupons un segment de longueur L en deux parties, égales ou non, puis chacune des parties en deux autres parties, etc. En continuant indéfiniment on obtient une infinité de parties minuscules dont la longueur totale est L.

4.8.4 Forme des flocons de neige

Un flocon de neige résulte de la formation d'un ou plusieurs cristaux de glace à symétrie hexagonale. Du fait du nombre de variables qui interviennent, la complexité du phénomène de formation de ces cristaux est telle qu'ils peuvent prendre des dizaines de formes différentes [78]. Le nombre de combinaisons de ces formes en flocons est si grand qu'on peut considérer qu'un flocon donné a une forme unique, ou que dans un lieu donné on ne rencontrera peut-être un flocon identique que dans cent ans. Les phénomènes physiques intervenant dans la formation des cristaux de glace et leur regroupement en flocons sont déterministes et assez bien connus. Pourtant on ne peut jamais prévoir quelle forme exacte de flocon se formera dans des conditions données, même lorsque celles-ci sont créées avec précision en laboratoire.

Ces exemples sont généralisables :

« Lorsqu'un grand nombre de phénomènes déterministes interagissent, l'évolution de l'un quelconque de ces phénomènes est imprédictible, de même que l'évolution du résultat de leur interaction. »

Le déterminisme n'est pas en cause, l'imprédictibilité du résultat provient de la seule multitude des interactions. Pour rendre compte de cette cause naturelle d'imprédictibilité, le déterminisme doit être complété par la précision que l'action simultanée de trop nombreux phénomènes déterministes donne un résultat impossible à prédire ou extrêmement difficile à calculer.

« Le résultat d'un grand nombre de phénomènes déterministes simultanés est imprédictible parce que trop difficile à calculer. »

Cependant, on peut souvent représenter *la situation d'ensemble* (c'est-à-dire statistique) des variables d'un système (comme sa température moyenne, sa pression moyenne, et les proportions des corps qui le composent s'il s'agit d'une solution chimique) par celle de la densité de probabilité d'apparition de son point représentatif dans un espace des phases rapporté à ces variables.

Exemples de ce qu'on peut savoir :

- A chaque instant t on saura pour chaque volume élémentaire au voisinage d'un point de cet espace la probabilité qu'il a d'être atteint.

- Pour un ensemble donné de valeurs des variables, on pourra connaître l'évolution de sa probabilité d'existence dans le temps.

Cette approche probabiliste utilisant l'espace des phases diffère de l'approche traditionnelle basée sur des trajectoires dans l'espace géométrique ; elle a été étudiée notamment par Ilya Prigogine, qui l'a décrite dans [79] ; elle convient aussi aux systèmes dont l'évolution est irréversible, contrairement à l'approche basée sur les trajectoires.

Voir aussi Mécanique statistique.

4.9 Déterminisme et durée de calcul

Un résultat n'est dit calculable que s'il est produit en un temps acceptable

Le mathématicien anglais Alan Turing a démontré en 1936 que :

> **« Il n'existe pas d'algorithme universel permettant de savoir si un programme (logiciel) donné finira de s'exécuter ou non en un temps fini. »**

Or si le calcul d'un résultat demande un temps infini ou très grand, ce résultat ne peut pas être qualifié de calculable, car il arrive qu'on ne puisse pas le connaître ou en deviner une approximation avant la fin du calcul.

Un algorithme est un processus déterministe, car on sait exactement ce qu'il fait et il satisfait aux conditions de la définition du déterminisme scientifique. Mais il peut s'avérer non calculable en pratique si le temps nécessaire pour que son résultat apparaisse est infini ou plus grand que notre patience [80].

Et comme, d'après la démonstration de Turing, on ne peut savoir d'avance, en général, au vu d'un algorithme et de ses données initiales, si son temps d'exécution sera infini, il faut exécuter le logiciel de l'algorithme et considérer arbitrairement comme infini un temps qui nous paraît trop long… Pour aller plus loin, il faut si possible étudier mathématiquement sa vitesse de convergence en appliquant des méthodes d'Analyse numérique, qui est une branche des mathématiques.

Le déterminisme lui-même, lorsqu'il régit l'évolution d'une situation initiale (la cause) à une situation finale (la conséquence), implique un intervalle de temps « acceptable » entre ces deux situations.

- *Un intervalle de temps nul* fait qu'on ne parle plus de déterminisme mais de *conséquence logique ou calculable*. On ne peut plus séparer cause et conséquence en tant que phénomènes successifs, la conséquence est une simple déduction nécessaire de la cause.

  Exemple : si la cause du phénomène est "$x > 6$", la conséquence "$x + 1 > 7$" est vraie en même temps et ne constitue pas une évolution ; dans ce cas la transition cause $\rightarrow$ conséquence n'échange pas d'énergie (condition nécessaire pour qu'elle soit une évolution physique déterministe).

  Voir aussi plus bas l'importante discussion *Conséquence métaphysique des inégalités de Bell : la non-séparabilité*.

- *Un intervalle de temps infini,* ou simplement beaucoup plus long que l'échelle de temps du phénomène, fait qu'on n'attend plus la conséquence ; parfois on la découvre des années après.

  Exemple : en général le temps de réponse de mon PC est de l'ordre d'une seconde. Il m'est arrivé plusieurs fois, après une longue minute d'attente, de considérer qu'il tournait en rond et d'interrompre brutalement le traitement ; comme ce système exécute plus de 1 milliard d'instructions par seconde, je n'imagine pas qu'une application de bureautique puisse prendre si longtemps pour traiter une transaction. Parmi la vingtaine d'applications que j'utilisais jusqu'en 2006 une seule demandait 30 à 40 minutes de traitement, la conversion des 450 pages d'un de mes livres du format ".doc" de WORD en format ".pdf" d'Adobe Reader, et après l'avoir interrompue à tort deux fois, j'ai appris à patienter. Heureusement, depuis la version WORD 2007, ce logiciel de traitement de textes effectue lui-même la conversion de son format natif en format ".pdf", et le fait en une trentaine de secondes pour le même document.

- *Un intervalle de temps acceptable* a une durée du même ordre que celle que notre intuition ou la théorie associent au résultat attendu, ou à l'évolution de la cause à ce résultat. L'acceptabilité est un critère subjectif, bien entendu, mais par quoi pourrait-on le remplacer ?

Exemple : le service public de *La Poste* doit acheminer une lettre neuf fois sur dix en 1 jour ouvrable. En considérant qu'une lettre qui n'est pas arrivée au bout de 5 jours n'est pas partie ou a été perdue, on ne se trompe que rarement.

4.9.1 Calculabilité, déterminisme et prévisibilité

Considérons deux nombres réels calculables pour lesquels il est important de savoir s'ils sont égaux ou non. Si on connaît une démonstration (par raisonnement) de cette égalité ou inégalité, on a une réponse théorique à la question. Mais si on n'en connaît pas, on peut se demander s'il existe un algorithme à qui la donnée de ces deux nombres (ou la comparaison de paires de décimales successives, une de chaque nombre) permet de répondre à la question de leur égalité.

Hélas, la réponse à la question sur leur égalité est « *en général, non* ». Par exemple, deux nombres réels irrationnels égaux ayant une suite infinie et non périodique de décimales, un algorithme qui comparerait une par une leurs décimales de même rang ne se terminerait pas s'il continuait à comparer les décimales tant qu'elles sont égales ; on n'en connaîtrait donc jamais, alors, le résultat certain.

La comparaison de deux nombres irrationnels n'est pas la seule opération de durée éventuellement infinie, donc par définition non calculable, puisque nous savons que :

- Un algorithme est toujours déterministe, car il effectue seulement des opérations déterministes (voir les hypothèses [80]).
- La calculabilité exige le déterminisme : un phénomène non déterministe au sens scientifique traditionnel, s'il existait, ne pourrait être modélisé de manière calculable.
- Partant de données initiales, un algorithme peut :
  - S'arrêter après un nombre fini d'opérations, et son résultat est alors, par définition, calculable ;
  - Ne pas s'arrêter, et son résultat est alors, par définition, non calculable.

  Mais avec des données initiales différentes son comportement peut être autre.

  (Et comme signalé dans *Déterminisme et durée de calcul*, il n'existe pas d'algorithme général pour savoir d'avance, sans l'exécuter, si un algorithme s'arrêtera.)

  Il y a autant d'algorithmes qui ne s'arrêtent pas que l'on veut, puisque :
  - On peut écrire autant de programmes qui bouclent que l'on veut ;
  - Il existe une infinité de programmes qui bouclent pour certains cas de données initiales et pas pour d'autres ;
  - Un programme calculant une suite ou une série non convergente peut tourner indéfiniment sans converger.

    Exemple : $\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ ne tend vers aucune limite fixe lorsque $x \to \infty$ car la fonction sinus oscille indéfiniment.
- Autre cas de non-calculabilité : dans certaines théories physiques mal adaptées à la réalité le résultat à calculer est infini [81].

D'où la confirmation de la conclusion déjà énoncée : *il y a des processus déterministes dont le résultat n'est pas calculable, parce qu'il faudrait :*

- Soit un nombre infini d'opérations, donc un temps infini. Ce sont en fait des processus multiétapes, qui en comptent un nombre infini dont chacune a une durée finie (et non infiniment courte) ;
- Soit calculer des valeurs infinies, ce qui n'a pas de sens ;
- Soit parce qu'ils définissent un nombre ou un concept non calculable ;
- Soit parce qu'ils ont construit une proposition indécidable.

  Exemple informatique : étant donné un nombre entier *n*, valeur initiale fournie à un algorithme, affecter au résultat de l'algorithme la valeur 1 si la *machine de Turing* de rang *n* lancée avec le nombre *n* s'arrête, et 0 si elle ne s'arrête pas. Puisqu'on ne peut savoir d'avance (sans la faire tourner) si la machine de Turing s'arrêtera dans ce cas, la proposition est indécidable et l'algorithme peut ne jamais s'arrêter, son résultat étant donc non calculable. [82]

Exemple psychologique : les processus psychiques se déroulent dans l'inconscient sous forme de changement de l'état et des interconnexions de neurones. Comme tout processus de la vie est une combinaison, au plus bas niveau, de réactions de biologie moléculaire (régies par le *déterminisme statistique*) on pourrait s'attendre à ce que les processus inconscients soient aussi déterministes. Ils ne le sont pas parce que leurs fonctions dépendent de paramètres corporels et psychiques qui varient constamment selon le contexte, et que nous ignorons car ils sont inaccessibles puisque hors de la conscience ; en outre, l'inconscient effectue des associations et transformations d'images mentales et de représentations indépendamment des règles de logique et d'écoulement du temps.

Les "pensées" de l'inconscient (images mentales indifférentes au temps et à la logique) apparaissent donc d'une manière imprévisible et non reproductible. Lorsque la conscience a accès à une de ces pensées ou subit l'influence d'un processus inconscient, la pensée dont elle est consciente est apparue de façon inexplicable ; *ses qualités de véracité, de non-contradiction, etc. sont donc indécidables*.

Autre exemple de processus déterministe à résultat non calculable

Source : [25] page 243. Les équations différentielles de propagation d'onde sont déterministes au sens traditionnel : leurs solutions sont telles que les données de l'instant initial déterminent complètement l'onde à tout instant ultérieur. Or il existe des cas où une solution a des données initiales calculables et des valeurs ultérieures non calculables [81] ; dans une telle solution à un problème physique déterministe, certaines fonctions ont des valeurs tantôt calculables, tantôt non calculables. Et pourtant la nature n'hésite pas : à partir de toute situation initiale elle déclenche une évolution conforme à ses lois d'interruption.

Conclusion

Dans des cas particuliers rares, en physique ou dans des expériences de pensée construites à cet effet, le résultat d'une formule ou d'un processus physique déterministe peut être non calculable, ou tantôt calculable tantôt non calculable. Si le processus est une évolution physique, la non-calculabilité n'empêche pas l'évolution, elle empêche seulement de prédire son résultat.

4.9.1.1 Calculabilité d'une prédiction

En généralisant par induction nos observations sur les évolutions des systèmes physiques, nous avons postulé que les phénomènes de l'Univers sont déterministes. A part comprendre une situation, connaître le déterminisme sert à prévoir et prédire l'avenir, ainsi qu'à savoir quand il est compréhensible et prédictible. Il est important de savoir si, dans une situation donnée, il existe nécessairement un algorithme de prédiction de son évolution. Cette question se pose d'autant plus qu'il y a des processus déterministes dont le résultat n'est pas calculable ; nous savons aussi déjà qu'un algorithme est toujours déterministe, mais qu'il ne fournit pas toujours un résultat.

Indécidabilité prouvée et indécidabilité pratique

Considérons l'affirmation inquiétante : « La guerre atomique qui détruira l'humanité commencera dans 30 ans. » Nous ne savons pas si cette affirmation est décidable, c'est-à-dire s'il existe aujourd'hui un algorithme (raisonnement déductif formel) permettant de la déclarer vraie ou fausse. Nous savons, en revanche, que le nombre de paramètres d'un tel algorithme permettant d'y répondre est immense, tellement immense que l'effort pour trouver cet algorithme est décourageant. *En pratique*, donc, nous considérerons cette affirmation comme indécidable.

D'où une première constatation : une proposition peut être indécidable *à coup sûr*, parce que cette indécidabilité a été démontrée dans le cadre d'une axiomatique, ou être indécidable *en pratique*, parce que l'effort pour le savoir est hors de portée ou parce que nous n'avons pas les connaissances nécessaires.

Remarquons aussi, en passant, que l'affirmation ci-dessus est *infalsifiable* : il n'existe pas de moyen pratique de prouver qu'elle est fausse 30 années à l'avance. C'est le cas de toutes les prédictions « boule de cristal » que les auteurs d'horoscopes formulent soigneusement pour qu'elles soient infalsifiables.

Considérons à présent l'affirmation « La guerre atomique qui détruira l'humanité commencera dans 30 *minutes*. » Cette affirmation a beaucoup de chances d'être fausse, parce que la situation mondiale grave conduisant à une telle guerre n'existe pas en ce moment, et qu'il faudrait plus de 30 minutes pour qu'elle apparaisse. On voit qu'une différence minime, le remplacement du mot "ans" par le mot "minutes", peut changer la prédictibilité pratique d'un résultat d'évolution. Cette calculabilité (ou, plus généralement, cette prédictibilité) pratique n'est donc pas une propriété exclusivement formelle, elle dépend aussi de la sémantique. Donc, *en général* :

- On ne peut prédire le résultat du déroulement d'un algorithme au vu de son texte et de ses données initiales, il faut attendre la fin de son déroulement ; cela peut prendre du temps, et si ce temps est trop long…
- On ne peut prédire l'évolution d'une situation complexe par un simple raisonnement déductif formel, il faut prendre en compte les valeurs de ses paramètres, leur signification et leur impact. Parfois, il faudra attendre que la situation ait déjà un peu évolué avant de pouvoir prédire la suite de cette évolution.

Déterminisme et prédiction de résultats futurs

Nous savons maintenant qu'il y a des phénomènes déterministes dont le résultat n'est pas prédictible par raisonnement logique ou calcul, en théorie ou en pratique. Mais leur caractère déterministe n'en est pas moins certain puisqu'ils satisfont les deux critères de la définition du *déterminisme scientifique* : la loi (condition nécessaire et suffisante) et la stabilité.

C'est ainsi que tous les phénomènes biologiques du vivant sont déterministes en tant que résultats d'un ensemble de phénomènes composants déterministes (de biologie moléculaire), alors que les conséquences des mécanismes physiologiques et psychologiques basés sur eux sont souvent imprévisibles :

- Parce qu'on ne connaît pas – ou pas assez bien - tous ces composants - notamment lorsqu'interviennent des mécanismes mentaux non conscients ; nous verrons plus bas cette conséquence de la complexité.
- Parce que la reproductibilité des conditions (stabilité des circonstances complexes) n'est pas assurée.

L'homme est souvent imprévisible bien qu'il fasse partie de l'Univers, dont les phénomènes *physiques* sont tous déterministes, mais dont les interactions (exemple : phénomènes *psychologiques*) ne le sont pas nécessairement (en psychologie, du fait de l'inconscient comme de la complexité). Il faut donc bien, en pratique, limiter la promesse de prédictibilité du déterminisme traditionnel, que ce soit celui de Laplace ou le déterminisme scientifique.

4.9.1.2 Phénomènes déterministes à conséquences imprévisibles et erreurs philosophiques

Nous savons à présent qu'il existe des phénomènes dont le déroulement est déterministe, mais dont le résultat ne peut être prédit au départ :

- Soit parce qu'*il faut un temps de calcul infini ou inacceptable* pour que l'algorithme calcule le résultat.
- Soit parce qu'*au vu d'un algorithme et de ses données initiales on ne peut savoir à l'instant du lancement s'il s'arrêtera, s'il se bloquera sur une opération impossible comme une division par zéro, ou s'il fournira un résultat en un temps assez court pour que nous l'attendions*.
- Soit parce que *la complexité* du phénomène (nombre de phénomènes déterministes composants trop élevé, interactions trop complexes), la présence d'*imprécisions* (paquet d'ondes, effet Compton) ou celle d'*instabilités* (Heisenberg), ou de *fluctuations quantiques* rendent son évolution imprévisible en pratique, même si elle est prévisible en théorie.

  Le cas le plus grave d'impossibilité de prédire une évolution est certainement celui dû au *principe d'incertitude de Heisenberg*. Lorsque, conformément à ce principe (en fait : ce théorème), la valeur d'une variable à un instant donné n'est pas définie et peut changer sans cause, *on ne peut même pas décrire l'état actuel* ; il est alors impensable de décrire son évolution. Ainsi, on ne peut prédire les *fluctuations quantiques*.
- Soit parce que *l'instabilité du contexte* du phénomène ou sa *sensibilité aux conditions initiales* rend celui-ci imprévisible en pratique ;
- Soit parce qu'*il n'existe pas d'algorithme pour calculer le résultat*
  (exemple : problème du pavage du plan avec des carreaux polygonaux, qui n'a pas d'algorithme dans le cas général).

Cette situation a été à l'origine d'erreurs de raisonnement sur le déterminisme, commises par des gens qui confondaient impossibilité de toujours prédire par algorithme (raisonnement logique) le résultat d'une évolution, et non-déterminisme.
Voir *Théorèmes d'incomplétude de Gödel* et [83].

4.9.1.3 Calculabilité par limitations et approximations
Dans un ordinateur, un programme ayant un nombre d'instructions fini de durée individuelle finie, ne peut durer indéfiniment que s'il exécute un nombre infini d'opérations, soit en bouclant, soit en exécutant un algorithme non convergent. Ces cas impliquent l'oubli par le programmeur d'inclure des tests de convergence. Excluons-le pour la suite de ce paragraphe.

Un programme qui manipule des nombres réels travaille sur des approximations binaires finies de ces nombres ; chaque opération de calcul a donc une durée finie. L'égalité de deux nombres est définie à une décimale du dernier ordre près. Les opérations (comme la multiplication et la division) qui génèrent plus de décimales que le logiciel n'en peut traiter se terminent par une troncature des décimales en surnombre du résultat. Les calculs approchés ayant des règles précises, ils sont déterministes. L'utilisation de valeurs numériques approchées est justifiée parce que :

- la précision des grandeurs physiques, scientifiques, financières ou autres qu'elles représentent est elle-même limitée ;
- nous ne savons pas créer et manipuler des nombres de précision infinie.

L'esprit humain effectue, lui aussi, des opérations approchées, notamment lorsqu'il raisonne par analogie, lorsqu'il compare deux objets en ne considérant qu'une partie de leurs propriétés, ou lorsque l'inconscient fait des rapprochements surprenants. Cette possibilité est bénéfique, car une connaissance exhaustive est rare, et un résultat approché obtenu rapidement est souvent plus utile dans la vie courante qu'un résultat plus précis obtenu trop tard.

Ces opérations mentales approchées sont en général non déterministes, parce qu'elles mettent en œuvre des critères de qualité (précision, rigueur, etc.) non reproductibles ; ces critères peuvent être basés, par exemple, sur des quantités de neurotransmetteur (molécules d'anticipation, de désir) positives (agréables) ou négatives (désagréables) dans le cortex préfrontal du cerveau, quantités qui peuvent varier avec les circonstances externes (environnement, santé, etc.)

4.9.2 Nombres réels et problèmes non calculables
Définitions

Adjectif "calculable"

Par définition, un nombre réel est dit *calculable* s'il existe un algorithme permettant de le calculer *en un temps fini*. Une racine carrée, par exemple, est calculable avec toute précision (nombre de chiffres exacts) désirée.

- Un résultat est dit calculable s'il existe un algorithme permettant de l'obtenir en un nombre fini d'opérations (donc en un temps fini). [80]

  Tout algorithme parcourant un nombre fini d'étapes de durée finie est donc calculable ; sa logique est déterministe.
- Un ensemble d'entiers *E* est dit calculable s'il existe un algorithme permettant de savoir en un nombre fini d'étapes si un entier donné *x* appartient à *E*. Il existe des ensembles d'entiers *non calculables*, dont un exemple est cité par [25] page 158.

S'il est bien conçu, un algorithme comprend des tests de fin lui permettant de s'arrêter lorsque le nombre de décimales calculées ou de termes calculés est suffisant, ou que le temps de calcul a dépassé une certaine durée ; cet arrêt est indispensable pour que l'algorithme fournisse un résultat, s'il n'en imprime pas une partie (une des décimales successives, un des termes successifs) à chaque étape.

Nombres réels non calculables

Hélas, il existe des nombres réels *non calculables*. Un exemple de procédé pour prouver l'existence d'un tel nombre (sans le calculer) est cité dans [25] page 108 ; ce nombre a une infinité de décimales telle que sa décimale de rang *n* est définie comme prenant la valeur 1 ou la valeur 0 selon que la *machine de Turing* de rang *n* calculant sur le nombre *n* s'arrête ou non, ce qu'il est impossible de savoir d'avance au moyen d'un algorithme (impossibilité démontrée par Turing). [82]

> On peut être pris de vertige en songeant à un nombre réel (bien nommé, car il existe vraiment !) qu'on ne peut écrire parce qu'on ne peut le calculer ! Et il y a des gens, les intuitionnistes, qui refusent de croire à l'existence d'un tel nombre.

On connaît un exemple d'onde définie par sa fonction de propagation dont l'amplitude à l'instant t=0 est calculable et l'amplitude à l'instant t=1 est continue mais non calculable [84].

Enfin, Gödel a démontré l'existence de propositions vraies qui sont indémontrables bien qu'on puisse les écrire. Voir *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*.

Conséquence pour le déterminisme

L'existence de nombres réels non calculables - il y en a une infinité - illustre une limite de prédictibilité du déterminisme : il y a des algorithmes déterministes qui prouvent *l'existence* de quelque chose (ici un nombre) *qui ne peut être décrit* (sa représentation n'est pas calculable) *à l'exception de propriétés particulières* (l'unicité par exemple, dans le cas de nombres réels de propriétés données). L'algorithme permet alors d'en prévoir l'existence et certaines propriétés, mais pas la valeur.

> Nous avons défini le déterminisme étendu comme un principe régissant toutes les lois de la nature. La définition du *déterminisme scientifique* traditionnel s'applique aussi aux algorithmes, processus intellectuels qui ne sont pas des évolutions naturelles ; mais la convergence d'un algorithme en un temps fini et la régularité d'une suite de résultats qu'il génère ne sont pas nécessairement garantis. Plus généralement, la pensée humaine est imprévisible à partir de la hiérarchie des phénomènes qui la composent, hiérarchie commençant avec la génétique et se terminant par les divers niveaux du « logiciel » psychique ; cela vient, par exemple, de l'effet de l'inconscient ou des raisonnements par analogie.

L'existence de nombres réels non calculables peut sembler n'intéresser que des mathématiciens. Mais la limite correspondante du déterminisme apparaît aussi dans des phénomènes physiques observables :

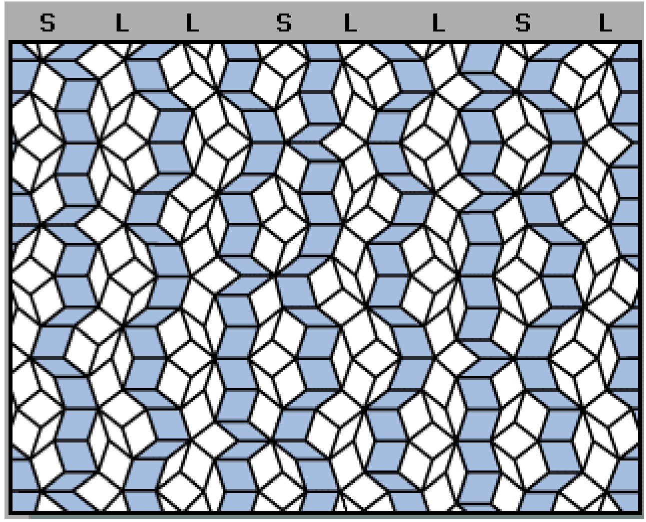
- dans l'Univers il existe de la matière noire dont l'existence est prouvée mais dont on ne peut rien « voir » d'autre que l'effet gravitationnel à distance ;
- les particules atomiques ne sont « visibles » que sous forme mathématique, par exemple avec les outils de la Mécanique quantique.

Voir en complément le paragraphe *Conditions de prise en défaut du déterminisme*.

Exemple de problème non calculable : le pavage du plan

Enoncé : étant donné un ensemble fini de formes planes polygonales différentes, existe-t-il un algorithme pour décider si en les juxtaposant d'une certaine façon on peut paver (c'est-à-dire recouvrir) la totalité du plan ?

C'est le « problème du carreleur » : comment disposer ses carreaux pour couvrir un sol sans trou ni recouvrement ? Voici un exemple issu de [85] :

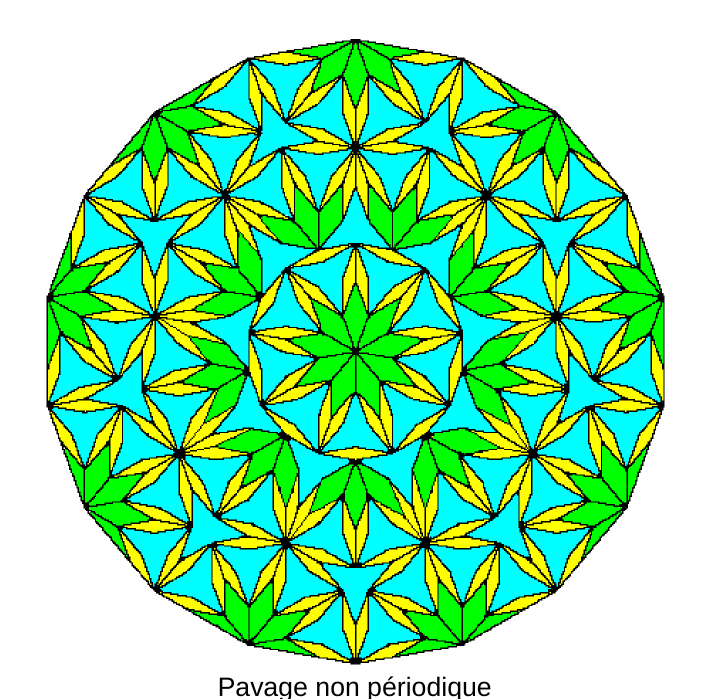


Pavage de Penrose

Le plan est pavé de carreaux en forme de losange. Les carreaux à bords parallèles horizontaux sont grisés et alignés en colonnes séparées tantôt par des intervalles étroits *(S)* ou larges *(L)*. Le pavage

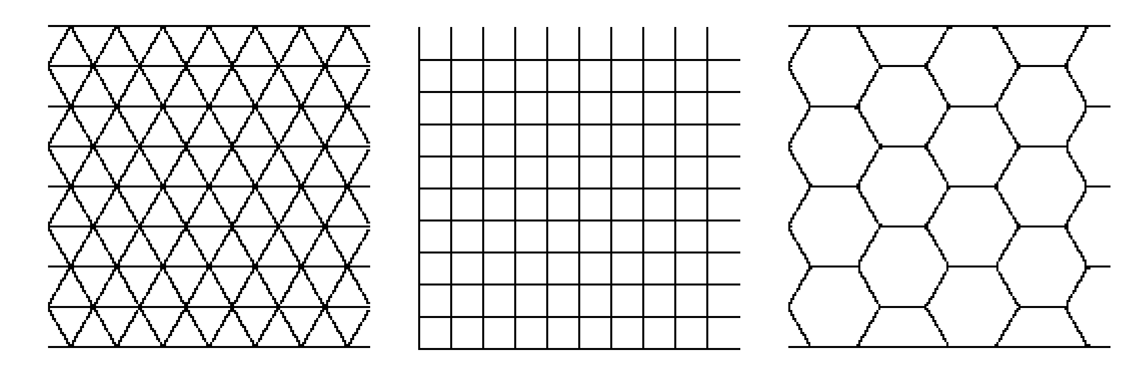
forme des motifs qualifiés de *quasi périodiques* ; *il est déterministe* en ce sens que l'ordre de juxtaposition des carreaux peut être généré par un algorithme.

Selon [25] page 176, Robert Berger a démontré en 1966 qu'*il n'existe pas, en général, d'algorithme permettant de disposer des carreaux polygonaux donnés de manière à paver le plan : ce problème-là est sans solution*. Sa démonstration prouve l'existence de pavages du plan *qui ne contiennent pas de parallélogramme répétitif*, appelés « pavages non périodiques ». En voici un exemple venant de [86] :



Pavage non périodique

Voici trois exemples de pavage répétitif issus de [86] :



4.9.2.1 Il y a infiniment plus de réels non calculables que de réels calculables

Les programmes que l'on peut écrire dans un langage de programmation donné (exemple en langage Java : [87]) forment un ensemble dénombrable (ensemble qui compte autant d'éléments-programmes que l'ensemble des entiers naturels 0, 1, 2, 3… compte d'entiers. En effet, un tel programme est une combinaison de taille finie d'un nombre fini de symboles de base (signes alphanumériques). Un programme, défini comme un couple {formule de calcul, données initiales} sans instruction permettant de boucler, peut donc calculer un nombre réel et un seul.
Le nombre de nombres réels calculables par une formule est donc une infinité dénombrable.

Or l'ensemble des nombres réels n'est pas dénombrable : il y a infiniment plus de nombres réels que de nombres entiers naturels (on dit que l'ensemble des réels a « la puissance du continu »). Comme le nombre de programmes de taille finie est une infinité dénombrable, *il y a nécessairement une infinité de nombres réels qui ne sont pas calculables*.

Nombre réels algébriques ou transcendants
Approfondissons un peu cette situation en partitionnant l'ensemble des nombres réels en deux catégories, les nombres *algébriques* et les nombres *transcendants* :

- On appelle nombre algébrique un nombre réel qui est racine d'un polynôme à coefficients entiers, c'est-à-dire d'une équation de la forme :

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n = 0$$

  où les coefficients a_i et l'exposant n sont tous entiers.
- Un nombre réel non algébrique comme π est dit *transcendant* : il n'est racine d'aucune équation polynomiale à coefficients entiers.

On démontre que :

- L'ensemble des nombres réels algébriques est dénombrable, c'est-à-dire que chaque nombre algébrique peut être associé à un entier naturel et un seul ;
- L'ensemble des nombres réels, algébriques ou transcendants, n'est pas dénombrable ; il y a infiniment plus de nombres réels que de nombres entiers naturels ; il y a donc infiniment plus de nombres transcendants que de nombres algébriques ;
- Tout nombre algébrique est *calculable* : on peut écrire au moins un programme informatique qui le calcule en un nombre fini d'étapes ;
- L'ensemble des nombres réels transcendants comptant infiniment plus d'éléments que l'ensemble des entiers naturels, il existe une infinité de réels pour lesquels on ne peut écrire de programme de calcul, c'est-à-dire de *réels non calculables*.

4.9.2.2 Propositions indécidables

Il y a une limite du déterminisme sur laquelle nous reviendrons à propos de la pensée humaine : certaines affirmations grammaticalement correctes et ayant un sens peuvent être formulées, mais ni démontrées ni infirmées avec un algorithme calculable [80] ; lorsqu'on peut *prouver* que leur véracité ne peut être ni démontrée ni infirmée on les qualifie d'*indécidables*.

Certaines de ces affirmations se révéleront exactes dans de très nombreux cas et ne seront fausses dans aucun cas connu, mais on ne pourra pas prouver qu'elles sont *toujours* vraies ; d'autres se révéleront fausses, un seul cas suffisant alors si on fait l'hypothèse qu'une affirmation est une proposition logique, toujours vraie ou toujours fausse.

Nous préférerons désormais l'expression *proposition logique* (ou simplement *proposition*) à celle *d'affirmation*, car on a pris l'habitude de parler de *calcul des propositions* [88].

Une proposition logique est indécidable dans deux cas :

- Si on peut prouver qu'il n'existe pas d'algorithme pour calculer si elle est vraie ou si elle est fausse ;
- Ou si la démonstration de sa valeur logique ("vrai" ou "faux") peut exiger un algorithme qui ne s'arrête pas, obligeant ainsi à attendre indéfiniment sa réponse.

4.10 Certaines lois déterministes ne décrivent pas une évolution

Toute loi décrivant un état physique par un calcul est déterministe : connaissant un état initial par une ou plusieurs variables et un algorithme de calcul non infiniment lent, le résultat est acquis, qu'il soit unique ou statistique. Exemples :

- Lois d'optique décrivant des trajectoires de rayons lumineux, comme la loi de la réfraction de Descartes $\boldsymbol{\sin i = n \sin r}$, où n est l'indice de réfraction,
  i est l'angle d'incidence, r est l'angle de réfraction. Ces lois d'optique déterministes ne sont pas des lois d'évolution, ce sont des lois descriptives.
- Lois de propagation d'ondes sonores comme celles de la membrane d'un tambour que l'on vient de frapper : une telle propagation est décrite en coordonnées cylindriques par une équation différentielle de la forme

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right)$$

- Equation de Fourier de diffusion de la chaleur des zones chaudes vers les zones froides, de la forme

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\Delta u,$$ où Δ est l'opérateur laplacien.

Les lois ci-dessus sont déterministes sans décrire des évolutions : si toute évolution est déterministe (au sens du déterminisme étendu), la réciproque n'est pas vraie : toute description déterministe n'est pas nécessairement celle d'une évolution ; l'effet de la causalité peut être instantané, ou permanent en l'absence de frottements.

4.11 Déterminisme + complexité = imprédictibilité

L'effet d'un grand nombre de processus déterministes simultanés *régis par une même loi d'évolution* peut rendre le résultat de chacun d'eux imprédictible en pratique. Il n'est donc pas étonnant que l'effet global d'un grand nombre de processus déterministes simultanés *régis par des lois distinctes* soit en général également imprédictible, particulièrement lorsque certains interagissent.

Ce phénomène d'imprédictibilité se présente aussi dans les logiciels complexes comme les systèmes d'exploitation d'ordinateurs ou les logiciels de simulation de vol, ainsi que dans les processus physiologiques.

Exemples
Un système d'exploitation de la famille Windows exécute en général quelques milliers de *threads*, processus qui se déroulent en parallèle en se démarrant ou s'arrêtant l'un l'autre, en s'envoyant des messages, en échangeant des données, en s'attendant ou en se donnant rendez-vous dans certaines circonstances, etc. C'est ainsi que pendant que j'écris ce texte avec WORD sous Windows, mon système d'exploitation (qui gère aussi d'autres applications) exécute 3985 threads en parallèle, appartenant à 165 processus (programmes) distincts.

De son côté, un corps humain a des centaines de mécanismes indépendants ou interdépendants, régis par la logique hypercomplexe du génome interprété par la machinerie cellulaire, ainsi que par le cerveau et ses ~100 milliards de neurones.

Importance de l'expérience
Le comportement de ces systèmes complexes nous paraît cependant d'autant plus prévisible que les circonstances se reproduisent fréquemment. Leur réponse à un événement fréquent a alors été observée si souvent qu'elle est devenue *prévisible par habitude*. Je sais parfaitement déplacer un fichier d'un répertoire à un autre de mon PC, et n'ai jamais de surprise en constatant son comportement lorsque je fais un « glisser-déposer » de l'icône du fichier avec la souris. Je sais aussi prévoir la réponse de mon organisme à des situations particulières comme la pose de ma main sur un objet trop chaud, qui provoque une sensation de brûlure. Mais des circonstances ou événements rares entraînent des comportements imprévisibles et surprenants d'un système complexe.

> Exemple : un message hostile reçu par Internet, qui provoque un débordement de buffer (zone mémoire tampon) dans mon PC en exploitant un défaut de protection d'un objet logiciel du système d'exploitation, peut se transformer en logiciel de prise de contrôle qui asservira mon PC à un autre système, situé à des milliers de kilomètres, pour le faire participer à des attaques dévastatrices de serveurs bancaires. Si les concepteurs du système d'exploitation de mon PC avaient pu prévoir ce type d'attaque, ils auraient mis en place les protections nécessaires. Mais comme il existe des attaques auxquelles ils n'ont pas pensé, le message Internet en question provoque une réaction imprévue.

Conclusion
Bien que tous les logiciels aient des algorithmes déterministes, une combinaison complexe de logiciels et de circonstances (événements et données) peut avoir un effet imprévisible, et même difficile à expliquer après coup connaissant ses effets. *Tout se passe alors comme si la complexité d'un système parfaitement déterministe l'avait rendu imprévisible, le faisant apparaître comme non déterministe aux personnes qui (hélas !) croient que le déterminisme entraîne la prédictibilité*.

De même, il y a des cas où un médecin ne sait pas diagnostiquer le mal de son malade. Certaines douleurs, par exemple, peuvent demeurer inexpliquées malgré d'innombrables examens et la prise de médicaments. Le corps humain est non seulement complexe, mais ses processus sont loin d'être

aussi bien connus que les algorithmes des logiciels ; et la complexité de l'esprit est encore plus grande.

En résumé, la complexité d'un système, et des circonstances ou enchaînements de circonstances rares, peuvent le rendre imprévisible même si tous ses processus sont déterministes.
Voir aussi *La complexité*.

4.12 Modélisation des systèmes complexes, notamment ceux du vivant

Jusqu'à ce point de l'exposé nous avons considéré une situation physique comme cause d'une évolution déterministe prévisible. C'est là une simplification qui ne convient pas à des systèmes vraiment complexes comme un corps humain, son psychisme, ou l'économie d'un pays. Dans un tel système, une situation à un instant donné prend en compte des milliers de processus se déroulant en même temps, certains interagissant avec d'autres. Dans le corps humain, par exemple, le génome contrôle des milliers de réactions chimiques participant au fonctionnement de tous les organes. Dans un cerveau humain, un grand nombre de pensées se déroulent en même temps dans l'inconscient, en plus de la pensée consciente.

Le nombre et la variété des processus qu'on rencontre dans des systèmes comme les êtres vivants fait qu'en général on ne les connaît pas assez pour en décrire un modèle ; l'absence de modèle rend alors la prévision de leur comportement difficile ou même impossible.

Un système modélisable ne comprend que des processus et interactions à logique connue et descriptible en langage informatique.
Le nombre de processus se déroulant en parallèle ne pose pas problème, dans la mesure où un ordinateur moderne peut exécuter des logiciels simulant des milliers de processus simultanés. La connaissance d'un processus ou d'une interaction implique celle de ses variables d'entrée (reçues de l'extérieur du système ou d'autres processus), de ses variables de sortie (fournies à l'extérieur ou à d'autres processus), de la logique de réponse aux diverses sollicitations avec les temps de réponse correspondants, etc.

Un modèle informatique à processus simultanés multiples se comporte comme autant d'ordinateurs indépendants, calculant en même temps et capables de communiquer entre eux et avec l'extérieur. Un processus peut en lancer ou en arrêter un autre, échanger avec lui des messages, attendre un événement venant de l'extérieur ou d'un autre processus, exécuter un calcul en fonction de données reçues ou trouvées en mémoire, tenir compte du temps pour aller à la même vitesse que la réalité qu'il simule, etc. Un processus peut en coordonner d'autres. Il peut aussi leur fournir des services comme la reprise sur incident, la gestion des files d'attente de messages, la journalisation des événements du système à des fins de traçabilité, la protection contre des intrusions, les télécommunications, etc.

Ne pas confondre modèle informatique et algorithme d'intelligence artificielle

Créer un modèle informatique suppose l'aptitude à en décrire tous les processus et interactions qui ont un effet important, en étant certain de ne pas en omettre. Mais il y a de nombreux cas où cette connaissance exhaustive et/ou sa description sont impossibles ou trop onéreux : on peut alors tenter une approche par *intelligence artificielle*.

Celle-ci consiste à fournir à un programme d'auto-apprentissage un nombre suffisant de circonstances pour qu'il en déduise les lois de décision nécessaires sans qu'un programmeur doive les écrire.

> Exemple 1 : si on connaît les recherches faites sur Internet par quelques milliers d'utilisateurs à propos d'un sujet donné et les réponses correctes correspondantes, le programme peut en déduire des règles de détermination des réponses convenant à une question, règles qui ne seront mises en défaut que par des cas particuliers dont le logiciel n'a pas eu « l'expérience ». Voir ci-dessous *Acquisition d'expérience – Intelligence artificielle*.
>
> Exemple 2 : connaissant les règles du jeu d'échecs et l'objectif (« échec et mat ! »), un programme d'auto-apprentissage a pu jouer contre lui-même des millions de parties et devenir si bon qu'aucun *Grand maître* n'a pu lui résister.

4.13 Acquisition d'expérience – Intelligence artificielle

Le mécanisme naturel d'acquisition d'expérience est assez bien compris pour être mis en œuvre dans des logiciels d'application, dits d'« intelligence artificielle », et dans des logiciels appelés « réseaux neuronaux ».

Réseaux neuronaux

Voici un exemple d'application de réseau neuronal. La reconnaissance des billets de banque (exemple : billets de 100 €) pour déterminer s'ils sont vrais ou faux est effectuée par un appareil comprenant un scanner (qui numérise l'image de billets qu'on lui présente), un ordinateur (qui exécute l'application de reconnaissance) et un voyant qui affiche le résultat : vert si le billet est vrai, rouge s'il est faux, jaune clignotant s'il y a une erreur ou une décision impossible.

Pour l'apprentissage, on fait numériser par l'appareil de nombreux billets en lui donnant à chaque fois le diagnostic humain : vrai ou faux. Plus on lui donne de tels exemples, plus il accumule d'expérience et moins il se trompe par la suite en déclarant faux des billets vrais ou vrais des billets faux. Avec une expérience de quelques milliers de billets on arrive à des taux d'erreur très faibles, même en présence de billets usagés ou sales. *L'appareil a appris par accumulation d'expérience ; à aucun moment on ne lui a donné de règle de raisonnement explicite*.

Ce mode de fonctionnement est celui de la mémoire associative de l'homme, où les associations se font automatiquement grâce à l'aptitude du cerveau à trouver des analogies entre informations mémorisées, à les évaluer, et à relier les informations associées utiles en une relation mémorisée à son tour. Il y a là une auto-organisation des informations, capable, par exemple, de corriger des informations erronées, de compléter des informations incomplètes, de généraliser par induction à partir d'un nombre de cas limités et de reconnaître des formes ou des situations pour pouvoir ensuite les évaluer à leur tour.

Nous sommes là dans un cas de déterminisme particulier : l'algorithme déterministe du réseau neuronal *construit* ses règles de calcul de la conséquence d'une cause *par apprentissage de cas d'espèce*, et les applique avec une marge d'erreur de type statistique due aux inévitables erreurs de la numérisation et de la comparaison.

Acquisition d'expérience par un homme

L'apprentissage des cas d'espèce est un processus à étapes. Chaque étape commence par une perception, une expérience ou un essai, puis analyse son résultat en fonction des valeurs existantes, en déduit les erreurs de pensée ou de comportement lorsque la qualité du résultat s'éloigne de l'objectif, corrige ces erreurs et passe à l'étape suivante. A chaque étape qu'il réussit à franchir, le cerveau a une sensation de récompense : le plaisir correspondant est sa manière de savoir qu'il a réussi quelque chose.

Exemples :

- C'est ainsi qu'un jeune enfant apprend à marcher : d'abord il apprend à se tenir debout et à effectuer sans y penser les efforts musculaires nécessaires à cette station debout, puis il apprend à rompre cet équilibre pour déplacer une jambe, etc.
- Tout le monde connaît les expériences de Pavlov sur les « réflexes conditionnés » acquis par un animal suite à des expériences vécues. L'animal peut ainsi apprendre à associer l'audition d'un bruit à l'apparition de nourriture qui le fait saliver ; par la suite, même si le bruit apparaît sans nourriture, l'animal salive quand même. Pavlov est ainsi parvenu à préciser des aspects de l'activité nerveuse supérieure qui concernent l'excitation et l'inhibition.
- Lorsqu'un étudiant apprend une théorie scientifique nouvelle, il se représente ses divers aspects (concepts, méthodes…) au moyen d'abstractions, qu'il complète et précise progressivement au vu des textes qu'il lit et des exercices qu'il fait, jusqu'à ce qu'il ait le sentiment d'avoir compris. Il s'est ainsi construit progressivement des représentations abstraites, et des processus mentaux qui les relient de manière plus ou moins automatique. Une fois habitué aux nouvelles représentations et processus, il trouve la théorie bien moins abstraite.

Apprendre ainsi présente d'immenses avantages : *l'adaptabilité à toutes sortes de situations nouvelles, et la prise de décisions malgré des informations incomplètes ou partiellement contradictoires*. S'il ne savait appliquer que des recettes toutes faites, comme un robot, l'homme ne pourrait vivre que dans un environnement précis, celui pour lequel ces recettes ont été faites ; il n'aurait pas survécu dans la compétition des espèces où seuls les meilleurs survivent. L'adaptabilité est une caractéristique de l'intelligence : l'homme est capable d'adaptation à plus de situations que les animaux parce qu'il est plus intelligent, ou il peut être qualifié de plus intelligent parce qu'il s'adapte mieux. Chaque homme profite de l'expérience qu'il a acquise lui-même, mais aussi de celle que lui ont

transmise d'autres hommes ; et l'invention de l'écriture, puis des techniques de communication, a fortement amplifié l'accumulation et la transmission des connaissances.

Pendant qu'il apprend et mémorise, *le cerveau (aidé par le cervelet) se construit des raccourcis lui permettant de représenter et de déclencher des procédures multiétapes avec un seul signal*, comme la pression sur une touche de fonction de téléphone déclenche toute la procédure d'appel d'un correspondant. Ces procédures, enregistrées dans la mémoire, permettent de gagner du temps en remplaçant des étapes précédées chacune d'une réflexion par une procédure multiétapes devenue une habitude. L'entraînement d'un danseur, d'un instrumentiste ou d'un sportif consiste notamment à construire ces habitudes pour en faire des automatismes.

L'acquisition d'expérience détermine l'évolution de chaque homme, de chaque peuple et de l'humanité. Un de ses aspects les plus importants est la culture, transmise de génération en génération. Une fois incorporée à l'inconscient par un homme, la culture l'influence tellement qu'elle engendre un *déterminisme culturel*.

4.14 Imprévisibilité de l'évolution et de l'état final

L'état résultant d'une évolution déterministe peut être imprévisible ou imprécis, par exemple du fait :

- De l'existence pour chaque variable mesurée (appelée en Mécanique quantique *observable*, opérateur auto-adjoint) d'un ensemble prédéfini de valeurs possibles (les valeurs propres de l'observable) entre lesquelles la nature fait un choix probabiliste ;
- De la multiplicité des solutions probabilistes de l'équation d'évolution de Schrödinger, qui ont pour résultat des paquets d'ondes à l'origine d'imprécisions sur des positions, des vitesses, etc. ;
- D'une sensibilité aux conditions initiales ;
- Du franchissement par un paramètre d'une valeur critique entraînant un changement de loi d'évolution par bifurcation dans l'espace des phases.

Voir aussi les paragraphes :

- *Définition par rencontre de chaînes de causalité indépendantes - Hasard par ignorance*.
- *Résumé des cas d'imprédictibilité*.

4.15 Relativité générale : compléments

Ce chapitre contient des compléments techniques à l'introduction *Relativité générale*.
Il fait partie du texte *Déterminisme scientifique : compléments* parce que les lois de la Relativité générale sont régies par ce déterminisme-là.

La Relativité restreinte ne considère que des déplacements à vitesse constante, donc sans accélération - notamment gravitationnelle. Einstein l'a donc étendue à des phénomènes sujets à gravitation, comme les mouvements des astres et des planètes. Ce faisant, il a résolu des énigmes comme l'anomalie de l'orbite de la planète Mercure et la déviation de la lumière des étoiles ; ses travaux ont aussi permis des technologies comme notre GPS, aujourd'hui indispensable aux voyageurs sur terre, mer et dans les airs.

4.15.1 Masse gravitationnelle et masse inertielle

La masse d'un objet est soumise à deux influences :

- *L'attraction gravitationnelle* entre deux objets de masses M_G et m_G est décrite par la loi d'attraction entre objets de Newton $F = G\frac{M_G m_G}{d^2}$, où :
  - *F* (en newtons N) est la force d'attraction entre les deux objets,
  - *G* est la constante universelle de gravitation $G = 6.67259 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2,
  - M_G et m_G (en kg) sont les deux masses qui s'attirent (Soleil et planète, Terre et Lune, Terre et objet terrestre, etc.),
  - *d* (en m) est la distance entre les centres de gravité des objets.
- *L'inertie* qui s'oppose aux accélérations selon la 2ème loi de Newton
  $F = m_I a$, où :
  - *F* (en newtons) est la force d'inertie qu'exerce un objet,
  - m_I (en kg) est la masse d'inertie (ou masse inertielle) de l'objet,

- a (en mètres/seconde/seconde) est l'accélération que subit l'objet.

Egalité de la masse gravitationnelle et de la masse inertielle

Un objet qui a une masse gravitationnelle m_G a une masse inertielle m_I. Lorsqu'il se déplace (tombe en chute libre) sous l'action du champ gravitationnel d'une masse M_G, l'attraction de celui-ci lui communique une accélération a telle que :

$$F = \left(\frac{GM_G}{d^2}\right) m_G = m_I a, \text{ d'où } a = \left(\frac{GM_G}{d^2}\right)\left(\frac{m_G}{m_I}\right)$$

En mesurant l'accélération a avec précision pour de nombreux objets, on s'aperçoit qu'en un lieu donné du champ gravitationnel terrestre elle est constante, indépendante de l'objet, de sa matière, de sa forme et de sa masse.

On peut donc choisir la valeur de la constante *G* pour que les deux masses d'un objet, m_G et m_I, soient égales. Une fois la valeur de *G* adoptée, des mesures ultra précises ont vérifié l'égalité des masses gravitationnelle et inertielle d'un objet donné avec une précision meilleure que 10^{-13} (un dix-millième de milliardième) ([194] p. 3)

Cette égalité s'explique en Relativité. Donc :

> **« Les masses gravitationnelle et inertielle d'un objet sont égales.**
> **On peut donc les confondre et se contenter de parler de *masse*. »**
> (Masse gravitationnelle et la masse inertielle sont deux comportements d'une même grandeur, la masse.)

Conséquence de l'égalité des masses gravitationnelle et inertielle

Dans un champ gravitationnel donné tous les corps subissent la même accélération ; lancés dans le vide depuis un même point, avec un même vecteur vitesse, ils suivent la même trajectoire, même si leurs formes et leur masses diffèrent : dans le vide à la surface de la Lune c'est le cas d'une plume et d'une bille de plomb. Tout se passe comme si

> **« Les trajectoires inertielles dans un champ gravitationnel ne dépendent que de la géométrie de l'espace. »**
>
> (On appelle « trajectoire inertielle dans un champ gravitationnel » la trajectoire d'un objet *libre*, ainsi nommé car soumis à la seule influence de la gravitation.)

Nous allons maintenant justifier la relation entre champ gravitationnel et géométrie de l'espace.

4.15.2 De la mécanique de Newton à celle de la Relativité générale

Dans la théorie de Newton, l'attraction gravitationnelle est une « action à distance » que rien n'explique. En Relativité générale :

> **« L'attraction est une causalité des lois de la Mécanique due à l'espace lui-même, courbé par la présence d'une masse. »**
>
> **« L'attraction due à l'espace déformé fait qu'un objet libre se déplace en suivant une *courbe géodésique*. »**
>
> *Courbe géodésique (aussi appelée "géodésique")*
> Une (courbe) géodésique dans un espace-temps courbe correspond à une ligne droite dans l'espace euclidien, non déformé par la présence d'une masse ; c'est *le plus court parcours possible pour un corps en chute libre*.
>
> Plus précisément, si la distance de deux points de l'espace-temps est grande par rapport à la courbure, une géodésique est une courbe de distance minimale entre ces deux points.
>
> > Entre deux points donnés il peut y avoir une infinité de géodésiques ; exemple : entre les deux pôles d'une sphère il y a une infinité de grands cercles méridiens.
>
> Dans l'espace soumis au champ gravitationnel du Soleil, la Terre (qui est libre) parcourt une géodésique qui est une ellipse. Cette orbite est le plus court parcours possible pour elle.

L'attraction entre masses s'exerce instantanément à distance pour Newton, alors que pour la Relativité générale elle se propage à la vitesse de la lumière, *c*.

> *Pourquoi l'attraction d'un astre se propage à la vitesse de la lumière*
> La Terre subit l'attraction du Soleil mais aussi celle de Jupiter, plus lourde planète du système solaire. Jupiter décrit une ellipse autour du Soleil en 4335 jours (un peu moins de 12 ans). Selon

la position de Jupiter sur son orbite, la Terre est attirée plus ou moins fort. Quand Jupiter se déplace son attraction change, mais la Terre n'est affectée par ce changement que lorsque la déformation de l'espace induite par ce déplacement a eu le temps de parvenir jusqu'à elle, soit entre 35 et 51 minutes plus tard selon les positions relatives. La propagation d'une variation d'attraction est celle d'une déformation de l'espace, exactement à la vitesse de la lumière.

L'espace astronomique de Newton était une simple abstraction qui n'avait aucune raison de se déformer, et la conséquence d'une variation d'attraction s'y propageait instantanément. Le fait que l'espace soit un milieu déformable est une révolution introduite par la Relativité générale.

La trajectoire de la Terre autour du Soleil est donc une ellipse déformée par les petites perturbations dues aux autres astres du système solaire.

Dans l'espace newtonien l'heure est la même partout ; en Relativité générale il y a un temps propre sur chaque ligne d'univers.

Les abstractions espace et temps deviennent l'espace-temps, réalité physique

Pour Newton comme pour Kant l'espace est une abstraction, alors que pour Einstein l'espace-temps est une réalité physique, un milieu qui n'est pas inerte, qui a une énergie potentielle toujours négative et qu'une masse déforme. Selon [122] page 8 la doctrine de la Relativité générale peut s'énoncer comme suit :

« L'espace-temps dit à la matière comment se déplacer ;
la matière dit à l'espace-temps comment se courber. »

4.15.3 Hypothèse géodésique – Temps propre

Pour comprendre la terminologie de ce qui suit, lire *Espace-temps de Minkowski*.

Trajectoire la plus courte entre deux points (au sens espace)

Dans l'espace ordinaire sans influence gravitationnelle, une géodésique est la trajectoire la plus courte entre deux points :

- Dans un plan, le chemin le plus court d'un point à un autre est une ligne droite.
- A la surface d'une sphère comme la Terre c'est un arc de grand cercle passant par ces deux points (un grand cercle est l'intersection de la sphère et du plan défini par les deux points et le centre de la terre).
- Dans un champ gravitationnel, la trajectoire d'un objet libre (non soumis à une force autre que celle du champ) entre deux points *est la plus longue possible au sens de son temps propre de parcours*. (c'est paradoxal, mais vrai : voir *Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers*).

  Définition du temps propre :
  On appelle temps propre entre deux événements *A* et *B* le temps mesuré par une horloge libre se déplaçant sur une ligne d'univers de *A* à *B*. On le calcule en découpant la ligne d'univers en segments infiniment petits, puis en sommant l'équation métrique $\sqrt{-dS^2} = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ par rapport à *t*. On trouve :

  $$\Delta t = \int \sqrt{-dS^2} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - v^2}\, dt$$ (*v* est la vitesse sur la ligne d'univers)

Définition de l'hypothèse géodésique

« Dans l'espace-temps de la Relativité générale soumis à un champ gravitationnel, un objet libre parcourt une géodésique. »

Ainsi, l'orbite elliptique de la Terre autour du Soleil est une géodésique de son champ gravitationnel.

L'hypothèse géodésique peut aussi s'exprimer sous la forme suivante :

« Entre deux événements *A* et *B* séparés par un intervalle du genre temps, une géodésique est la ligne d'univers de temps propre maximal. »

Les 3 genres possibles d'un intervalle d'événements : temps, espace ou lumière

- Un intervalle est *du genre temps* si le carré de sa norme ds^2 est tel que :

  $$-ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 > 0$$

  c'est-à-dire que la lumière a le temps d'aller de *A* à *B*, donc que *B* peut être conséquence de *A*.)

- Si $-ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 < 0$ l'intervalle est dit *du genre espace* :
  B ne peut être conséquence de *A* ; ces deux événements sont indépendants.
- Si $-ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0$ l'intervalle est dit *du genre lumière*
  les événements *A* et *B* sont alors à la même heure, sur une même trajectoire de photons. Le temps propre mesuré le long d'une telle ligne d'univers est nul.

Une situation surprenante

Pourquoi la définition d'une géodésique est-elle différente dans l'espace-temps relativiste (temps propre maximal au lieu de longueur minimale) ?
Voici la démonstration de cette proposition, à titre d'exemple de raisonnement de Relativité générale. Au besoin, lire d'abord la définition *Ligne d'univers* et le paragraphe *Temps propre d'un objet sur sa ligne d'univers*.

Cas général
Une horloge se déplaçant selon une ligne d'univers donnée entre deux événements *A* et *B* mesure un intervalle de temps :

$$\Delta t_{AB} = \sqrt{-ds^2} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - v^2}\, dt$$

où *v* est la vitesse relative en système d'unités RG (= telle que *c=1*). Cette quantité dépend de la ligne d'univers parcourue, mais pas du référentiel d'où on l'observe.

1er cas : l'horloge est en chute libre et mesure son propre temps
On a alors *v=0*. L'intervalle de temps mesuré est :

$$\Delta t_{AB,\, libre} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - 0}\, dt = t_B - t_A$$

2ème cas : *l'horloge est attachée à une particule forcée de suivre une autre ligne d'Univers allant de A à B ; elle n'est donc pas libre*.
Il y a au moins une partie du temps où la vitesse n'est pas nulle, et l'horloge mesure :

$$\Delta t_{AB,\, non\ libre} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - v(t)^2}\, dt$$

Puisque $\int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - v(t)^2}\, dt < \Delta t_{AB,\, libre} = \int_{t_A}^{t_B} \sqrt{1 - 0}\, dt$, on conclut que :

Entre deux événements *A* et *B* le temps propre d'une particule en chute libre est supérieur à celui mesuré le long de toute autre ligne d'univers, donc :

« Entre deux événements la géodésique est la ligne d'univers de temps propre maximal ».

Complément : *Théorème des temps propres*.

Remarque
La forme de la géodésique entre deux points, indépendante de la masse d'un objet libre qui la parcourt, dépend quand même de sa vitesse initiale.

Déviations de trajectoire dues aux champs électrique et gravitationnel

- Dans le vide soumis à un champ électrique en même temps qu'à la gravitation, deux particules chargées différentes, lancées du même point avec le même vecteur vitesse, suivront des trajectoires différentes, bien que les lois d'attraction de Newton et de Coulomb soient toutes deux de la forme $F = k\frac{qq'}{d^2}$.
  Cela s'explique par la différence de géométrie des espaces-temps correspondants : dans les deux cas la trajectoire est une géodésique, mais l'espace-temps de la force de Coulomb est plat, alors que celui de la force de gravitation est courbe.
- L'attraction gravitationnelle est très faible par rapport à l'attraction électrostatique pour une particule chargée (~10^{36} fois entre deux protons). Les appareils qui utilisent la masse d'une

particule dans une mesure (comme le spectromètre de masse [118], qui mesure le rapport entre la masse d'un ion et sa charge électrique) utilisent donc la masse d'inertie de la particule chargée déviée par un champ magnétique.

4.15.4 Principe d'équivalence d'un référentiel galiléen

Nous avons vu au paragraphe *Référentiel galiléen – Transformation galiléenne* qu'un référentiel galiléen pouvait être défini comme « un référentiel dans lequel un objet isolé initialement au repos reste au repos ». Cette définition est inacceptable dans le cas d'un objet flottant à l'intérieur d'une navette spatiale parce qu'un astronaute l'a lâché : il est au repos par rapport à la navette bien que soumis à l'attraction terrestre comme elle, mais il ne l'est pas par rapport à la Terre.

Nouvelle définition d'un référentiel galiléen basée sur l'espace profond
Einstein a donc défini le « repos absolu » comme la chute libre dans l'espace profond, hors de tout champ gravitationnel ; dans un tel référentiel la définition s'applique parfaitement. Il a donc défini un référentiel comme *galiléen* si et seulement si un objet en chute libre s'y comporte comme dans l'espace profond.

Sachant qu'à la surface de la Terre la pesanteur impose une accélération 1g = 9.81 m .s^{-2} (mètres par seconde carrée), le principe d'équivalence affirme :

> **« Un référentiel au repos sur Terre est équivalent à un référentiel non inertiel subissant une accélération *g* par rapport à un référentiel de l'espace profond**. »

4.15.5 Equation d'Einstein

La Relativité générale décrit la courbure de l'espace-temps en tout point où agit une masse gravitationnelle. Voici l'équation d'Einstein, qui calcule cette courbure en fonction de sa masse-énergie :

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$$

où :

- $G^{\mu\nu}$ est un tenseur (tableau de 4 lignes x 4 colonnes) décrivant la courbure de l'espace-temps en un point. Nous définirons « tenseur » un peu plus bas ;
- G est la constante universelle de gravitation G = 6.67259 .10^{-11} Nm^2/kg^2 ;
- c est la vitesse de la lumière c = 2.99792458 .10^8 m/s ;
- $T^{\mu\nu}$ est un tenseur décrivant la densité et le flux de masse-énergie en ce point.

Cette équation de tenseurs représente un système de 10 équations habituelles.

Elle constitue, avec les équations de calcul des géodésiques d'un espace-temps en tout point, l'essentiel de la Relativité générale ; ces équations permettent de calculer le déplacement d'un corps libre dans l'espace-temps.

Interprétation de l'équation d'Einstein
Pour que l'équation d'Einstein soit une loi physique, c'est-à-dire une formule de calcul valable dans tout l'espace-temps, elle doit être indépendante du référentiel de cet espace-temps déformé par la présence de masses, c'est-à-dire de la position de son origine et de l'orientation de ses axes. C'est pourquoi c'est une égalité de *tenseurs*, notion que nous définirons plus bas en quelques étapes.

Critiques du modèle statique d'Univers résultant de l'équation d'Einstein
Cette équation décrit la géométrie de l'Univers résultant de la présence de masse-énergie *à un instant donné*.

- La première critique de ce modèle d'Univers de 1915 est son caractère statique : Einstein n'y a pas étudié d'évolution (comme Friedmann l'a fait en 1922-1924) ; en particulier, il avait délibérément exclu l'expansion découverte par Hubble en 1929, en choisissant une valeur de la constante cosmologique qui stabilise la géométrie de l'Univers, empêchant à tort toute expansion ou contraction.
- La seconde critique est son instabilité : Einstein y a défini arbitrairement la constante cosmologique produisant une gravitation et une pression négatives compensant exactement la gravitation et permettant à l'espace-temps d'être plat (euclidien). Or cette solution est instable :

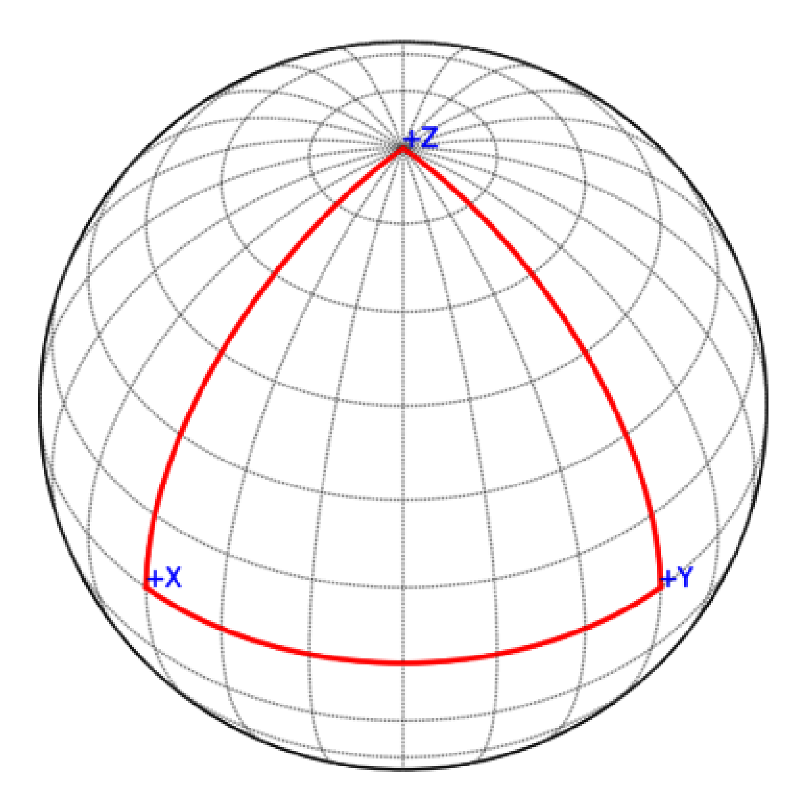
une variation même infime de cette constante au commencement de l'Univers aurait été très amplifiée par la suite et aurait fait basculer la géométrie de l'espace de plat à hyperbolique (voué à se dilater) ou à sphérique (voué à se contracter).
Voir *Les 3 formes possibles de l'Univers : sphérique, hyperbolique et plat*.

Le phénomène de la nature qui évita l'instabilité est l'inflation, qu'Einstein n'a pas prévue bien qu'elle résulte de son équation, comme on l'a vu par la suite.
Voir *Problème de l'espace plat (=de courbure nulle)*.

4.15.6 Comment prouver que la Terre est ronde et non plate ?

Comment les habitants de la surface de la Terre, monde à deux dimensions qui paraît plat à hauteur d'homme, peuvent-ils prouver qu'elle est sphérique dans une troisième dimension ? Il existe une méthode simple : mesurer les côtés (*a, b, c*) d'un triangle rectangle et vérifier s'ils satisfont le théorème de Pythagore $a^2+b^2=c^2$ (où *a* et *b* sont les longueurs des côtés de l'angle droit et *c* est la longueur de l'hypoténuse), ce théorème n'étant valable que dans un espace euclidien, c'est-à-dire plat.

Pour simplifier, imaginons que la Terre est une sphère parfaite de 40 000 km de circonférence. Comment nous, terriens qui sommes si petits par rapport à cette sphère, pouvons-nous vérifier que sa surface n'est pas un plan euclidien ? Appliquons le théorème de Pythagore au triangle construit comme suit.



Partons d'un premier sommet, *Z*, au pôle nord, tout droit en direction du sud le long d'un méridien. En atteignant l'équateur au point *X* nous avons parcouru 10 000 km. Tournons alors à 90° à gauche et continuons tout droit le long de l'équateur pendant 10 000 km jusqu'au point *Y*.

Nous avons alors parcouru les deux côtés, de 10 000 km chacun, de l'angle droit en *X* d'un triangle *ZXY*. Si la Terre est plate, la distance *YZ* doit être :

$$YZ = \sqrt{10000^2 + 10000^2} = 14142 \text{ km.}$$

En *Y* nous tournons de nouveau à gauche d'un angle de 90° et remontons vers le nord pendant 10 000 km le long du méridien correspondant : nous retrouvons le point de départ, le pôle nord *Z* et la distance *YZ* parcourue est exactement égale à 10 000 km. Donc le théorème de Pythagore ne s'applique pas et la Terre n'est pas plate. Du reste, le triangle *curviligne ZXY* a trois angles droits, alors que la somme des angles d'un triangle plan est deux angles droits.

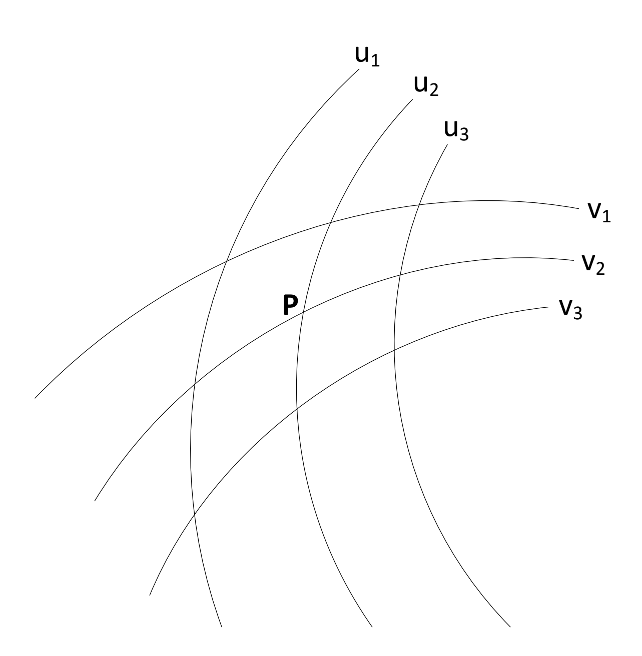
Enfin, si la Terre était plate nous aurions parcouru trois côtés d'un carré, or nous avons retrouvé le point de départ, donc nous avons parcouru un triangle fermé, parcours conforme à une Terre sphérique.

4.15.7 Coordonnées de Gauss

Source de la suite : [192] pages 83 et suivantes.

Le continuum non-euclidien qu'est l'espace relativiste déformé par le champ de gravitation d'un ensemble de masses peut être rapporté à un système de coordonnées curvilignes dites *coordonnées de Gauss*, référentiel dit *gaussien*.

Raisonnons sur un espace à deux dimensions *u* et *v* pour simplifier. Un tel système de courbes de référence a autant de familles que l'espace a de dimensions (2 dans la surface de la figure ci-dessous : la famille *u* et la famille *v*). Ce système est tel que par chaque point de l'espace passe une courbe de chaque famille et une seule. Chaque courbe a une origine à partir de laquelle chacun de ses points est repéré par sa distance à cette origine, comptée le long de la courbe, et son orientation (sens de parcours), le tout permettant de définir des distances positives et négatives de la forme *P(u, v)*. L'espace-temps relativiste a donc des coordonnées à 4 valeurs : (*u ; v ; w ; t*).



Coordonnées de Gauss

Les coordonnées *t, x, y, z* n'ont de signification qu'avec l'équation métrique

Source : [122] page 106.

Il est important de garder à l'esprit qu'en Relativité générale les coordonnées n'ont pas de signification intrinsèque, quelque suggestif que soit le nom qu'on leur donne : ce sont simplement des nombres qui permettent de repérer les événements dans l'espace-temps. La seule chose qui donne un sens à ces coordonnées est *l'équation métrique* qui relie les différences de coordonnées à des distances et des intervalles de temps mesurables. Ce n'est donc qu'en examinant l'équation métrique que l'on peut découvrir ce que signifient réellement les coordonnées.

4.15.7.1 Intervalle élémentaire entre deux points infiniment voisins - Métrique

Dans l'espace-temps déformé de la Relativité générale la métrique de Minkowski (espace plat rapporté à une distance et un temps) ne peut convenir. On définit la distance (intervalle élémentaire) *ds* entre deux points (événements) voisins par la métrique en notation tensorielle :

$$ds^2 = \sum g_{a,b}\, dx^a\, dx^b$$

où les composantes g_{ab} permettent de définir une courbure nulle ou non-nulle.

Nous n'entrerons pas dans les détails mathématiques de cette définition, qui équivaut à celle de Minkowski dans le cas d'un espace plat.

Définitions relatives à la base de coordonnées d'un espace curviligne

Vecteur déplacement élémentaire – Base naturelle

Soit un espace gaussien à 2 dimensions (pour simplifier) *u* et *w*. En tout point *P(u, w)* de cet espace, appelons $\boldsymbol{e_u}$ et $\boldsymbol{e_w}$ les vecteurs de base, tangents respectivement aux courbes *u*=constante et *w*=constante, et dirigés respectivement vers les *u* croissants et les *w* croissants. Le couple de vecteurs ($\boldsymbol{e_u}$, $\boldsymbol{e_w}$) est appelé « base naturelle du système de coordonnées » au point *P*.

Les normes (grandeurs en valeur absolue) de $\boldsymbol{e_u}$ et $\boldsymbol{e_w}$ sont définies de telle sorte qu'un vecteur déplacement élémentaire ***ds*** entre le point *P(u, w)* et un point proche *Q(u+du, w+dw)* s'écrive :

$$\boldsymbol{ds} = du\,\boldsymbol{e_u} + dw\,\boldsymbol{e_w},$$

c'est-à-dire $\boldsymbol{ds} = dx^\mu \boldsymbol{e}_\mu$ avec sommation implicite selon la convention d'Einstein.

Cette équation ne s'applique qu'à des déplacements suffisamment petits pour que les vecteurs de base $\boldsymbol{e_u}$ et $\boldsymbol{e_w}$ n'aient pas varié de manière significative.

Tenseur métrique

(La notion de tenseur sera précisée au paragraphe *Tenseur*.)

Le carré de la distance physique ds^2 est égal au produit scalaire

$$ds^2 = \boldsymbol{ds.ds} = (du\,\boldsymbol{e_u} + dw\,\boldsymbol{e_w}).(du\,\boldsymbol{e_u} + dw\,\boldsymbol{e_w}) = dx^\alpha dx^\beta \boldsymbol{e}_\alpha \boldsymbol{e}_\beta\,.$$

Il est de la forme $g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$, où $g_{\alpha\beta} = \boldsymbol{e}^\alpha \boldsymbol{e}^\beta$ (produit scalaire) est le « tenseur métrique de la base naturelle de dimension 2 », *fonction de l'espace et du temps*.

4.15.7.2 Changement de référentiel

Dans un changement de référentiel faisant passer les coordonnées gaussiennes (*u, v*) d'un point à des coordonnées (*p, q*) dans un autre référentiel par la donnée de fonctions *p(u,v)* et *q(u,v)*, un vecteur élémentaire ***ds****(du, dv)* devient ***ds'****(dp, dq)* tel que :

$$dp = \frac{\partial p}{\partial u}du + \frac{\partial p}{\partial v}dv \quad \text{et} \quad dq = \frac{\partial q}{\partial u}du + \frac{\partial q}{\partial v}dv$$

où $\partial p/\partial u$ est la dérivée partielle de *p(u,v)* par rapport à *u* et $\partial p/\partial v$ est la dérivée partielle de *p(u,v)* par rapport à *v*, etc.

Sous forme matricielle, ces formules s'écrivent :

$$\begin{vmatrix} dp \\ dq \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial p}{\partial u} & \frac{\partial p}{\partial v} \\ \frac{\partial q}{\partial u} & \frac{\partial q}{\partial v} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} du \\ dv \end{vmatrix}$$

La norme de ***ds*** est indépendante du référentiel ; les composantes de ***ds*** se transforment lors d'un changement de référentiel selon des formules linéaires.

4.15.7.3 Convention de notation d'Einstein

L'équation ci-dessus est en notation tensorielle pour gagner en concision :

- Un "indice abstrait" situé en haut, comme le μ de A'^μ et x'^μ, et le ν de x^ν et A^ν, désigne la μième (respectivement la νième) composante du vecteur correspondant *A', x', x* ou *A* ; dans l'espace-temps un tel indice varie de 1 à 4.
  L'équation ci-dessus représente donc 4 équations successives, pour μ=*1, 2, 3, 4*.
- Un "indice alterné bas-haut ", comme le ν de ∂x^ν et A^ν, désigne une somme, l'équation ci-dessus signifiant :

$$A'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}A^\nu = \sum_{\nu=t,x,y,z} \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu}A^\nu$$

  chaque coordonnée A'^μ est donc la somme de 4 termes.
  Cette règle de sommation implicite s'appelle *convention d'Einstein*.

4.15.7.4 Quadrivecteur : transformation lors d'un changement de repère

Définition

En Relativité générale, un quadrivecteur est défini comme un vecteur dont les composantes se transforment, lors d'un changement de coordonnées, comme les composantes dx^μ d'un vecteur déplacement ***ds***, c'est-à-dire :

$$A'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} A^\nu$$

Cette définition est une application de celle du paragraphe précédent.

La transformation inverse est donc :

$$A^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu} A'^\nu$$

4.15.7.5 Vecteurs covariants et contravariants

Définition

Un vecteur covariant est un vecteur dont les composantes se transforment, lors d'un changement de coordonnées, comme suit :

$$B'_\nu = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu} B_\mu$$

- L'indice de la composante résultante ν de B'_ν est au dénominateur ($\partial x'^\nu$) dans la dérivée, et non au numérateur comme dans ($\partial x'^\mu$) du quadrivecteur A'^μ précédent.
- L'indice alterné de sommation μ est "haut-bas".
- Un quadrivecteur covariant comme B'_ν et B_ν a son indice de composante en bas, alors qu'un quadrivecteur contravariant (c'est l'opposé de covariant) comme A'^μ et A^μ a son indice en haut.

4.15.8 Tenseur

Définition

Dans un espace-temps de dimension 4 un tenseur de rang *n* est une quantité ayant 4^n composantes qui, par changement de référentiel, se transforment selon la formule

$$T'^{\mu\nu\ldots}_{\alpha\ldots} = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\beta}\frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\gamma}\ldots\frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\alpha}\ldots T^{\beta\gamma\ldots}_{\sigma\ldots}$$

Cette formule est valable dans tout système de coordonnées curvilignes.

Les variables α, β, γ, μ et ν sont des indices, pas des puissances.

Une loi physique en notation tensorielle est valable dans tout référentiel

Cette définition permet à toute loi physique écrite sous forme d'équation n'utilisant que des tenseurs d'être valable dans tout référentiel, y compris curviligne, parce que les tenseurs des deux membres de l'équation se transforment de la même façon lors d'un changement de référentiel ou de système de coordonnées ; une telle équation, explicitement covariante, satisfait automatiquement le principe de relativité.

Exemple de loi en notation tensorielle : l'équation d'Einstein précédente :

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$$

Transformation de Lorentz en notation tensorielle

Nous avons vu au paragraphe *Coordonnées de Gauss* que la transformation de Lorentz peut s'écrire, en notation matricielle :

$$\begin{vmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

où chaque composante A'^{μ} du quadrivecteur résultat se calcule comme la somme de 4 produits d'un élément de la ligne μ par la composante correspondante du quadrivecteur initial.

On peut donc écrire en abrégé l'équation ci-dessus sous la forme tensorielle :

$$A'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}} A^{\nu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} A^{\nu}$$

où :

- L'équation ci-dessus représente 4 équations, pour les valeurs de $\mu = t, x, y, z$.
- Chaque équation est une somme de produits d'une dérivée partielle par la composante correspondante du quadrivecteur A^{μ}.
- Les coefficients de $\Lambda^{\mu}{}_{\nu}$ sont ceux d'un tenseur, chacun numériquement égal au coefficient ligne μ colonne ν de la matrice de passage de la transformation de Lorentz.

Formule matricielle de la transformation de Lorentz
Dans la transformation de Lorentz, en posant :

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

les formules de transformation deviennent :

$$x' = \gamma(x-\beta ct); \qquad y' = y; \qquad z' = z; \qquad t' = \gamma(t - \frac{\beta x}{c})$$

Mais sous la forme RG, β est une variable sans dimension et les formules sont :

$$x' = \gamma(x-\beta t); \qquad y' = y; \qquad z' = z; \qquad t' = \gamma(t - \beta x)$$

Ces autres formules peuvent s'écrire sous la forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

où le quadrivecteur à gauche du signe = est le produit de la matrice 4 lignes x 4 colonnes à droite par le quadrivecteur qui la suit. Ce produit se calcule, pour chaque ligne du quadrivecteur résultat, en sommant les produits des éléments de la ligne de même rang de la matrice par les composantes correspondantes du quadrivecteur de droite :

- (1ère ligne) $t' = \gamma t - \gamma\beta x + 0y + 0z$
- (2ème ligne) $x' = -\gamma\beta t + \gamma x + 0y + 0z$
- (3ème ligne) $y' = 0t + 0x + 1y + 0z$
- (4ème ligne) $z' = 0t + 0x + 0y + 1z$

Transformation du tenseur métrique par changement de référentiel
Considérons un changement de référentiel gaussien transformant le quadrivecteur A^{μ} en A'^{μ}. La norme ds^2 ne changeant pas, on a :

$$ds^2 = g'_{\mu\nu} dx'^{\mu} dx'^{\nu} = g_{\alpha\beta} dx^{\alpha} dx^{\beta}$$

D'où les formules de passage :

$$g'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}} g_{\alpha\beta} \quad \text{et} \quad g_{\alpha\beta} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}} g'_{\mu\nu}$$

où on sous-entend des sommes implicites sur les indices α et β dans l'équation de gauche et sur les indices μ et ν dans l'équation de droite.

Exemples de tenseurs

Source : [122] page 68.

rang *n*	composantes	type	symbole	loi de transformation	exemple
0	$4^0 = 1$	scalaire	Φ	$\Phi' = \Phi$	énergie de masse *m*
1	$4^1 = 4$	vecteur	A^μ	$A'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} A^\nu$	quadrivitesse u^μ
1	$4^1 = 4$	covecteur	A_μ	$A'_\mu = \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu} A_\nu$	gradient $\partial_\mu \Phi$ d'un scalaire
2	$4^2 = 16$	tenseur	$T^{\mu\nu}$	$T'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\beta} T^{\alpha\beta}$	inverse de la métrique $g^{\mu\nu}$
2	$4^2 = 16$	tenseur	$T_{\mu\nu}$	$T'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} T_{\alpha\beta}$	tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ tenseur de Ricci $R_{\mu\nu}$ tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$
4	$4^4 = 256$	tenseur	$R^\alpha_{\beta\mu\nu}$	$R'^\alpha_{\beta\mu\nu} = \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\gamma} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\beta} \frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\lambda}{\partial x'^\nu} R^\alpha_{\beta\mu\nu}$	tenseur de Riemann $R^\alpha_{\beta\mu\nu}$

Exemples de tenseurs

4.15.9 Principe de relativité générale, extension du principe de relativité restreinte

Grâce aux tenseurs, le *Principe de relativité restreinte* peut être étendu :

> **« Une loi physique valable dans un référentiel localement inertiel est valable dans n'importe quel référentiel, muni de n'importe quel système de coordonnées et quel que soit son mouvement. »**

Cet énoncé est une extension considérable du *Principe de Relativité restreinte*, qui s'énonçait :

> « Les phénomènes mécaniques de la nature sont régis par les mêmes lois dans tous les référentiels galiléens. »

Interprétation du principe de Relativité générale

Considérons un observateur dans un référentiel *R'* en mouvement par rapport à un référentiel *R*. Si cet observateur constate une accélération il peut, en vertu du principe de Relativité générale, l'attribuer à un champ gravitationnel.

> C'est le cas, par exemple, d'un observateur à la périphérie d'un disque en rotation : il ressent l'accélération de la force centrifuge et peut l'attribuer à une gravitation centrifuge. Ainsi, dans un voyage vers Mars qui doit durer plusieurs mois et où les astronautes voudraient éviter d'être longtemps en apesanteur, il suffirait que leur local d'habitation tourne autour d'un axe situé à une dizaine de mètres pour qu'ils ressentent une gravitation bienfaisante.

L'énoncé du principe sert aussi d'objectif pour les développements qui suivent :

> Trouver, par un calcul purement théorique, comment une loi d'évolution de la nature, connue pour un référentiel galiléen *K*, s'exprime dans un référentiel *K'* accéléré par rapport à *K*.

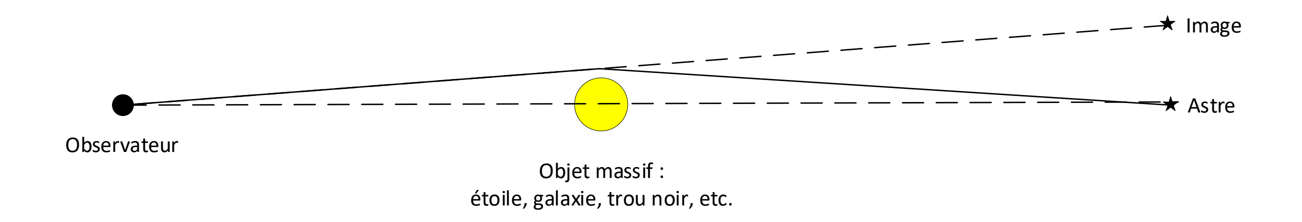
Et comme dans le référentiel *K'* règne un champ de gravitation, l'objectif suivant devient :

> Trouver l'influence de ce champ de gravitation sur une loi d'évolution.

Exemple 1 : déviation d'un rayon lumineux par le champ de gravitation du Soleil

Un rayon lumineux, qui se propage en ligne droite dans un référentiel galiléen, a une trajectoire courbe dans un référentiel accéléré ; la lumière qui vient d'une étoile en rasant le bord du Soleil (qui a une masse, donc un champ gravitationnel) est déviée d'un angle égal à 1.7 seconde d'arc : on voit

l'étoile à une position différente de celle qu'elle a lorsque sa lumière nous parvient en ligne droite sans passer si près du Soleil. C'est bien ce qu'ont constaté, le 29 mai 1919, les expéditions de Crommelin et Eddington vers des sites où on pouvait observer ce jour-là une éclipse totale de Soleil.



Exemple 2 : l'évolution électrostatique est une limite de l'évolution électrodynamique
Source : [192] page 106
"…l'électrostatique ne représente correctement les actions électriques que dans le cas où les masses électriques sont au repos par rapport au système d'inertie. L'électrostatique a-t-elle été pour cela renversée par les équations du champ de Maxwell dans l'électrodynamique ? Point du tout. L'électrostatique est contenue dans l'électrodynamique comme un cas limite ; les lois de cette dernière conduisent directement à celles de la première dans le cas où les champs sont invariables dans le temps."

4.15.10 Espace et temps dans un champ de gravitation

Source : [192] pages 104 et suivantes.

La Théorie de la Relativité générale a un domaine de validité étendu

Dans un champ de gravitation, et contrairement à la Relativité restreinte :

- **« Les rayons lumineux se propagent généralement en décrivant des trajectoires curvilignes. »**
- **« La vitesse de la lumière varie le long de sa trajectoire curviligne. »**
- **« Le temps passe à des vitesses différentes en des lieux différents. »**
- **« Une horloge tourne plus lentement qu'en l'absence de champ de gravitation. »**
  Exemple : une horloge à la périphérie d'un disque en rotation par rapport à son centre fixe prend du retard par rapport à une horloge au centre.
- **« Une horloge marchera plus rapidement ou plus lentement suivant sa position par rapport à un référentiel fixe. »**
  On ne peut donc donner une définition raisonnable du temps au moyen d'horloges qui sont au repos par rapport à un référentiel fixe.
- **« Même problème pour définir la simultanéité en deux lieux différents. »**
- Soient un point *A* de la périphérie d'un disque en rotation par rapport à un référentiel fixe *K* et une règle de longueur unité dans *K*. Depuis un point fixe *B* de *K* on verra la longueur de la règle diminuer si elle est tangente au disque, ou rester inchangée si elle est sur un rayon du disque :
  « Dans un champ gravitationnel un corps rigide se déforme pour s'adapter à la déformation de l'espace. »

  Soit un disque en rotation vu d'un repère fixe.
  « Le rapport des longueurs de sa circonférence à son rayon n'est pas 2π. »
- **« La notion de ligne droite n'a plus de sens. »**
  On ne peut donc définir ni un référentiel à axes perpendiculaires, ni les coordonnées *x, y, z, t* d'un événement : les lois de la nature établies pour un référentiel galiléen n'ont pas de sens précis.

Règles de définition de l'espace-temps relativiste

- **« L'espace-temps a 3 coordonnées d'espace et 1 coordonnée de temps. »**
- **« Différence entre espace et temps : alors qu'un objet peut se déplacer dans toutes les directions de l'espace, il ne peut aller que vers le futur. »**
  La coordonnée de temps diffère donc des coordonnées d'espace en ce qui concerne la causalité.

4.15.11 Solution du problème de la gravitation en Relativité générale

Source : [192] pages 139 et suivantes

Hypothèses

Un référentiel gaussien se déplace de façon quelconque tout en se déformant de manière quelconque, et tout en préservant la continuité de l'espace et du temps :

- Deux points, deux dates ou deux événements voisins doivent rester voisins ;
- Les lois de la nature doivent rester indépendantes du choix du référentiel.

Enoncé du problème de la gravitation en Relativité générale

Le problème de la gravitation en Relativité générale consiste à déterminer l'influence d'un champ de gravitation sur toute loi d'évolution connue dans un référentiel galiléen, donc aussi dans un référentiel en mouvement uniforme soumis à la *transformation de Lorentz* : comment trouver le nouvel énoncé de cette loi ?

Voici les étapes de résolution proposées par Einstein.

- *Le référentiel initial et ses objets*
  Soit *K* un référentiel galiléen, donc sans influence de champ de gravitation.
  Dans ce référentiel, on suppose l'existence d'un système *S* de règles de longueur fixe connue, d'horloges identiques et de points matériels isolés en mouvement rectiligne uniforme. Les lois connues de la physique permettent de décrire l'évolution de ce système.
- *Du référentiel initial au référentiel de Gauss*
  Soit *K'* un référentiel gaussien soumis à un champ de gravitation *G*. On rapporte au référentiel *K'* les coordonnées du système *S* précédent : dans *K'*, ces coordonnées ne sont pas encore soumises au champ *G*, on a fait une simple transformation de référentiel.
- *Prise en compte de l'invariance des lois physiques en présence du champ G*
  Dans la transformation de coordonnées de *K* à *K'* on applique l'hypothèse que les lois physiques régissant le système *S* sont inchangées, même lorsque le champ de gravitation *G* ne peut pas être dérivé du cas galiléen par une simple transformation de coordonnées.
- *Comportement du champ G dans K' déduit de son comportement dans K*
  Par une simple transformation de coordonnées on traduit l'influence du champ *G* dans *K*. On respecte les contraintes suivantes :
  - La transformation imposée aux lois physiques par le champ de gravitation doit satisfaire le principe de Relativité générale ;
  - Seules la masse inerte et l'énergie contenues dans *K* ont une influence sur la production de champ de gravitation ;
  - Le champ de gravitation et la matière doivent ensemble satisfaire les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

  On détermine ainsi dans *K'*, conformément au principe de Relativité générale, l'influence du champ de gravitation sur l'évolution des systèmes connue dans *K*, notamment sur les règles, horloges et points matériels de *S*.

4.15.12 Equations des géodésiques

Si nécessaire, lire d'abord les définitions données par les paragraphes :

- *Intervalle d'espace-temps* ;
- *Condition de causalité entre deux événements* ;
- *Indépendance entre deux événements et relation de causalité*.

4.15.12.1 Géodésiques du genre temps

Deux événements *A* et *B* séparés par un intervalle du genre temps sont reliés par des lignes d'univers. Chacune de celles-ci peut être décrite par les fonctions définissant les coordonnées de ses événements x^μ en fonction d'un paramètre commun σ valant *0* en *A* et *1* en *B*. Le temps propre mesuré le long de cette ligne est :

$$T_{AB} = \int \sqrt{-ds^2} = \int_0^1 -g_{\mu\nu}(x^\alpha(\sigma)) \frac{dx^\mu}{d\sigma}\frac{dx^\nu}{d\sigma} d\sigma$$

où la notation $g_{\mu\nu}(x^\alpha(\sigma))$ rappelle que la métrique dépend de la position des événements le long de la ligne d'univers décrite par le paramètre σ.

La ligne d'univers, trajectoire de temps propre maximal, est telle que l'intégrale de son lagrangien est extrémale, c'est-à-dire que sa dérivée est nulle (voir *Principe de moindre action de Maupertuis*). Le calcul produit alors l'équation des géodésiques suivante :

$$0 = \frac{d}{d\tau}\left(g_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{d\tau}\right) - \frac{1}{2}\partial_\alpha g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}$$

Equation des géodésiques du genre temps

notation représentant 4 équations différentielles indicées par $\alpha = 1, 2, 3, 4$:

- $g_{\alpha\beta}$ est le tenseur métrique du lagrangien, qui a 4 lignes indicées par α de 4 fonctions de τ en fonction de $\beta = t, x, y, z$,
- τ est le paramètre de temps propre décrivant la trajectoire,
- μ et ν sont des indices muets de multiplication avec $\partial_\alpha g_{\mu\nu}$ et sommation,
- $x^\alpha(\tau)$ sont les 4 coordonnées des événements le long de la géodésique en fonction de τ.

La résolution de cette équation fournit les coordonnées $x^\alpha(\tau)$ des points-événements de la géodésique.

4.15.12.2 Géodésiques du genre lumière

Le raisonnement utilisé ci-dessus pour les géodésiques du genre temps est impossible pour un couple d'événements du genre lumière, situés sur une trajectoire de photons, car le temps propre mesuré le long d'une telle ligne d'univers est nul (tous ses événements sont toujours à la même heure).

Quand la vitesse d'une particule tend vers la vitesse de la lumière ($v \to 1$) sa trajectoire tend vers celle d'un photon (de masse toujours nulle). La géodésique d'un photon est donc la limite quand la masse $m \to 0$ de la famille des géodésiques des particules ordinaires à énergie constante. Dans un espace-temps rapporté à des coordonnées cartésiennes la lumière se déplace :

- si l'espace-temps est plat : en ligne droite à vitesse constante ;
- si l'espace-temps est courbe : voir ci-dessous *Trajectoires des photons*.

4.15.13 Métrique de Schwarzschild

Dans un espace courbe, comme l'espace-temps de la Relativité générale, la distance ne se définit pas comme dans notre espace euclidien habituel. La distance est définie d'après le type de courbure que les conditions physiques imposent à la gravitation. Cette section aborde un cas très fréquent : la courbure spatiale imposée autour d'elle par la masse d'une étoile sphérique.

4.15.13.1 Définitions mathématiques relatives à un espace métrique

Ce paragraphe contient seulement des définitions mathématiques relatives à la notion de *métrique*, c'est-à-dire de définition d'une distance. Sa lecture n'est utile qu'aux personnes soucieuses de rigueur mathématique dans la compréhension des développements qui vont suivre.

Définition de l'ensemble $\mathbb{R}^+$

C'est l'ensemble des nombres réels positifs ou nul : $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R},\ x \geq 0\}$
où $\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres réels.

Définition du produit cartésien de deux ensembles

Soient A et B deux ensembles. On appelle produit cartésien de A et B, noté $A \times B$, l'ensemble dont les éléments sont les couples ordonnés (a, b) où $a \in A$ et $b \in B$;
(le symbole $\in$ veut dire "appartient à").

Définition d'une application d'un ensemble dans un autre

Une application d'un ensemble E dans un autre ensemble F est une relation
$R \subset E \times F$ telle que pour tout $x \in E$ il existe un unique $y \in F$ tel que $(x, y) \in E \times F$.
Le signe $\subset$ veut dire "inclus dans" : R est un produit cartésien de type $E \times F$.

Définition d'un espace métrique
Un espace métrique est un ensemble *E* sur lequel on a défini une distance, c'est-à-dire une application *d* de *E x E* dans $\mathbb{R}^+$ qui vérifie, pour tout triplet (*x, y, z*) ∈ *E* les 3 relations :

- *d(x, y) = d(y, x)* : la distance de *x* à *y* est égale à la distance de *y* à *x*.
- *d(x, y) ≤ d(x, z) + d(z, y)* : la distance de *x* à *y* est inférieure ou égale à la somme des distances de *x* à *z* et de *z* à *y*.
- *d(x, y) = 0* si et seulement si *x = y* : la distance entre x et y est nulle si et seulement si x = y.

Notation de l'application distance : *d* : *E x E* → $\mathbb{R}^+$.

Exemple de distance entre les points A(2, 3) et B(4, 5) d'un plan, définie par le théorème de Pythagore :

$$d = \sqrt{(4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = 2.828$$

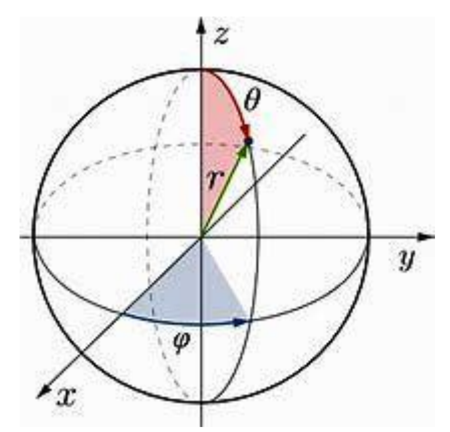
A propos d'espace métrique on parle aussi d'« espace muni d'une métrique », c'est-à-dire d'une définition de la mesure d'une distance.

4.15.13.2 Tenseur métrique de Schwarzschild

Espace-temps de Schwarzschild
Le tenseur métrique de Schwarzschild est une des solutions de l'équation d'Einstein. C'est la solution d'un problème physique aussi simple que fréquent : quelle est la déformation de l'espace-temps vide due à une masse ponctuelle ou sphérique *M* immobile ? Une telle solution doit avoir une symétrie sphérique et être indépendante du temps.

> Cette métrique joue le même rôle en Relativité générale que la formule donnant le champ gravitationnel d'une masse ponctuelle dans l'espace plat de Newton, ou le champ électrique d'une charge électrostatique ponctuelle.
>
> Cette solution de l'équation d'Einstein a été découverte en 1916 (un an après la publication initiale par Einstein de sa théorie de la Relativité générale) par un astronome allemand, Karl Schwarzschild, connu pour ses travaux scientifiques mais à cette époque-là militaire au front sous le drapeau de l'Empire allemand. Schwarzschild posa aussi la base de la théorie des trous noirs, mais tomba malade et mourut quelques mois après.

Coordonnées sphériques
Les phénomènes à symétrie sphérique sont souvent étudiés en coordonnées sphériques rapportées à un rayon *R*, un angle θ pour les latitudes et un angle φ pour les longitudes. La figure ci-dessous représente les notations adoptées par les physiciens, qui diffèrent de celles des mathématiciens : la sphère est centrée sur l'événement de l'espace-temps (« Ici et maintenant »), les latitudes θ sont comptées à partir de l'axe Oz (c'est-à-dire du zénith) dans le sens indiqué.



Coordonnées sphériques (convention des physiciens)

Métriques
Métrique d'une surface sphérique 2D d'un espace plat vue en 3D
(c'est la surface de la sphère de rayon *r*).

$$ds^2 = r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\Phi^2$$

Métrique de l'espace-temps de cette surface sphérique plate

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \, d\Phi^2$$

Métrique de Schwarzschild

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \, d\Phi^2$$

où :

- *G* est la constante universelle de gravitation ;
- *M* est la masse (au sens traditionnel newtonien) du corps attracteur ;
- *r* est la *coordonnée radiale circonférentielle*, définie à partir de la circonférence *C* du cercle équatorial de la sphère de Schwarzschild par $r = \frac{C}{2\pi}$.

  Cette coordonnée *r* a une valeur particulière intéressante notée r_S : le *rayon de Schwarzschild* ; voyons cela.

La métrique de Schwarzschild :

- respecte la symétrie sphérique ;
- est indépendante du temps (c'est une propriété de l'espace seul) ;
- tend vers la métrique de l'espace-temps plat lorsque $r \rightarrow \infty$.

Relation entre potentiel de Newton et temps propre en champ faible

Le potentiel $\Phi(r)$ de Newton du champ gravitationnel est $-\frac{GM}{r}$ (voir loi d'attraction universelle). Si ce champ est faible, le temps propre d'un objet en chute libre est mesuré par la seule composante temporelle : $ds^2 = -(1 + 2\Phi(r))dt^2 + ...$ On voit que la gravité newtonienne résulte de la modification de la seule composante temporelle de la métrique, donc du ralentissement local du temps : les géodésiques de cette métrique se courbent vers le potentiel de plus faible valeur (=le plus négatif), où le temps ralentit le plus.

4.15.13.3 Intervalle de temps avec la métrique de Schwarzschild

Considérons une horloge en repos à une coordonnée *r* donnée appelée « point *A* ». On a : $dr = d\theta = d\varphi = 0$. Le temps propre $\Delta\tau$ entre deux événements en *A* mesuré par l'horloge est, d'après la métrique de Schwarzschild :

$$\Delta\tau = \int d\tau = \int \sqrt{-ds^2} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{r}} \, \Delta t$$

Le temps propre mesuré par l'horloge $\Delta\tau$ n'est le même que celui des coordonnées de temps *t* que si $r = \infty$, sinon il est plus court – et même d'autant plus court que *r* est petit.

Décalage de longueur d'onde d'un rayonnement électromagnétique

Ce raccourcissement du temps entraîne des changements de longueur d'onde pour toute lumière se propageant dans le champ gravitationnel d'une *singularité* :

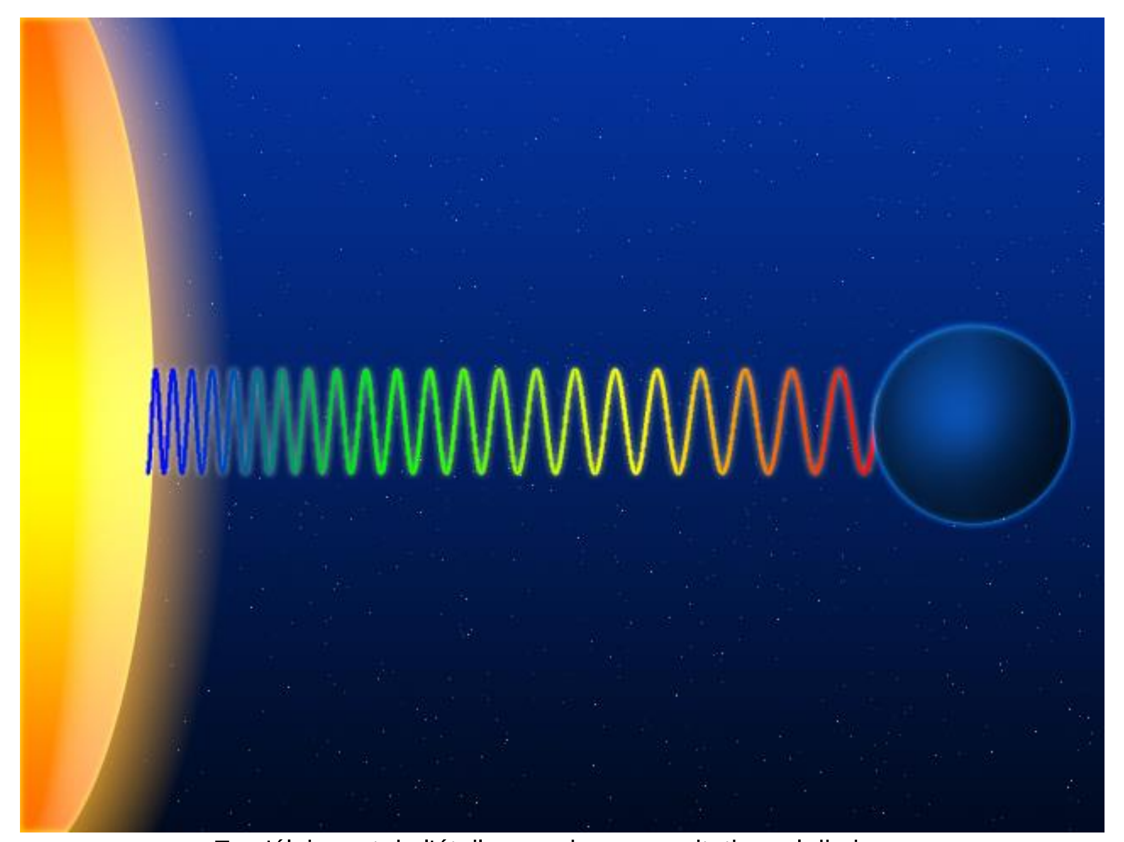
Singularité
On appelle singularité dans la géométrie de l'espace-temps un point où la concentration infinie de masse-énergie crée une courbure infinie. Un trou noir est une telle singularité.

- Un décalage des ondes électromagnétiques vers le rouge (longueur d'onde plus grande) se produit quand on s'éloigne de la singularité ;
- Un décalage vers le bleu (longueur d'onde plus petite) se produit quand on s'approche de la singularité.

  « Dans un champ gravitationnel la longueur d'onde d'un rayonnement électromagnétique augmente / diminue quand on s'éloigne / se rapproche de la singularité. »

Ce décalage concerne toutes les longueurs d'ondes d'une lumière, donc aussi son spectre de raies ; c'est pourquoi on l'appelle aussi *décalage spectral* (et parfois *effet Einstein*).

Vérification expérimentale : [214].



En s'éloignant de l'étoile son champ gravitationnel diminue,
ce qui augmente la longueur d'onde du rayonnement. © Wikipedia

Ce décalage est analogue à celui dû à l'effet Doppler : un observateur qui voit une source de rayonnement (lumineux ou sonore) s'éloigner / se rapprocher voit sa longueur d'onde augmenter / diminuer.

- Ainsi, le bruit que fait une voiture qui approche est plus aigu que celui qu'elle fait en s'éloignant.
- Ainsi, l'Univers en expansion a augmenté la longueur d'onde des rayonnements déjà émis, diminuant l'énergie de leurs photons et donc leur température. Nous recevons aujourd'hui à 2.7°K des rayonnements émis à des températures un millier de fois plus élevées 380 000 ans après le Big Bang, il y a donc 13.8 milliards d'années.

4.15.13.3.1 Puits gravitationnel (gravitational well)

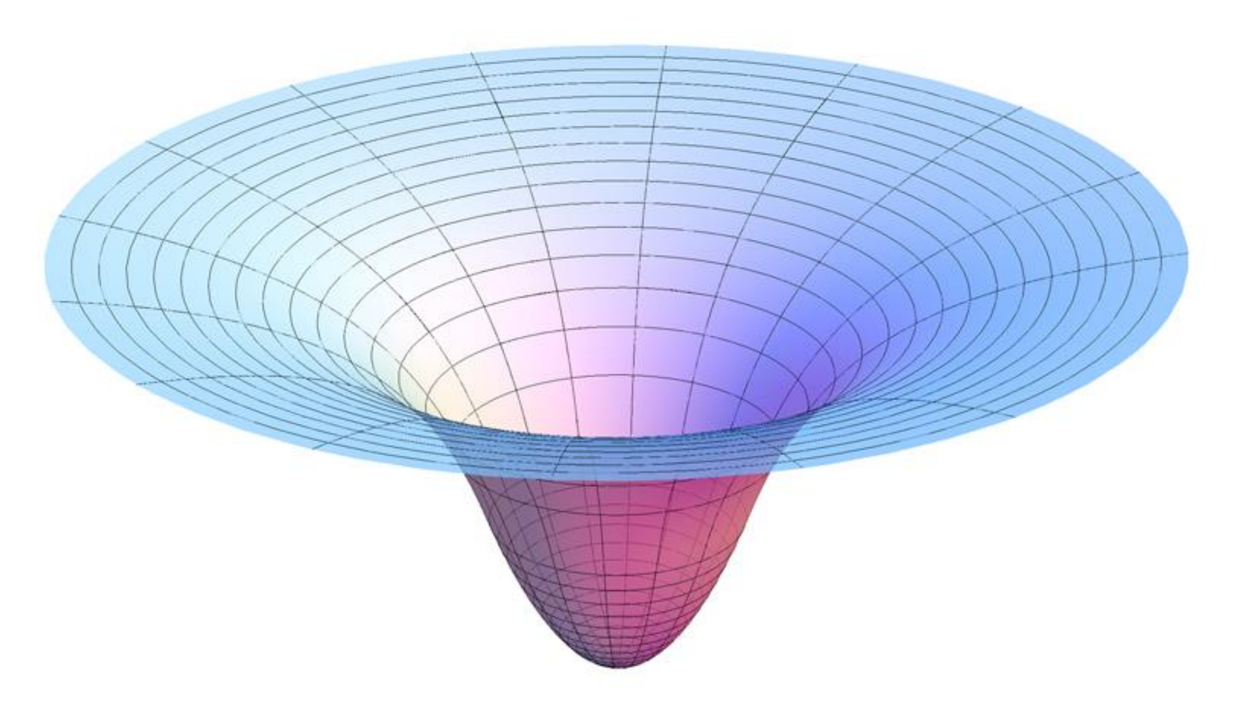
En s'approchant d'une source gravitationnelle (étoile, planète, etc.) l'énergie potentielle négative E_p de son champ gravitationnel diminue selon la loi :

$$E_p = -G\frac{Mm}{r}$$

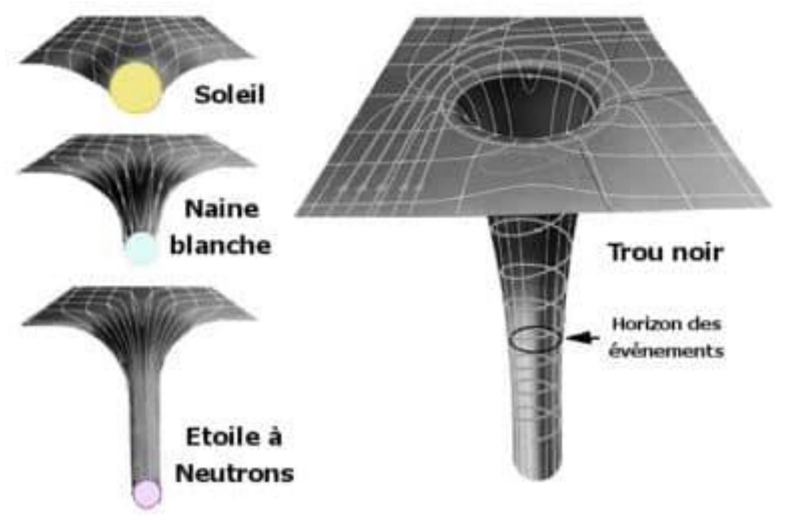
où *G* est la constante de gravitation, *M* et *m* sont les masses, *r* est leur distance.

Inversement, pour lancer un engin spatial il faut lui fournir une énergie par kilogramme de masse (exprimée en mégajoules/kg - MJ/kg) qui augmente avec l'altitude de satellisation souhaitée.

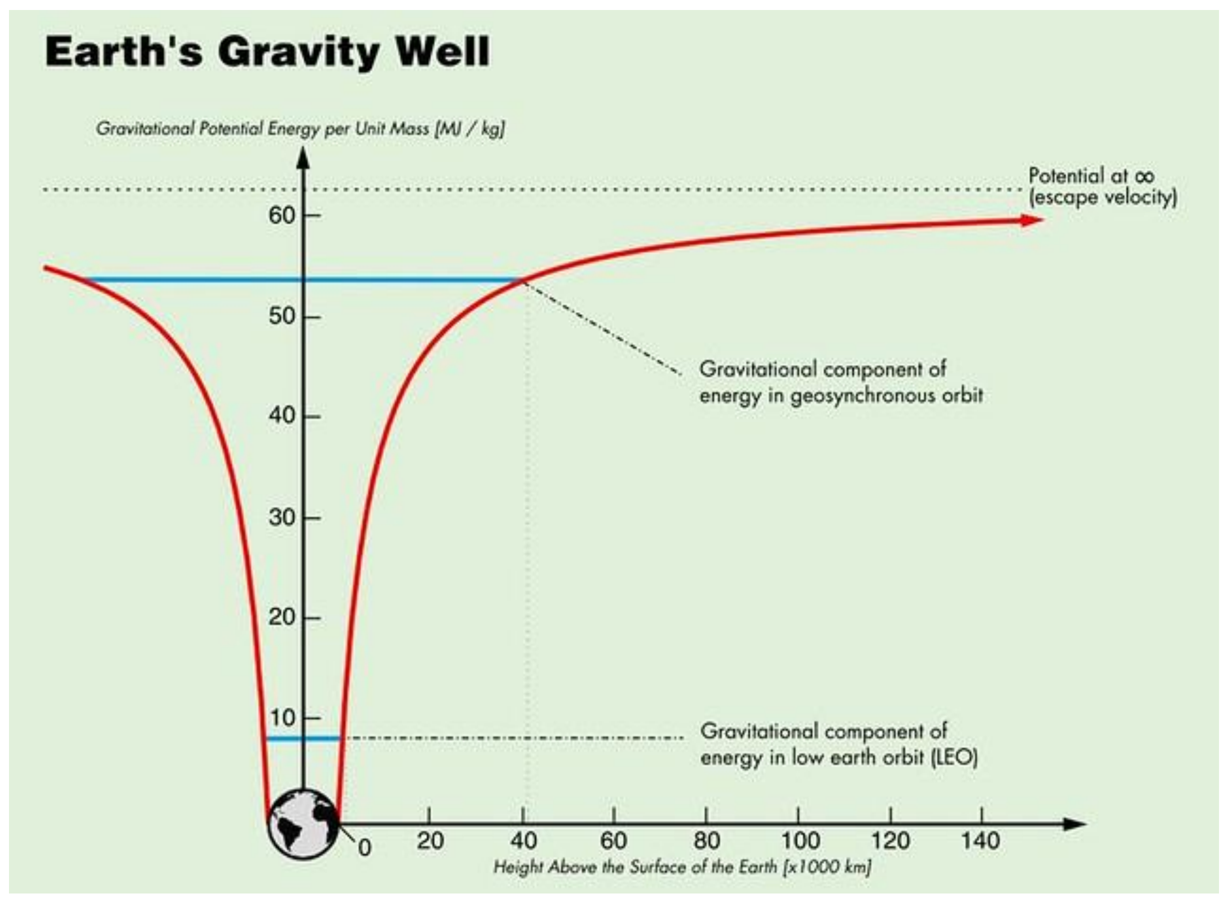
Le fond du puits gravitationnel d'un tel lancement est une calotte sphérique car la distance au centre de la Terre ne peut être inférieure au rayon terrestre (~6360 km). Dans le cas d'un trou noir le puits est infini.



Puits gravitationnel : énergie potentielle (ordonnées) / distance (abscisses)
Les lignes équipotentielles sont des cercles horizontaux
© AllenMcC. [CC BY-SA 3.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0)]



Divers puits gravitationnels ©google



Puits gravitationnel de la Terre © @natronics (nathan Bergey)

4.15.13.4 Tenseur métrique de Schwarzschild : diagonale principale

L'équation de la métrique de Schwarzschild s'écrit :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \, d\Phi^2$$

En comparant cette équation avec la forme générale de la métrique, qui est :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

il vient, pour les composantes g_{qq} non nulles :

$g_{tt} = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$	$g_{rr} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}$	$g_{\theta\theta} = r^2$	$g_{\Phi\Phi} = r^2 sin^2\theta$

Tenseur métrique de Schwarzschild : diagonale principale

4.15.13.5 Quantités conservées le long des trajectoires géodésiques

1 - Energie relativiste par unité de masse d'un objet à l'infini, notée "e"

Le tenseur de la métrique de Schwarzschild est une matrice diagonale : seuls sont non-nuls les $g_{\mu\nu}$ tels que $\mu = \nu$. Comme la métrique est en outre indépendante du temps, l'équation des géodésiques s'écrit :

$$0 = \frac{d}{d\tau}\left(g_{\alpha\beta} \frac{dx^\beta}{d\tau}\right) - \frac{1}{2} \partial_\alpha g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}$$

$$0 = \frac{d}{d\tau}\left(g_{tt}\frac{dt}{d\tau}\right) + 0 \text{ d'où constante} = -g_{tt}\frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\frac{dt}{d\tau} = e$$

La quantité *e* est donc conservée le long des trajectoires géodésiques dans l'espace-temps de Schwarzschild, donc pour un corps en chute libre se déplaçant le long d'une géodésique. Cette quantité est *l'énergie relativiste par unité de masse que l'objet aurait à l'infini*. Elle est négative pour r < 2GM, c'est-à-dire à l'intérieur de ce que nous appelons *sphère horizon du trou noir* (voir plus bas *Rayon de Schwarzschild*).

« Dans la métrique de Schwarzschild l'énergie relativiste par unité de masse est conservée le long des trajectoires géodésiques »

2 - Moment cinétique relativiste par unité de masse d'un objet, noté "*l*"

Par un raisonnement analogue au précédent :

$$\text{constante} = g_{\Phi\Phi}\frac{d\Phi}{d\tau} = r^2 sin^2\theta \frac{d\Phi}{d\tau} = l$$

La quantité *l* est donc aussi conservée le long des trajectoires géodésiques dans l'espace-temps de Schwarzschild. Pour une trajectoire contenue dans le plan équatorial : $sin^2\theta = 1$ et $l = r^2(d\Phi/d\tau)$ est le *moment cinétique relativiste par unité de masse*.

« Dans la métrique de Schwarzschild le moment cinétique par unité de masse d'un objet en chute libre est conservé. »

Remarques sur les trajectoires géodésiques dans l'espace de Schwarzschild

- Par raison de symétrie, *toutes ces trajectoires doivent être planes*. On peut donc choisir des axes de référentiel où le plan de ces trajectoires est le plan équatorial $\theta = \pi/2$, ce qui simplifie l'expression des résultats.
- A partir de l'équation des géodésiques pour la métrique de Schwarzschild on peut retrouver la troisième loi de Kepler :

  « Les carrés des durées de révolution autour du Soleil sont proportionnels aux cubes des grands axes des orbites correspondantes. »

  En appelant $\Omega = d\Phi/dt$ la vitesse angulaire d'un corps décrivant une trajectoire géodésique autour de la masse M du Soleil, le calcul montre que :

$$\Omega^2 = \frac{GM}{r^3}$$

  Exemple

  L'orbite quasi-circulaire de la planète géante Jupiter a un rayon moyen de 778 millions de km, alors que l'orbite de la Terre (parcourue en 1 an) a un rayon de 149.6 millions de km. Or $(778/149.6)^3$ = 140.6, qui a pour racine carrée 11.86 : l'« année » jovienne (révolution sidérale) dure 11.86 années terrestres.

4.15.13.6 Précession du périhélie des orbites des planètes

Définition

Le périhélie de l'orbite d'un astre du système solaire (planète, astéroïde, comète…) est le point de sa trajectoire elliptique le plus proche du Soleil.

Résumé du problème de l'orbite de Mercure

On a constaté au XIXe siècle que le périhélie de la planète Mercure, la plus proche du Soleil, se déplace d'environ 572 secondes d'arc par siècle, alors que les équations de Newton en expliquent 529 : ce périhélie se déplace donc de 43 secondes par siècle de plus que prévu. La différence ne fut expliquée que par la Relativité générale d'Einstein, publiée en 1915.

Voir d'abord *Lois du mouvement et de la gravitation universelle de Newton*.

Selon la 1ère loi de Kepler (conséquence de la 2ème loi de Newton) :

« Les planètes décrivent des orbites elliptiques dont le Soleil est un foyer. »

Une ellipse étant une courbe plane fermée, la planète revient à une position particulière après une période fixe, *l'année sidérale*, selon le tableau ci-dessous, où :

- 1 UA (unité astronomique) = 149 700 000 km est la distance moyenne Terre-Soleil ;
- 1 AT (année terrestre) = 365.2425 jours ;
- 1 MT (masse terrestre) = 5.97 $.10^{24}$ kg (1/330 000ème de la masse du Soleil).

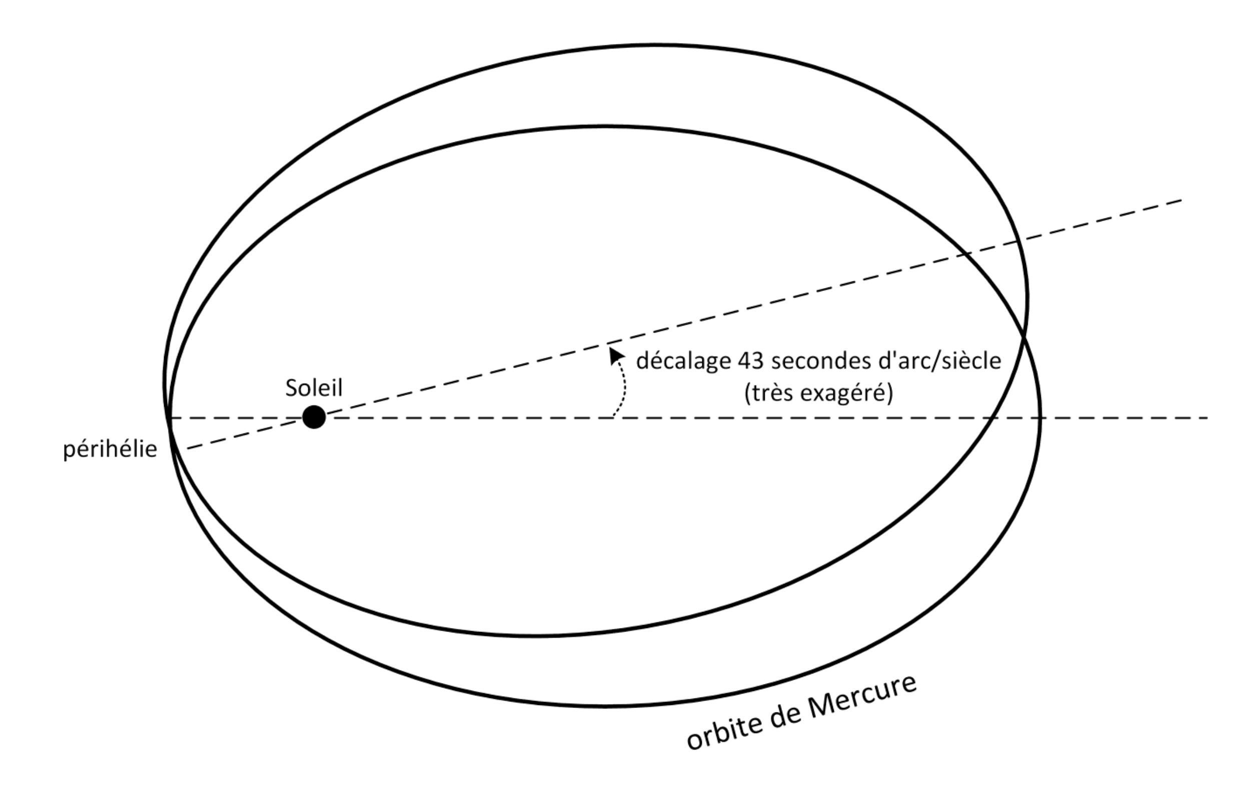
Planète	Masse en MT	Distance moyenne du Soleil en UA	Durée de l'année sidérale en AT
Mercure	0.055	0.4	0.24
Vénus	0.82	0.7	0.62
Terre	1	1	1
Mars	0.11	1.5	1.88
Jupiter	320	5.2	11.86
Saturne	95	9.5	29.4
Uranus	14.5	19.2	84
Neptune	17	30.1	164

Masses et orbites des planètes

Le paradoxe de l'orbite de Mercure

Une orbite elliptique est une courbe ayant deux foyers symétriques par rapport à son centre. Elle est telle que tout point *P* de cette orbite a une somme des distances aux foyers constante.

On sait depuis le milieu du 19e siècle que l'orbite de Mercure n'est pas une courbe fermée. On a attribué cette anomalie à des perturbations causées par l'attraction de planètes plus grosses, mais sans expliquer suffisamment pourquoi l'axe de l'ellipse de Mercure (joignant le Soleil au périhélie) tourne de 43 secondes d'arc par siècle.



Explication relativiste qualitative du phénomène
Lorsque la planète parcourt la portion de son orbite voisine du périhélie elle est soumise à une attraction plus forte que sur le reste de son orbite, attraction qui entraîne une plus grande déformation de l'espace, ralentit le temps et rend l'approximation newtonienne des paramètres du mouvement insuffisamment précise.

Explication mathématique
Voir ci-dessus *Quantités conservées le long des trajectoires géodésiques*.

La constante *l* (moment cinétique relativiste par unité de masse) vaut ici $l = r^2 \frac{d\Phi}{d\tau}$.

En posant $u = \frac{1}{r}$, l'équation relativiste de l'orbite devient $\frac{d^2u}{d\Phi^2} + u = \frac{GM}{l^2} + 3GMu^2$

alors que l'équation newtonienne est $\frac{d^2u}{d\Phi} + u = \frac{GM}{l^2}$: on voit qu'il lui manque le terme $3GMu^2$.

L'équation relativiste ci-dessus n'ayant pas de solution analytique, on trouve une solution approchée par calcul de perturbation à partir d'une orbite circulaire de rayon r_c. Ce calcul montre qu'à chaque « tour » (année mercurienne) la planète parcourt un angle $2\pi + \frac{6\pi GM}{r_c}$, d'où un angle de précession de $\frac{6\pi GM}{r_c}$ qui explique les 43 secondes constatées.

Quand Einstein publia sa théorie, en novembre 1915, cette explication fut le premier succès de la Relativité générale.

4.15.13.7 Trajectoires des photons
Source : [122] pages 144 et suivantes.

Méthode
Pour trouver la trajectoire d'un photon (nécessairement de masse nulle) sur une géodésique de l'espace-temps de Schwarzschild on part de sa métrique, valable quelle que soit la masse, on fait tendre cette masse vers zéro et on prend la limite.

Paramètre d'impact

A partir des *quantités conservées e et l*, on définit leur rapport *b* :

$$b = \frac{l}{e} = r^2(1 - \frac{2GM}{r})^{-1}\frac{d\Phi}{dt}$$

l et *e* étant constantes le long de toute géodésique, leur rapport *b* l'est aussi.
b est une longueur appelée *paramètre d'impact* de la trajectoire, définie comme la distance entre la tangente à la trajectoire du photon à grande distance vers la singularité et la parallèle à cette tangente passant par le point attracteur ; plus *b* est grand, plus le photon « vise » loin de la singularité au départ.

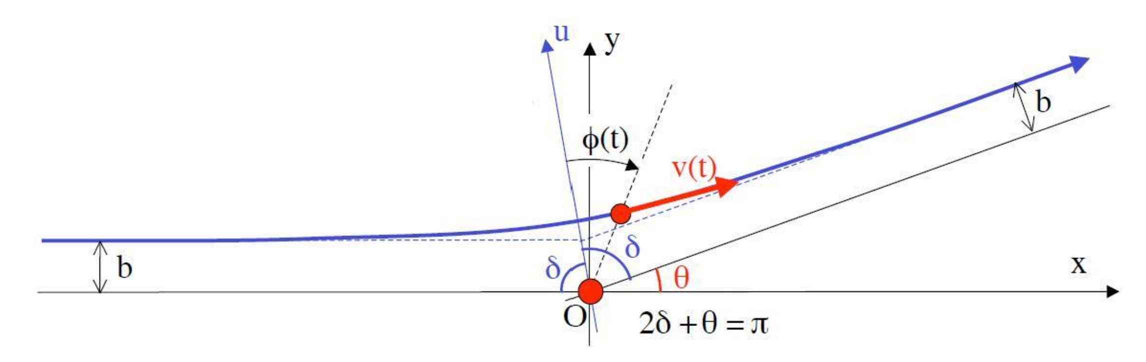


Image due à www.tangentex.com - © Microsoft Bing Creative Commons

Equation radiale du mouvement d'un photon

Dans le plan équatorial de l'espace de Schwarzschild (dans lequel on peut toujours se placer pour un raisonnement, et où $sin\theta = 1$) un écart nul entre deux coordonnées d'espace-temps est :

$$0 = ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta \, d\Phi^2$$

On en déduit l'équation de la composante radiale du mouvement du photon :

$$1 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-2}(\frac{dr}{dt})^2 + \frac{b^2}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$$

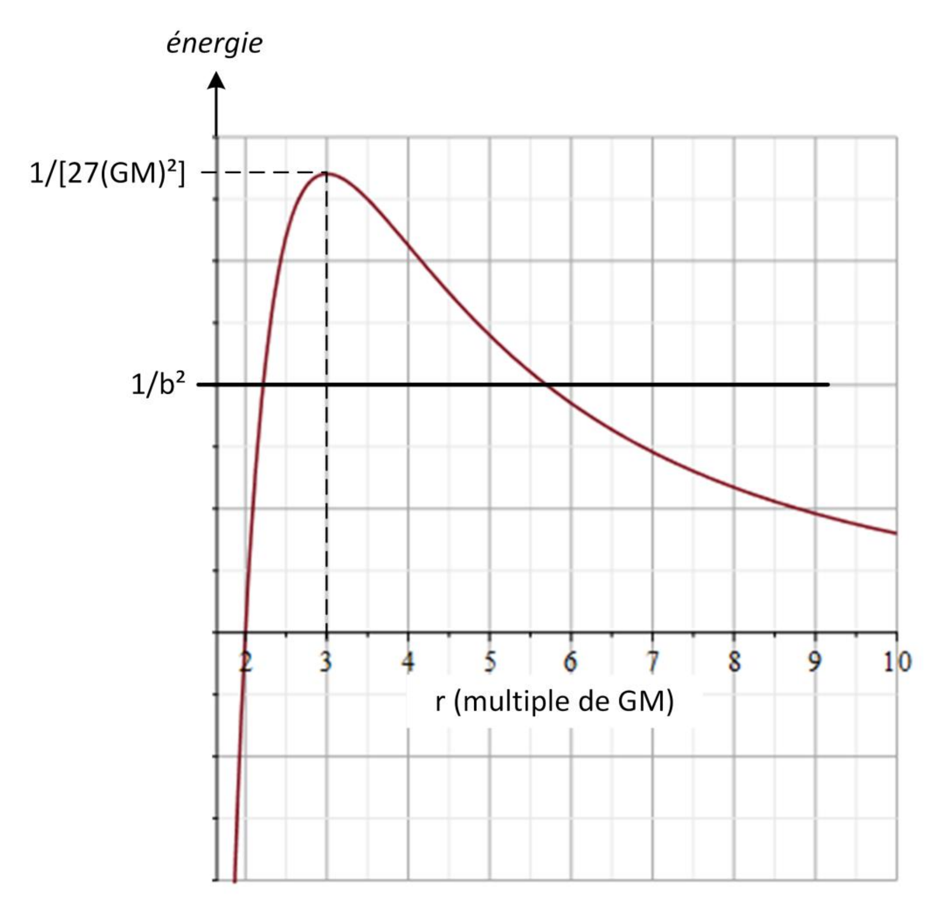
Cette équation décrit le mouvement radial propre du photon en fonction de la coordonnée temporelle *t* de l'espace de Schwarzschild (et non du temps propre τ).
Pour une interprétation plus facile, cette dernière équation peut s'écrire :

$$\frac{1}{b^2} = [\frac{1}{b}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}\left(\frac{dr}{dt}\right)]^2 + \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$$

où :

- le terme $1/b^2$ joue le rôle de l'énergie conservée ;
- le premier terme du membre de droite est « l'énergie cinétique radiale » ;
- le second terme du membre de droite est « l'énergie potentielle effective ».

La courbe d'énergie potentielle effective $V(r) = \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$ ci-dessous représente le mouvement d'un photon.



Energie potentielle effective $V(r) = \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)$
L'axe horizontal est celui des distances *r* en nombre de "*GM*"

- Pour les valeurs du paramètre d'impact *b* assez grandes, où le photon venant de l'infini « vise » la singularité avec un écart *b* > $\sqrt{27}GM$ (c'est-à-dire $\frac{1}{b^2} < \frac{1}{27(GM)^2}$) le photon va être dévié mais rebondira vers l'infini.
- Pour les écarts *b* < $\sqrt{27}GM$, le photon sera capturé par la singularité : il s'approchera en spirale vers lui et finira par l'atteindre en *r*=0.
- Pour les écarts *b* = $\sqrt{27}GM$, le photon se mettra à décrire une orbite circulaire instable autour de la singularité, avec *r=3GM*. **Une image émise d'un point de cette orbite selon sa tangente semblera venir du côté opposé !**

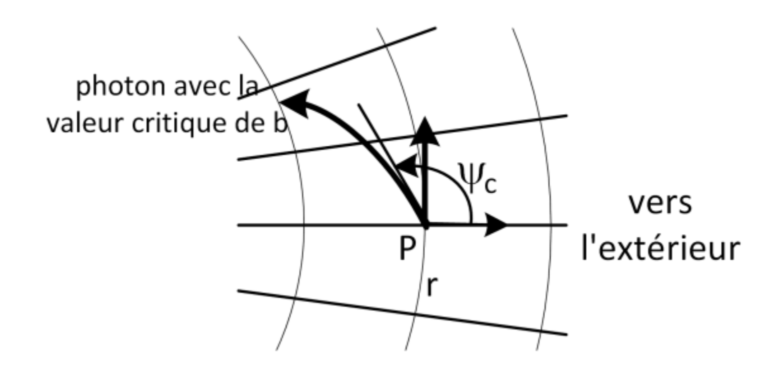
  « Un photon visant une étoile lourde avec un écart peut, selon cet écart :
  - **être dévié et s'éloigner à l'infini ;**
  - **décrire une orbite circulaire instable autour de l'étoile ;**
  - **s'approcher en spirale de l'étoile et finir par l'atteindre. »**

Ces comportements surprenants, imprévisibles en physique newtonienne, existent surtout lorsque la singularité est un trou noir ou une étoile à neutrons, c'est-à-dire si sa densité est suffisante pour qu'un observateur théorique ne puisse s'en approcher sans y pénétrer.

Angle critique d'échappement

Considérons un observateur situé en *P*, dans le plan équatorial d'un attracteur de masse *M* qui émet un photon dans ce plan avec un angle ψ par rapport à la direction radiale s'éloignant de la singularité ; à quel angle limite ψ_c le paramètre d'impact critique *b* = $\sqrt{27}GM$ correspond-il ?

(Tout paramètre d'impact *b* < $\sqrt{27}GM$ entraîne la capture du photon et sa spirale vers la singularité.)

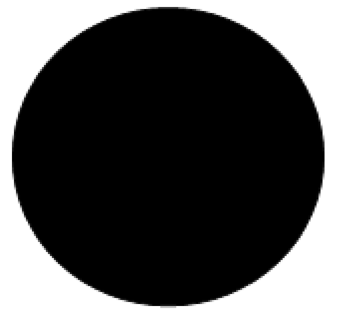


Le calcul montre que l'angle critique est ψ_c tel que $sin\ \psi_c = \frac{GM\sqrt{27}}{r}\sqrt{1 - \frac{2GM}{2}}$.

A la distance *r,* un photon venant de l'infini n'est capturé que si $\psi > \psi_c$.

Cas d'un trou noir
Si un photon arrive de l'infini en direction d'un trou noir, le raisonnement précédent s'applique : s'il arrive avec un angle $\psi > \psi_c$, il sera capturé.

Un observateur qui s'approche d'un trou noir le voit sous forme d'un disque noir. Plus il s'approche, plus le disque grandit. A une distance *r = 3GM* le disque remplit la moitié du ciel. Si *r* décroît davantage, le disque grandit encore et au voisinage immédiat de *r = 2GM* il occupe tout le ciel sauf un petit cône lumineux arrivant de l'Univers extérieur.



Trou noir, vu à une distance r > 3GM

Au voisinage d'un trou noir, la lumière arrivante vue par un observateur a des couleurs décalées vers le bleu (longueurs d'onde plus courtes). Un observateur à l'infini voit la lumière arrivant d'un point proche d'un trou noir décalée vers le rouge : pour cet observateur une horloge à une distance *r* finie d'un attracteur tourne plus lentement qu'une horloge à l'infini.

Equation angulaire du mouvement d'un photon dans le plan équatorial

Dans le plan équatorial de l'espace de Schwarzschild, l'équation angulaire du mouvement d'un photon est :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{b}{r^2}(1 - \frac{2GM}{r})$$

La dérivée $\frac{d\Phi}{dt}$ est proportionnelle à l'énergie potentielle effective.

En posant $u = \frac{1}{r}$ on arrive à l'équation $\frac{d^2u}{d\Phi^2} + u = 3GMu^2$. N'ayant pas de solution analytique, cette équation se résout en étudiant les perturbations par rapport à un espace-temps sans attracteur.

4.15.14 Constante cosmologique

Voir d'abord plus haut le paragraphe *Equation d'Einstein*.

L'équation d'Einstein, écrite précédemment sous une forme concise, peut être développée pour séparer les tenseurs d'énergie-impulsion décrivant la matière $T^{\mu\nu}$ et d'énergie-impulsion décrivant l'espace vide $T^{\mu\nu}_{vide}$:

$$G^{\mu\nu} = 8\pi G(T^{\mu\nu} + T^{\mu\nu}_{vide}), \text{ où } T^{\mu\nu}_{vide} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu} \text{ et } \frac{\Lambda}{8\pi G} \approx 0.7\,.\,10^{-26}\ kg/m^3$$

Constante cosmologique Λ, une densité d'énergie négative

Sous cette forme apparaît un terme en Λ (prononcé "grand lambda") qui représente une *densité d'énergie négative* lorsque $\Lambda>0$. Cette densité d'énergie existe même en l'absence de matière, c'est-à-dire dans un espace vide où la densité de matière $\rho=0$.

Einstein a ajouté la constante cosmologique en 1917 à sa théorie de la Relativité générale de 1915, pour que son effet expansif, antigravitationnel $T^{\mu\nu}_{vide}$ sur l'Univers équilibre l'effet attractif du terme $T^{\mu\nu}$, produisant ainsi un espace statique.

(En 1922, le mathématicien soviétique Alexandre Friedmann abandonna l'hypothèse de l'Univers statique de la Relativité générale et montra (à partir de l'équation d'Einstein) comment l'Univers pouvait évoluer selon les densités d'énergie de la matière, du rayonnement et du vide.
Voir *Equation de Friedmann décrivant l'expansion ou la contraction de l'Univers*.)

Einstein accepta les résultats de Friedmann et supprima sa constante cosmologique – *à tort, car les découvertes ultérieures l'ont rendue indispensable*.

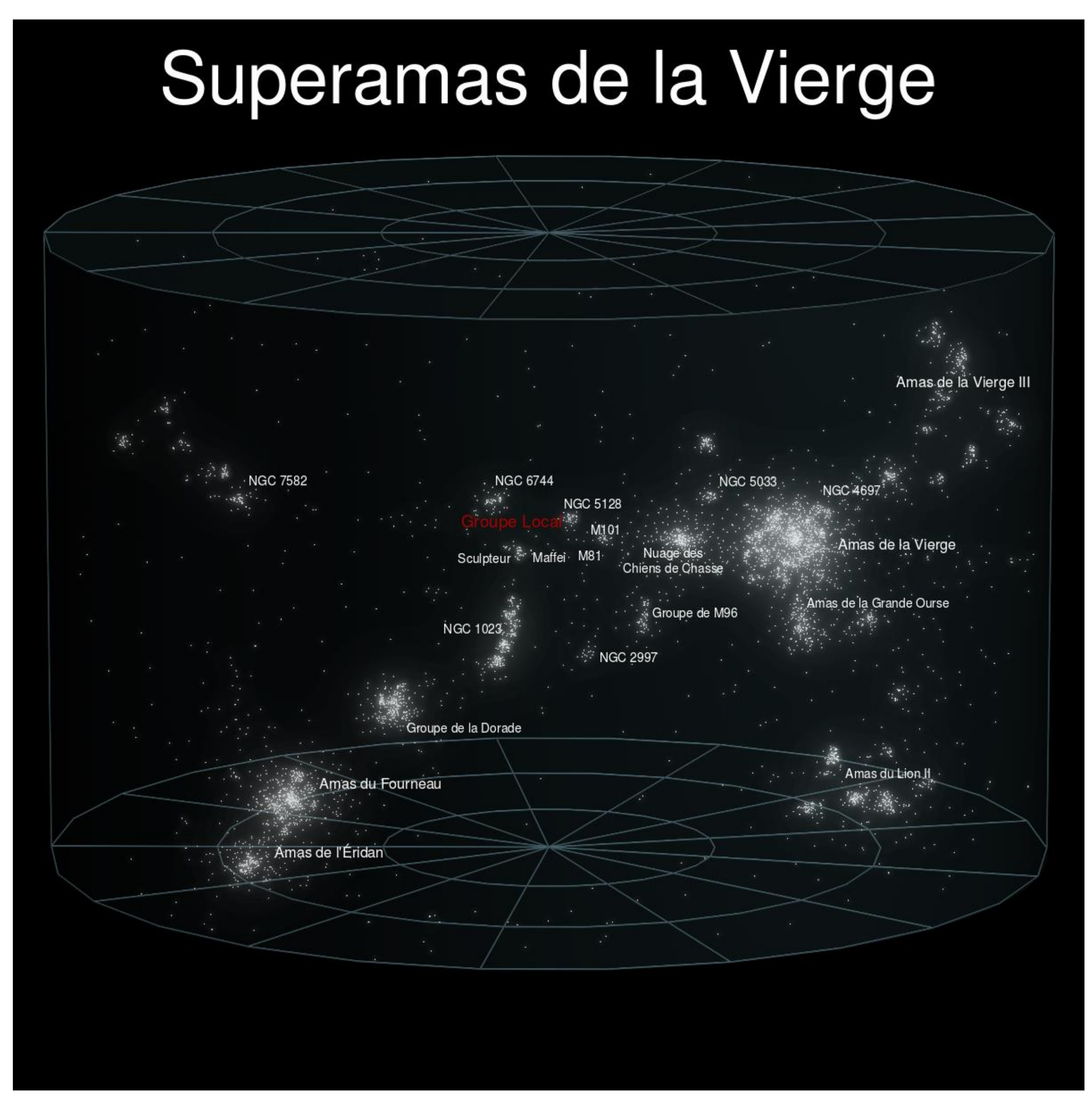
Une gravité négative et ses conséquences

Découverte expérimentalement en 1998, la densité d'énergie négative de la constante cosmologique implique une gravité négative, et une *pression de répulsion de l'espace-temps qui existe même sans masse ni rayonnement, du seul fait de l'existence de cet espace-temps*. La présence de cette constante entraîne :

- Une attraction gravitationnelle un petit peu plus faible qu'en l'absence de cette densité d'énergie négative, effet insignifiant en pratique à une échelle allant jusqu'aux amas de galaxies (environ 300 millions d'années-lumière [207]) ;
- A l'échelle très grande d'un super-amas de galaxies (environ 1 milliard d'années-lumière), l'existence de l'énergie noire, dont l'effet domine celui de la gravitation et qui implique une *expansion accélérée de l'Univers*.

  « A grande échelle l'espace-temps de l'Univers est dominé par une gravité négative entraînant une expansion accélérée. »

  L'énergie noire représente ~73% de l'énergie totale de l'Univers, la matière noire ~23% et les ~4% restants la matière ordinaire : étoiles, gaz et poussière interstellaires. Nous n'avons pas, en 2019, de connaissances concernant la nature physique de la matière noire et de l'énergie noire ; seul leur effet gravitationnel est observé.



Super-amas de la Vierge : environ 10 000 galaxies étalées sur 200 millions d'années-lumière et représentant environ 10^{15} masses solaires. Notre galaxie fait partie d'un amas local situé près d'une extrémité de ce super-amas entourant l'amas de la Vierge.
© Wikipedia Creative Commons.

4.15.15 Interprétation de l'équation d'Einstein

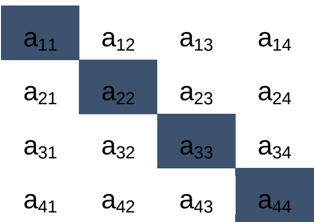
La gravité ne peut pas exister dans un espace-temps de dimension inférieure à 4

En effet, dans un Univers qui a 2 ou 3 dimensions, l'équation d'Einstein sous la forme $R_{\mu\nu} = 0$ entraîne que l'espace-temps doit être plat dans le vide, donc qu'il ne peut y avoir d'interactions gravitationnelles entre deux objets séparés par du vide.

Un espace-temps où il y a des interactions gravitationnelles est donc de dimension au moins égale à 4.

L'équation d'Einstein décrivant la métrique dans l'espace-temps à 4 dimensions est un système de 10 équations différentielles non linéaires du second ordre

Les tenseurs des deux membres de l'équation d'Einstein sont symétriques. Parmi leurs 16 composantes, les 4 formant la diagonale principale sont obligatoires et les 12 restantes ne représentent que 6 composantes distinctes : l'équation d'Einstein décrivant la métrique représente donc *un système de 10 équations différentielles non linéaires du second ordre, portant sur les 10 composantes indépendantes du tenseur métrique symétrique* $g_{\mu\nu}$.



Diagonale principale d'un tenseur 4x4 : les indices de ligne et de colonne sont égaux
La symétrie implique $a_{ij} = a_{ji}$ ($a_{21} = a_{12}$, $a_{31} = a_{13}$,…etc.)

Il n'y a, en fait que 6 équations indépendantes déterminant les 10 composantes
Les composantes de $g_{\mu\nu}$ dépendent en partie du choix arbitraire du référentiel. Comme celui-ci est déterminé par quatre équations arbitraires de transformation des coordonnées de la forme $x'^{\mu} = f^{\mu}(x^{\mu})$, l'équation d'Einstein ne peut imposer, pour déterminer complètement $g_{\mu\nu}$, que 6 contraintes indépendantes sur $g_{\mu\nu}$, auxquelles s'ajoutent les 4 équations du choix arbitraire de coordonnées. Or ces dernières supposent satisfaites les conditions d'homogénéité de l'espace et du temps, ainsi que d'isotropie de l'espace - donc la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement d'un système isolé (voir *Conservation des lois mettant en œuvre des interactions fondamentales*).

Exemple de difficulté posée par l'équation d'Einstein, cité par [122] page 249
Une conjecture de 1969 de Roger Penrose est « *L'hypothèse de la censure cosmique* » [209], qui s'énonce :

> « Les singularités (comme celle qu'on trouve en $r = 0$ dans l'espace-temps de Schwarzschild) sont toujours cachées derrière un horizon des événements (situé en $r = 2GM$ dans cet espace), ce qui rend toute singularité inobservable depuis l'extérieur. »

Cette propriété – qui reste à démontrer – est très importante, car si elle était fausse la Relativité générale ne conduirait pas à des prédictions utiles (détails dans [210]).
Voir *Hypothèse de la censure cosmique*.

4.15.16 Géométrie et évolution de l'Univers résultant de la Relativité générale

4.15.16.1 Facteur d'échelle - Modèle d'Univers

L'équation d'Einstein admet une métrique convenant à tout l'Univers. Cette description fait intervenir une notion très importante, le *facteur d'échelle*, qui :

- Tient compte de l'expansion, en prévoyant un facteur d'échelle $a(t)$ à un instant donné t, mesuré par son rapport $a(t)/\bar{r}$ à la *distance comobile* $\bar{r}$ du point considéré par rapport à l'origine arbitraire (instant présent)

  (Les coordonnées *comobiles* sont définies comme fixes par rapport à un espace en expansion).
- Tient compte de l'homogénéité à grande échelle de l'espace et de son isotropie, ce qui impose une symétrie et une métrique sphériques à un instant donné ;
- Assimile l'espace à un « gaz » de « molécules » (exemple : galaxies) animées de mouvements aléatoires, mais au repos dans son ensemble dans les coordonnées comobiles définies. A tout instant t ce gaz a une pression p_0 et une densité d'énergie ρ_0.

Lire ici la définition des « coordonnées généralisées » $q(\bar{r})$ dans *Notation habituelle : coordonnées généralisées*.

Compte tenu des hypothèses ci-dessus :

- Les composantes diagonales du tenseur de Ricci pour cette métrique, les seules non nulles, sont (en mettant un de leurs indices en haut) :

$$R_t^t = +\frac{3\ddot{a}}{a} \text{ où } \ddot{a} = \frac{d^2a}{dt^2} \qquad \text{(R1)}$$

$$R_{\bar{r}}^{\bar{r}} = \frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - 2\frac{q"}{qa^2} \text{ où } \dot{a} = \frac{da}{dt} \text{ et } q" = \frac{d^2q}{d\bar{r}^2} \qquad \text{(R2)}$$

$$R_\theta^\theta = R_\Phi^\Phi = \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{a^2q^2}\left[1 - (q')^2 - qq"\right] \text{ où } q' = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(R3)}$$

- Le tenseur énergie-impulsion pour le gaz de galaxies est :

$$T^{\mu}_{\nu} = (\rho_0 + p_0)u^{\mu} g_{\mu\alpha} u^{\alpha} + p_0 \delta^{\mu}_{\nu} - \frac{\Lambda}{8\pi G}\delta^{\mu}_{\nu}$$

- Le scalaire énergie-impulsion est :

$$T = T^{\mu}_{\nu} = T^{t}_{t} + T^{\bar{r}}_{\bar{r}} + T^{\theta}_{\theta} + T^{\Phi}_{\Phi} = -(\rho_0 - 3p_0) - \frac{4\Lambda}{8\pi G}$$

- L'équation d'Einstein décrivant le comportement gravitationnel de l'Univers n'a plus que deux composantes de tenseur non nulles :

$$R^{t}_{t} = -4\pi G(\rho_0 + 3p_0) + \Lambda \qquad \text{(a)}$$
$$R^{r}_{r} = R^{\theta}_{\theta} = R^{\phi}_{\phi} = 4\pi G(\rho_0 - p_0) + \Lambda \qquad \text{(b)}$$

4.15.16.2 Evolution de l'Univers en coordonnées généralisées *q(r̄)*

Sachant qu'il faut dans l'équation (b) $R^{r}_{r} = R^{\theta}_{\theta}$, on peut en déduire l'équation différentielle en coordonnées généralisées $q(\bar{r})$:

$$(q')^2 - qq'' = 1$$

Les 3 coordonnées $q(\bar{r})$ suivantes satisfont cette équation, où R est une constante :

$q(\bar{r}) = R\sin(\bar{r}/R)$ (1)
$q(\bar{r}) = \bar{r}$ (2)
$q(\bar{r}) = R\,sh(\bar{r}/R)$ (3)

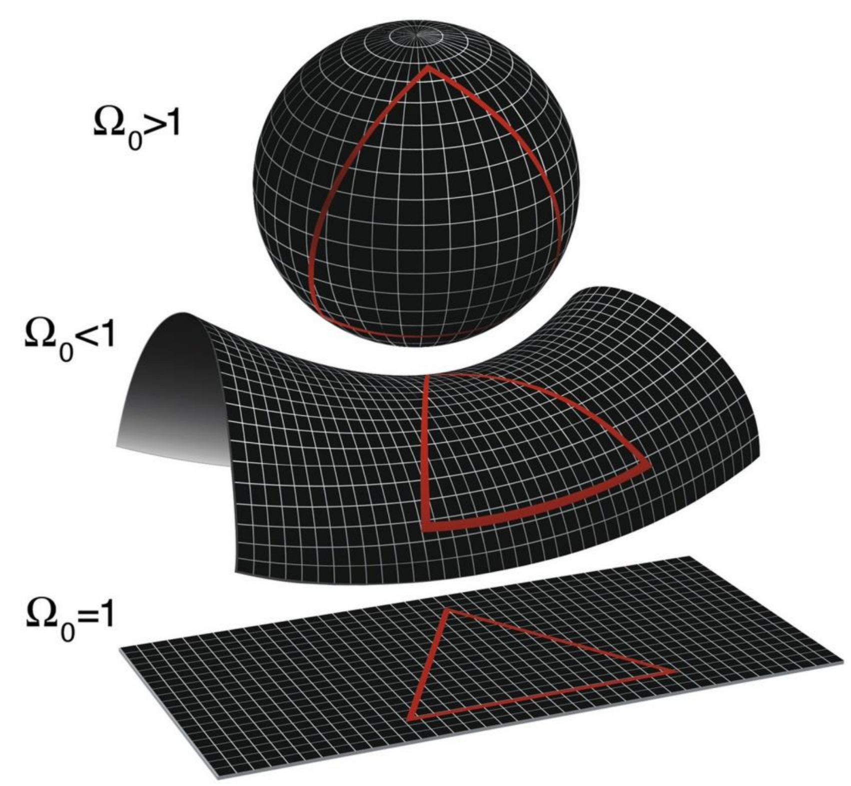
Il y a donc 3 métriques en coordonnées sphériques (et 3 seulement) satisfaisant l'équation d'Einstein pour un gaz de galaxies remplissant l'Univers.
En posant $\chi = \bar{r}/R$, ces métriques sont :

A) $ds^2 = (aR)^2(d\chi^2 + \sin^2\chi\, d\Phi^2)$ pour le cas (1), cas d'un *espace courbe sphérique*
C'est la métrique du plan équatorial $\theta = \pi/2$ d'une sphère de rayon aR.
Dans ce cas, l'Univers est dit « fermé » et il a un volume fini.

B) $ds^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\Phi^2)$ pour le cas (2), la distance à l'origine étant $r = a\bar{r}$
C'est la métrique d'un *espace plat* en coordonnées sphériques.
Dans ce cas, l'Univers est dit « ouvert » et il a nécessairement un volume infini pour être homogène.

C) $ds^2 = (aR)^2(d\chi^2 + sh^2\chi\, d\Phi^2)$ pour le cas (3), cas d'un *espace courbe hyperbolique* ressemblant à une selle.
Dans ce cas aussi, l'Univers est dit « ouvert » et il a nécessairement un volume infini pour être homogène.

Les 3 formes possibles de l'Univers : sphérique, hyperbolique et plat



Les 3 formes possibles de l'Univers : sphérique, hyperbolique et plat
Crédit : NASA/WMAP

Lorsqu'on définit la « ligne droite » tracée sur une surface comme le plus rapide chemin entre deux points donnés, celui qu'emprunte la lumière, la somme des angles d'un triangle est :

- Supérieure à 180° sur une surface sphérique ;
- Egale à 180° dans un plan ;
- Inférieure à 180° dans un espace hyperbolique.

Nous postulons toujours, en cosmologie, que l'Univers a un chemin unique choisi par la lumière pour aller d'un point à un autre, donc que nous devrions ne voir qu'une seule image d'un astre. S'il y avait plusieurs chemins, comme les mathématiciens l'imaginent parfois, des images multiples seraient possibles : si l'espace était torique, par exemple, la lumière pourrait parcourir plusieurs chemins depuis un certain astre, et nous en verrions plusieurs images dans des directions différentes. Le nombre de galaxies lointaines étant immense sur une photo, nous pourrions aisément nous tromper en ne remarquant pas certaines images multiples ou en considérant comme images multiples des configurations qui n'en sont pas.

L'équation d'Einstein prévoit donc 3 géométries possibles de l'Univers.
Dans un Univers fermé, un déplacement toujours dans le même sens finirait par revenir au point de départ : on devrait retrouver des amas de galaxies déjà vus en regardant le plus loin possible dans deux directions opposées, c'est-à-dire des images multiples d'un même amas. Les explorations faites n'ont pas trouvé de telle répétition, mais cet argument n'est pas probant : l'Univers est bien plus grand que sa partie observable (voir paragraphe *Les trois rayons de l'Univers*), nous sommes certains de ne pas avoir regardé partout. *Avec ce que nous avons vu* l'Univers n'est pas fermé, mais nous n'avons pas pu regarder infiniment loin pour avoir une certitude. L'Univers pourrait être sphérique, mais si grand que la petite partie que nous en voyons nous paraît plate.

La Relativité générale est une théorie *locale* : elle décrit la courbure de l'espace au voisinage de tout point arbitraire, compte tenu de la masse-énergie dont l'effet gravitationnel s'y fait sentir. Elle ne décrit pas la géométrie de l'Univers dans son ensemble, c'est-à-dire sa *topologie*.

Les 3 géométries d'espace prévues par la Relativité générale, les seules possibles pour elle, sont compatibles avec plusieurs topologies. Les mêmes équations métriques locales pourraient décrire un Univers plan ouvert, un Univers sphérique fermé et un Univers torique fermé aussi.

4.15.16.3 Equations d'état de l'Univers « gaz de galaxies »

En combinant les équations (R1), (R2) et (R3) et les équations (a) et (b) on trouve les relations entre le facteur d'échelle *a(t)*, qui a pour dérivées $\dot{a}(t)$ et $\ddot{a}(t)$, le couple de paramètres du gaz ρ_0 (densité d'énergie) et p_0 (pression), et la constante cosmologique Λ :

$$\frac{3\ddot{a}}{a} = -4\pi G(\rho_0 + 3p_0) + \Lambda \qquad \text{(EE1)}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{2K}{a^2} = 4\pi G(\rho_0 - p_0) + \Lambda, \qquad \text{(EE2)}$$

où $K = \mp\frac{1}{R^2}$ et *R* est le facteur de courbure de l'espace.

Equation d'état du gaz de galaxies

On appelle *équation d'état* la relation entre la pression *p* du gaz de galaxies et sa densité d'énergie ρ. Or la conservation de l'énergie dans un volume homogène de gaz en expansion qui a un nombre de galaxies constant a pour conséquence :

$$\frac{d}{dt}(\rho_0 a^3) = -p_0\frac{d}{dt}(a^3) \qquad \text{(EE3)}$$

car la variation d'énergie (travail) *dU* due à la variation de volume *dV* d'un gaz dont la pression est p_0 est $dU = -p_0 dV$ (1ère loi de la thermodynamique).

Les 3 types de densité d'énergie de l'Univers

La densité d'énergie en un point de l'Univers est la quantité d'énergie (en Joules) par mètre cube de volume en ce point.

La densité d'énergie dépend de son origine : matière ρ_m, rayonnement ρ_r ou vide ρ_v.

- La *matière* est celle de la masse des galaxies et de la matière noire.

  Cette énergie est non-relativiste, car la vitesse de cette matière par rapport aux galaxies lointaines est de l'ordre de 100 km/s, très faible par rapport à la vitesse de la lumière. Cette vitesse faible entraîne une pression de gaz faible devant sa densité d'énergie : les "molécules" galaxies se comportent donc comme une poussière de pression nulle.

  L'équation (EE3) entraîne donc $\frac{d}{dt}(\rho_m a^3) = 0$, d'où $\rho_m a^3$ = constante = ρ_{m0}.

  « La densité d'énergie ρ_m de la matière de l'Univers est inversement proportionnelle au cube du facteur d'échelle *a*. »

- Le *rayonnement* est celui d'un gaz de photons, neutrinos, etc. Les particules très relativistes de ce gaz respectent une relation entre pression p_r et densité d'énergie ρ_r : $p_r = \frac{1}{3}\rho_r$. Donc, d'après l'équation (EE3) : $\rho_r a^4$ = constante = ρ_{r0}.

  « La densité d'énergie du rayonnement ρ_r de l'Univers est inversement proportionnelle à la puissance 4 du facteur d'échelle *a*. »

  Ce gaz étant en équilibre thermique avec un environnement à la température *T*, a une densité d'énergie proportionnelle à T^4 (loi de Stefan-Boltzmann). Puisque $\rho_r a^4$ = constante, la température effective de ce gaz de photons varie selon la loi *Ta* = constante :

  « La température absolue *T* de tout rayonnement varie comme l'inverse du facteur d'échelle *a*. »

  Conséquence : **« L'expansion de l'Univers a entraîné un refroidissement. »**

- *L'énergie du vide* associée à la constante cosmologique s'ajoute tout simplement à celles qui interviennent déjà dans l'énergie-impulsion, sa densité d'énergie est prise en compte comme les autres.

Puisque le tenseur énergie-impulsion pour l'énergie du vide est :

$T^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} \frac{\Lambda}{8\pi G}$, on a : $\rho_v = T^{tt} = -g^{tt} \frac{\Lambda}{8\pi G} = +\frac{\Lambda}{8\pi G}$

« La densité d'énergie du vide est constante ; elle ne varie pas avec le facteur d'échelle. »

Conséquence importante

« L'espace-temps a pu se dilater, lors de l'inflation, à densité d'énergie constante, donc *en créant de l'énergie à partir de l'énergie potentielle du vide, qui diminuait d'autant*. »

Critique de la théorie de la Relativité générale d'Einstein

La Relativité générale qu'Einstein a proposée en 1915 décrit un espace courbe de l'Univers à un instant donné, sans se préoccuper d'évolution : *c'est une théorie statique de l'Univers*. C'est pour cela que Friedmann l'a complétée.

Pression du vide

La pression du vide est : $p_v = (T^{\bar{r}}_{\bar{r}})_{vide} = -\frac{\Lambda}{8\pi G}$

4.15.16.4 Théorie de Friedmann décrivant l'évolution de l'Univers

Alexandre Friedmann était un mathématicien et astrophysicien russe. Avant ses travaux, la Relativité générale décrite par Einstein et de Sitter était une cosmologie statique ; Friedmann y ajouta une dimension évolutive.

Dans le modèle dynamique de l'Univers de Friedmann, la densité d'énergie *a(t)* est toujours la même partout, préservant l'homogénéité de l'espace, mais elle peut changer dans le temps avec l'expansion. Friedmann n'avait pas besoin de constante cosmologique Λ, mais il étudia les solutions sans elle et avec elle.

A partir des équations (EE1) et (EE2) on peut déduire l'équation de Friedmann en posant $\rho_0 = \rho_m + \rho_r$ et en écrivant le terme d'énergie du vide sous forme de densité d'énergie :

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_r + \rho_v)a^2 = K$$

où $K = \mp\frac{1}{R^2}$ et *R* est le facteur de courbure de l'espace.

Dans cette équation, les densités de la matière et du rayonnement dépendent du facteur d'échelle *a(t)*, donc du temps, et par convention *a(t) = 1* aujourd'hui.

Equation de Friedmann décrivant l'expansion ou la contraction de l'Univers

On peut donc récrire l'équation de Friedmann sous la forme :

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3}\left(\frac{\rho_{m0}}{a^3} + \frac{\rho_{r0}}{a^4} + \rho_v\right)a^2 = K \qquad \text{(F)}$$

où ρ_{m0} et ρ_{r0} désignent les densités de matière et de rayonnement actuelles, et la densité d'énergie ρ_v est constante lorsque le temps varie. Une solution de cette équation décrit l'évolution du facteur d'échelle *a(t)* en fonction du temps, c'est-à-dire l'éventuelle expansion ou contraction de l'Univers dans son ensemble.

Un précurseur de l'expansion de l'Univers et du Big Bang

Friedmann utilisa son équation pour calculer l'âge de l'Univers, instant avant l'expansion où il était réduit à un point, et trouva plusieurs dizaines de milliards d'années avec les données imprécises dont il disposait. Mort en 1925, il ne savait pas que Hubble prouverait expérimentalement cette expansion en 1929 (voir *L'univers en expansion*).

4.15.16.4.1 Paramètre et constante de Hubble – Densité critique Ω

La difficulté de mesurer les distances astronomiques

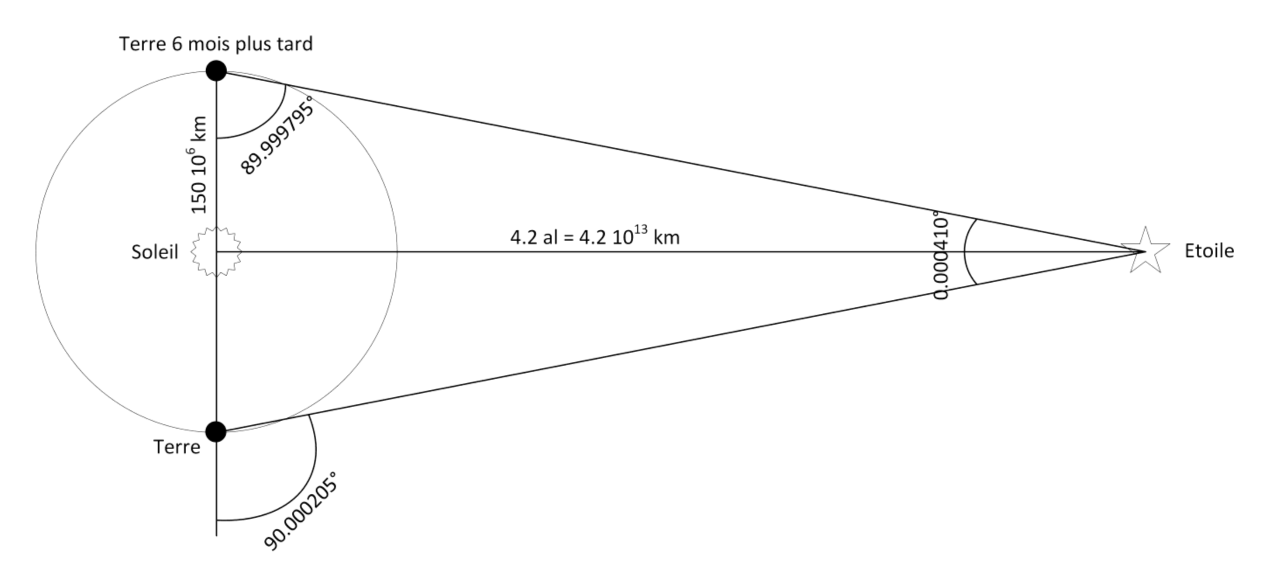
Les étoiles sont si loin qu'il est extrêmement difficile de mesurer avec précision leur distance par triangulation. La méthode courante mesure l'angle que fait la direction de l'étoile avec la direction du Soleil depuis deux positions diamétralement opposées de l'orbite terrestre. Elle construit donc un triangle ayant comme base un diamètre d'orbite terrestre d'environ 300 millions de km et des côtés d'au moins 4.2 années-lumière, distance de l'étoile la plus proche, soit 140 000 fois plus. Voir [211].

Définitions

- On appelle *unité astronomique* (abréviation : ua) la valeur moyenne du rayon de l'orbite terrestre : 149 597 870.700 km (~150 millions de km)
- On appelle *parallaxe stellaire* d'une étoile l'angle sous lequel on voit l'unité astronomique de distance (le rayon de l'orbite terrestre) depuis cette étoile.

  Exemple : la parallaxe stellaire de l'étoile Proxima Centauri (la plus proche de la Terre, située à 4.2 années-lumière (al) est ~0.0000205 degré
  (exactement : 0.7687 seconde d'arc).
- On appelle *parsec* (abréviation : pc) la distance depuis laquelle on voit l'unité astronomique sous un angle de 1 seconde d'arc – *1 pc = 3.2616 al*.

  On utilise aussi les fractions de seconde d'arc :
  - la seconde d'arc (abréviations : arcsec, asec, as)
  - le millième de seconde d'arc (abréviation : mas) valant 1/3600000 de degré d'arc.
  - etc.



Parallaxe stellaire de l'étoile Proxima Centauri : 0.000204 degré d'arc

Les distances des galaxies

Notre galaxie, la Voie lactée, a 100 000 al de diamètre. La galaxie la plus proche (qui n'est pas satellite de la Voie lactée) est Andromède (aussi appelée M31), à 2.5 millions d'al. Voir la page *L'échelle des distances dans l'Univers* dans [212].

La mesure précise de distances de galaxies n'a été possible, à ce jour, que jusqu'à ~500 al ([211]). Il existe d'autres méthodes de mesure ; exemple : les *céphéides*, étoiles dont on connaît la luminosité *absolue* d'après la période de variation de cette luminosité. En mesurant la luminosité *apparente* d'une céphéide, on peut calculer sa distance. On mesure donc, dans une galaxie, la luminosité apparente d'une ou plusieurs céphéides dont on connaît la période et on obtient la distance de cette galaxie. Mais cela suppose la possibilité de *résoudre* l'image de la galaxie, c'est-à-dire d'en isoler des céphéides. Cela n'est possible que jusqu'à une certaine distance, et dans les directions où il n'y a pas trop de poussière interstellaire qui diminue ou même masque l'éclat des astres ; heureusement, les céphéides sont des étoiles très brillantes…

Par bonheur, il est facile de connaître la vitesse relative des galaxies, c'est-à-dire la vitesse à laquelle elles s'approchent ou s'éloignent de nous, en mesurant leur *redshift* - terme consacré pour le décalage des raies spectrales de la lumière qui nous en parvient. Voir le paragraphe *L'univers en expansion*.

La loi de Hubble déduite de celle de Friedmann

Compte tenu du facteur d'échelle *a*, une galaxie située à la distance $\bar{r}$ de l'origine est en fait à la distance $d = a\bar{r}$. Cette distance augmente du fait de l'expansion comme le facteur d'échelle *a*, c'est-à-dire à la vitesse $V = \dot{a}\bar{r} = \frac{\dot{a}}{a}d = Hd$ en posant $H = \frac{\dot{a}}{a}$.

On trouve l'équation de Hubble (voir plus bas *Loi de Hubble : vitesse d'expansion de l'Univers*) à un détail important près : la "constante" *H* n'est pas constante, puisque c'est le rapport de deux fonctions du temps, $\dot{a}$ et *a*. *H* dépend donc du temps *t :*

« L'expansion de l'Univers est de plus en plus rapide. »

Paramètre de Hubble et constante de Hubble

Hubble a trouvé *H* constant parce qu'il n'a mesuré que la vitesse d'éloignement de galaxies proches, dont l'image date de peu d'années par rapport à l'âge de l'Univers. L'auteur de [122] propose donc (page 310) d'appeler ce *H* déduit de l'équation de Friedmann *paramètre de Hubble*, en réservant la constante H_0 à l'éloignement de galaxies proches, pour $a = 1$.

4.15.16.4.2 Equation d'expansion de l'Univers

On peut calculer H_0 à partir de l'équation de Friedmann (F) en divisant ses deux membres par $\dot{a}^2$ et en l'appliquant au temps présent par $a = 1$:

$$1 - \frac{8\pi G}{3{H_0}^2}(\rho_{m0} + \rho_{r0} + \rho_v) = \frac{K}{{H_0}^2} \qquad \text{(EXP)}$$

où $|K| = \frac{1}{R^2}$, *R* étant le facteur de courbure global de l'espace.

Dans cette équation le signe de *K* détermine le type de courbure, mais l'ensemble du signe et de la valeur absolue dépendent de la densité d'énergie totale de l'Univers

$$\rho_{tot} = \rho_{m0} + \rho_{r0} + \rho_v$$

- Si $\rho_{tot} \geq \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ alors $K < 0$ et la géométrie de l'espace de l'Univers (sans sa dimension temps) est sphérique avec un rayon $= \frac{a}{\sqrt{|K|}}$.
- Si $\rho_{tot} < \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ alors $K > 0$ et la géométrie de l'espace de l'Univers est hyperbolique, en forme de selle : voir *Evolution de l'Univers en coordonnées généralisées q($\bar{r}$)*.
- Si $\rho_{tot} = \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ alors $K = 0$ et la géométrie de l'espace de l'Univers est plate, c'est-à-dire euclidienne.

Densité critique d'énergie de l'Univers et paramètre de courbure de l'espace

On définit donc la *densité critique d'énergie* $\rho_c = \frac{3{H_0}^2}{8\pi G}$ et on prend l'habitude de comparer les densités d'énergie de matière, de rayonnement et du vide à ρ_c au moyen des 3 paramètres sans dimension $\Omega_{m,\,r,\,v}$ définis par :

$$\Omega_m = \frac{\rho_{m0}}{\rho_c}, \qquad \Omega_r = \frac{\rho_{r0}}{\rho_c}, \qquad \Omega_v = \frac{\rho_v}{\rho_c} \qquad (\Omega)$$

Les trois géométries possibles à grande échelle de l'Univers

En posant $\Omega_k = \frac{K}{{H_0}^2}$ le *paramètre de courbure de l'espace* l'équation (EXP) devient :

$$1 - (\Omega_m + \Omega_r + \Omega_v) = \Omega_k$$

- Si $\Omega_k > 0$ alors la géométrie de l'espace de l'Univers est hyperbolique ;
- Si $\Omega_k < 0$ alors la géométrie de l'espace de l'Univers est sphérique ;
- Si $\Omega_k = 0$ alors la géométrie de l'espace de l'Univers est plate, c'est-à-dire euclidienne.

Equation d'expansion de l'Univers

En divisant les deux membres de l'équation (F) par ${\dot{a}_0}^2 = {H_0}^2$ l'équation de Friedmann devient l'équation d'expansion de l'Univers :

$$\left(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt}\right)^2 = \Omega_k + \frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_v a^2 \quad \textit{(EU)}$$

Cette équation décrit l'évolution du facteur d'échelle *a* en fonction du temps et l'influence de la courbure de l'espace. Elle peut être interprétée comme une équation de conservation de l'énergie à une dimension *a(t)*, où :

- $(\frac{1}{H_0}\frac{da}{dt})^2$ est le terme d'énergie cinétique ;
- Le paramètre de courbure Ω_k est l'énergie totale conservée ;
- L'opposé de $(\frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_v a^2)$ est une énergie potentielle fonction de *a*.

4.15.16.4.3 Les 3 types de forces d'expansion de l'Univers

Avec cette interprétation où *a(t)* est le facteur d'échelle (=1 aujourd'hui) :

- **« La matière se comporte comme une simple force gravitationnelle attractive » ;**
- **« Le rayonnement se comporte comme le potentiel d'une force attractive en $\frac{1}{a^3}$ »;**
- **« L'énergie du vide se comporte comme une force répulsive de type ressort. »**

4.15.16.5 Problème de l'espace plat (=de courbure nulle)

Les mesures de Ω_k donnent des valeurs extrêmement proches de zéro, dont on peut conclure que **l'Univers en expansion actuel est plat, c'est-à-dire euclidien** ; ou s'il n'est pas plat, il est sphérique avec un rayon si grand qu'on peut considérer comme plat tout l'Univers observable âgé de 13.8 milliards d'années, avec ses 10^{12} galaxies.

« L'Univers en expansion actuel est plat, c'est-à-dire euclidien. »

L'amplification automatique de Ω_k

Cette valeur faible de Ω_k est d'autant plus remarquable qu'on démontre que lorsque l'Univers n'était âgé que de 1 microseconde Ω_k était 10^{22} fois plus petit que notre valeur actuelle, déjà faible : *l'Univers était encore plus plat en ce temps-là !* Si Ω_k était, à cette époque, ne serait-ce qu'un tout petit peu différent de zéro, le temps passant aurait fortement amplifié cet écart, rendant l'Univers très sphérique ou très hyperbolique en quelques centaines de millions d'années, tellement que l'humanité n'existerait pas ; or il est plat depuis près de 14 milliards d'années !

La précision étonnante de la valeur $\Omega_k = 0$ est appelée *Problème de l'espace plat* ; l'existence de ce problème est la raison d'une critique de la théorie de la Relativité générale, **l'instabilité du modèle d'Univers**. Voir [213] et *Principe anthropique*.

L'explication nécessaire est *l'inflation, qui a dilaté des milliards de milliards de fois l'Univers minuscule plat initial sans changer la place relative de chaque particule,* c'est-à-dire sans changer aucune relation de causalité physique par proximité. Ce point est abordé dans *Phénomènes expliqués par l'inflation*.

4.15.16.6 Evolutions théoriques possibles de l'Univers

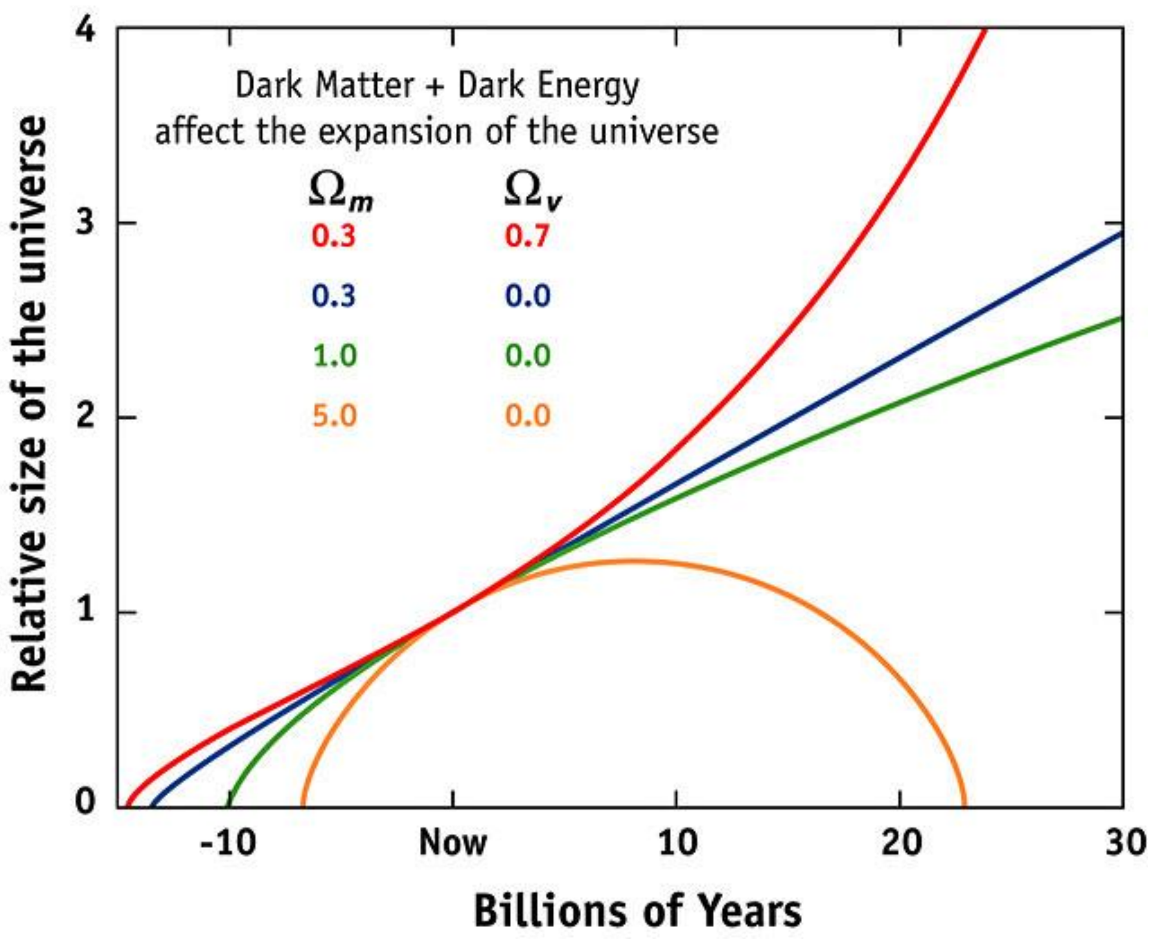
Dans l'équation (Ω) du paragraphe *Densité critique d'énergie et paramètre de courbure de l'espace* ci-dessus, posons :

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_v$$

$\Omega_r = 0.000084$ étant actuellement très faible par rapport à $\Omega_m = 0.272$, considérons-le comme incorporé dans Ω_m. Il reste :

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_v$$

Selon les valeurs de Ω, l'évolution dans le temps du rayon de l'Univers est schématisée par les graphiques ci-dessous, dus à la NASA :



Evolutions possibles de l'Univers selon la valeur de Ω

En abscisses : le temps, en milliards d'années ;
en ordonnées : le rayon relatif de l'Univers par rapport à notre Univers actuel.
Ω_m et Ω_v représentent des proportions relatives de la densité totale $\Omega = \Omega_m + \Omega_v$:

- Ω_m provenant de la masse de matière (baryonique + non-baryonique), visible (étoiles, poussières) ou invisible (matière noire), masse qui exerce une force d'attraction gravitationnelle ;
- Ω_v provenant de *l'énergie du vide* (dite : noire) due à l'espace lui-même (évoquée plus bas). Cette énergie exerce une force de pression gravitationnelle négative, qui provoque une expansion accélérée de l'Univers ;
- La courbe **rouge** représente le cas où la majeure partie de la densité (70 %) vient de l'énergie noire et où l'expansion de l'Univers (ouvert) accélère. Nous savons depuis 1998 (prix Nobel de physique 2011) que *c'est le cas de l'Univers réel*. La courbure de l'espace est si faible qu'il nous paraît plat : $\Omega \sim 1$.
- La courbe **bleue** est un cas théorique où Ω est faible et il n'y a pas d'énergie noire. L'Univers est alors aussi ouvert, mais son expansion ralentit.
- La courbe **verte** est aussi un cas théorique où Ω a la valeur critique de 1 et il n'y a pas d'énergie noire. L'Univers est ouvert et son expansion ralentit.
- La courbe **orange** est un cas théorique où Ω est si fort que la gravitation finit par faire se contracter l'Univers, qui se réduira un jour à un point, situation appelée *Big Crunch*.

4.15.16.7 Evolution de l'Univers résultant des recherches les plus récentes
La densité d'énergie constatée est si proche de la densité critique que les scientifiques considèrent l'Univers comme *plat* et *ouvert*.

L'expansion actuelle accélère, après avoir décéléré après le Big Bang pendant 8 à 9 milliards d'années.

Avec $\Omega_m = 0.272$, $\Omega_r = 0.000084$ et $\Omega_v = 0.728$, les calculs montrent l'évolution :

t en milliards d'années	*a(t)*
0	0.00
1.7	0.20
5.0	0.45
7.5	0.60
10.0	0.75
aujourd'hui 13.8	1.00
20.0	1.53
23.0	1.90

Accélération de l'expansion : valeurs du facteur d'échelle *a* en fonction du temps

4.15.16.8 Densité de matière de l'Univers à très grande échelle
A très grande échelle, l'Univers a une densité de 6 atomes d'hydrogène par m^3

La Relativité générale prévoit que l'espace adopte une forme qui dépend du rapport $\Omega = \rho/\rho_0$ entre la densité de masse-énergie ρ et une densité critique $\rho_0 = 9.10^{-27}$ kg/m^3 (pour une constante de Hubble $H = 67.15$ *km/s/Mpc*, valeur qui a changé avec le temps). Sachant que la masse d'un atome d'hydrogène est de $1.67.10^{-27}$ *kg*, on voit que la densité critique ρ_0 correspond à environ 6 atomes d'hydrogène par m^3.

« La densité de l'Univers correspond à 6 atomes d'hydrogène par mètre cube. »

4.15.17 Gravitoélectromagnétisme
La gravitation produit à elle seule des effets appelés « gravitoélectromagnétiques », dont les équations sont identiques à celles des effets électromagnétiques décrits par les *équations de Maxwell*, sauf que :

- Le signe de ***B*** (vecteur champ magnétique devenu champ gravitomagnétique) est inversé ;
- L'effet du champ gravitomagnétique est 4 fois supérieur à ce que serait un champ magnétique dans les mêmes circonstances.

Voyons les détails.

Hypothèses

- On considère les galaxies de l'Univers comme des particules d'un gaz parfait à faible pression animé d'un mouvement lent (non relativiste).
  C'est le modèle d'univers de Friedmann**.**
- La source du champ gravitationnel est stationnaire : son tenseur énergie-impulsion ne dépend pas du temps.
- Le champ gravitationnel est faible :
  - La pression p_0 dans la source a un effet négligeable devant celui de la densité d'énergie ρ_0 ;
  - La quadrivitesse u^α du fluide en tout point est telle que :
    - ✓ sa composante $u^t \approx 1$;
    - ✓ $u^i = v^i \ll 1$: les trois autres composantes u^i sont égales aux composantes correspondantes de la vitesse v^i, et toutes $\ll 1$.

Définitions

Lire d'abord les paragraphes *Opérateur vectoriel nabla (symbole ∇)* et *Potentiel et gradient*.

Source : [122] pages 411 et suivantes.

A partir du tenseur énergie-impulsion $T^{\mu\nu}$ de l'équation d'Einstein on définit :

- Le potentiel scalaire gravitationnel $\Phi_G = -\frac{1}{2}h^{tt} = -\iiint_{src} \frac{G\rho_0}{s} dV$
- Le potentiel vecteur gravitationnel $A_G^i = -\frac{1}{4}h^{ti} = -\frac{1}{4}h^{it} = -\iiint_{src} \frac{GJ^i}{s} dV$
  où le vecteur $\boldsymbol{J} = \rho_0\boldsymbol{v}$ est la densité de courant d'énergie.

Ces potentiels vérifient la relation $\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{A_G} = -\frac{\partial \Phi_G}{\partial t}$

- Le champ gravitoélectrique est $\boldsymbol{E}_G = -\boldsymbol{\nabla}\Phi_G - \frac{\partial \boldsymbol{A_G}}{\partial t}$
- Le champ gravitomagnétique est $\boldsymbol{B}_G = \boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{A}_G$

Equations de Maxwell gravitationnelles
A partir des définitions ci-dessus on déduit de l'équation d'Einstein que :

- $\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{E}_G = -4\pi G\rho_0$
- $\boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{B}_G - \frac{\partial \boldsymbol{E_G}}{\partial t} = -4\pi G\boldsymbol{J}$
- $\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{B}_G = 0$
- $\boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{E}_G + \frac{\partial \boldsymbol{B_G}}{\partial t} = 0$

Ces équations sont identiques aux équations de Maxwell (en unités RG – voir *Système d'unités RG*), à cela près que la constante de Coulomb $1/4\pi\varepsilon_0$ est remplacée par *G*, et les termes de droite des deux premières équations sont négatifs, alors qu'ils sont positifs dans les équations électromagnétiques. Ce changement de signe provient de ce que la force électromagnétique entre charges positives est répulsive, alors que la force de gravitation entre masses est toujours positive.

4.15.17.1 Effet gravitoélectromagnétique sur un gyroscope

1 - Electromagnétisme : spire de courant soumise à un champ magnétique
Les équations de Maxwell montrent qu'une simple spire conductrice d'aire *A* parcourue par un courant électrique *i* acquiert un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ tel que $|\boldsymbol{\mu}| = iA$. Soumise à un champ magnétique $\boldsymbol{B}$, la spire subit un couple $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \wedge \boldsymbol{B}$ qui tend à aligner le moment magnétique de la spire avec le champ.

2 - Relativité générale : gyroscope soumis à un « champ gravitoélectromagnétique »
Lire d'abord *Précession du périhélie des orbites des planètes*.

Par analogie avec le couple subi par une spire soumise à un champ électromagnétique, un gyroscope (ou un objet en rotation quelconque) possède un « moment gravitoélectromagnétique » $\boldsymbol{\mu}_G = \boldsymbol{s}/2$, où $\boldsymbol{s}$ est le moment cinétique total du gyroscope ou de l'objet.

- *Couple subi par le gyroscope*
  En présence d'un champ gravitoélectromagnétique $\boldsymbol{B}_G$ le gyroscope subit un couple $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu}_G \wedge 4\boldsymbol{B}_G = \boldsymbol{s} \wedge 2\boldsymbol{B}_G$ car l'effet du « champ gravitomagnétique » est 4 fois supérieur à celui d'un champ magnétique dans les mêmes circonstances.
- *Mouvement de précession du gyroscope*
  Le couple subi par le gyroscope lui impose une rotation de précession de son axe autour de la direction du champ gravitoélectromagnétique, avec une vitesse angulaire Ω_{LT} telle que :
  $$\boldsymbol{\Omega}_{LT} = -2\boldsymbol{B}_G$$
  Par définition, une précession a pour effet une rotation continue de l'axe d'un gyroscope autour d'un cône dont l'axe est stable par rapport aux étoiles fixes :
  https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/82/Gyroscope_precession.gif

Cette précession porte le nom de *précession de Lense-Thirring* : un champ gravitationnel faible et stationnaire produit, sur un gyroscope, un couple générateur d'une rotation de précession. La vitesse angulaire de cette précession ne dépend que du champ gravitoélectromagnétique, elle est indépendante de l'angle de ce champ avec l'axe de rotation du gyroscope.

4.15.17.2 Précession de Lense-Thirring : torsion de l'espace d'un objet tournant

1 -Electromagnétisme : champ électrique dipolaire produit par une sphère chargée en rotation

Un objet sphérique chargé électriquement en rotation uniforme produit un champ électrique dipolaire dans l'espace environnant :

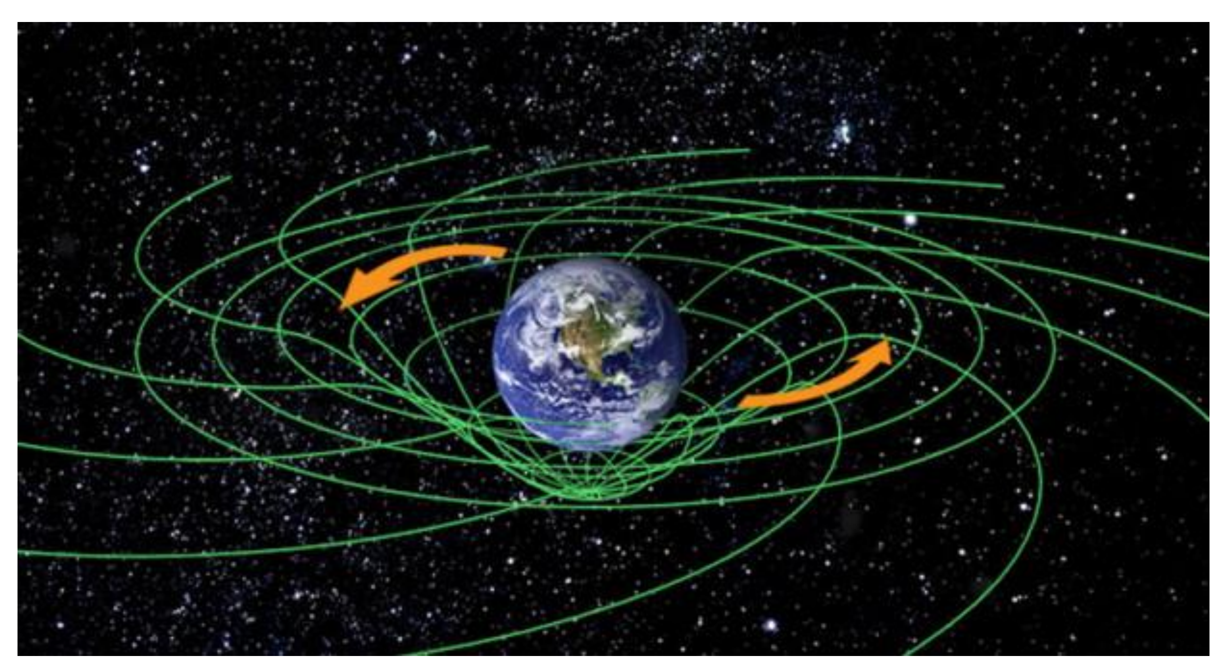
$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}[3(\boldsymbol{\mu}\,.\,\hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{\mu}], \text{ où :}$$

- $\boldsymbol{\mu}$ est le moment magnétique total de l'objet ;
- $\mu_0 = 4\pi k$ (en unités RG) ;
- $\boldsymbol{r}$ est la position du point où on évalue le champ ;
- $\hat{\boldsymbol{r}}$ est un vecteur unitaire dans la direction $\boldsymbol{r}$;

2 - Relativité générale : champ gravitoélectromagnétique produit par un corps sphérique en rotation

Un corps sphérique en rotation produit une torsion de l'espace-temps qui l'entoure

Cet effet de couple s'ajoute à la déformation de l'espace-temps due à la masse-énergie, telle qu'on la calcule pour une répartition fixe de celle-ci.



Torsion de l'espace par la Terre en rotation © Microsoft Bing Creative Commons

Le temps mesuré par l'horloge d'un satellite GPS variera donc selon que sa rotation est dans le même sens que celle de la Terre ou en sens opposé.

Par analogie avec le champ électromagnétique précédent, un corps sphérique en rotation sur lui-même (tel qu'une étoile ou une planète) de moment cinétique total $\boldsymbol{S}$ produit un champ gravitoélectromagnétique :

$$\boldsymbol{B}_G(\boldsymbol{r}) = \frac{G}{2r^3}[\boldsymbol{S} - 3(\boldsymbol{S}\,.\,\hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}}]$$

Exemple

Considérons un gyroscope en orbite dans le plan équatorial de la Terre. Le moment cinétique $\boldsymbol{S}$ de la Terre est perpendiculaire au plan de l'équateur et orienté du sud vers le nord. Pour un point du plan équatorial le produit scalaire $\boldsymbol{S}\,.\boldsymbol{r} = 0$, donc le champ gravitoélectromagnétique est $\boldsymbol{B}_G = G\boldsymbol{S}/2r^3$, vecteur parallèle à $\boldsymbol{S}$.

Si le moment cinétique du gyroscope est dans le plan équatorial, sa vitesse angulaire de précession est :

$$\Omega_{LT} = \frac{GI\omega}{r^3}$$

où *I* est le moment d'inertie de la Terre et ω sa vitesse angulaire.
Pour un gyroscope en orbite basse l'angle de précession Ω_{LT} est ~11 secondes d'arc par an, valeur très faible et difficile à mesurer ; le phénomène de précession gravitoélectromagnétique n'en est pas moins réel.

Pour plus de détails sur ce phénomène, voir [222].

Selon [223] ce phénomène de précession a été compris par Einstein avant Lense et Thirring.

4.15.17.3 Précession géodétique de Thomas

Sources : [122] page 413 et Wikipédia article *Précession géodétique*

Il existe un second type de précession d'un gyroscope : la précession *géodétique*, qui n'est pas un effet gravitoélectromagnétique. C'est la précession subie par le moment cinétique d'un objet ou le spin d'une particule quand cet objet possède une trajectoire accélérée, *soumise ou non aux forces gravitationnelles*. Cette précession, appelée *Précession de Thomas*, ajoute son effet à celui de la précession de Lense-Thirring pour produire l'effet global qualifié de géodétique.

Un corps lourd en rotation (étoile, planète) a donc deux effets simultanés :

- Il courbe l'espace-temps, provoquant la précession d'un gyroscope :
  son axe tourne autour d'un cône par rapport aux étoiles lointaines ;
- Il entraîne l'espace-temps dans sa rotation (effet de torsion).

« Un astre en rotation a un axe qui décrit un cône et produit une torsion de l'espace. »

Pour un gyroscope en orbite basse autour de la Terre (orbite d'une durée ~85 minutes), la vitesse angulaire de précession géodétique est près de deux ordres de grandeur supérieure à celle de l'effet Lense-Thirring.

Pour plus de détails voir [224], [225] et [226].

4.15.18 Métrique d'un corps sphérique en rotation sur lui-même

La métrique de Schwarzschild décrit la déformation de l'espace-temps vide due à une masse ponctuelle ou sphérique *M* immobile. Nous décrivons ci-dessous les métriques de corps en rotation sur eux-mêmes, comme les trous noirs formés par absorption d'un disque d'accrétion tournant.

4.15.18.1 Solution en champ faible pour une sphère en rotation lente

Domaine d'application
Cette solution de l'équation d'Einstein s'applique aux corps à symétrie sphérique tournant lentement sur eux-mêmes, comme les planètes. Elle suppose aussi que les distributions de masses du corps sont invariantes dans le temps malgré la rotation : le corps est alors qualifié de *stationnaire* et la métrique est indépendante du temps.

Métrique

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{R}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{2GM}{R}\right)(dR^2 + R^2 d\theta^2 + R^2 sin^2\theta \, d\phi^2) - \frac{4GMa}{R} sin^2\theta \, d\phi \, dt$$

(Champ faible)

où :

- ***R*** (vecteur) désigne la position où on évalue le champ, *R* (scalaire) étant sa distance à l'origine ;
- *M* est la masse totale du corps ;
- *a* = *S/M* est le moment cinétique par unité de masse du corps.

4.15.18.2 Métrique de Kerr

Domaine d'application

La solution (en champ faible) précédente convient pour des corps proches de planètes ou d'étoiles ordinaires en rotation, mais elle ne s'applique pas aux corps dont le champ gravitationnel est fort, comme les trous noirs ou les étoiles à neutrons. La solution générale, applicable aux champs gravitationnels forts et aux rotations rapides est la métrique de Kerr ci-après.

Métrique de Kerr en coordonnées de Boyer-Lindquist

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMr}{r^2 + a^2cos^2\theta}\right)dt^2 + \left(\frac{r^2 + a^2cos^2\theta}{r^2 - 2GMr + a^2}\right)dr^2 + (r^2 + a^2cos^2\theta)d\theta^2$$
$$+\left(r^2 + a^2 + \frac{2GMra^2sin^2\theta}{r^2+a^2cos^2\theta}\right)sin^2\theta\, d\phi^2 - \left(\frac{4GMRa\, sin^2\theta}{r^2+a^2cos^2\theta}\right)d\phi\, dt,$$

où :

- les variables *t, r,* θ et Φ sont le système de coordonnées de Kerr (1963) ;
- *M* est (comme ci-dessus) la masse du corps ;
- *a* est (comme ci-dessus) le moment cinétique *S/M* par unité de masse du corps ;
- dans le système de coordonnées RG la dimension de *GM* est une longueur.

Importance de la solution de Kerr

- C'est une solution exacte de l'équation d'Einstein dans le vide qui entoure tout astre massif compact, notamment les trous noirs ;
- Cette solution s'applique à n'importe quel objet sans charge électrique, à symétrie sphérique et propriétés indépendantes du temps ;
- C'est la seule géométrie possible à l'extérieur d'un trou noir formé à partir de matière sans charge électrique [227].

  On a démontré que lorsqu'une distribution de masse non sphérique s'effondre en trou noir, la complexité non sphérique du champ gravitationnel est rayonnée vers l'extérieur sous forme d'ondes gravitationnelles, laissant derrière elles un champ gravitationnel décrit par la géométrie de Kerr.
- Les astres qui s'effondrent en trous noirs ont presque toujours un moment cinétique non nul. Ce moment cinétique est même tel que pratiquement tous les trous noirs formés ont $a \approx GM$. [228]
- Il est probable qu'un trou noir ne peut pas se former avec un moment cinétique trop élevé $a \geq GM$, la formation entraînant alors une éjection de matière. Les trous noirs formés par effondrement finissent presque toujours avec $a \approx GM$.
- Il est probable aussi que toute galaxie a un ou plusieurs trous noirs géants (des millions ou milliards de masses solaires) en leur centre.
- Les disques d'accrétion autour des trous noirs de certaines galaxies constituent la source d'énergie des quasars.

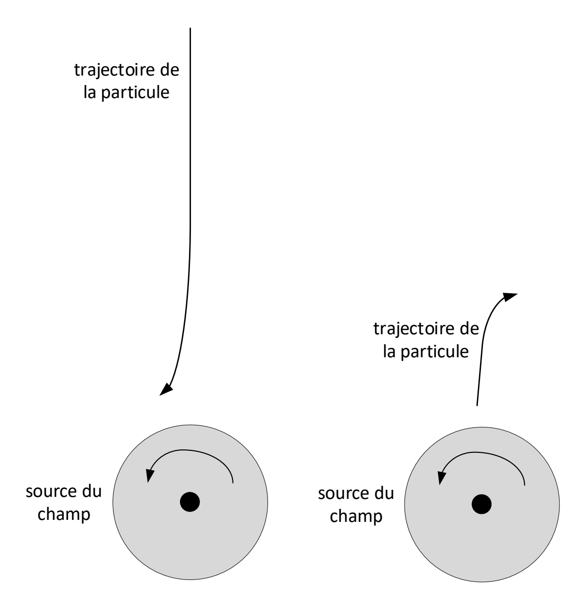
4.15.18.3 Déviation d'une particule par un objet en rotation

Entraînement des référentiels inertiels

Dans le plan équatorial d'un objet sphérique en rotation considérons une particule qui tombe en chute libre vers lui. Sa trajectoire est alors celle du dessin de gauche ci-dessous : elle est déviée dans le sens de la rotation de l'objet.

Mais si, tout en restant dans le plan équatorial, la particule s'éloigne de l'objet, sa trajectoire sera déviée dans le sens opposé à celui de la rotation (dessin de droite). Ce sens contre-intuitif est bien celui que donnerait l'application de la règle des « trois doigts de la main gauche » de l'électromagnétisme ; *on ne doit pas considérer qu'un objet en rotation entraîne la géométrie de l'espace-temps par une sorte de friction*.

Cet effet est appelé **« entraînement des référentiels inertiels »**.



4.15.18.4 Hypothèse de la censure cosmique

Source : [122] pages 249 et 443

L'équation $r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$ (où *a(t)* est le facteur d'échelle) n'a pas de solution pour *a > GM*, cas dans lequel il n'y a plus d'horizon. Or il se trouve que l'espace-temps de Kerr a une vraie singularité géométrique, un endroit où sa courbure est infinie (comme *r = 0* dans l'espace de Schwarzschild).

Si *a > GM* était physiquement possible il n'y aurait pas d'horizon des événements entourant cette singularité, et un observateur extérieur pourrait théoriquement s'y rendre et la décrire aux observateurs lointains, ce qui poserait des problèmes philosophiques complexes de causalité.

En 1969, Roger Penrose a donc proposé de postuler une « censure cosmique » :

« L'effondrement gravitationnel d'une distribution de masse physiquement raisonnable ne peut produire une singularité nue (non entourée d'un horizon des événements). »

Cette conjecture n'est ni démontrée, ni infirmée. Des calculs montrent qu'un espace-temps de Kerr avec *a > GM* serait instable : il rayonnerait spontanément des ondes gravitationnelles jusqu'à ce que *a < GM* ; un objet avec *a > GM* se disloquerait en s'effondrant, avant de former un trou noir.

Faute d'une meilleure hypothèse, on admet donc le postulat de censure cosmique :

« Tous les trous noirs astrophysiques vérifient a < GM et leurs singularités sont entourées d'un horizon des événements. »

4.15.18.5 Particules et trajectoires d'énergie négative

4.15.18.5.1 Energie négative en physique

Pour représenter correctement leur phénomène, certaines formules de physique ont besoin d'une énergie négative. Exemples :

- Les calculs de Mécanique quantique de Dirac qui ont suggéré l'existence d'une antiparticule de l'électron, le positron, lui attribuaient une énergie négative.
- Le modèle atomique attribue aux électrons négatifs tournant autour du noyau positif des énergies potentielles négatives, pour rendre compte de ce que :
  - l'énergie potentielle à l'infini d'un électron d'atome est définie comme nulle ;
  - en s'approchant du noyau qui l'attire et le capture, l'électron a transformé de l'énergie potentielle en énergie électromagnétique : un photon a été émis.
    L'énergie positive de ce photon se déduisant de l'énergie potentielle nulle de l'électron à l'infini, l'énergie potentielle de l'électron est devenue négative.

  Ainsi, l'électron de la couche stable *n=1* de l'hydrogène a une énergie potentielle de -13.6eV.
- Dans l'équation (ENEL) l'énergie à l'infini par unité de masse d'une particule libre de l'ergorégion peut être négative : elle y restera alors et tombera nécessairement dans le trou noir en traversant son horizon des événements.

Seules les particules confinées dans l'ergorégion d'un trou noir en rotation (voir *Métrique de Kerr*) peuvent avoir une énergie négative.

- L'énergie potentielle d'un champ de gravitation est négative. [112] pages 289, 290… l'explique (schématiquement) en montrant que la création d'un champ dans une région de l'espace où il était nul produit une énergie récupérable, rendant donc négative l'énergie potentielle de la région.

  L'énergie potentielle négative d'une planète, due à la gravité, provient d'une diminution de la masse totale de la matière qui y est rassemblée, masse qui était un peu plus grande avant sa formation qu'après. L'énergie perdue s'est transformée en chaleur de la planète et rayonnement émis.

  L'énergie potentielle d'un champ de gravitation est stockée dans le champ lui-même sous forme d'une *densité d'énergie proportionnelle au carré de l'intensité du champ* ([112] page 10) :

  - Quand on soulève une masse, l'énergie dépensée s'ajoute à celle du champ de gravitation de la pesanteur ;
  - L'énergie de l'Univers comprend la somme des énergies de tous ses champs de gravitation.
  - L'application du Principe de conservation de l'énergie d'un système fermé doit tenir compte de l'énergie gravitationnelle.

- Lorsqu'une fluctuation quantique d'énergie crée un couple particule-antiparticule à partir de l'énergie du vide d'un point *P* de l'espace, il reste à la place du couple un « trou » d'énergie négative. Ce trou est très vite comblé par l'énergie restituée par la fusion des particules du couple, sauf peut-être dans le cas d'un trou noir où la particule positive émise à l'extérieur de l'horizon arrive à s'échapper et laisse la particule négative aller vers la singularité qui l'attire.

4.15.18.5.2 L'Univers a peut-être été créé à partir de rien !

Lire d'abord en annexe au paragraphe *Energie* le sous-titre *Principe de conservation de l'énergie*.

Sources : [112] page 12 et [109].

Compte tenu de l'existence de l'énergie gravitationnelle négative, il est possible que l'énergie totale de l'Univers (gravitation + rayonnement + masse - dont matière noire et énergie noire) soit nulle : on ne peut ni le démontrer, ni prouver que c'est faux. L'Univers aurait alors été créé à partir de rien sans contredire le *Principe de conservation de l'énergie* ; il n'y a pas de limite à la densité d'énergie d'un champ de gravitation, et aucune limite à son énergie totale.

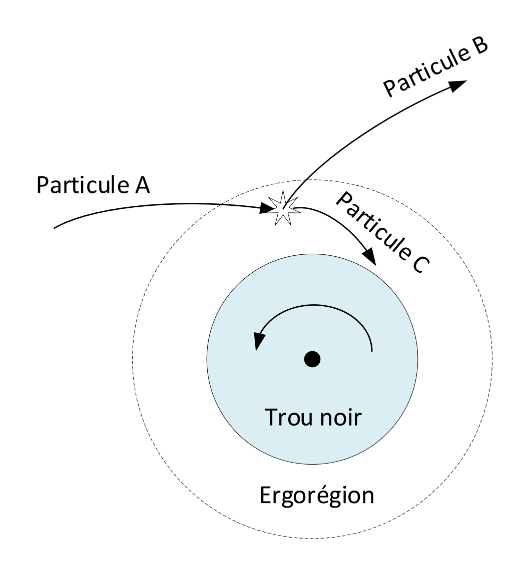
« L'Univers a peut-être une énergie totale nulle et a donc été créé à partir de rien. »

4.15.18.5.3 Processus d'extraction d'énergie d'un trou noir de Penrose

Source : [122] pages 452-453

Dans le diagramme ci-dessous, une particule *A* d'énergie positive, extérieure à l'ergorégion d'un trou noir en rotation, y pénètre et s'y décompose. Cette décomposition engendre :

- Une particule *B* d'énergie positive à l'infini *supérieure à celle de A*, qui sort de l'ergorégion et dont on pourrait théoriquement récupérer l'énergie ;
- Une particule *C* d'énergie négative, qui reste dans l'ergorégion et tombe dans le trou noir.



Tombant dans le trou noir, l'énergie négative de *C* diminue l'énergie (positive) de ce trou, donc aussi sa masse ; et la particule *C* ajoute son moment cinétique négatif à celui (positif) du trou noir, qui diminue donc.

Imaginé par Roger Penrose, ce processus permet théoriquement d'extraire de l'énergie d'un trou noir en rotation, à la fois en jouant sur sa masse et sur son moment cinétique.

Masse irréductible d'un trou noir à qui on soustrait de l'énergie

En le répétant un certain nombre de fois, ce processus finirait par arrêter la rotation du trou noir, dont la métrique serait alors « de Schwarzschild », et la possibilité d'extraction d'énergie cesserait car elle est liée à sa rotation. Le calcul montre que de telles extractions ne peuvent réduire à néant la masse d'un trou noir en rotation : elles peuvent tout au plus arrêter cette rotation, réduisant la masse du trou noir à une valeur irréductible :

$$M_{ir} = \frac{\sqrt{2GMr_+}}{2G} \quad \text{où } r_+ = GM + \sqrt{(GM)^2 - a^2}$$

« Un trou noir, tournant ou non, peut perdre son énergie. »

4.16 Théorie cosmologique de la gravitation quantique

(Voir aussi le complément *Temps et gravitation quantiques*).

(Citation de [272-5] page 2)

"La mécanique quantique utilise les anciennes notions de temps et d'espace, contredites par la théorie de la relativité générale. Et la relativité générale utilise les anciennes notions de matière et d'énergie, contredites par la mécanique quantique."

(Fin de citation)

La Mécanique quantique et la Relativité générale sont des théories du siècle dernier. Bien que vérifiées dans d'innombrables conditions, elles sont incompatibles dans des domaines comme le Big Bang et les trous noirs. Ainsi, par exemple, nous ne pouvons pas décrire ce qui se passe lorsque la gravité commence à présenter des effets quantiques, à des échelles inférieures à 10^{-35} m. Nous avons donc besoin d'une synthèse comme celle proposée par les physiciens Ashtekar et Rovelli, la Gravitation quantique à boucles.

Cette théorie récente [272-2.2] n'est pas encore vérifiée par l'expérience. Beaucoup de physiciens la partagent, car elle unifie la Relativité générale et la Mécanique quantique en quantifiant la gravitation, l'espace et le temps. Elle modélise le Big Bang et l'inflation qui l'a suivi sans être limitée par une gravité infinie ou la perte de sens de la notion d'espace-temps. Elle prévoit pour l'Univers un *avant-Big Bang* qui se termine par une contraction infinie de l'espace appelée *Big Crunch* (grand écrasement). Cette contraction, immédiatement suivie du Big Bang, est appelée *Big Bounce* (grand rebond).

Selon cette théorie, l'Univers existait avant le Big Bounce-Big Bang. Lors de la transition entre l'avant-Big Bang et l'après-Big Bang le 2e principe de la thermodynamique est respecté, l'entropie croissant bien jusqu'au Big Bounce, s'annulant alors, et croissant de nouveau dans notre Univers actuel.

> Les causes des phénomènes de notre Univers pourraient alors remonter au-delà du Big Bang, conséquence métaphysique considérable.

Voici la Théorie de la Gravitation quantique à boucles selon [310], [272-4] et [272-2.2]. Avant de lire la suite, il faut avoir lu *L'ère de Planck (ère de Superunification)*,
texte qui énonce deux limites inférieures à toute longueur et toute durée concevables dans notre physique :

> « L'espace n'est pas divisible à l'infini : la plus petite longueur concevable dans la physique de la Relativité générale et de la Mécanique quantique est la longueur de Planck. »
>
> « Le temps n'est pas divisible à l'infini : la plus petite durée concevable dans la physique de la Relativité générale et de la Mécanique quantique est le temps de Planck. »

Or l'espace de la Relativité générale n'est pas un vide abstrait, c'est un champ gravitationnel. Et ce champ n'étant pas continu mais quantifié aux très petites dimensions, c'est la notion même d'espace qui doit être redéfinie.

4.16.1 Equation de Wheeler-DeWitt

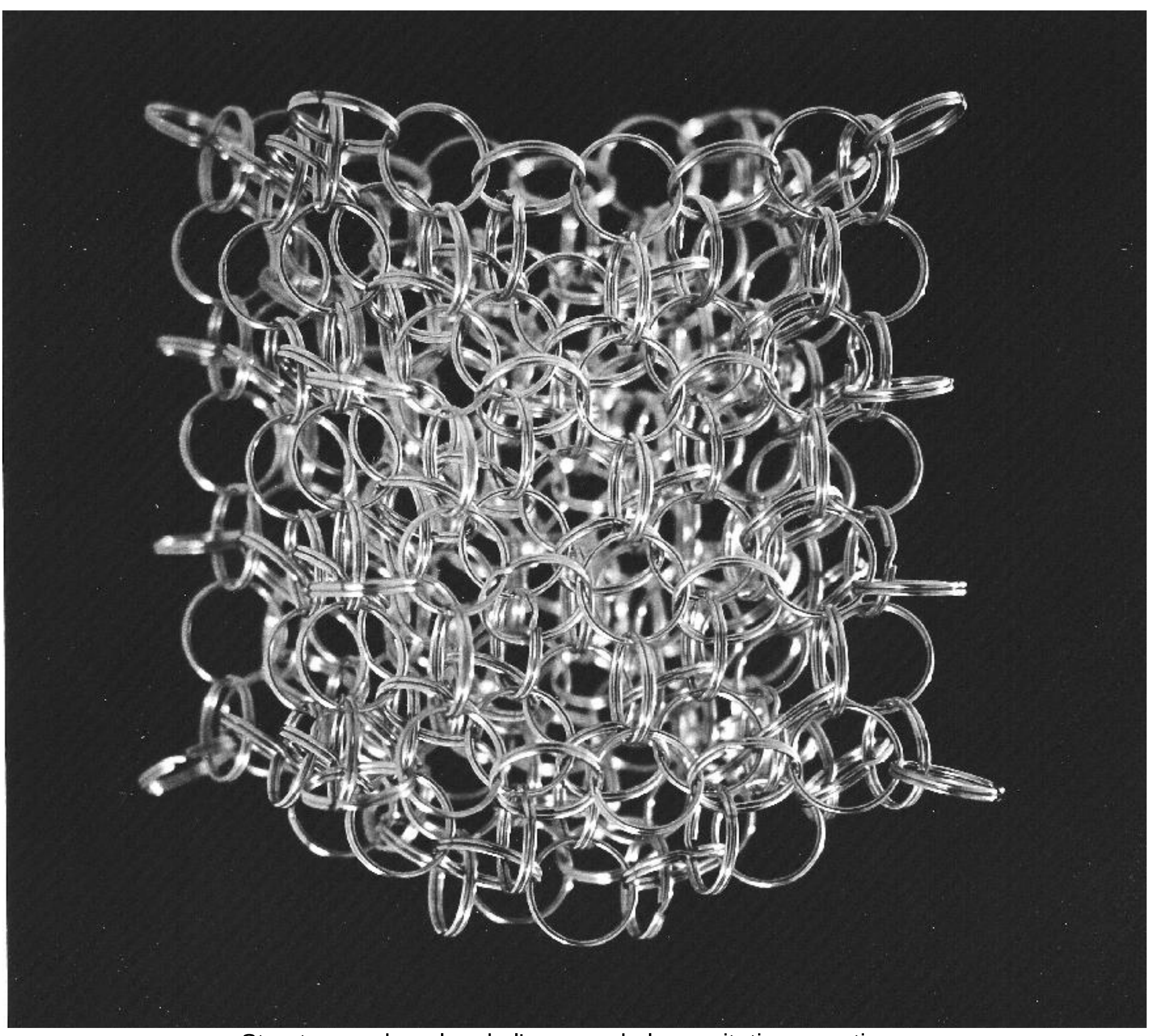
En 1966, les chercheurs John Wheeler et Bryce DeWitt ont déduit de l'équation de Hamilton-Jacobi de la Relativité générale une équation donnant la probabilité d'observer un espace courbe particulier, équation appelée depuis « équation de Wheeler-DeWitt [113]. » Cette équation était imparfaite sur le plan mathématique et posait des problèmes d'interprétation. Mais en 1980 elle avait été récrite avec le concours de Abhay Ashtekar et on commençait à en comprendre des solutions.

Ces solutions avaient une particularité : elles dépendaient de lignes fermées dans l'espace, c'est-à-dire de boucles. C'est pourquoi l'interprétation qu'on en a construit s'appelle Théorie de la Gravitation quantique à boucles, définie par un espace d'états et une équation donnant les probabilités de transition entre ces états.

4.16.2 Quanta d'espace

Lire ici *L'espace cosmique est un champ électromagnétique et gravitationnel*.

Dans un champ électromagnétique il y a une infinité de lignes de force, une par point de l'espace. Mais les lignes fermées précédentes sont les lignes de force du champ gravitationnel, et ce champ étant quantifié le nombre de lignes de force distinctes est fini ; chaque ligne est une solution de l'équation de Wheeler-DeWitt [113]. En outre, le champ gravitationnel étant l'espace lui-même, celui-ci a donc une structure d'ensemble de boucles ressemblant à la photo suivante.



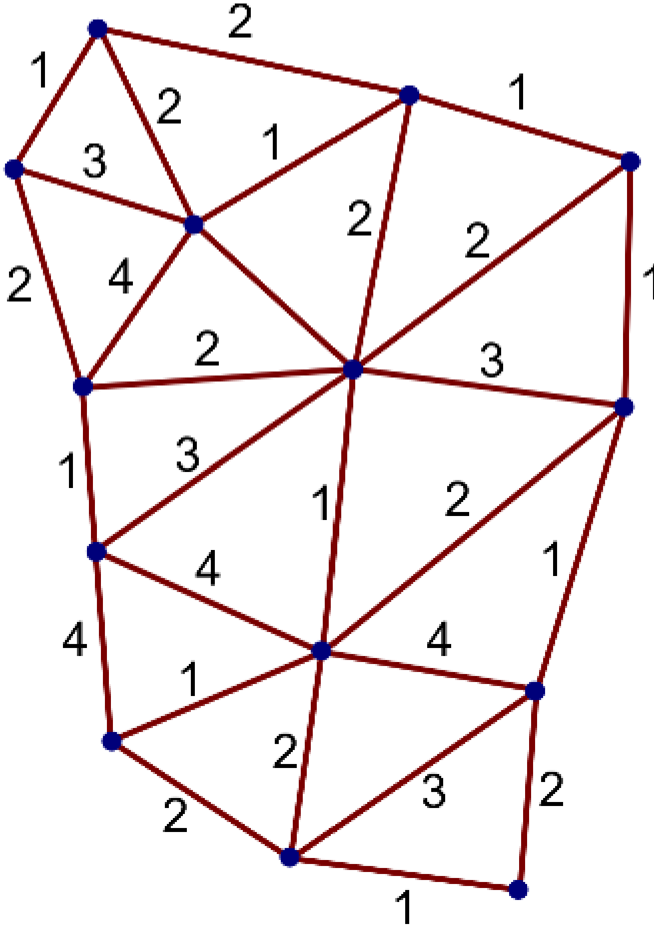
Structure en boucles de l'espace de la gravitation quantique
© Wikimedia Commons *Loop Quantum Gravity* et Carlo Rovelli

Définitions
Les points de contact des boucles-lignes de force sont appelés « nœuds », chaque nœud représentant un volume d'espace quantifié aussi appelé « excitation ».

Une boucle comprend ainsi un certain nombre de ces nœuds.

L'espace de la Gravitation quantique à boucles est donc un ensemble de grains-excitations reliés par des segments entre nœuds appelés « liens ».

Un ensemble de nœuds et de liens est appelé « graphe » ou « réseau de spins » ; en voici un :



Réseau de spins : graphe de nœuds (quantas élémentaires de volume)
et de liens (surfaces séparant 2 liens, avec leur aire)

Chaque nœud (volume élémentaire quantifié) de ce graphe est relié à ses voisins par des liens. Chaque lien représente une surface séparant les volumes-nœuds formant ses extrémités. Cette surface a une aire quantifiée A telle que :

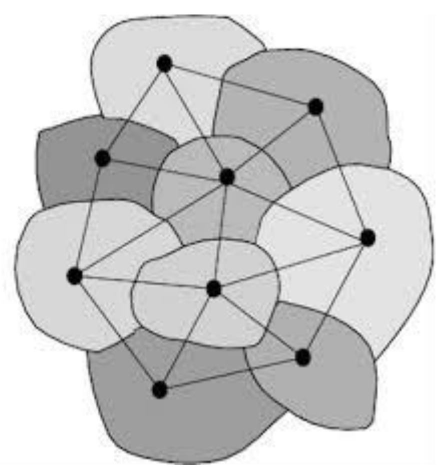
$$A = 8\pi\gamma L_p^2\sqrt{j(j+1)}$$ où :

- L_p est la longueur de Planck $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ = 1.6 .10^{-35} m
- γ est une constante fondamentale sans dimension, le paramètre d'Immirzi [310]
- *j* est un demi-entier : 0, ½, 1, 3/2, 2, 5/2, etc.

L'aire A, définie pour chaque valeur de *j*, est extrêmement petite puisque
$8\pi L_p^2$= 6.4 .10^{-69} m^2 et la racine carrée $\sqrt{j(j+1)}$ vaut entre 0.8 et 3.4 environ. Les volumes quantifiés sont eux-mêmes minuscules.

L'ensemble des valeurs possibles d'une variable quantifiée est appelée « spectre » de cette variable ; on calcule ces valeurs grâce à une méthode développée par Dirac.

L'espace de la gravitation quantique est donc un ensemble discontinu de volumes élémentaires quantifiés séparés par des surfaces représentées par des liens.
En voici un exemple :



Région d'espace de gravitation quantique

Cet espace est donc granulaire : on ne peut le diviser à l'infini, il est fait de volumes élémentaires ayant une taille minimum. L'état quantique de la gravité d'un tel espace est représenté par un vecteur (en notation de Dirac : un ket $|j_l, v_n>$). Dans cet espace on peut se déplacer de grain en grain en suivant les liens, et certains de ces déplacements reviendront à leur point de départ, formant des boucles.

4.16.3 Réseaux de spins et probabilités

La présentation ci-dessus peut suggérer que l'espace de la gravitation quantique « est fait » de nœuds et de liens ayant des valeurs quantifiées, que son état est stable ainsi. Mais ce n'est pas exact, il faut comprendre tous ces nombres comme des probabilités d'avoir une certaine valeur Et comme le principe d'incertitude de Heisenberg intervient, ces valeurs sont indéterminées et fluctuantes.

4.16.4 Théorie quantique du temps

Einstein a montré (en reprenant la Transformation de Lorentz) qu'à l'échelle macroscopique on ne peut séparer l'espace et le temps : tout calcul de position spatiale est à une heure donnée, tout calcul d'heure est à un endroit donné, on doit toujours penser espace-temps et non espace+temps.

Cette obligation demeure même à l'échelle minuscule de l'espace de la gravitation quantique, mais pour des raisons autres que la vitesse relative par rapport à celle de la lumière, *c*. Comme l'explique [272-4] pages 162 et suivantes :

> **« Les quanta de gravité n'évoluent pas dans le temps ;**
> **c'est le temps qui naît comme conséquence de leurs interactions. »**

Cette relation surprenante est apparue dans l'équation d'évolution de Wheeler-DeWitt, qui ne contient plus la variable temps [113]. Dès que nous tenons compte de la Mécanique quantique, le temps aussi a des indéterminations probabilistes, de la granularité et un caractère relationnel ; les faits quantiques ne sont plus ordonnés par un écoulement du temps à très petite échelle.

A l'échelle minuscule de la gravitation quantique, les évolutions naturelles ne se déroulent pas au rythme d'un temps unique : ce sont des processus parallèles à déroulement indépendant.

Une première remarque s'impose : il n'y a nulle part de temps absolu. Nous le savions déjà à l'échelle astronomique, et voici pourquoi c'est vrai à toutes les échelles. Comme une longueur, un temps se définit et se mesure par rapport à une unité : entre les événements X et Y, combien y a-t-il eu de battements du balancier de l'horloge ? pour définir la seconde en tant qu'unité internationale, la 13e Conférence générale des poids et mesures de 1967 a décidé [308] que :

« La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins F=3 et F=4 de l'état fondamental $^6S_{½}$ de l'atome de césium 133. »

En somme, si le temps est mesuré par des variables physiques *A, B, C*… c'est toujours par des relations entre deux variables comme *A(B), B(C)* ou *C(A)*. Dans les équations on peut donc se passer de la variable temps *t* en décrivant l'évolution de tout le système (masse-énergie, espace avec sa gravité quantique, et temps) entre un état *Début* et un état *Fin*, états où on mesure les variables physiques (dont le temps ne fait pas partie). Un tel système n'est pas *dans* l'espace-temps, il *inclut* l'espace-temps de la même façon que les grains élémentaires (quanta) de gravité ne sont pas *dans* l'espace, *ils sont eux-mêmes* l'espace.

Compte tenu des indéterminations probabilistes de Heisenberg, les équations de la gravitation quantique à boucles donnent la probabilité associée à tout état initial ou final d'une évolution, d'un processus. Cette probabilité est calculée en sommant les probabilités associées à tous les déroulements possibles d'évolutions entre ces états.

Un espace-temps quantique est donc un historique des états d'un réseau. La suite des états successifs du réseau affectant ses nœuds et ses liens définit des lignes pour les nœuds et des surfaces pour les liens, graphe appelé « mousse de spins ». Pour calculer les probabilités d'un processus on additionne toutes les mousses de spin possibles entre ses bords initial et final. Voir [309].

Conclusion

En résumé, les particules sont toutes des quanta de champs quantiques. C'est le cas des rayonnements électromagnétiques, des particules de matière d'un champ gravitationnel quantique et de l'espace quantique lui-même. Le temps se manifeste par des états de processus d'évolution de l'espace quantique.

« L'Univers est entièrement fait de champs quantiques. »

(Voir aussi le complément *Temps et gravitation quantiques*).

4.16.5 Avant le Big Bang et à l'intérieur des trous noirs

Source : [311]

La théorie de la Relativité générale décrit parfaitement les phénomènes cosmologiques jusqu'à un état initial limite, la singularité, qu'on trouve lors du Big Bang comme dans les trous noirs. Dans cette théorie, les grandeurs usuelles (longueur, temps, densité d'énergie, etc.) ont des limites dites « de Planck ». Au-delà de ces limites notre physique ne s'applique plus. Ainsi, par exemple, l'état de l'Univers lors du Big Bang apparaît comme celui d'une singularité, et nous ne pouvons le décrire avec les concepts de notre physique relativiste.

Mais toutes ces limitations disparaissent si on prend en compte la Mécanique quantique, notamment sa Gravitation quantique à boucles (GQB) : on peut alors théoriser le Big Bang et l'époque qui l'a précédé, ainsi que les processus à l'œuvre dans un trou noir. Nous pouvons alors étendre le domaine de validité de la Relativité générale, en déduisant de son équation reliant masse-énergie et courbure de l'espace-temps une équation prenant en compte des effets quantiques.

La Relativité générale a montré que l'espace n'est pas une abstraction représentant un vide physique, c'est un champ de forces électromagnétiques et gravitationnelles quantifiées. De même que la Théorie quantique des champs décrit le caractère granulaire et probabiliste des interactions électromagnétique, nucléaire et faible, la Théorie de la Gravitation quantique à boucles décrit le caractère granulaire et probabiliste de la gravitation.

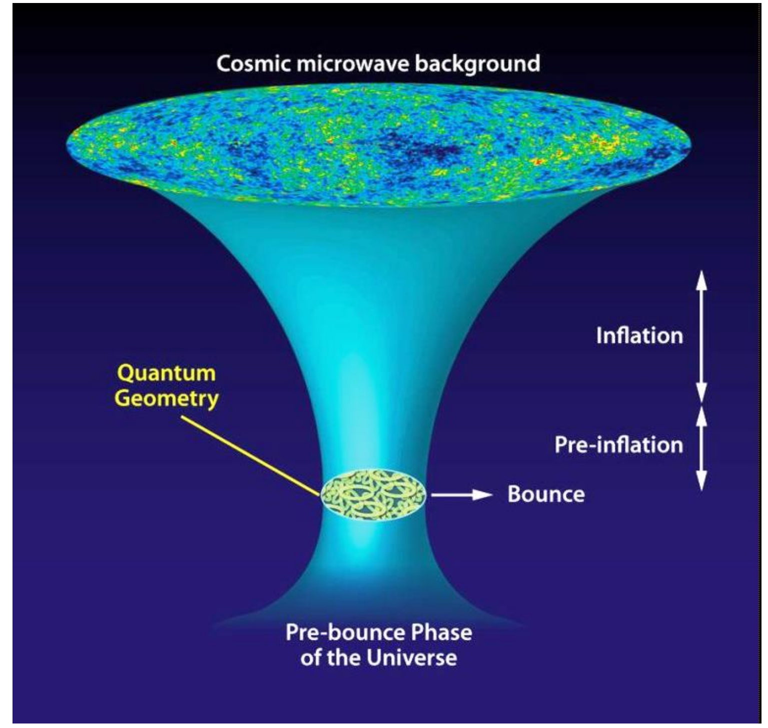
La notion de temps est elle-même profondément modifiée, en abandonnant dans les équations de la GQB la variable *t* au profit d'états affectant les « grains » d'espace et les variables physiques correspondantes. Le temps est ainsi remplacé par des relations entre grains d'espace munis de variables physiques du système.

Les équations quantiques auxquelles on arrive ainsi, à partir de la Relativité générale et de la Mécanique quantique, permettent de modéliser en probabilité les phénomènes au cœur d'un trou noir ou du Big Bang. On découvre alors l'existence d'une *force répulsive capable de s'opposer à la contraction infinie que la Relativité générale prédit pour un trou noir*, ce qui permet aux lois physiques de s'appliquer de nouveau et élimine le *Paradoxe du trou noir*.

Mais tout en éliminant les limites des singularités, les équations de la GQB ont des prédictions compatibles avec celles que la Relativité générale fait dans des conditions loin d'une courbure infinie de l'espace-temps.

4.16.5.1 Le Big Bang : une transition entre compression et expansion

Selon la Théorie de la Gravitation quantique à boucles l'Univers avant le Big Bang subissait la fin d'une phase de compression. Lors du Big Bang cette compression avait atteint réduit sa taille à un minimum (non nul), la densité d'énergie atteignant un maximum (non infini). Alors une phase d'expansion commença. Le schéma suivant résume ce processus.



Evolution de l'Univers avant, pendant et après le Big Bang
© science.psu.edu

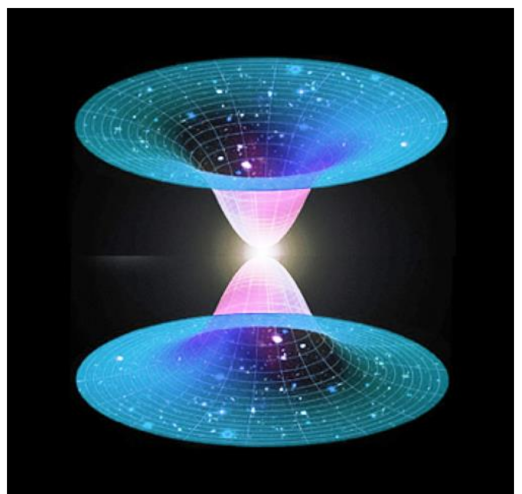
Avant le Big Bang l'Univers subissait une compression intense, le Big Crunch.
Arrivé à sa taille minimum possible et sa densité maximum, l'espace décrit par la Gravitation quantique à boucles a rebondi et a commencé à se dilater : ce fut le Big Bounce, une phase de pré-inflation au temps de Planck. Enfin, l'inflation se déclencha et 380 000 ans après l'Univers devint transparent et émit le fond diffus cosmologique (Cosmic microwave background), rayonnement que nous recevons encore aujourd'hui. Selon cette théorie, l'Univers évolue de façon cyclique, avec des phases alternées d'expansion et de contraction ; mais aucune théorie scientifique ne valide l'existence de « l'éternel retour » imaginaire de Nietzsche [53].

4.16.5.2 Evolution d'un trou noir selon la Gravitation quantique à boucles

Source : [312]

La Gravitation quantique à boucles prédit qu'en évoluant l'espace-temps traverse le centre d'un trou noir pour atteindre une région qui existera dans le futur, et dont le géométrie interne est celle d'un *trou blanc*.

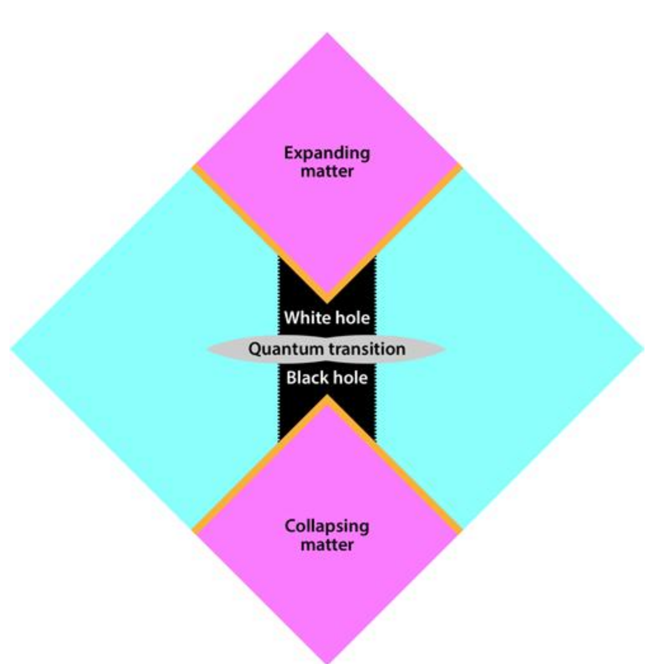
> *Trou blanc*
> Un trou blanc est le symétrique d'un trou noir par inversion du sens du temps ;
> la matière ne peut s'y déplacer que de l'intérieur vers l'extérieur.


Transition trou noir – Trou blanc (de bas en haut)
© F. Vidotto Université du Pays Basque

Le passage de la matière « à travers le centre du trou noir » vers une région du futur est contraire à notre intuition ; elle est rendue possible par la forte distorsion de la géométrie de l'espace-temps décrite par la Relativité générale. Les travaux en cours cherchent s'il est possible que les trous noirs évoluent vers des trous blancs d'où la matière tombée dans le trou noir peut ressortir par une sorte de rebond.

La Relativité générale affirme qu'un trou noir est éternel et que nos concepts d'espace et de temps ne s'y appliquent pas. Ces affirmations sont douteuses parce qu'elles ne tiennent pas compte de la Mécanique quantique. Déjà, en appliquant le principe des fluctuations quantiques, Stephen Hawking a montré qu'un trou noir s'évapore, très lentement au début puis de plus en plus vite.

Selon les travaux en cours, la transition entre trou noir et trou blanc ressemblerait au schéma ci-dessous :



Transition quantique dans l'espace-temps d'un trou noir vers un trou blanc.
L'axe vertical est le temps, l'axe horizontal est la distance du centre.
© C. Rovelli – Université d'Aix-Marseille ; adaptation APS/Alan Stonebraker

Au passage dans la petite région centrale les équations d'Einstein sont violées par les effets quantiques. A la sortie, l'espace et le temps prennent la forme d'un trou blanc. Au fur et à mesure que le trou noir se vide, son horizon rétrécit parce que de l'énergie est perdue par rayonnement, comme prévu par Stephen Hawking. Ce rétrécissement continue au maximum jusqu'à ce que l'horizon ait la

longueur de Planck et qu'il se transforme par effet tunnel en horizon de trou blanc. La transition prend fin par une fusion de l'intérieur du trou blanc créé au centre du trou noir avec l'horizon blanc : un trou blanc est né.

Le déroulement précédent ressemble à une balle qui tombe et rebondit sur le sol, où le mouvement vers le haut suit la même loi que la chute avec une inversion du sens du temps : il n'y a pas de perte d'énergie. La distorsion du temps prévue par la Relativité fait que le temps propre de l'énergie du trou noir peut être très court (des microsecondes) alors que le temps vu de l'extérieur de l'horizon du trou noir peut se compter en milliards d'années.

5. Déterminisme statistique : compléments

Ce chapitre complète l'introduction *Déterminisme statistique*.

Malgré sa portée et sa puissance, la théorie de la Relativité se contente du déterminisme scientifique. Mais pour aller plus loin, pour la Mécanique quantique et la Théorie des systèmes dynamiques nous aurons besoin du déterminisme statistique, objet de ce chapitre.

5.1 Rappels sur les statistiques

5.1.1 Distribution de probabilités

Terminologie

Considérons un lancer de dé à 6 faces numérotées de 1 à 6.
La probabilité que le dé produise un 5 est de 1 chance sur 6, d'où les définitions :

- *Probabilité d'un événement*
  La probabilité d'un événement (ici obtenir un nombre donné) est le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles :
  - il y a 1 chance sur 6 de produire un 5 : 1 cas favorable sur 6 cas possibles ;
  - la fréquence à laquelle sortira un 5 lors d'un grand nombre de lancers est 1/6 : la probabilité de sortir un 5 est 1/6.
- Les diverses probabilités possibles (1/6 de produire un 1 ; 1/6 de produire un 2, etc.) forment une *distribution de probabilités*.
  - Dans le cas d'un dé, la distribution comprend 6 probabilités égales, dont la somme 1 correspond à la certitude : à chaque lancer l'une d'elles se réalise sûrement.
  - Dans le cas d'une variable *continue x* chaque valeur a une probabilité *p(x)dx* d'être trouvée dans un intervalle de largeur *dx* centré sur *x*, c'est-à-dire

$$x - \frac{dx}{2} \leq x \leq x + \frac{dx}{2}$$

    p(x) s'appelle la *fréquence* de la variable *x*, fréquence qui est une *densité de probabilité* (probabilité dans un intervalle de largeur dx=1)

5.1.1.1 Probabilités de variables discrètes et de variables continues

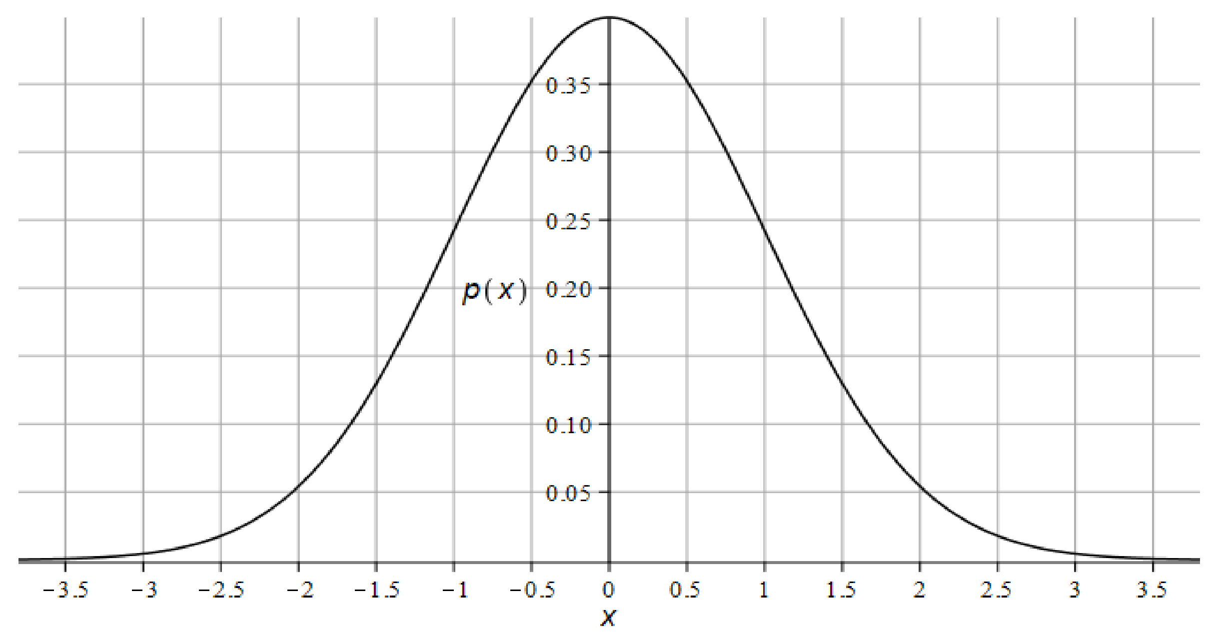
La définition précédente « La probabilité d'une variable est le rapport (pour un nombre d'expériences élevé) du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles » convient pour des variables dont le nombre de cas possibles est fini et les divers cas sont équiprobables ; exemple : le résultat d'un lancer d'un dé.

Pour les variables dont le nombre de cas est infini parce qu'elles sont continues, et où on refuse la limitation aux cas équiprobables, on parle de *probabilité de trouver une valeur entre deux limites données [a, b]*. Lorsque l'intervalle *[a, b]* considéré est infiniment petit et « entoure » une valeur x_0, on parle de « fréquence en x_0 » ou « densité de probabilité en x_0 ». On définit alors une probabilité dans un intervalle de largeur *dx* autour de la valeur *x* par le produit *p(x)dx*. La distribution de probabilités est alors une fonction continue de *x*. En voici l'exemple le plus connu: la « courbe en cloche de Gauss ».

5.1.1.2 Loi normale de probabilités

La fonction de fréquence dite « normale » est, par définition :

$$\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$



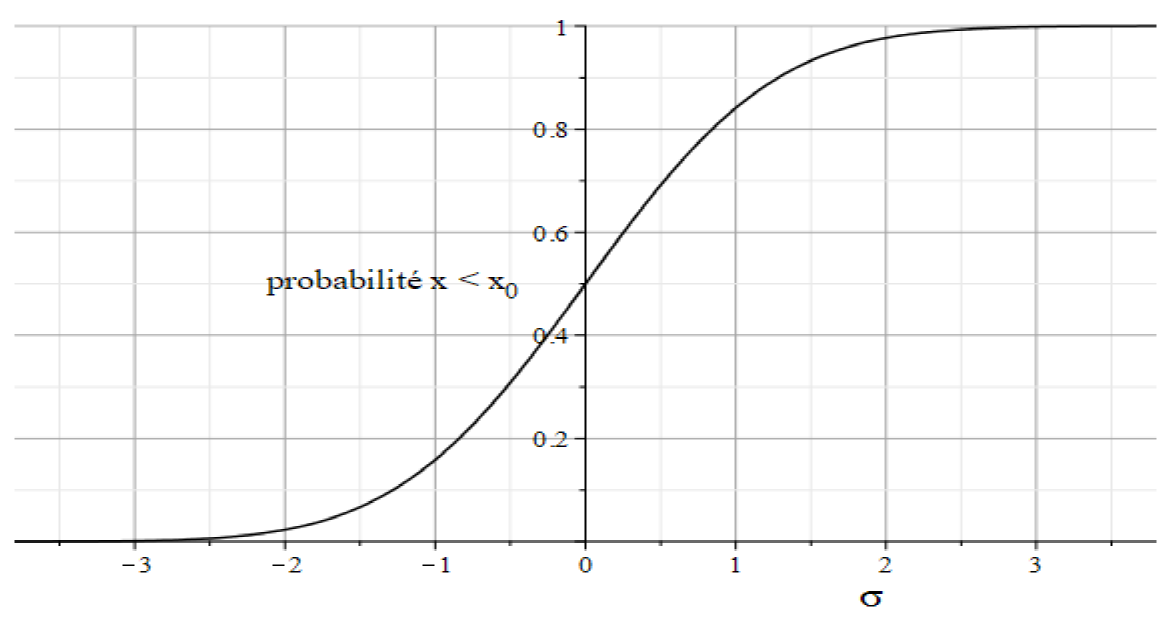
Densité de probabilité $\varphi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ (moyenne=0 ; écart-type=1)

La probabilité de trouver une valeur *x* dans l'intervalle de largeur *dx* centré sur x_0 est:

$$prob\left(x_0 - \frac{dx}{2} \leq x \leq x_0 + \frac{dx}{2}\right) = \varphi'(x_0)dx$$

La probabilité de trouver une valeur *x* inférieure à x_0 suit la « loi normale », aussi connue sous le nom de « loi de Gauss » :

$$prob(x < x_0) = \varphi(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



Loi de Gauss : probabilité d'avoir $x<x_0$ (en nombre d'écarts-types σ)

Valeurs remarquables : probabilité de *x* inférieur à…

-∞ à	-3σ	-2σ	$-\sigma$	0	$+\sigma$	$+2\sigma$	$+3\sigma$
Prob %	0.1%	2.3%	15.9%	50%	84.1%	97.7%	99.9%

Enfin, lorsqu'une distribution statistique normale a une valeur moyenne *m*, sa densité de probabilité est :

$$\varphi'(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-m}{\sigma})^2}$$

où σ est appelé *écart-type* de la distribution.

Origine de la distribution normale

Cette loi de distribution fut exposée pour la première fois par Abraham de Moivre en 1730 [89] et approfondie par Laplace [90] en 1812 à l'occasion d'une analyse des erreurs. On lui donne le nom de *loi gaussienne* parce que Gauss s'en servait régulièrement dans ses analyses de données astronomiques.

5.1.1.3 Densité de probabilité

C'est une fonction de point *p(Q)* telle que la probabilité associée à un volume *dV* entourant le point *Q* est le produit *p(Q)dV*.

Exemple (voir Loi normale de probabilités)

Soit un espace à une dimension, où la position d'un point *Q* est repérée par son abscisse *x*. La fonction connue sous les noms de "Loi de Laplace-Gauss" ou "Loi de distribution normale" :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

représente une *densité de probabilité* au voisinage du point d'abscisse *x* telle que la probabilité de trouver *Q* entre *x* = *a* et *x* = *b* est :

$$p(a \le x \le b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx$$

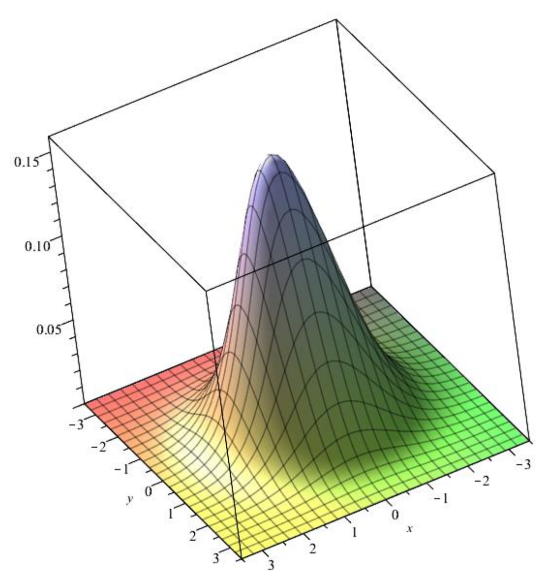
La probabilité de trouver une particule au point *Q* est proportionnelle au carré de l'amplitude de sa fonction d'onde en *Q*.

La certitude de trouver x *quelque part* (-∞<x<+∞) résulte de l'égalité :

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = 1$$

Une densité de probabilité peut se définir pour un espace à plusieurs dimensions. Exemple à deux dimensions, x et y :

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}, \text{ telle que } \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dxdy = 1$$

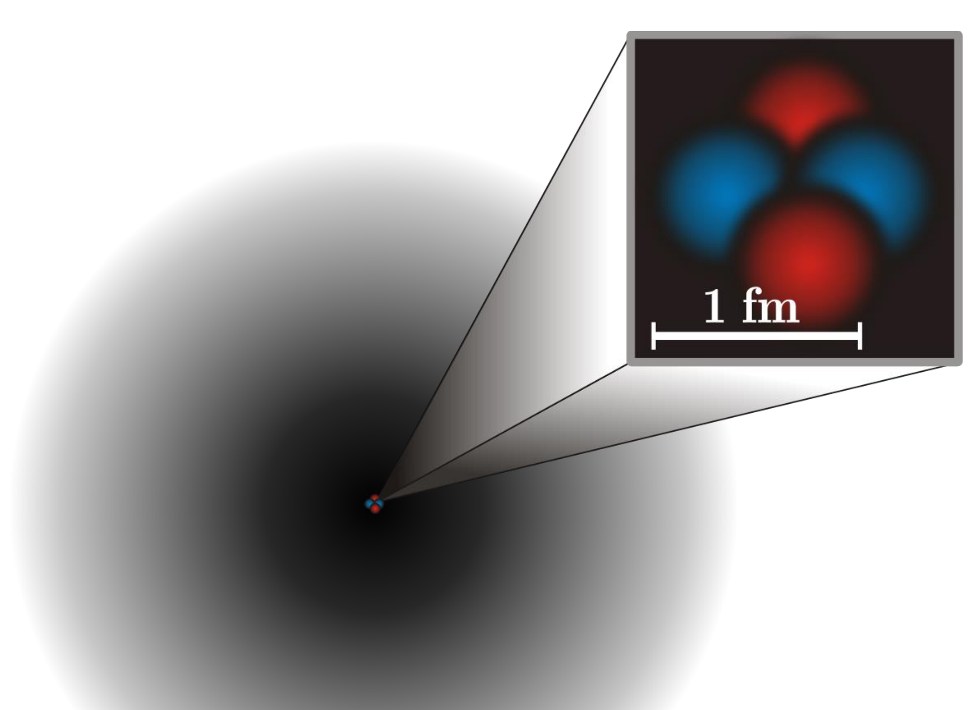


Densité de probabilité pour un espace à 2 dimensions *x* et *y* : $p(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$

Densité de probabilité du nuage électronique d'un atome d'hélium ^{2}He

Dans la figure ci-dessous, la densité de probabilité de présence des deux électrons de la première couche dans une petite zone est d'autant plus forte qu'elle est plus foncée (qu'elle comprend plus de points). Le noyau (2 protons + 2 neutrons) est au centre.

Le carré en haut à droite représente la densité de probabilité de présence des deux protons dans le noyau. Un atome d'hélium a une taille de l'ordre de l'angström (10^{-10} m), tandis que son noyau est 100 000 fois plus petit, avec une taille de l'ordre du fermi (10^{-15} m).



Atome d'hélium : densité de probabilité de présence
des électrons de la première couche autour du noyau - © Wikimédia Commons

Voir aussi :

- Dans *Etat quantique d'une particule* voir le sous-titre *Exemple : Orbitales de l'eau H_2O* ;
- *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.

5.1.2 Théorème central limite

Les circonstances

Pour pouvoir commander un assortiment de tailles d'uniformes pour ses soldats, l'armée a demandé à toutes ses casernes de prendre la dizaine de mesures nécessaires pour chaque militaire : longueur des bras, tour de poitrine, etc.

Au vu des milliers de lignes de mesures reçues (une par militaire), un comptable eut l'idée originale de calculer, pour chacun, la somme *S* de la dizaine de nombres, additionnant par exemple la longueur de bras, le tour de poitrine, etc. de chaque homme. Il répartit l'ensemble de ces *S* en une vingtaine de catégories et représenta graphiquement les totaux de catégorie en fonction de *S*. Il obtint ainsi une belle courbe des densités de probabilité de Gauss, qu'il ne sut pas reconnaître.

Théorème central limite

C'est le mathématicien français Laplace qui démontra que la distribution de *S* obtenue était *nécessairement gaussienne* ([90]). Cette démonstration est aujourd'hui connue sous le nom de Théorème central limite, dont l'énoncé est :

> Quelle que soit la loi de distribution de chacune des variables stochastiques $x_1, x_2 \ldots x_n$ soumises à certaines conditions très générales, la somme $x = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$ tend asymptotiquement vers une distribution normale de moyenne *m* et d'écart-type σ tels que :
>
> - $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n$
>   (la moyenne de la somme x_i est la somme des moyennes de $x_1, x_2 \ldots x_n$)
> - $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_n^2$
>   (le carré de l'écart-type de la somme x_i est la somme des carrés des écarts-types des variables $x_1, x_2 \ldots x_n$)
>
> lorsque le nombre *n* de variables tend vers l'infini.
>
> *Application aux erreurs de mesure*
> L'erreur d'une mesure se comporte comme la somme ou la moyenne ci-dessus : la majorité des erreurs est proche de l'erreur moyenne, rares sont les erreurs qui s'en écartent beaucoup.

En pratique le nombre *n* de variables suffisant pour que ce théorème s'applique avec une précision suffisante est souvent de l'ordre de 5 ou 6 seulement.

Intérêt de ce théorème

De nombreuses grandeurs mesurables naturelles dépendent de plusieurs variables.

> Exemple : la taille des personnes d'un sexe donné d'une population, qui dépend de facteurs génétiques, alimentaires, etc. ; on constate que la distribution de ces tailles est gaussienne.

On peut donc très fréquemment utiliser une distribution gaussienne sans se soucier des distributions des diverses variables qui concourent au résultat global.

On rencontre si fréquemment des grandeurs naturelles distribuées ainsi que la plupart des gens ont l'habitude de considérer :

- Que la distribution statistique selon la loi gaussienne « est une loi *normale* de la nature », c'est pourquoi cette loi a été appelée « normale ».
- Que toute grandeur dont la mesure relève du hasard (c'est-à-dire d'une loi inconnue) est distribuée selon une loi gaussienne, ce qui est absurde : par définition, ce qui relève du hasard ne suit aucune loi (voir chapitre *Hasard*).

Travaux ultérieurs de clarification des hypothèses d'application de ce théorème

Les mathématiciens ont mis des années à peaufiner le travail commencé par Laplace, avec des publications en 1901 par Liapounov et en 1935 par Feller, Khintchine et Lévy [91].

5.1.3 Conclusions philosophiques sur les probabilités

- Les probabilités ne sont pas le hasard, mais une théorie mathématique aux lois bien définies s'appliquant à un ensemble : la distribution des valeurs de la variable. Cette distribution (la fréquence d'apparition d'une valeur de la variable en fonction de cette valeur) est définie par une fonction mathématique (exemple : la fonction gaussienne précédente), pas par le hasard.
- L'existence du *Théorème central limite* traduit une régularité fondamentale de la nature décrite par la *Loi normale de probabilités*.

  Nous en verrons un autre exemple plus bas : la *constante universelle de Feigenbaum* décrivant la vitesse de « doublement périodique vers le chaos ».

  Nous connaissons tous un exemple de régularité géométrique : le rapport des longueurs d'une circonférence à son diamètre est toujours égal à π.
- Affirmer une probabilité à propos d'un phénomène est un jugement plus précis qu'affirmer une contingence, propriété binaire oui/non. Seule une probabilité permet des décisions proportionnées aux besoins et aux coûts.

5.2 Théories de la physique quantique

5.2.1 Evolution vers un ensemble d'états superposés

L'expérience nous a appris qu'à l'échelle atomique l'unicité d'un résultat d'évolution n'est pas certaine : l'évolution d'un système à partir d'une situation de départ peut s'interpréter comme *un ensemble d'évolutions simultanées,* produisant chacune un état final ; et ces états finaux existent (ou peuvent exister) tous en même temps : on les dit *superposés*. Voir l'exemple de la molécule d'ammoniac.

Ce type d'évolution multiple à partir d'un état initial ne relève pas du déterminisme scientifique traditionnel, mais d'un déterminisme particulier : le *déterminisme statistique*. Voyons les détails.

Définition de la Physique quantique

La Physique quantique décrit le comportement de la matière et des rayonnements aux échelles atomique et subatomique ; elle s'appuie pour cela sur la *Théorie quantique des champs*. Ses outils mathématiques sont la *Mécanique quantique*, l'*Electrodynamique quantique* et la *Chromodynamique quantique*.

Pourquoi ces outils mathématiques

Le recours à ces outils est indispensable pour atteindre les objectifs du déterminisme, comprendre, prévoir et prédire les phénomènes atomiques, car :

- Leur échelle est trop petite pour une visibilité traditionnelle.
- L'interprétation des résultats de calcul est obligatoirement probabiliste : ces outils ne prédisent pas le résultat d'une expérience, elles donnent l'ensemble des valeurs qu'il pourra avoir, avec la probabilité d'occurrence de chacune.
- Certaines grandeurs physiques sont *quantifiées* (voir ci-dessous).

Le déterminisme statistique régit les lois d'évolution et d'interruption de la physique quantique, dont voici des théories mathématiques.

Que veut dire *quantique* ?

En 1900, le physicien Max Planck s'aperçut que la quantité d'énergie d'un rayonnement électromagnétique (comme la lumière et les ondes radio) émis ou absorbé n'est pas une grandeur continue, comme on le croyait intuitivement, mais une grandeur discontinue : l'énergie d'un rayonnement de fréquence ν pendant une durée Δt est multiple de ν, le multiplicateur étant une constante de l'Univers $h = 6.62618 .10^{-34}$ joule .seconde, appelée depuis *constante de Planck*. Le produit $h\nu$ est donc une unité d'échange appelée *quantum*, tout échange d'énergie électromagnétique étant un multiple de $h\nu$.

Conséquences au niveau des lois du rayonnement électromagnétique

« Tout échange d'énergie électromagnétique de fréquence ν est multiple de $h\nu$. »

« Selon les circonstances, la lumière est tantôt ondes, tantôt particules. »

(Voir *Principe de complémentarité* et *Dualité onde-particule*.)

unité d'échange $h\nu$ a reçu le nom de *quantum* (pluriel : *quanta*) ; le rayonnement correspondant, considéré comme une « particule de rayonnement » a été appelé *photon*.

L'énergie (en joules) d'un photon de fréquence ν est donc $h\nu$. Pour fixer les idées, à la fréquence d'un rayonnement thermique infrarouge d'une longueur d'onde de 1 micron (10^{-6}m), donc de fréquence 3.10^{14} Hz, l'énergie d'un photon est 2 **.**10^{-19} joule. C'est la petitesse de cette énergie qui a laissé croire si longtemps qu'un échange d'énergie électromagnétique était une grandeur continue ; la continuité paraissait d'autant plus évidente que les ondes électromagnétiques produisaient des interférences. Et il a fallu du temps aux physiciens pour admettre que les ondes avaient aussi, parfois, une description discontinue.

La physique quantique concerne les phénomènes où certaines grandeurs sont discontinues et multiples de quanta, comme l'énergie des photons d'une fréquence donnée. On y trouve de nombreux comportements surprenants. Exemples :

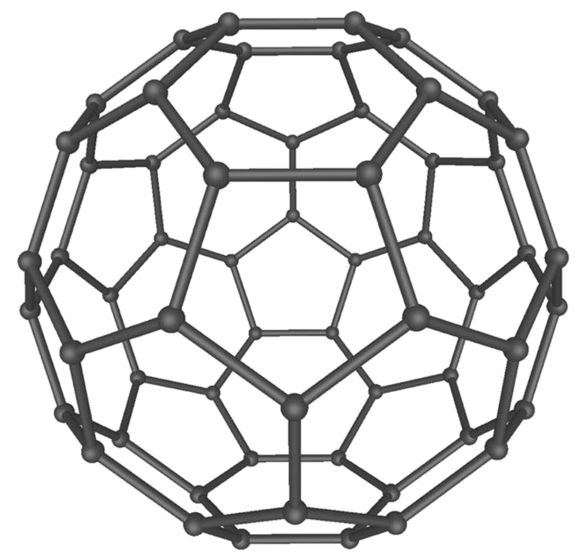
- En physique quantique il est impossible de mesurer une grandeur sans la perturber par un échange d'énergie ; toute mesure fait donc partie de l'expérience, qui doit être conçue en conséquence.
- Il y a souvent plusieurs manières d'interpréter un phénomène ; exemples :
  - Un rayonnement électromagnétique est à la fois un phénomène d'ondes qui se propagent et un phénomène de particules en déplacement. Selon le cas, on l'interprétera de l'une des façons ou de l'autre, mais jamais des deux à la fois.
  - Une particule de matière a un comportement ondulatoire : Louis de Broglie a reçu un prix Nobel pour avoir découvert, en 1924, les « ondes de matière » :

    « Toute particule de masse *m* en mouvement à la vitesse *v* est associée à une longueur d'onde $\lambda = h/mv$ »

    où le produit $p=mv$ est appelé *quantité de mouvement* et h est la constante de Planck. L'orbite d'un électron autour d'un atome ne peut être stable que si elle comprend un nombre entier d'ondes – qui sont alors dites *stationnaires*.

    Le comportement ondulatoire de la matière a été mis en évidence en 1927 par l'expérience de Davisson et Germer de diffraction des électrons par un cristal de nickel [195] : les franges d'interférences produites confirmaient l'existence et la grandeur d'une longueur d'onde des électrons en mouvement conforme à la valeur annoncée par de Broglie.

    On a même réussi à montrer ce type d'interférences quantiques avec des molécules C_{60}, 4 fois plus grosses qu'un atome de fer [92-3].



Molécule C60 (fullerène) - © Microsoft Bing Creative Commons

  - Un système (exemple : une molécule d'ammoniac NH_3) peut avoir plusieurs structures atomiques existant alternativement ou en même temps (on dit alors : superposées).

- Une particule est partout à la fois, chaque point de l'espace étant affecté d'un coefficient appelé *densité de probabilité de présence*, et certains points ayant une densité beaucoup plus élevée que d'autres.
- Une particule en déplacement parcourt une infinité de trajectoires à la fois…

5.2.2 Mécanique quantique

Définition

La Mécanique quantique est l'outil mathématique de la Physique quantique. Elle décrit les propriétés des atomes et molécules, et certaines propriétés des particules qui les composent : électrons, protons, neutrons, quarks, gluons, etc.

Echelle de la Mécanique quantique

Le diamètre d'un atome est de l'ordre de 1 angström (10^{-10}m).

Pourquoi la Mécanique quantique

La Mécanique quantique théorise le comportement de la matière et des rayonnements électromagnétiques à l'échelle atomique. Elle décrit et calcule :

- La structure des atomes et de leurs liaisons chimiques en molécules ;
- La trajectoire des particules (atomes et leurs composants : protons, neutrons et électrons ; particules diverses) dans le potentiel d'un champ électromagnétique.
- L'interaction des particules les unes avec les autres et avec des rayonnements électromagnétiques.

Voir aussi *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

Portée d'une force

La notion de *portée d'une force* (appelée aussi *interaction* à l'échelle atomique) apparaît et s'explique en Mécanique quantique ; elle n'a pas d'équivalent en physique classique, où l'effet du principe d'incertitude de Heisenberg est négligeable.

Voir *Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction*.

5.2.3 Electrodynamique quantique (Quantum Electrodynamics : QED)

Echelle : le diamètre d'un noyau atomique est de l'ordre de 1 fermi (10^{-15}m), c'est-à-dire un cent-millième du diamètre d'un atome.

L'Electrodynamique quantique est la *Théorie quantique des champs* de la *force électromagnétique*. En utilisant la Relativité restreinte, elle décrit les interactions de particules chargées électriquement (comme les protons) par des émissions et absorptions de *photons*, interactions impossibles avec des particules neutres comme les neutrons. Un photon (de masse toujours nulle) est décrit comme « porteur de force » de la force électromagnétique, dont la portée est infinie.

Complément : voir *Particules virtuelles - Electrodynamique quantique*.

5.2.4 Chromodynamique quantique (Quantum Chromodynamics : QCD)

Echelle : la taille d'un quark est de l'ordre de 10^{-19}m, c'est-à-dire un dix-millième de celle d'un noyau atomique, lui-même cent mille fois plus petit qu'un atome.

La charge de couleur

Cette *Théorie quantique des champs* explique la *force nucléaire* (appelée aussi *force forte* ou *interaction nucléaire forte*) responsable de la cohésion des noyaux atomiques : c'est une théorie du *confinement des noyaux*. Construite par analogie avec l'*Electrodynamique quantique*, elle est basée sur le principe de la *symétrie (invariance) de jauge* et associe aux quarks des protons et neutrons une charge appelée *couleur*, analogue à la charge électrique (et sans rapport avec une couleur car de toute manière on ne la voit pas).

L'interaction met en œuvre des *gluons*, particules de masse nulle porteuses, elles aussi, de charges de couleur, conçues par analogie avec les photons de la force électromagnétique.

C'est le confinement de quarks et de gluons qui explique la cohésion d'un noyau.

La QCD et la force nucléaire s'appliquent :

- aux particules subatomiques que sont les quarks et à leur assemblage en protons et neutrons dans les noyaux atomiques ;
- aux particules appelées *mésons*, toujours instables : périodes de demi-vie comprises entre 10^{-8} et 10^{-22} seconde, composées d'un quark et d'un antiquark.

5.2.5 Quantification des interactions et conséquences sur le déterminisme

L'existence du quantum d'action *h* (la constante de Planck) révèle une propriété fondamentale de toute interaction :

> **« Pour qu'une source influence une cible par action électromagnétique, (notamment par échange thermique) elle doit émettre un nombre entier de quanta d'interaction (photons) qui se propageront jusqu'à cette cible. »**

De même, pour une interaction par force nucléaire ou par force faible, la source doit émettre un nombre entier des quantas d'interaction correspondants.

> Par exemple l'influence d'un champ électromagnétique échange des quanta d'interaction appelés photons ; cette influence est un rayonnement.

La propagation se fait à une vitesse qui ne peut dépasser celle de la lumière dans le vide, *c*, valant *exactement* (par définition, car c'est une unité fondamentale) c = 299 792.458 km/s. Il y a 4 types d'interaction physique : voir *Les 4 forces fondamentales de la nature*.

> Exemple : tout échange d'énergie par rayonnement électromagnétique (par exemple lorsqu'un corps chaud se refroidit en émettant un rayonnement) met en jeu un nombre entier de photons. L'énergie d'un photon de fréquence ν est exactement égale à $h\nu$, et *l'échange d'énergie par rayonnement de fréquence ν ne peut se faire que par un nombre entier de quantas $h\nu$*.

Voir aussi le paragraphe *Toute évolution nécessite une interaction avec échange d'énergie*.

5.2.5.1 Différence entre quantification et imprécision

Le caractère discontinu d'un échange d'énergie électromagnétique, qui pour chaque fréquence ν échange une quantité d'énergie multiple de $h\nu$, introduit une impossibilité d'échanger certaines quantités non multiples de $h\nu$. Il ne faut pas confondre cette impossibilité, qui fait que la variable énergie ne peut prendre que des valeurs entières, avec une imprécision qui empêcherait de préciser sa valeur.

Voici un exemple de différence entre une variable discrète (ici l'énergie d'un rayonnement électromagnétique) et une variable continue à valeur imprécise (ici une position dans l'espace). Une source lumineuse monochromatique de fréquence ν rayonne chaque seconde une quantité d'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques, quantité *discontinue* multiple entier du quantum $h\nu$. Mais la position d'un électron en mouvement sous l'action d'un champ électrique est une grandeur *continue*, dont la détermination à un instant donné est entachée d'une incertitude au moins égale à la plus grande des deux largeurs suivantes :

- La demi-largeur du *paquet d'ondes de probabilité* accompagnant le déplacement de l'électron, qui rend sa position imprécise ;
- L'existence d'une longueur d'onde de Compton associée à la masse de l'électron, longueur qui détermine une précision maximale de taille ou de position.

5.2.5.2 Echanges quantifiés et emprunts d'énergie

Lorsque des particules chargées électriquement comme les électrons et les protons interagissent, elles le font par échange de photons. Conformément au premier principe de la thermodynamique, chaque échange conserve l'énergie totale, entre le moment où il débute et un photon est émis, et le moment où il prend fin et le photon est absorbé. Mais *pendant le court instant Δt où l'échange a lieu, il n'y a pas nécessairement conservation de l'énergie* : le principe d'incertitude de Heisenberg permet une variation d'énergie ΔE telle que $\Delta E.\Delta t \geq ½\hbar$: tout se passe comme si le photon échangé "empruntait" une quantité d'énergie de l'ordre de ΔE pendant environ Δt secondes à l'énergie potentielle du milieu (vide) environnant, et la restituait ensuite à la fin de l'échange. Notons que l'émission et l'absorption du photon sont en des lieux distincts et à des instants distincts.

Ce photon à énergie empruntée puis restituée est *virtuel*, car il est trop fugace pour être mis en évidence expérimentalement, et toute détection d'un photon impliquant son absorption il n'atteindrait

pas sa cible. Il existe des particules virtuelles soumises au principe d'incertitude pour toutes les interactions, sauf peut-être la gravitation : voir *Fluctuations quantiques*.

> **« Pendant une interaction par photons l'énergie ne se conserve pas :**
> **dans l'espace environnant il y a emprunt et restitution en deux lieux différents à des instants différents »**

La non-conservation de l'énergie pendant un emprunt à l'espace environnant, phénomène bien réel mais négligeable en physique classique, nous oblige elle aussi à revoir le déterminisme scientifique à la base des lois de Newton.

5.2.5.3 Conséquences de la quantification des interactions : extension du déterminisme

Le déterminisme des lois physiques doit donc être étendu pour tenir compte du caractère discret et quantifié de toutes les interactions (sauf peut-être la gravitation, dont la quantification n'est pas encore une certitude universellement admise) ; ce caractère discret des interactions s'oppose à l'intuition qui nous faisait croire qu'elles étaient continues, parce que le quantum d'action *h* est extrêmement petit à l'échelle humaine (il faut l'énergie de 12 milliards de milliards de photons de lumière orangée pour chauffer 1 gramme d'eau de 1 degré C).

Nous avons vu ci-dessus qu'*une* cause initiale, origine d'une interaction, pouvait avoir *plusieurs* conséquences, dont une seule sera choisie statistiquement lors de la décohérence, notamment celle d'une mesure. Nous savons maintenant, en plus, que toute interaction (toujours sauf peut-être la gravitation) est quantifiée et qu'à l'échelle atomique certaines valeurs numériques associées à un état conséquence d'une interaction sont discrètes (entières).

Le déterminisme des lois physiques de l'échelle atomique doit donc être étendu pour tenir compte de la nature quantifiée des interactions, ainsi que de la nature discrète possible des variables d'état d'une situation conséquence.

5.2.5.4 Quantification des vibrations - Phonons et frottements

Toute action sur de la matière agit sur ses atomes. L'énergie des vibrations mécaniques en tous genres est aussi quantifiée. Le quantum d'énergie vibratoire est appelé *phonon*. Lorsqu'un groupe d'atomes vibre, qu'il s'agisse de vibrations par ondes sonores ou par l'effet de champs électromagnétiques alternatifs, l'énergie de chacun de ses atomes est quantifiée, contrairement à notre intuition qui voudrait la croire capable de varier de manière continue. Un atome qu'une vibration a écarté de sa position d'équilibre par translation ou rotation transmet un écart quantifié à ses voisins, la perturbation s'étendant de proche en proche. Du reste, il n'y a pas que l'énergie échangée qui soit quantifiée, l'impulsion (quantité de mouvement) et le moment cinétique le sont aussi.

A part les divers types de vibrations, le quantum qu'est le phonon intervient dans toutes sortes de phénomènes de physique du solide comme la conductivité électrique, la chaleur spécifique, la conductivité thermique, la supraconductivité, la ferroélectricité…

Nous devons donc nous habituer à ce que toutes sortes de phénomènes soient quantifiés, donc discontinus et n'apparaissant qu'au-delà d'un certain seuil minimum. C'est ainsi que lorsque deux objets sont en contact et que l'on veut déplacer l'un par rapport à l'autre, l'existence de frottements a des effets atomiques et entraîne l'existence d'un *effort minimum* et d'un *bond minimum* :

> **« Un déplacement avec frottement ne peut être continu. »**

Notre déterminisme intuitif doit être révisé aussi dans tout ce qui concerne les vibrations et les mouvements avec frottement.

5.2.5.5 Effets mécaniques et thermiques de la lumière

L'absorption ou l'émission de lumière (ou plus généralement des photons d'un rayonnement électromagnétique) par de la matière a trois sortes d'effets mécaniques ou thermiques :

- Un échange *d'énergie thermique* ;
- Un échange *d'impulsion lumineuse* des photons contre de la quantité de mouvement de l'objet matériel, qui a tendance à prendre ou céder de la vitesse en vertu du principe de conservation de la quantité de mouvement ;

  Un photon de longueur d'onde λ a une impulsion $p = h/\lambda$. Malgré sa petitesse, cette impulsion peut avoir un effet perceptible à l'échelle macroscopique : lorsqu'un rayonnement lumineux

tombe sur une surface ou en part, celle-ci subit une poussée mécanique. Cette poussée se manifeste, par exemple :

- Par la rotation d'un petit tourniquet à ailettes ;
- Par la stabilité des étoiles, dont l'enveloppe gazeuse subit une pression des rayonnements venus du noyau, pression qui équilibre la gravitation ;
- Par la poussée que subit la Terre sous l'influence du rayonnement solaire : environ 6 10^9 newtons (~600 000 tonnes-force), ce qui est peu par rapport à la force de gravitation.

La lumière émise exerce une pression qui repousse la surface qui l'émet autant que celle qui la reçoit, en vertu du principe de conservation de l'impulsion.

« La lumière exerce une poussée sur la surface qui l'émet comme sur celle qui la reçoit. »

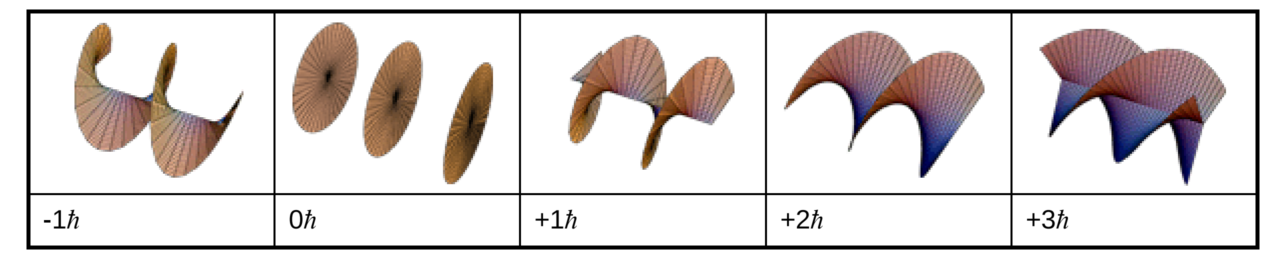
- Un échange *de moment cinétique* entre les photons et l'objet matériel.

  « La lumière exerce un couple de rotation sur la surface qui l'émet comme sur celle qui le reçoit. »

  C'est ainsi qu'une lumière polarisée circulairement exerce un couple de rotation sur une surface sur laquelle elle tombe, couple extrêmement faible mais non nul ; chaque photon apporte un moment cinétique multiple entier de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$:

  -2$\hbar$, -1$\hbar$, 0, +1$\hbar$, +2$\hbar$… dont le signe dépend du sens de rotation.

  Voici des exemples de fronts d'onde polarisées circulairement cités par [196] :



Fronts d'onde de lumière polarisée circulairement

Les phénomènes d'échange de chaleur sont connus de tout le monde, mais les phénomènes d'échange d'impulsion et de moment cinétique ne sont connus que par peu de personnes. Ils peuvent pourtant être lourds de conséquences :

- En 28 mois, l'orbite du satellite artificiel Vanguard 1 ("Pamplemousse"), de 16 cm de diamètre, a été déplacée de 1600 m par la pression du rayonnement solaire, selon [93] page 823.
- L'une des méthodes envisagées pour protéger l'humanité contre un astéroïde qui risquerait de percuter la Terre dans quelques mois ou quelques années consiste à y envoyer une équipe qui en recouvrirait une partie d'un matériau réfléchissant comme une feuille de plastique aluminisé, changeant ainsi la poussée de la lumière solaire sur lui, donc sa trajectoire.

5.2.5.6 Effets photoélectriques

Lorsque de la lumière est absorbée par de la matière, il y a – en plus des effets mécaniques et thermiques ci-dessus – trois effets dits *photoélectriques* :

- *L'émission photoélectrique* : lorsque de la lumière frappe de la matière avec une énergie suffisante, elle détache des électrons de certains atomes, électrons qui peuvent être attirés ou repoussés par un champ électrique.
- *La photoconductivité* : augmentation de la conductivité d'un semi-conducteur qui absorbe la lumière. Cette propriété peut être utilisée, par exemple, pour mesurer la quantité de lumière.
- *L'effet photovoltaïque* : transformation directe de la lumière en énergie électrique, qui apparaît sous forme de différence de potentiel entre les deux côtés d'une jonction. Cette propriété est utilisée, par exemple, dans des panneaux solaires qui produisent de l'électricité.

5.2.5.7 Conséquences des diverses imprécisions sur le déterminisme

L'imprécision sur des valeurs de variables introduit dans certaines transformations à étapes multiples l'existence de branches supplémentaires dans l'arborescence de conséquences issue de l'état initial. Elle ne fait ainsi que multiplier les évolutions possibles entre lesquelles un choix s'opère.

Le déterminisme des lois physiques doit être étendu pour tenir compte des imprécisions, qui introduisent des branches supplémentaires dans l'arborescence de conséquences issue d'un état initial.

Exemple du mouvement brownien

Considérons un récipient cubique fermé de quelques centimètres de côté, supposé parfaitement vide à l'exception d'une molécule de gaz unique. Du fait de la température, cette molécule se déplace tout le temps, son énergie cinétique résultant de cette température.

Dans son déplacement, la molécule rebondit sur les parois. Pour fixer les idées, la vitesse d'une telle molécule est de l'ordre de 1 km/s ; elle rebondit donc chaque seconde de nombreuses fois sur les parois et sa trajectoire est une ligne brisée très complexe. Du fait de l'incertitude sur les positions d'impact due à la largeur d'un paquet d'ondes, chaque point où on prévoit que la molécule heurtera la paroi est en fait une petite surface ayant une certaine étendue, et le vecteur vitesse du choc est lui-même défini avec une certaine imprécision - en grandeur comme en direction.

Comme à l'échelle atomique la surface du récipient présente des aspérités, le moindre déplacement d'un point d'impact peut introduire une variation importante de la direction dans laquelle la molécule rebondit, direction qui s'avère donc imprévisible car entachée de trop d'incertitude. Le rebond suivant pourra donc être très différent selon la direction du rebond précédent.

En plus, lorsqu'il y a plus d'une molécule dans le récipient et que deux molécules *A* et *B* entrent en collision, un choc de *A* à un endroit légèrement différent de *B* - ou avec un vecteur vitesse légèrement différent - pourra faire rebondir *A* et *B* avec des vecteurs vitesse très différents.

On voit donc que les trajectoires possibles de la molécule (unique ou non), à partir d'un point donné où elle avait un vecteur vitesse précis, peuvent être représentées par une arborescence de conséquences où chaque nœud représente un rebond et chaque branche une direction possible à partir de ce nœud. *Il y a bien multiplication des branches possibles de l'arborescence de conséquences* : *la prévision d'une trajectoire à multiples rebonds est impossible*, on sait seulement que la trajectoire qui sera effectivement observée est *l'une* des trajectoires possibles, associée à l'une des innombrables chaînes de conséquences de l'arborescence des évolutions possibles.

Voir en complément *Systèmes apériodiques – Attracteurs étranges*.

5.2.5.7.1 Impossibilité de remonter d'une conséquence à sa cause

Autre conséquence de cette incertitude sur la trajectoire d'une molécule, *on ne peut pas remonter à son origine* : à partir d'un point *P* atteint après des milliers de rebonds, même si on connaît les incertitudes sur la position *P* et sur le vecteur vitesse en *P*, ces grandeurs mesurées ne permettent pas de reconstituer la trajectoire de la molécule, c'est-à-dire de savoir où elle se trouvait une seconde auparavant, contrairement à ce que voudrait le déterminisme philosophique.

Pourtant, *au niveau macroscopique de la thermodynamique, le comportement du gaz est déterministe au sens classique*. A volume de récipient constant, par exemple, la pression du gaz intérieur est strictement proportionnelle à sa température absolue, d'après la loi des gaz parfaits de Boyle-Mariotte *pv = constante*.

Du fait des incompatibilités de détermination simultanée de certains couples de variables, leurs valeurs ne peuvent pas être déterminées de manière indépendante dans une expérience donnée. La connaissance de la plage d'une des valeurs contraint (limite) ce qu'il est possible de connaître de l'autre, déterminant ainsi sa propre plage de valeurs : *une plage impacte l'autre*.

Le déterminisme des lois physiques doit aussi être étendu pour tenir compte de la non-indépendance de certaines variables d'état et de l'interdépendance de leurs imprécisions.

La physique quantique, règne du contraire de l'intuition

Des principes considérés comme évidents en physique macroscopique peuvent être violés en physique quantique. Nous devons donc réviser nos notions sur l'évidence, notamment celles sur la causalité. Voici des exemples.

- *Le Principe de conservation de l'énergie peut être violé dans des expériences où l'intervalle de temps Δt est très court* : du fait de la relation $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$, une paire particule-antiparticule peut naître en empruntant son énergie à l'espace environnant, se propager sur une courte distance et disparaître par recombinaison en restituant l'énergie empruntée.

Evaporation d'un trou noir par rayonnement de Hawking
Cela se produit notamment lorsqu'un trou noir « s'évapore » en rayonnant des particules et des antiparticules, processus connu sous le nom « d'effet (ou rayonnement) Hawking ». Du fait du principe d'incertitude, plus l'intervalle de temps Δt considéré est petit, plus la violation temporaire de la conservation de l'énergie peut être grande (ΔE grand).

Autres violations possibles pendant un temps court : la conservation de l'impulsion et la conservation du nombre de particules (certaines peuvent apparaître, d'autres peuvent disparaître ou se transformer).

- *L'effet tunnel* permet à un corpuscule de franchir une barrière de potentiel énergétique, alors qu'en principe son énergie est insuffisante. C'est ainsi que, dans certains transistors, *un électron peut passer à travers un isolant*. C'est là un effet de la nature également ondulatoire de ce corpuscule :

  « Les ondes de probabilité de présence traversant la matière, il existe une probabilité de présence non nulle des deux côtés d'une barrière de champ électrique ».

  Une mise en évidence expérimentale de la position d'une particule subissant l'effet tunnel ne peut donner qu'un seul résultat, comme lors d'une décohérence, alors que la particule a une probabilité de présence non nulle dans toute une région de l'espace.

- Autre paradoxe : la règle relativiste qui empêche une interaction de se propager plus vite que la lumière conduit dans certains cas à l'apparition dans les calculs de particules d'énergie négative. *En inversant le sens du temps, c'est-à-dire de la causalité*, une énergie négative se comporte comme une énergie positive. On interprète donc une particule d'énergie négative qui remonte le temps comme une antiparticule d'énergie positive qui le descend, l'antiparticule ayant la même masse que la particule d'origine mais une charge électrique opposée.

  « Une antiparticule qui évolue dans le sens du temps peut être interprétée comme la particule correspondante qui remonte le temps, et réciproquement. »

  Antiparticule : Pour que la causalité se produise bien dans le sens du présent vers l'avenir, il faut qu'existe pour chaque particule chargée électriquement une antiparticule de charge opposée et de même masse : l'électron de charge négative $-e$ a pour antiparticule le *positron* (on dit aussi *positon*) de charge $+e$; au proton correspond l'antiproton ; à l'atome d'hydrogène proton + électron correspond l'antihydrogène antiproton + positron, etc. C'est ainsi que Dirac a découvert les antiparticules par raisonnement, avant que leur existence soit prouvée expérimentalement. Et lorsqu'une particule rencontre son antiparticule, elles s'annihilent en libérant de l'énergie et/ou en créant une autre paire particule-antiparticule…

- La validité du principe d'incertitude rend très approximatif le modèle atomique proposé par Niels Bohr en 1913, modèle où un électron de masse m tourne à la vitesse v autour de son noyau d'atome d'hydrogène selon une trajectoire circulaire de rayon r analogue à celle de la Terre autour du Soleil.

  En effet, pour que ce modèle soit plausible il faudrait que les incertitudes Δx sur la position x de l'électron, et Δp sur son impulsion $p = mv$, soient négligeables devant r et p respectivement, ce qui est loin d'être le cas pour les trajectoires de niveau d'énergie habituel.
  Voir *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales*.

- Frottements : les systèmes macroscopiques étant sujets à des frottements (ils sont alors qualifiés de dissipatifs), la conservation de l'énergie lors d'une évolution ne peut être respectée ; aucun retour en arrière n'est possible, même en pensée. Au contraire :

  « A l'échelle atomique il n'y a pas de frottement et les rendements énergétiques sont de 100%. »

5.2.6 Précision des prédictions de la physique quantique

La précision des expériences de physique quantique a validé ses théories ci-dessus avec des incertitudes relatives excellentes, de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-11}.

Mais en 2010, pour la première fois, un résultat d'expérience s'écarta de façon significative des prédictions de la QED : la taille mesurée d'un proton était 4% plus petite que sa taille prévue. Si cet écart demeure, il faudra remettre en cause certains fondements de la physique quantique… [197]

De plus, une des constantes de l'Univers, la *constante de structure fine* (rapport de la vitesse orbitale de la première orbite électronique de Bohr d'un atome à la vitesse de la lumière, constante

théoriquement égale à 1/137.035989) semble varier d'un point à un autre de l'Univers aux très grandes distances : il y a, là aussi, un problème sérieux à résoudre, car si cette variation est confirmée la Relativité générale pourrait être en défaut.

5.2.7 Validité des lois de la Mécanique quantique à l'échelle macroscopique

La Mécanique quantique, conçue à l'origine en tant qu'outil mathématique pour modéliser les phénomènes de la physique à l'échelle atomique, est valable même à l'échelle macroscopique (exemple de système de 144 km de long : [96]). A cette échelle-là, les différences d'énergie entre états quantiques voisins sont minimes, du fait de la petitesse de *h* et du quantum d'échange d'énergie par photon interposé $h\nu$, ce qui fait paraître continus la plupart des phénomènes.

En outre, à l'échelle macroscopique où les masses sont des millions ou des milliards de fois plus importantes que la masse d'une particule atomique, les longueurs d'onde de de Broglie $\lambda = h/mv$ et de Compton $\lambda = h/mc$ sont si petites que l'indétermination sur les positions, vitesses, durées et énergies disparaît au profit du comportement précis qui en est la limite, et que les fluctuations quantiques sont négligeables. Les lois de Mécanique quantique sont valables aussi au niveau macroscopique, comme le montre l'interprétation Multivers de Hugh Everett [198] qui élimine le phénomène non déterministe de décohérence ; elles sont remplacées par les lois de la physique macroscopique qui s'en déduisent (voir le *Principe de correspondance*).

Il ne faut donc pas invoquer les fluctuations quantiques ou le principe d'incertitude de Heisenberg pour expliquer que des neurones puissent s'exciter de manière aléatoire, puis en déduire le caractère imprévisible de la pensée humaine et son libre arbitre : à l'échelle d'un neurone, les phénomènes quantiques sont si petits qu'ils sont négligeables. L'imprévisibilité de la pensée vient d'abord de l'intervention du *subconscient*, ensuite de la complexité des situations de la vie. Il est regrettable, par exemple, qu'un physicien ait abusé de la crédulité de certains en affirmant que la physique quantique confirme la mystique orientale ou peut s'en déduire [199].

Si on refuse les interprétations de Hugh Everett et de Bohm, la Mécanique quantique a un problème systématique de validité à l'échelle macroscopique, car des états superposés ne peuvent y exister, alors qu'ils le peuvent à l'échelle atomique tant qu'une interaction avec l'environnement macroscopique (une mesure, par exemple) n'en a pas choisi un en éliminant les autres. Le comportement des mesures, qui ne retiennent à chaque fois qu'*une* possibilité avec une certaine probabilité parmi les éléments d'un ensemble prédéfini, résulte des postulats 3 et 4 de la Mécanique quantique (voir *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*).

Ce choix arbitraire est confirmé à l'échelle atomique par d'innombrables expériences, *mais seulement à cette échelle-là*. La théorie qui propose une explication de l'absence d'états superposés à l'échelle macroscopique est celle de Hugh Everett. Il y a des expériences qui constatent le temps très court nécessaire à notre échelle pour réduire la superposition à un état unique, soit par décohérence due au jeu naturel d'interactions entre le système et son environnement [200], soit par basculement de l'univers de l'expérimentateur dans l'état unique qu'il constate en fin d'expérience.

L'absence d'états superposés à l'échelle macroscopique ne nous permet cependant pas de remettre en cause l'équation d'évolution fondamentale de Schrödinger, déterministe au sens scientifique traditionnel. Nous pouvons simplement postuler, conformément aux expériences comme [200], que la décohérence qui affecte les expériences où apparaissent des états superposées existe, est automatique et très rapide. La conclusion, du point de vue déterminisme, est donc la possibilité, dans certains cas, qu'une cause unique ait plusieurs conséquences possibles, dont après un certain temps une seule se réalisera ou sera constatée à notre échelle.
Voir aussi *Déterminisme arborescent à univers parallèles de Hugh Everett III*.

Nous savons qu'à l'échelle macroscopique certains phénomènes ou comportements observés à l'échelle atomique sont négligeables ou de durée trop faible pour être observables (voir le paragraphe *Photon*) ; les équations et outils de la Mécanique quantique peuvent alors être remplacés par ceux de la physique macroscopique, établis directement ou qui s'en déduisent par passage à la limite, mais sont bien plus pratiques à utiliser.

Exemple d'équivalence de loi de physique macroscopique et de théorèmes de Mécanique quantique : dans sa thèse de 1942, le physicien prix Nobel Feynman a montré l'équivalence du principe macroscopique de moindre action de Maupertuis, parfaitement déterministe au sens classique, et des théorèmes probabilistes sur les fonctions d'onde de Mécanique quantique.

5.3 Du déterminisme scientifique au déterminisme statistique

L'évolution selon les lois de la physique traditionnelle de Newton et Maxwell est régie par le déterminisme scientifique : à chaque situation initiale d'un système elle produit une évolution vers une situation à un instant final arbitraire qui ne dépend que de la situation initiale. Cette évolution est unique et la situation finale qui en résulte l'est également, parfois sous forme d'une oscillation de fréquence bien définie. Tout cela nous semble évident à l'échelle macroscopique habituelle.

Nous avons vu que le déterminisme scientifique ne peut prédire les résultats d'une décomposition radioactive, ceux-ci étant multiples et formant un ensemble prédéfini.

Raison d'être du déterminisme statistique

Le déterminisme statistique a été imaginé pour régir les lois de la physique atomique, où une cause a en général pour conséquences plusieurs évolutions simultanées, produisant des *états physiques superposés* (=existant en même temps). Il régit aussi certaines évolutions de systèmes dynamiques. C'est un sur-ensemble du déterminisme scientifique.

Nous avons vu un cas de déterminisme où la nature produit un ensemble de solutions dont les éléments sont prédéterminés : le rythme et le contenu de diverses décompositions radioactives sont connus, mais leurs dates-heures et leur ordre d'occurrence sont indéterminés.

Ce cas et d'autres (notamment dans les évolutions décrites au chapitre *Déterminisme des processus itératifs*) ne permettent, pour certains résultats, que des prévisions statistiques.

L'existence de transformations physiques à résultats statistiques nous conduit à admettre *une forme statistique du déterminisme*. La présence de distributions statistiques de valeurs dans une transformation (la radioactivité) doit être interprétée comme l'impossibilité de prédire un résultat unique, un refus de la nature d'évoluer vers un seul état ; elle ne doit pas être interprétée comme le fait que la nature « fait n'importe quoi », car l'ensemble des résultats d'une transformation et la probabilité de chaque résultat de l'ensemble sont prédictibles :

- Chaque atome d'un élément se décompose de la même façon, en un ensemble d'atomes d'éléments et de photons toujours les mêmes ; seul est inconnu l'instant de sa décomposition.
- Les décompositions respectent une loi globale : le temps nécessaire pour qu'une certaine proportion de l'échantillon se décompose est connu et prédictible.

Il faut donc admettre que, dans le cas des décompositions radioactives, le déterminisme de la nature conduit à des résultats respectant une loi globale statistique, et non une loi prédisant l'évolution de chaque atome. La nature refuse alors, dans sa loi de transformation, de distinguer dans le temps les atomes individuels comme notre esprit le fait ; elle fait évoluer simultanément toute la population d'atomes d'un échantillon en ne respectant qu'une loi *qualitative* de produits de décomposition et une loi *quantitative* de proportion par unité de temps.

Tout se passe comme si la décomposition radioactive spontanée d'un échantillon produisait autant de solutions « date-heure à laquelle un atome donné se décompose » que l'échantillon compte d'atomes, solutions distribuées selon une loi globale connue et stable de proportion par unité de temps.

Admettre les vérités mathématiques même contraires à notre intuition

La forme statistique du déterminisme contrarie notre intuition : nous n'avons pas l'habitude d'imaginer qu'une évolution puisse se produire de plusieurs manières à la fois, même si (comme dans le cas de la superposition d'états) la Mécanique quantique nous permet de les prévoir toutes, chacune avec sa probabilité.

Einstein lui-même s'est opposé à une interprétation statistique de la Mécanique quantique jusqu'à sa mort, en 1955 : il a dit « Dieu ne joue pas aux dés avec l'Univers ! ».

Il n'a donc pas su qu'en 1964 John Bell a démontré qu'une mesure indépendante de deux variables liées par la condition d'inégalité du principe d'incertitude de Heisenberg est physiquement impossible.

Par exemple, la relation « constituent un même objet par intrication (corrélation) entre deux particules générées ensemble à partir d'une même quantité d'énergie avec des valeurs opposées

d'une certaine variable d'état et décrites par une même fonction d'onde » est *vraie quelle que soit leur distance*.

C'est ainsi qu'on a vérifié que deux photons corrélés constituent une même particule globale, même s'ils sont distants de 144 km [96] : si on en détruit un en l'observant, l'autre disparaît instantanément, sans attendre que l'information de la destruction du premier arrive au second à la vitesse de la lumière ; les deux « partagent » une même énergie en même temps qu'une même fonction d'onde, on ne peut en absorber seulement une partie, ils sont *un*.

Nous verrons ci-dessous qu'une molécule d'ammoniac NH_3 peut exister de plusieurs manières simultanément (constituant un ensemble prédictible d'états cohérents en superposition) ; la mesure macroscopique d'une variable du système choisit une seule des manières (un seul élément de l'ensemble) de façon imprévisible parce qu'elle perturbe brutalement leur superposition. Mais la Mécanique quantique montre qu'une particule allant d'un point *A* à un point *B* parcourt une infinité de trajectoires à la fois, chacune avec une densité de probabilité prédictible et l'ensemble avec une probabilité totale de 1.

Conclusion

Quand la nature nous impose un ensemble de solutions d'évolution multiples, chacune avec sa probabilité prédictible, ce n'est pas le déterminisme qui est en cause et qu'il faut rejeter ; il faut accepter l'idée d'un résultat multiple dont la distribution *statistique* est prédictible, résultat qui n'est pas n'importe quoi.

C'est ainsi qu'un lancer de dé a un résultat régi par le déterminisme statistique : il a 6 valeurs possibles, chacune avec une probabilité de 1/6.

Mais si on mesure à la volée, avec soin, les paramètres du lancer du dé et qu'on calcule sur quelle face il retombera, résultat prédit avec certitude, le déterminisme s'applique encore, mais d'une autre manière, le déterminisme scientifique.

La nature ne sait pas de quelles informations l'homme dispose pour décider quel déterminisme s'applique : elle effectue ses évolutions indépendamment des raisonnements humains. Mais, selon les informations dont il dispose, l'homme raisonnera différemment et ce qu'il pourra prédire en résultera.

5.3.1 Superposition d'états : considérations métaphysiques

Les philosophes conçoivent traditionnellement l'évolution d'un système comme une chaîne de causalité unique : chaque état a un seul prédécesseur et un seul successeur. C'est pourquoi le dictionnaire philosophique [4] donne du déterminisme la définition suivante :

Déterminisme défini par une chaîne de causalité sans embranchements

"Doctrine philosophique suivant laquelle tous les événements de l'univers, et en particulier les actions humaines, sont liés d'une façon telle que les choses étant ce qu'elles sont à un moment quelconque du temps, il n'y ait pour chacun des moments antérieurs ou ultérieurs, qu'un état et un seul qui soit compatible avec le premier."

Cette définition est correcte concernant l'unicité de l'état antérieur d'un état donné *S*, mais pas concernant l'état ultérieur : en physique atomique, l'état *S* peut évoluer vers plusieurs états simultanément, dits *superposés*. L'équation d'évolution a alors plusieurs solutions, chacune assortie d'une probabilité d'apparition lors d'un grand nombre d'essais identiques ; toutes ces solutions existent simultanément, car toute combinaison linéaire de solutions de l'équation de Schrödinger est aussi une solution.

Une superposition d'états est un état particulier de la matière-énergie

Une superposition d'états d'une particule ou d'un système de particules est un état (comme les états solide, liquide, gaz et plasma) où les états quantiques simultanés partagent une même masse-énergie initiale et quelques autres propriétés, toutes existant aussi à l'échelle macroscopique. Cet état est très fragile, donc de très courte durée de vie : une friction avec l'échelle macroscopique lui apporte une énergie colossale par rapport à la sienne (nulle) et cette énergie le détruit, réduisant la superposition à l'un de ses états impossible à prévoir ; il y a eu, alors, une *transition d'état* régie par une loi d'interruption.

« La matière-énergie peut aussi exister en superposition d'états. »

Nécessité d'un déterminisme à résultats d'évolution (ou états) multiples

Ce type d'évolution multiple à partir d'un état initial ne relève pas du déterminisme scientifique traditionnel, mais d'un déterminisme particulier : le *déterminisme statistique*.

A l'échelle atomique on ne peut plus décrire un résultat physique d'évolution unique, car sa description comprend des variables à interprétation stochastique. L'évolution d'une situation initiale produit *un ensemble* de résultats, chacun assorti d'une probabilité : la certitude déterministe est devenue statistique.

Un ensemble de résultats d'évolution est parfois aussi *corrélé (intriqué)*

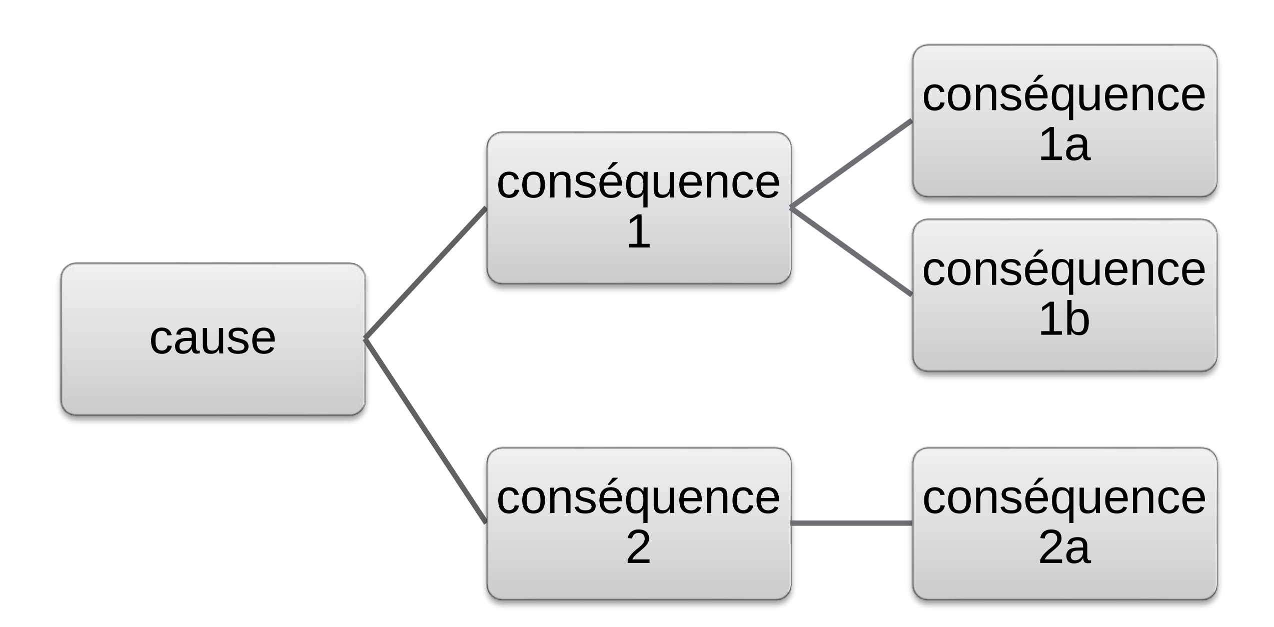
L'ensemble des solutions d'une équation d'évolution décrite par la Mécanique quantique est parfois aussi *corrélé* (on dit aussi *intriqué*), c'est-à-dire issu de la même situation initiale, décrit par la même fonction d'onde et respectant des conditions évidentes d'invariance connues à l'échelle macroscopique, comme la conservation de la masse-énergie et celle de la charge électrique. Nous en avons parlé au paragraphe *Admettre les vérités mathématiques même contraires à notre intuition*.

Une nouvelle réalité multiple : la superposition d'états quantiques

Du point de vue métaphysique, l'expérience nous conduit à accepter un nouveau concept de réalité physique, celui d'un objet existant simultanément sous forme d'un ensemble d'états réels ayant en commun les invariants de l'objet initial comme la masse et la charge électrique. La métaphysique doit accepter et prendre en compte cette réalité physique (structurée si intriquée, ou non structurée et fragile si formée spontanément) dans ses réflexions sur le déterminisme.

5.3.1.1 Arborescence de conséquences

Une situation-cause peut évoluer, notamment à l'échelle atomique, en plusieurs états superposés du système, chacun assorti d'une probabilité prédéterminée. La chaîne de causalité d'une situation, considérée depuis le présent (la cause) vers l'avenir (les conséquences) peut donc avoir une structure arborescente à l'échelle atomique : à chaque décohérence une situation (un état du système) peut évoluer en plusieurs conséquences possibles. Voici un exemple :



La structure de chaîne de causalité linéaire de l'échelle macroscopique devient une arborescence des possibilités à l'échelle atomique. Une évolution réelle choisit un parcours dans cette arborescence, par exemple :

cause ➔ conséquence 1 ➔ conséquence 1b

A l'échelle macroscopique seul ce parcours apparaîtra, les autres seront restés à l'état virtuel de possibilité.

Ce phénomène de choix multiples possibles peut aussi se produire sans superposition lors de l'établissement de liaisons chimiques formant des molécules : certaines liaisons, plus probables que

d'autres, seront observées plus souvent. C'est le cas, par exemple, lors de la formation des longues molécules de l'ADN cellulaire : chez un sujet donné, une partie de l'ADN (un gène, par exemple) peut parfois être omise ou être modifiée. Si le mécanisme de réparation cellulaire automatique ne la remet pas en état, la cellule correspondante peut être mutée. Par la suite, la reproduction pourra ou non conserver cette mutation d'une génération à la suivante.

Enfin, ce phénomène de l'échelle atomique existe aussi à l'échelle macroscopique lorsqu'un choix d'évolution possible dans une bifurcation est fait par un phénomène non conservatif ou par un être pensant influencé par son subconscient.

Conséquences philosophiques pour les lois d'évolution conservatives
En suggérant une unicité avant ou après une évolution, les termes « situation » et « état » d'un système sont trompeurs. *La multiplicité des conséquences doit aussi être interprétée pour un système comme une pluralité des comportements possibles, entre lesquels un choix est fait, immédiatement ou non*.

Le rôle du hasard probabiliste est réduit au choix d'un état final dans l'ensemble de ceux que les équations déterministes rendent possibles (et qu'on appelle en Mécanique quantique *valeurs propres* de l'opérateur qui les représente : voir *Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre*) ; ce n'est pas du hasard car ce n'est pas quelconque, c'est du déterminisme statistique. Et si on admet l'interprétation multi-univers de Hugh Everett, il n'y a jamais ni hasard ni décohérence : chaque expérimentateur perçoit un seul système en fin d'expérience, le même qu'au début. Exemples de pluralité de comportements possibles :

- convergence vers des attracteurs multiples, par exemple lorsque des espèces vivantes apparaissent en tant que descendantes d'autres espèces ;
- existence d'états cohérents multiples superposés.

Chaque évolution cause ➔ conséquence à l'échelle atomique produit plusieurs conséquences possibles, dont l'interaction avec l'environnement (par exemple thermique) choisit une conséquence qui reste visible à l'échelle macroscopique : la chaîne de causalité a progressé d'une étape. Cette progression est déterministe, les choix de résultat possibles étant prédéterminés, chacun avec sa probabilité. Mais le choix unique retenu à l'échelle macroscopique est imprévisible, car il résulte d'une interaction dissipative avec l'échelle macroscopique qui est impossible à décrire, donc non déterministe. C'est pourquoi le résultat final, déterministe mais non prédictible, est si souvent attribué au hasard et considéré comme contingent.

Cette explication répond à l'objection des philosophes qui ne croient pas que les moindres détails d'une situation actuelle étaient prédéterminés depuis le Big Bang. L'arborescence des possibilités l'était, mais pas les choix faits par les interactions dissipatives successives, choix imprévisibles mais limités à des ensembles prédéterminés de conséquences, donc non soumis au hasard. Ces philosophes oublient que le hasard est l'absence *démontrable* de règle d'évolution, alors qu'un choix non déterministe de résultat dans un ensemble prédéterminé n'est qu'une imprédictibilité.

Cas de l'homme : le libre arbitre
Il est impossible pour un homme de distinguer entre une liberté transcendante à sa disposition (c'est-à-dire affranchie du déterminisme des lois de la nature), et le choix sous influence d'un homme soumis à la réalité matérialiste et déterministe du monde (sujet développé au chapitre *Déterminisme humain*), notamment par l'intermédiaire de son subconscient. Face à des choix multiples, si un homme a l'impression d'être libre malgré l'influence de son subconscient, on ne peut lui prouver qu'il a tort ; même conclusion s'il a l'impression d'être esclave de contraintes externes ou d'une volonté divine.

L'affirmation par les idéalistes « l'homme a un libre arbitre » suppose qu'il a une pensée transcendante, immatérielle et indépendante des lois physiques. Elle est comme l'affirmation « Dieu existe » : infalsifiable et inutilisable rationnellement.

5.3.2 Etat quantique d'un système

5.3.2.1 Quantum

Un quantum (pluriel : quanta) est une quantité *minimale* non nulle d'une grandeur physique permettant d'attribuer à cette grandeur une valeur qui est un multiple entier du quantum ; on dit alors qu'elle est *quantifiée*. Exemples :

- Toute charge électrique macroscopique est multiple du quantum « charge de l'électron *e* », où *e* = 1,6 .10^{-19} coulomb.
- Tout photon, émis (ou absorbé) par un atome dont un électron descend (ou monte) d'un niveau d'énergie est un quantum d'énergie électromagnétique :
  un échange d'énergie électromagnétique de fréquence ν comprend un nombre entier de photons, chacun d'énergie $h\nu$, où *h* est la constante de Planck *h* = 6.6261 .10^{-34} joule .seconde.

Sont quantifié(e)s :

- Les 4 forces fondamentales, décrites aujourd'hui par la *Théorie quantique des champs* :
  - force gravitationnelle,
  - force électromagnétique,
  - force nucléaire,
  - force faible.
- La charge électrique ;
- Le moment cinétique d'une particule ;
- Le spin d'une particule ;
- L'action (mesurée en joules .seconde) de la constante de Planck *h*, qui intervient dans l'énergie *E* d'un photon de fréquence ν : $E = h\nu$.
- L'énergie des oscillations mécaniques des couches atomiques des cristaux, mesurée en *phonons*, etc.

La *Théorie des quanta* de Planck (aujourd'hui *Théorie quantique des champs*) décrit des grandeurs physiques qui ne varient pas de façon continue, mais en prenant des valeurs discontinues (discrètes) correspondant chacune à un nombre entier de *quanta*. Voir aussi [104].

5.3.2.2 Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie

La lecture de ce paragraphe et du suivant, assez techniques, n'est pas indispensable à la compréhension de la suite du texte.

Un photon n'ayant pas de masse n'a pas de quantité de mouvement, mais il a :

- Une impulsion $p = \frac{h}{\lambda}$, où λ est sa longueur d'onde et *h* la constante de Planck ;
- Une énergie $E = h\nu$, où ν est sa fréquence.

Relations vraies pour tout corpuscule matériel d'énergie E

- Les relations $E = h\nu$ et $p = \frac{h}{\lambda}$ s'appellent *Relations de Planck-Einstein*.
- La relation $\lambda = \frac{h}{|p|}$ (où λ est la longueur des ondes de matière et |*p*| est la valeur absolue de l'impulsion *p*) est la *Relation de Louis de Broglie*.

  Complément : voir dans *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales* le sous-titre *Orbitales et ondes de matière*.

5.3.2.3 Nombres quantiques : atome, noyau et particule subatomique

A l'échelle atomique la matière est caractérisée par des grandeurs qui n'existent pas à l'échelle macroscopique ; exemple : le spin.

Etat quantique d'une particule

Etat d'un système

Le déterminisme prévoit l'évolution d'un système macroscopique connaissant son état initial et la loi d'évolution. Cet état initial doit, évidemment, être connu en totalité : tout ce qui intervient dans l'évolution doit être connu. Nous appellerons donc *état d'un système* l'ensemble des variables dont nous devons connaître la valeur pour pouvoir en décrire la situation dont découle l'évolution.

Etat quantique d'un système

L'état *quantique* d'un système à l'échelle atomique est l'ensemble des valeurs de variables dont résulte son évolution ; c'est l'ensemble des valeurs que l'on peut connaître du système. En Mécanique

quantique ces valeurs précises sont calculées par l'équation fondamentale déterministe de Schrödinger. Cet état comprend tout ou partie des grandeurs suivantes :

- l'énergie,
- le spin (moment cinétique intrinsèque d'un électron, d'un proton, etc.),
- le moment cinétique (orbital pour un électron d'atome) [100],
- la charge électrique,
- le nombre baryonique,
- le nombre leptonique.

Un état quantique peut correspondre à une onde pure, de fréquence bien précise, donc d'énergie et d'impulsion (ou quantité de mouvement) bien définies. Il peut aussi correspondre à une particule située à un endroit précis mais dont l'impulsion est complètement indéterminée. Mais lorsqu'il y a une incertitude à la fois de position et d'impulsion (due au principe d'incertitude de Heisenberg) l'état quantique correspond à la somme d'un certain nombre d'ondes : voir *Paquet d'ondes de probabilité de présence accompagnant une particule* ; l'énergie du système qui évolue a un ensemble de valeurs possibles, correspondant à autant de fréquences.

Ainsi, l'état quantique d'un électron d'atome est quantifié : ses valeurs d'énergie possibles dépendent d'un certain nombre de règles décrites au paragraphe *Structure d'un atome*. Par contre, un électron *libre* n'a pas les mêmes contraintes : sa position et sa vitesse sont des grandeurs continues.

5.3.2.4 Etats quantiques macroscopiques

A l'échelle macroscopique un état quantique global peut se manifester avec une énergie significative lorsque de nombreux systèmes macroscopiques sont corrélés. C'est le cas par exemple dans un laser, où on émet de nombreux photons dont les ondes électromagnétiques ont des phases cohérentes.

5.3.3 Dualités du déterminisme

5.3.3.1 Ondes électromagnétiques sous forme de « paquets »

Nous avons vu qu'Einstein a proposé en 1904 une théorie sur les ondes électromagnétiques selon laquelle leur énergie existe et se propage sous forme de paquets indivisibles (quanta) appelés photons ; cette théorie s'opposait sur ce point-là à celle de Maxwell, admise à l'époque, pour qui l'énergie d'une onde électromagnétique est continue. Une synthèse du modèle corpusculaire d'Einstein avec le modèle continu de Maxwell ne fut établie par Schrödinger et Heisenberg que dans les années 1920.

Selon la physique atomique actuelle, dont l'outil mathématique est la Mécanique quantique, le comportement d'un photon est stochastique, mais le comportement moyen d'un grand nombre de photons est régi par les équations de Maxwell sous forme d'ondes continues.

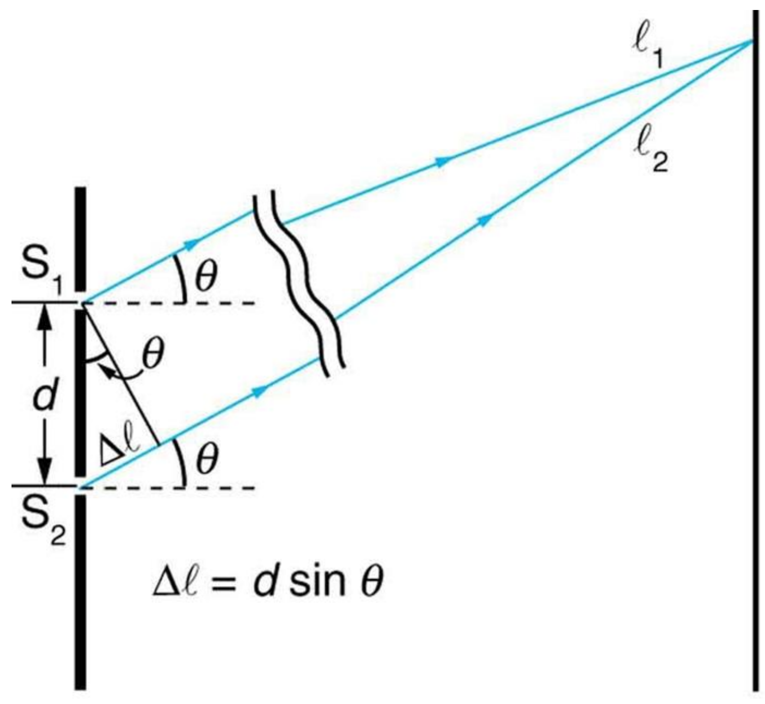
5.3.3.2 Dualité des ondes : corpusculaire / ondulatoire

Conclusion du paragraphe précédent : les ondes électromagnétiques existent sous deux formes, selon l'expérience considérée : la forme continue régie par les équations de Maxwell et la forme discontinue, quantifiée, des photons de Planck et Einstein. On parle de « dualité corpusculaire / ondulatoire » : selon l'expérience, une onde électromagnétique se présente sous l'une ou l'autre de ces formes, mais jamais sous les deux formes en même temps.

5.3.3.2.1 Interférences illustrant la dualité corpusculaire / ondulatoire

1 – Expérience des fentes d'Young

Le phénomène d'interférences le plus connu, réalisé avec des fentes par Young, prouve la nature ondulatoire des ondes électromagnétiques : deux ondes de même fréquence, issues de la même source mais arrivant sur un écran après des trajectoires de longues différentes, produisent des franges d'interférences alternativement claires et sombres.



Interférences avec des fentes d'Young
L'écran à gauche reçoit une intensité lumineuse qui varie avec la différence Δl de longueur parcourue par la lumière,
d'où des raies horizontales alternativement claires et sombres
(© Creative Commons Microsoft Bing)

2 - Interférences de photons avec eux-mêmes

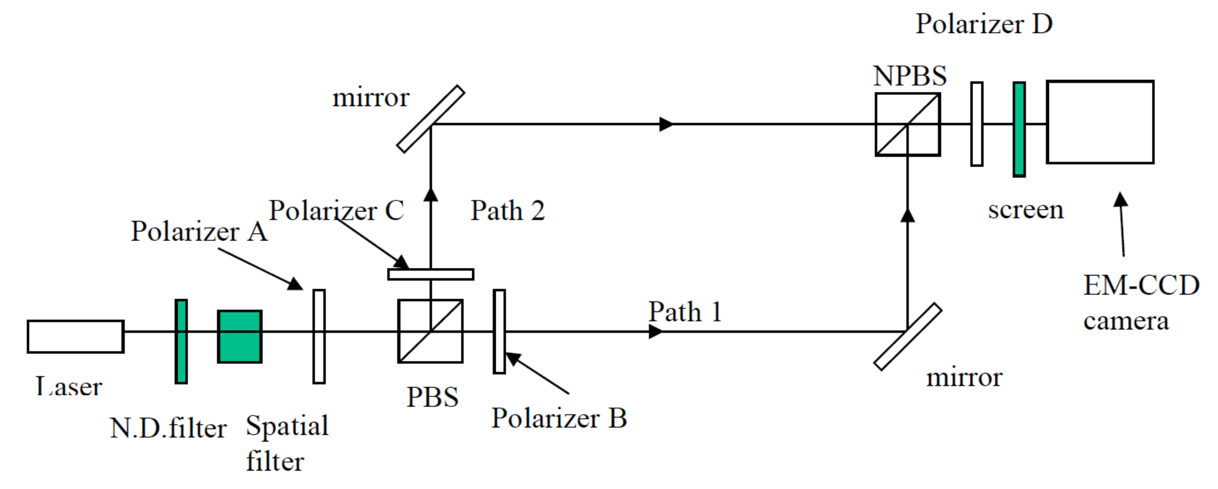
L'expérience d'interférences avec des fentes d'Young a aussi été réalisée avec des atomes et même des molécules [92-3].

L'interférence constatée ne peut s'expliquer que si chaque photon a un comportement ondulatoire *en empruntant deux chemins à la fois*. Chaque position de point sur l'écran d'arrivée est un résultat prédit par la Mécanique quantique avec une certaine probabilité d'occurrence.

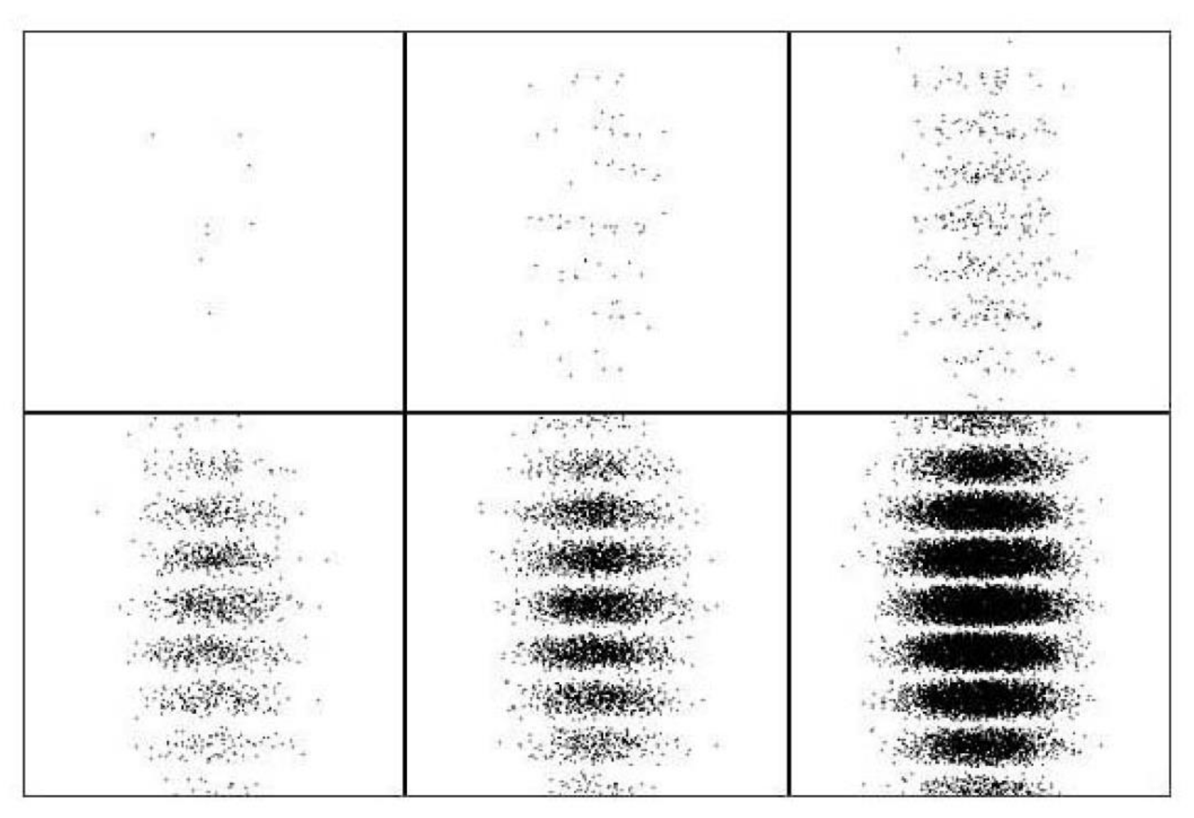
Si le nombre de photons devient très grand en poursuivant l'expérience assez longtemps, l'image globale formée par les impacts donne bien des franges d'interférences, comme le prédit la théorie ondulatoire de la lumière (voir schéma ci-dessous) : *chaque photon est passé par les deux chemins à la fois*, les deux parties de son onde ajoutant ou soustrayant leurs amplitudes en tenant compte des différences de phase, ce qui produit des franges d'interférence.

Dans cette expérience, un photon peut donc interférer avec lui-même lorsqu'on le laisse parcourir à la fois les deux chemins possibles. Mais si on intercale le polariseur D pour ne retenir qu'un seul des chemins (par exemple le n° 1 où les photons ont tous une polarisation horizontale) les franges d'interférences disparaissent.

> **« Une particule (photon, électron, atome, molécule…) peut interférer avec elle-même en empruntant 2 chemins à la fois. »**



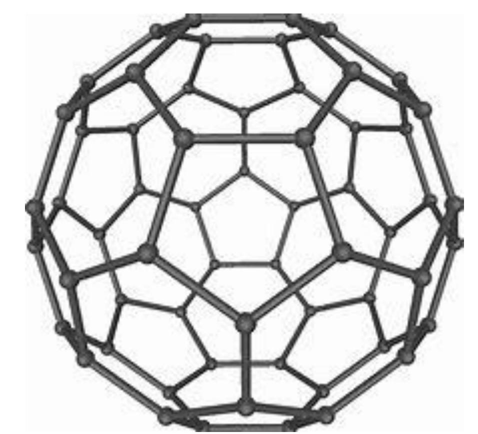
Expérience d'interférences d'un photon unique avec lui-même :
sur l'écran ("screen") apparaissent des franges d'interférences
(© University of Rochester Institute of Optics - Dr. Svetlana G. Lukishova)



Images d'interférences successives par impacts de photons isolés de l'expérience ci-dessus
(University of Rochester Institute of Optics - Dr. Svetlana G. Lukishova)

3 - Interférence de grosses molécules avec elles-mêmes

L'expérience *Quantum interference experiments with large molecules* citée par [92-3] montre qu'on peut même mettre en évidence le comportement ondulatoire de molécules de fullerène C_{60} d'un diamètre de l'ordre de 1 nm (nanomètre=10^{-9} m, 4 fois le diamètre d'un atome de fer) en réalisant des interférences de chaque molécule avec elle-même.



Molécule C_{60} (© Creative Commons Microsoft Bing)

Conclusions

Ces expériences illustrent un aspect fondamental de la physique quantique, la dualité :

> **« Selon l'expérience, une particule de masse non nulle peut être considérée tantôt comme un corpuscule de matière, tantôt comme un "paquet d'énergie" propagé par une onde. »** (voir *Orbitales et ondes de matière*)

Cette onde est analogue à l'onde électromagnétique d'un photon, à cela près que c'est une *onde de probabilité d'état quantique, avec sa fréquence, son amplitude et sa phase* ; et c'est la superposition de deux telles ondes résultant de trajectoires différentes qui produit le phénomène d'interférence.

Une telle dualité onde-particule, impossible dans le cadre du déterminisme traditionnel, est tout sauf intuitive : *comment de la matière peut-elle aussi se comporter comme une onde ? comment une onde peut-elle aussi se comporter comme de la matière ?* L'explication relève de la Mécanique quantique, et de son déterminisme statistique. Pour avoir proposé cette théorie unificatrice en 1924, Louis de Broglie est considéré avec Schrödinger comme un des fondateurs de la Mécanique quantique.

Nous devons accepter cette dualité corpuscule-onde de probabilité, avec ses conséquences déterministes qui la font apparaître tantôt comme de la matière, tantôt comme une onde, selon les circonstances expérimentales. Ce *déterminisme dual*, qui implique deux aspects très différents d'une même réalité, est loin du déterminisme traditionnel de la physique de Newton et Maxwell ; il nous faut pourtant l'admettre et accepter, lorsque c'est nécessaire, d'avoir deux représentations scientifiques de la réalité, avec des comportements distincts qui se complètent sans jamais se contredire. Cette dualité de représentations fait l'objet du *Principe de complémentarité*.

5.3.3.3 Dualité masse-énergie

Une double forme de réalité existe aussi concernant la masse au repos *m* d'un objet matériel et son énergie *E*, ces deux variables étant reliées par la célèbre équation d'Einstein $E = mc^2$, équation qui décrit comment l'une des formes (par exemple la masse) se transforme en l'autre (l'énergie).

5.3.4 Les ondes de matière de Louis de Broglie

Le physicien français Louis de Broglie a découvert en 1924 les « *ondes de matière* » associées aux électrons (et plus généralement aux particules de matière en mouvement) et affirmé :

> ***« A toute particule matérielle de masse m et de vitesse v doit être associée une onde stationnaire de matière, de longueur d'onde λ stable, telle que :*** $\lambda = \frac{h}{mv}$ **»**
> où *h* est la constante de Planck 6.6261 $.10^{-34}$ joule .seconde.
>
> C'est ainsi que la longueur d'onde associée à un atome isolé de fer ^{56}Fe se déplaçant à 1000 m/s est de 0.7 $.10^{-11}$ m, plus petite que le diamètre de l'atome (2.5 $.10^{-10}$ m). Mais la longueur d'onde d'un objet de taille macroscopique, même en déplacement lent, est si petite que ses propriétés ondulatoires sont impossibles à mettre en évidence : pour un caillou de 20 g lancé à 10 m/s on trouve λ = 3.3 $.10^{-20}$ fm (1 fermi "fm" = 10^{-15} m).

En fait ces ondes de matière ne sont pas des oscillations comme celles d'un pendule, celles d'une onde sonore ou celles d'une onde électromagnétique. Ce sont des propriétés des orbites électroniques d'un atome, les seules détectées expérimentalement bien qu'en principe tout corpuscule

matériel en ait aussi. Chaque orbite ne peut être stable que si sa longueur est multiple entier de la longueur d'onde de matière de l'électron qui la parcourt, l'orbite étant alors le siège d'ondes stationnaires.

La théorie des ondes de matière de Louis de Broglie

De Broglie a fait l'hypothèse hardie que la dualité onde-particule, établie dans le sens onde→particule existait aussi dans le sens particule→onde : *à toute particule en mouvement on peut associer une onde*. Il a appliqué cette idée à l'électron, prédisant un phénomène de diffraction (phénomène où la lumière est déviée par un obstacle) qui fut observé en 1927 par Davisson et Germer : un faisceau d'électrons réfléchi par un cristal métallique fait apparaître des franges de diffraction comme celles des rayons X ; cette expérience confirmait la théorie de De Broglie pour les électrons. Depuis, on a montré que beaucoup de corpuscules ont cette propriété ondulatoire : des atomes, des molécules, des neutrons, des protons, etc. Selon [41] article *Atomic Physics (1997)*, Wolfgang Ketterle du M.I.T. a même créé une superposition cohérente d'atomes de sodium qui peut être rayonnée sous forme de laser atomique. Enfin, c'est après avoir entendu parler de la théorie de De Broglie en 1925 que Schrödinger a établi en quelques heures sa fameuse équation fondamentale.

Des ondes qui pénètrent la matière

Les ondes de matière pénètrent la matière comme les sons pénètrent un mur. Ainsi, dans le phénomène de radioactivité alpha, un noyau d'atome lourd et instable comme l'uranium 238 peut éjecter une partie de lui-même sous forme de *particule alpha*, c'est-à-dire de noyau atomique d'hélium 4, à travers la barrière de potentiel électrostatique qui entoure ce noyau lourd. L'explication du phénomène est fournie par la Mécanique quantique : en tant qu'onde de matière, la particule alpha a une probabilité non nulle de présence à l'extérieur du noyau lourd, de l'autre côté de la barrière.
Voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*.

Ce pouvoir de pénétration se manifeste aussi dans l'*effet tunnel*, les ondes de probabilité de présence de l'équation de Schrödinger ayant les mêmes propriétés que les ondes de matière.

> **« A l'échelle atomique une particule a, comme une onde électromagnétique, une probabilité non nulle de pénétrer de la matière, voire de la traverser. »**

Le problème de la stabilité énergétique des atomes résolu par les ondes de matière

La théorie des ondes de matière explique le fait que des électrons ne peuvent parcourir de manière stable, autour d'un noyau atomique, que certaines orbites avec des niveaux d'énergie précis. Pour être stable (stationnaire), une orbite d'électron atomique doit avoir une longueur multiple entier de la longueur de l'onde de matière de cet électron.

> La trajectoire circulaire est celle du modèle dit *Atome de Bohr*, seul connu en 1924 par de Broglie depuis sa présentation en 1913 par Bohr. Nous savons aujourd'hui que les électrons parcourent des orbitales à 3 dimensions : voir *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales*, mais le modèle de Bohr reste une approximation utile pour l'hydrogène, et la théorie des ondes de matière demeure valable.

De Broglie a pu ainsi retrouver et confirmer l'orbite stable de l'électron d'un atome d'hydrogène calculée par Niels Bohr, avec son rayon de 0.529 Å (1 Angström Å = 10^{-10} m).

> (Dans l'hypothèse simplificatrice de Bohr, un électron d'un atome décrit des orbites circulaires autour du noyau. L'existence des ondes de matière explique que cet électron ne puisse parcourir que des trajectoires comprenant un nombre entier d'ondes de matière, trajectoires qui correspondent à des états d'énergie potentielle bien précis ; si la longueur d'une trajectoire ne correspondait pas à un nombre entier d'ondes de matière, ces ondes s'annuleraient par interférences ; la trajectoire étant alors instable, l'électron la quitterait pour une trajectoire stable.)

Commentaire philosophique sur la succession de théories en physique

Basé sur la théorie quantique de Planck de 1900, le modèle atomique de Bohr de 1913, confirmé ultérieurement par de Broglie en 1924, a expliqué la stabilité des atomes jusque-là supposée impossible par Maxwell à cause de la perte d'énergie potentielle due au rayonnement des électrons qui tournent autour des noyaux. Ce modèle a été remplacé par le modèle à orbitales actuel, où aucune "trajectoire" n'existe ; la compréhension physique des atomes a encore progressé en l'adoptant.

C'est ainsi que la connaissance s'améliore, en physique, à une échelle atomique où seules les théories mathématiques permettent de représenter une réalité trop petite pour être vue. Nous évoquerons aussi, plus loin, les *Théories de Grande unification*, modèle de l'Univers très peu de

temps après le Big Bang, lorsque l'énergie moyenne des particules qui en remplissaient l'espace était de l'ordre de 10^{16} GeV, valeur colossale par rapport à l'énergie d'un proton au repos, 1 GeV.

5.3.5 Fonction d'onde

La lecture de ce paragraphe, assez technique, n'est pas indispensable à la compréhension de la suite du texte.

Au concept classique de *trajectoire* d'un corpuscule la Mécanique quantique substitue celui *d'état dépendant du temps t*, état qui résulte de la loi d'évolution du corpuscule dans un champ électromagnétique.

> Cet état appartient à un *espace des états abstrait* (espace vectoriel de fonctions de Hilbert) dont les éléments sont appelés *vecteurs d'état*. C'est l'espace de toutes les configurations possibles du système qui évolue. Nous ne développerons pas ces notions.

La fonction d'onde d'une particule décrit son évolution dans l'espace et le temps

Exemple : en négligeant le spin, l'état d'un corpuscule de masse non nulle tel que l'électron libre, avec ses composantes de position ***r*** et d'impulsion ***p*** définissant un *vecteur d'état*, est caractérisé par une *fonction d'onde* $\psi(\mathbf{r}, t)$, prenant ses valeurs dans le corps des nombres complexes, qui contient toutes les informations que l'on peut connaître sur le corpuscule ; dans $\psi(\mathbf{r}, t)$, la variable vectorielle ***r*** a pour composantes les coordonnées de position (r_x ; r_y ; r_z) et la variable *t* représente le temps (l'instant). Une fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ donnée appartient à un *espace vectoriel* dit « de Hilbert ».

> **En résumé, l'état d'un système en évolution est décrit en totalité par sa fonction d'onde, dont les variables sont la position (dans l'espace) et l'instant (dans le temps).**
> (Remarque : les composantes d'un vecteur d'état, êtres mathématiques, sont *toutes* les informations disponibles sur le système ; aucune autre donnée ne le décrit.)

Principe de superposition

Deux états, chacun décrit par sa fonction d'onde, peuvent toujours être superposés, l'état résultant étant décrit par une fonction d'onde somme (des amplitudes tenant compte des phases) des deux fonctions précédentes. Réciproquement, toute superposition d'états a une fonction d'onde somme des fonctions d'onde de ses états composants ; la notion de somme correspond dans ce cas à l'opération logique OU EXCLUSIF : la décohérence décomposera la superposition en l'un (et un seul) de ses états constitutifs. En généralisant : toute combinaison linéaire de carré sommable d'états quantiques est l'état quantique d'une superposition.

Amplitude de probabilité de présence – Caractère unitaire de la fonction d'onde

La fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ est interprétée comme une *amplitude de probabilité de présence* : la probabilité $dP(\mathbf{r}, t)$ pour qu'une particule soit à l'instant *t* dans un volume $d^3r=dxdydz$ autour de la position (r_x ; r_y ; r_z) est

$$dP(\mathbf{r},t) = C|\psi(\mathbf{r},t)|^2 d^3r$$

où *C* est une constante de normalisation. Le choix de *C* correspond à une condition nécessaire de validité logique de la fonction d'onde pour représenter une amplitude de probabilité d'objet : que la somme des probabilités de présence de l'objet de la fonction d'onde dans l'espace entier soit égale à 1. Ayant cette propriété, la fonction d'onde est dite *unitaire.*

La fonction d'onde décrit l'évolution dans le temps et l'espace d'une particule, ou plus généralement d'un système. Elle est solution de l'équation de Schrödinger, qui prend en compte l'existence éventuelle du champ électromagnétique dans lequel l'évolution a lieu. Les solutions de cette équation sont déterministes au sens traditionnel, ainsi que toute combinaison linéaire de telles solutions correspondant à une distribution de probabilités.

> Une combinaison linéaire de solutions décrit un ensemble d'états existant simultanément. Exemples :
>
> - Un photon dans deux états opposés de polarisation ;
> - Une molécule d'ammoniac NH_3 dans deux positions de l'atome d'azote N par rapport au plan des trois atomes d'hydrogène ;
> - Un atome à la fois dans deux niveaux d'énergie potentielle ;
> - Un électron dans plusieurs positions distinctes, etc.
> - Dans une expérience d'interférences une particule (un photon, un atome ou même une molécule) suit deux chemins à la fois.

Ne pas confondre le nombre réel positif ou nul *densité de probabilité* $|\psi(\boldsymbol{r},t)|^2$ et le nombre complexe *amplitude de probabilité* $\psi(\boldsymbol{r},t)$: $|\psi(\boldsymbol{r},t)|^2$ est le carré scalaire de $\psi(\boldsymbol{r},t)$, produit de $\psi(\boldsymbol{r},t)$ par son complexe conjugué $\psi^*(\boldsymbol{r},t)$.

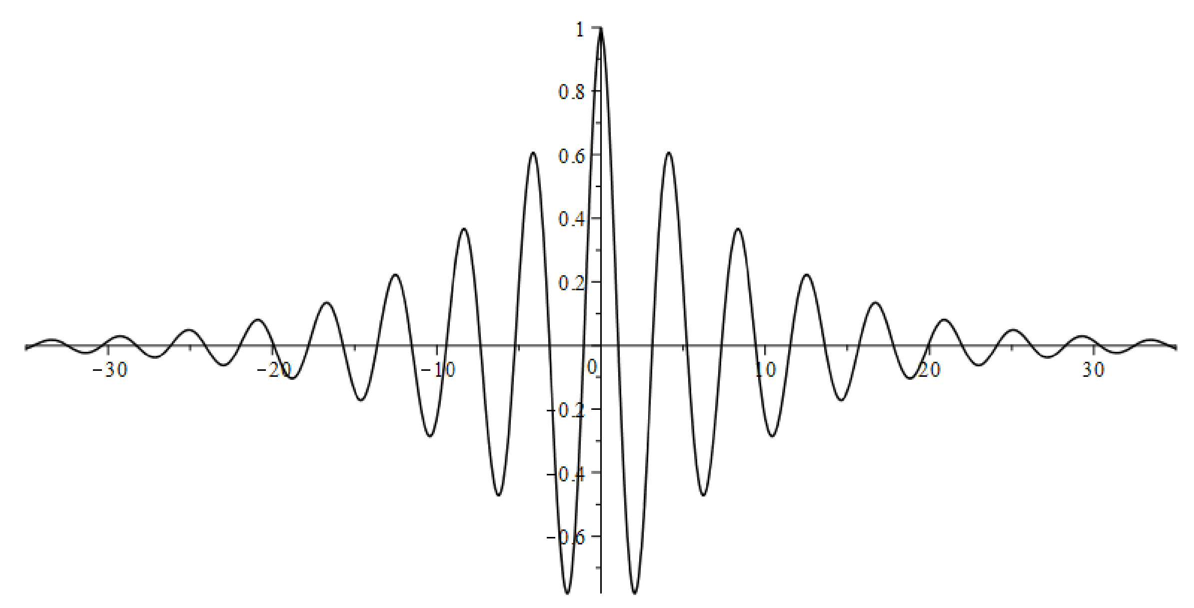
Conséquences de l'unitarité : conservation de l'information dans toute évolution
La fonction d'onde contient toute l'information disponible sur la particule ou le système conservatif considéré. L'unitarité impose qu'elle conserve cette information pendant toute l'évolution : aucune perte et aucun ajout concernant tout ou partie du système ne sont possibles. L'évolution de la fonction d'onde décrit donc toute l'information du système jusqu'à la décohérence ou un changement de fonction d'onde associé à une nouvelle loi d'évolution.

En outre, comme l'équation de Schrödinger est symétrique par rapport au temps, le changement de *t* en –*t* permet de retrouver en principe l'état initial unique, avec toute son information.

L'équation de Schrödinger étant celle à laquelle se ramènent toutes les évolutions conservatives à l'échelle atomique, on peut énoncer les théorèmes :

> **« Toute évolution conservative ne mettant en œuvre que des masses et des champs électromagnétiques est réversible : on peut en théorie retrouver un état passé en "déroulant à l'envers le film des événements". »**
> (Toute évolution conservative conserve son information descriptive.)

Paquet d'ondes de probabilité de présence accompagnant une particule



Paquet d'ondes accompagnant un électron libre à l'instant *t=0*
(Somme des ondes de probabilité $\psi(x,0)$ solutions de l'équation de Schrödinger)

Dans l'équation de Schrödinger ci-dessous, le vecteur d'état associé à la fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r})$ sera désigné par une notation due à Dirac $|\psi>$, appelée « ket psi ».
Voici comment s'écrit l'équation de Schrödinger avec cette notation :

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)> \ = \ H(t)|\psi(t)>$$

Cette équation décrit une évolution *unitaire* dans l'espace et le temps, c'est-à-dire à probabilité totale de présence constante et égale à 1. Nous reviendrons sur elle plus bas, notamment pour donner une représentation graphique d'une fonction d'onde.

Nature des ondes de probabilité
Les ondes dont il s'agit ici ne sont pas des ondes électromagnétiques comme la lumière ou des ondes de pression comme celles des sons, ce sont *des ondes d'amplitude de probabilité de présence*. Une telle onde ne décrit pas les variations d'un champ électrique ou d'une pression, elle décrit la manière

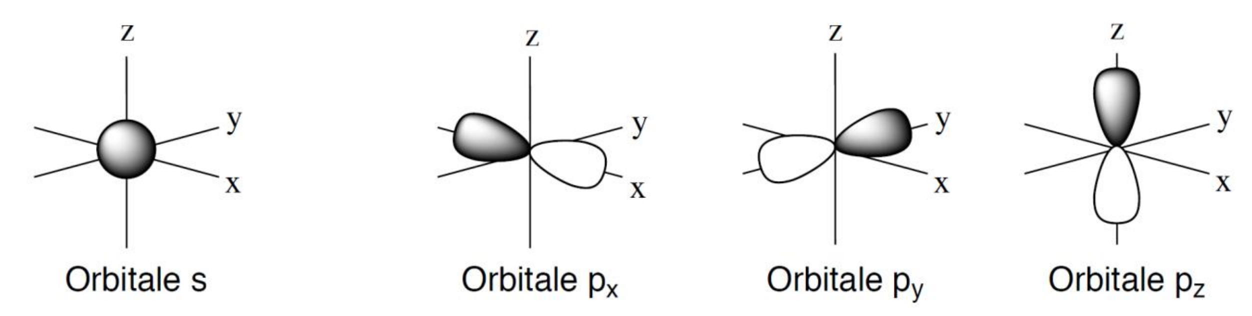
dont une particule de matière en mouvement se déplace ; c'est une fonction du temps et de la position, nombre complexe avec son amplitude et sa phase par rapport à une origine.

5.3.5.1 Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales

Les déplacements et les configurations stables de particules, prévues par la Mécanique quantique, résultent de l'équation de Schrödinger, que nous verrons un peu plus loin ; elles sont surprenantes.

C'est ainsi que, loin de tourner autour d'un noyau atomique selon une trajectoire plane elliptique comme celle de la Terre autour du Soleil, un électron peut parcourir, selon son énergie, une région de l'espace (appelée *orbitale*) en forme de sphère, de paire de lobes, etc. (voir figure ci-dessous) et il faudra interpréter ces orbitales à trois dimensions comme des régions de l'espace proche du noyau où chaque petit volume autour d'un point a une probabilité de présence de l'électron.

Dans la figure ci-dessous, les surfaces en forme de sphère, à gauche, et de paire de lobes, à droite, représentent la partie de l'espace autour du noyau où un électron d'une certaine énergie a une probabilité de 90% se trouver.



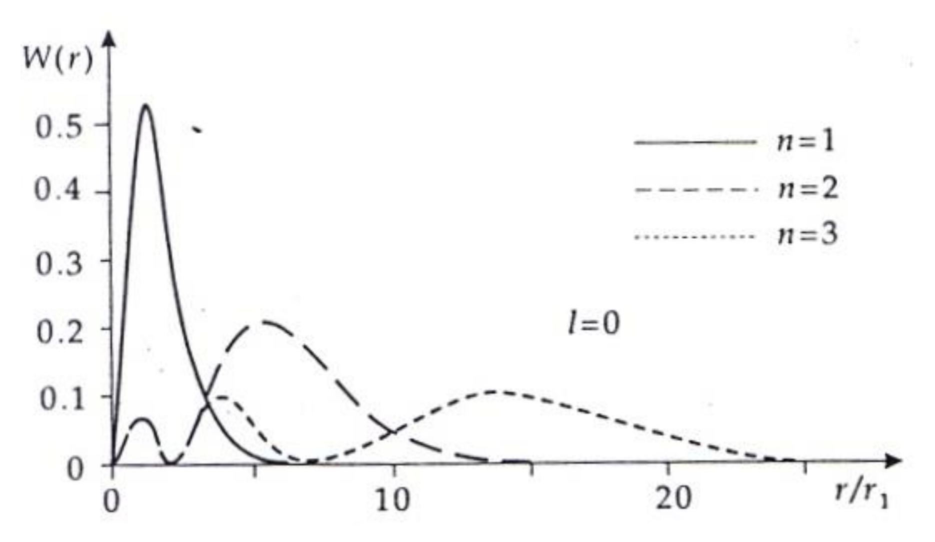
Orbitales électroniques en forme de sphère (couche d'énergie 1) ou de lobes (couche 2)
© Wikimedia Commons

Dans le graphique ci-dessous, issu de [93] page 863, l'éloignement *r* du noyau (en abscisse) est exprimé en rapports r/r_1, où r_1 est le rayon théorique de "l'atome d'hydrogène de Bohr", r_1 = 0.529 Å. La probabilité de trouver l'électron à l'intérieur d'une coquille sphérique de rayons *r* et *r+dr* est $W(r)dr = 4\pi r^2|\psi(r)|^2dr$, où $\psi(r)$ est la fonction d'onde. On voit que :

- La probabilité de présence *très près du noyau* (où *r* tend vers 0) est non nulle pour chacune des trois couches électroniques ! Ceci ne se produit que lorsque le nombre quantique *l* de moment angulaire orbital vaut *l*=0.

  Moments magnétiques d'un électron
  La charge électrique négative d'un électron se comporte comme un petit aimant, dont la "force" est mesurée par le *moment magnétique de spin*. Celui-ci a été déterminé avec une précision du cent-millionième (10^{-8}).
  Il y a aussi un *moment magnétique orbital* correspondant à la rotation de l'électron autour de son noyau. La somme de ces deux moments magnétiques définit le moment magnétique *total* de l'électron dans son atome.

- La couche de niveau d'énergie *n*=1 a *une* distance de densité de probabilité maximum. La couche de niveau *n*=2, supérieur au niveau 1, a *deux* maxima.
  La couche *n*=3 en a *trois*.



Densité radiale de probabilité de présence de l'électron $W(r) = 4\pi r^2|\psi(r)|^2$
dans les couches *n*=1, 2 ou 3 d'un atome d'hydrogène

On voit à quel point les "trajectoires" tridimensionnelles réelles de l'électron sont éloignées du modèle planétaire plan. En fait, le mot trajectoire ne s'applique pas du tout à la rotation d'un électron autour de son noyau ; il vaut mieux parler de *position floue* ou de *région de présence*. Enfin, le "diamètre" même d'un atome varie avec son énergie, et si on pouvait le voir à un instant donné avec ses électrons l'image serait floue.

Orbitales et ondes de matière
Selon l'expérience, un électron se comporte :

- Soit comme une *particule* d'une masse de 0.9. 10^{-30}kg, équivalente à une énergie d'environ 0.5 MeV (c'est la particule stable la plus légère) ;
- Ou comme une *onde* figée autour du noyau sur son *orbitale*, onde d'une longueur multiple d'une « longueur d'onde de matière » λ telle que :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

où :

- *h* est la constante de Planck ;
- *m* est la masse de l'électron ;
- *v* est la vitesse de l'électron sur son orbitale.

(Le produit *mv* est la quantité de mouvement de l'électron.)

Transitions de couche électronique – Electron libre
Un électron peut sauter d'une couche atomique à une autre, d'énergie potentielle différente, en absorbant ou en émettant un photon dont l'énergie $h\nu$ correspond exactement à la différence entre les niveaux d'énergie de ces couches. Ces absorptions ou émissions, détectées par des spectromètres, permettent d'identifier les éléments (de l'hydrogène à l'uranium…) par leur spectre de raies caractéristique [118]. Un éventuel excès d'énergie d'un photon absorbé accélère l'électron atomique impacté lors d'un effet photoélectrique, en lui communiquant une accélération s'il s'est libéré, ou en communiquant à l'atome une vibration thermique si l'électron est resté attaché.

Un électron peut faire partie d'un atome ou être libre de se déplacer, en présence ou non d'un champ électrique, dans un conducteur ou dans le vide.

5.3.5.2 Les ondes de probabilité traversent la matière comme un champ de gravitation

Ces ondes pénètrent la barrière de potentiel d'un champ électrique comme un son pénètre un mur ; elles traversent la matière comme la force de gravitation.

Exemple : un noyau atomique lourd peut subir une désintégration radioactive et se décomposer en un noyau plus léger et une particule alpha (noyau d'atome d'hélium comprenant deux protons et deux neutrons). Bien que la particule alpha n'ait pas assez d'énergie pour vaincre la barrière

de force électrique entourant le noyau atomique lourd, *sa nature ondulatoire fait qu'elle a une probabilité non nulle de passer à travers cette barrière par effet tunnel et de s'éloigner du noyau*, d'où la désintégration : voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*.

5.3.5.3 Trajectoires d'une particule atomique

La nature ondulatoire et probabiliste d'un électron ou d'un proton libre lui permet :

- D'être en plusieurs endroits proches à la fois, avec des densités de probabilité de présence précises fonction de la position ;
- D'avoir une infinité de vitesses à la fois, proches d'une vitesse moyenne ;
- De parcourir une infinité de trajectoires à la fois, autour d'un parcours moyen.

Il n'y a donc pas de *courbe* trajectoire pour une particule libre, il y a une *région* de l'espace dont chaque point a une densité de probabilité de présence : **si on la voyait, la particule paraîtrait floue**.

Etat quantique et information

La Mécanique quantique postule à la fois le déterminisme scientifique et les extensions du déterminisme statistique.

- Des informations complètes sur un système (son état quantique) à un instant donné déterminent toute son évolution ultérieure (l'évolution de son état quantique) ; aucune histoire d'évolution n'est prise en compte.
  L'évolution ne dépend que de l'état initial, comme le veut le déterminisme.
- Si, au début de l'évolution d'un système, on dispose de toute l'information concernant ce système (pour autant de variables qu'il a de degrés de liberté), on doit disposer de la même quantité d'information à la fin de l'évolution ; aucune perte d'information n'est concevable. Complément : [94]

  En outre, une particule peut se déplacer, mais à tout moment elle est quelque part : sa probabilité totale de présence dans l'espace reste égale à 1 (*unitarité*).

5.3.5.4 Théorie de la résonance chimique

Exemple de superposition quantique

Certaines molécules chimiques comme le benzène C_6H_6 ont plusieurs structures possibles où les atomes de carbone sont reliés, entre eux et à des atomes d'hydrogène, par des liaisons de valence partageant des électrons. On démontre en Mécanique quantique que la structure stable (état stationnaire) d'une telle molécule, correspondant à l'énergie potentielle la plus faible (=la plus négative) des électrons atomiques, a une fonction d'onde combinaison linéaire des diverses fonctions d'onde des structures possibles. On peut considérer que *la structure stable de la molécule oscille en résonance entre les diverses structures équiprobables de base*. Nous verrons cela en détail avec *l'équation de Schrödinger* ci-dessous.

5.3.6 Equation de Schrödinger

Ce paragraphe très technique a pour seul intérêt, pour qui s'intéresse à la métaphysique, de décrire l'outil mathématique du déterminisme de l'échelle atomique et les conséquences surprenantes de ses résultats pour la physique. On peut parcourir ce paragraphe sans lire les équations, en ne retenant que les phrases.

Source : [95]

Définition du vecteur d'état d'un objet quantique

Le vecteur d'état d'un objet quantique regroupe toutes les variables descriptives de cet objet susceptibles d'évoluer avec le temps *t*. C'est donc un vecteur fonction de *t*. Il décrit l'état de l'objet en tant qu'élément d'un espace de tous ses états possibles, pas de l'espace habituel ou de l'espace-temps.

Evolution dans le temps du vecteur d'état d'un objet quantique

L'équation de Schrödinger décrit l'évolution dans le temps du vecteur d'état (ket $|\psi(t)>$ en notation de Dirac) d'un objet quantique en fonction de l'*observable H(t)*, opérateur associé à l'énergie totale du système (son hamiltonien [306]). Dans des systèmes statiques (comme la structure d'une molécule) elle décrit cette structure (exemple : molécule NH_3 dans *Superposition d'états, cohérence et décohérence*).

Observable

Une observable est un être mathématique (représenté symboliquement par une lettre comme *A*)

qui tient lieu de variable dans une équation de Mécanique quantique. Les valeurs d'une observable sont les éléments de l'ensemble des résultats d'une évolution, décrite par exemple par l'équation de Schrödinger.

Signification de l'équation de Schrödinger
Equation *fondamentale* de la Mécanique quantique (dont elle fait partie des postulats), elle prédit les évolutions et les états stables d'un système à l'échelle atomique - et en théorie à une échelle quelconque – en ignorant l'existence du spin, et ce à partir des hypothèses suivantes :

1. Pour l'évolution libre d'un corpuscule dans l'espace et le temps on remplace la notion de trajectoire par celle d'*état quantique fonction du temps t*.
2. Cet état quantique de corpuscule est caractérisé par une fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ qui contient *toutes les informations possibles* sur cet état à l'instant *t* et pendant toute l'évolution (réduction et décohérence finale non comprises).

   « La fonction d'onde décrivant l'évolution d'un système (régie par l'équation de Schrödinger) contient toute l'information disponible sur ce système. »

   Lorsqu'une particule se déplace librement son évolution est régie par l'équation de Schrödinger. La probabilité de la trouver au point *Q* est proportionnelle au carré de l'amplitude de sa fonction d'onde en *Q*, $|\psi(\boldsymbol{r}, t)|^2$; on ne connaît donc jamais sa position exacte, on n'en connaît que la probabilité d'être à un instant donné en un endroit donné, dans un volume donné autour de cette position.

   Règle de Max Born
   « La densité de probabilité de trouver une particule en un point particulier est proportionnelle au carré de l'amplitude de la fonction d'onde en ce point. »

   La fonction d'onde d'un système caractérise donc le *déterminisme quantique* de son état. L'évolution de celui-ci se fait à quantité d'informations constante :

   « L'évolution d'un système conserve sa quantité d'informations : aucune n'est perdue, aucune n'est ajoutée, seules changent les variables d'état. »

   - Pour les électrons d'un atome, nous verrons au paragraphe *Structure d'un atome* qu'il y a une relation entre position (orbitale) et niveau d'énergie.
   - Sa taille atomique et ses contours flous rendent le corpuscule invisible.
   - A part le spin, il n'y a pas de variable supplémentaire (cachée, car non prise en compte dans l'équation de Schrödinger) qui pourrait nous apprendre quelque chose de plus sur ce corpuscule : on dit que la Mécanique quantique est *complète*. Elle décrit avec des équations *tout* ce qu'on peut savoir sur l'évolution d'un système à l'échelle atomique. Il faut donc se résigner à ne « voir » un corpuscule de l'échelle atomique qu'en considérant son état quantique donné par sa fonction d'onde, être mathématique.

     « La Mécanique quantique est complète : à part le spin, il n'y a pas de variable ou d'équation nécessaires pour décrire une évolution en dehors de l'équation de Schrödinger. »
   - Deux électrons (d'atome ou libres) ont même masse et même charge électrique, caractéristiques qui sont constantes et identiques pour tous les électrons, donc ne sont pas des variables, donc ne font pas partie de leur état quantique. A un instant donné, on peut distinguer ces électrons seulement par une différence d'état quantique, c'est-à-dire une différence de position, d'énergie, de moment ou de spin. Même remarque pour deux protons ou d'autres paires de particules :

     « Deux particules de même type sont toujours identiques, interchangeables, elles ne diffèrent que par une ou plusieurs valeurs de variables de leur état quantique. »
3. La fonction $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ prend ses valeurs dans le corps des nombres complexes.

   Elle est interprétée comme une *amplitude de probabilité de présence* : la probabilité $dP(\boldsymbol{r}, t)$ pour qu'une particule soit à l'instant *t* dans un volume $d^3r=dxdydz$ autour de la position $\boldsymbol{r}$ (r_x, r_y, r_z) est :

   $$dP(\boldsymbol{r}, t) = C|\psi(\boldsymbol{r}, t)|^2 d^3r,$$ où *C* est une constante de normalisation.
4. La valeur de $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ donnée par l'équation de Schrödinger est une combinaison linéaire de *valeurs propres* appartenant à un ensemble prédéfini {*a*} pour chaque expérience, chacune associée à un vecteur propre $\psi_a(\boldsymbol{r})$ de la manière suivante :

Si à l'instant t_0 de la mesure $\psi(\boldsymbol{r},t_0)=\psi_a(\boldsymbol{r})$, la mesure donnera sûrement *a*.

5. A un instant t_0, la probabilité P_a de trouver en mesurant la valeur propre a résulte de la décomposition de $\psi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{t_0})$ dans la base $\psi_a(\boldsymbol{r})$:

$$\psi(\boldsymbol{r},t_0)=\sum_a c_a\psi_a(\boldsymbol{r}),\quad \text{d'où } P_a=\frac{|c_a|^2}{\sum_a|c_a|^2}$$

6. Immédiatement après une mesure qui a donné la valeur *a*, la fonction d'onde du corpuscule est :

$$\psi(\boldsymbol{r},t_0)=\psi_a(\boldsymbol{r})$$

7. L'évolution dans le temps de l'état d'un système est régie par l'équation fondamentale de Schrödinger, qui s'écrit (en notation de Dirac) :

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)>=H(t)|\psi(t)>$$

où :

- *i* est le nombre complexe unité de l'axe des nombres imaginaires : $i^2=-1$;
- $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ où *h* est la constante de Planck *h* = 6.6261 .10^{-34} joule .seconde ;
- ***r*** est le vecteur des coordonnées d'un point ;
- $|\psi(t)>$ est le ket de la fonction d'onde $\psi(\boldsymbol{r},t)$, dont le carré de la norme $\rho(\boldsymbol{r},t)=|\psi(\boldsymbol{r},t)|^2$ est la *densité de probabilité* : la probabilité de trouver le système dans un volume infinitésimal d^3r autour du point ***r*** est $dP=\rho(\boldsymbol{r},t)d^3r$.
- *H(t)* est l'observable de l'énergie totale du système.

En notation traditionnelle utilisant l'opérateur laplacien $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$, cette équation s'écrit :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{r},t)=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\boldsymbol{r},t)+V(\boldsymbol{r},t)\,\psi(\boldsymbol{r},t)$$

où *V(**r**, t)* est l'énergie potentielle - ou zéro si aucune n'intervient.

Interprétation métaphysique

L'équation de Schrödinger réalise le rêve de Démocrite et de Platon de décrire mathématiquement l'état et l'évolution de n'importe quel objet du monde, à l'échelle atomique comme à l'échelle macroscopique.

Solutions

L'équation de Schrödinger admet, pour chaque instant *t*, un ensemble de solutions telles que la somme des probabilités correspondant aux divers points de l'espace soit égale à 1 (l'objet dont on prévoit l'évolution est nécessairement quelque part). La solution représentant l'évolution sera une combinaison linéaire de toutes les solutions, combinaison ayant la propriété d'être de carré sommable.

Remarque sur la précision des résultats de l'équation de Schrödinger

Les résultats de position ou de vitesse de l'équation de Schrödinger sont imprécis par nature : ils n'indiquent qu'une probabilité dans un petit volume autour de la valeur considérée.

Considérations philosophiques

- Cette équation décrit une évolution à symétrie temporelle : si par la pensée on inverse le signe du temps, on « passe le film de l'évolution à l'envers ».

  « La nature conserve donc, par cette équation, la "mémoire" de l'évolution qu'elle a subie, c'est-à-dire l'information descriptive de l'état de départ, auquel on pourrait (par la pensée) revenir. »

  Voir dans le paragraphe *Conservation de l'information d'un système matériel fermé* le sous-titre *Unitarité de la Mécanique quantique*.

- Cette équation est du premier ordre par rapport au temps *t* et complètement déterministe : les mêmes conditions initiales produisent le même ensemble de solutions, c'est-à-dire la même évolution dans le temps et l'espace.

« L'équation de Schrödinger décrit donc une évolution déterministe. »
et comme c'est l'équation fondamentale de l'échelle atomique :

« Toutes les évolutions conservatives (à toutes les échelles) sont déterministes » ;
(attention : les changements d'état et les transformations dissipatives ne sont pas des évolutions).

*Parallèle avec l'équation du mouvement **F** = m**a** de Newton*
L'équation de Schrödinger décrit l'évolution temporelle et spatiale d'un corpuscule en Mécanique quantique ; elle joue le même rôle que les équations du mouvement de Newton qui déterminent une trajectoire en mécanique classique, équations elles aussi déterministes et symétriques par rapport au temps. Les deux équations sont fondamentales, Newton à l'échelle macroscopique, Schrödinger à l'échelle atomique.

Mais un résultat de l'équation de Schrödinger est un vecteur d'état $|\psi(t) >$ fonction du temps, d'où on peut déduire la densité de probabilité de présence de l'objet en chaque point de l'espace des configurations à chaque instant *t*. *Ce n'est pas une trajectoire* ; à un instant donné l'objet n'est pas en un point *P* précis, mais en tous les points à la fois d'un voisinage de ce point *P*, où la probabilité de le trouver est maximale et diminue avec l'éloignement ; et l'instant suivant, son mouvement l'emportera un peu plus loin.

Contrairement, donc, aux interprétations erronées que l'on trouve ici et là sur ses résultats, l'équation de Schrödinger est parfaitement déterministe. Mais ses solutions qui s'appliquent à un déplacement ne décrivent pas une trajectoire de particule, elles décrivent l'évolution de son vecteur d'état en fonction du temps, dont on peut déduire à tout instant une position nécessairement floue de probabilité maximum et une densité de probabilité pour chaque valeur de son impulsion.

Combinaison linéaire d'états, superposition et imprécision

Le caractère linéaire de l'équation de Schrödinger fait que toute combinaison linéaire de ses vecteurs solutions (associés à des fonctions d'onde) est aussi une solution, à condition que sa probabilité de présence dans l'espace tout entier soit 1.
Il en résulte :

- La possibilité pour un état quantique d'être la somme (cas particulier d'une combinaison linéaire) de deux états ou plus. Exemple : l'état d'un électron qui est à deux endroits à la fois, sous forme de *superposition d'états*.
- La possibilité pour une fonction d'onde d'être combinaison linéaire d'une infinité de fonctions d'onde dont la superposition définit un *paquet d'ondes de probabilité* accompagnant une particule en mouvement. La position de cette particule à un instant donné a alors un caractère flou : imprécise, elle ne peut être définie à mieux qu'une demi-largeur près du paquet d'ondes qui l'accompagne.

Combinaison linéaire d'une infinité de fonctions d'onde (superposition)

Une solution de l'équation de Schrödinger combinaison linéaire d'un nombre *infini* de fonctions d'onde, où le coefficient (« poids ») de chaque fonction est tel que la probabilité de présence dans l'espace entier est 1, peut se traduire par l'interprétation suivante, due à Feynman :

« Pour aller d'un point A à un point B, un corpuscule emprunte simultanément toutes les trajectoires possibles entre ces deux points »,

chaque trajectoire étant affectée d'une probabilité correspondant à son poids dans la combinaison linéaire : on dit qu'il y a *superposition* des trajectoires-solutions.

Une combinaison linéaire d'un nombre *infini* de fonctions d'onde permet aussi de passer des états *de position* d'une particule à ses états d'impulsion / quantité de mouvement ou inversement. Cette possibilité purement mathématique de deux descriptions différentes traduit l'unicité de la réalité physique : ces deux types d'états d'une particule sont conséquences des mêmes lois de mouvement et de la même énergie totale ; ce sont donc des formulations de la même fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ dans deux bases différentes d'espaces vectoriels de fonctions.

Equation de Schrödinger et relativité

L'équation de Schrödinger suppose un *espace non relativiste* où l'énergie cinétique est de la forme $\frac{p^2}{2m}$ et *p* est l'impulsion (ou la quantité de mouvement). Paul Dirac a donné en 1928 une expression en *Relativité restreinte* de sa fonction d'onde, et montré que le mouvement de l'électron a une grandeur caractéristique, le *spin*, en plus des trois nombres quantiques connus à l'époque : voir *Modèle atomique : description succincte*.

Prix Nobel

Pour sa contribution à la Mécanique quantique, Erwin Schrödinger reçut le prix Nobel de physique 1933, partagé avec Paul Dirac.

Différence entre les états d'une particule à un instant donné en physique traditionnelle et en physique quantique

En physique traditionnelle, à un instant donné *t* une particule est dans un état décrit par 6 coordonnées d'un espace des états : 3 pour la position + 3 pour la vitesse. Mais en physique quantique, l'état de la particule à l'instant *t* décrit par l'équation de Schrödinger a une infinité de positions spatiales et une infinité de moments cinétiques (donc de vitesses, car la masse est invariable). Si on pouvait voir la particule à cet instant-là elle paraîtrait floue, sa netteté à une position donnée dépendant de la probabilité de présence dans un voisinage de cette position.

Complément sur l'équation de Schrödinger : voir *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique*.

5.3.7 Les 6 postulats de la Mécanique quantique

La physique de l'échelle atomique est régie par une loi fondamentale qui gouverne toutes les évolutions de ce monde de particules : l'équation de Schrödinger. Les outils mathématiques des lois d'évolution de cette physique constituent la Mécanique quantique. La physique atomique les met en œuvre en respectant 6 postulats que voici.

La lecture de ces postulats exige un certain niveau mathématique ; elle n'est pas indispensable pour comprendre les règles métaphysiques régissant le déterminisme de la physique atomique. Les paragraphes suivants décrivent les conséquences de ces postulats, c'est-à-dire des règles déterministes de la physique atomique.

1er postulat :

A un instant t_0 fixé, l'état d'un système physique est défini par la donnée d'un ket $|\psi(t_0)> \in E$, où *E* est l'espace des états.

E étant un espace vectoriel, ce premier postulat implique le *principe de superposition* : une combinaison linéaire de vecteurs d'état est un vecteur d'état.

2e postulat :

Toute grandeur physique mesurable ***A*** est décrite par un opérateur *A* agissant dans *E* ; cet opérateur est une observable.

3e postulat :

La mesure d'une grandeur physique ***A*** ne peut donner comme résultat qu'une des valeurs propres de l'observable *A* correspondante.

Toute valeur propre pouvant résulter d'une mesure est affectée d'une *probabilité* si elle est discrète, et d'une *densité de probabilité* si elle est continue (4e postulat, ci-dessous). L'équation de Schrödinger, elle, est déterministe au sens traditionnel.

4e postulat (cas d'un spectre discret, dégénéré ou non) :

Lorsqu'on mesure la grandeur physique ***A*** d'un système dans l'état $|\psi >$ normé, la probabilité d'obtenir comme résultat la valeur propre a_n de l'observable A correspondante est :

$$P(a_n) = \sum_{i=1}^{g_n} | < u_n^i | \psi > |^2$$

où g_n est le degré de dégénérescence de a_n et $\{|u_n^i >\}$ $(i = 1, 2 \dots g_n)$ est une base orthonormée du sous-espace propre E_n associé à la valeur propre a_n.

4e postulat (cas d'un spectre continu et non dégénéré) :

Lorsqu'on mesure la grandeur physique ***A*** d'un système dans l'état $|\psi >$ normé, la probabilité $dP(\alpha)$ d'obtenir un résultat compris entre α et $\alpha + d\alpha$ est :

$$dP(\alpha) = |< v_\alpha|\psi > |^2 d\alpha$$

où $|v_\alpha >$ est le vecteur propre correspondant à la valeur propre α de l'observable A associée à ***A***

5e postulat : Si la mesure de la grandeur physique ***A*** sur un système dans l'état $|\psi >$ donne le résultat a_n, l'état du système immédiatement après la mesure est la projection normée

$$\frac{P_n|\psi>}{\sqrt{<\psi|P_n|\psi>}}$$

de $|\psi >$ sur le sous-espace propre associé à a_n.

6e postulat : L'évolution dans le temps du vecteur d'état $|\psi(t) >$ est régie par l'équation de Schrödinger $i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t) >= H(t)|\psi(t) >$, où $H(t)$ est l'observable associée à l'énergie totale du système.

Remarques

- La mesure d'une variable introduit un caractère probabiliste (postulats 3 et 4).
- L'équation de Schrödinger est déterministe et invariante par renversement du sens du temps (changement de *t* en *-t* : postulat 6). Elle définit l'état d'un système en fonction du temps, ce qui peut conduire, par exemple, à un état stationnaire combinaison linéaire d'états, ou à une particule en mouvement dont chaque position est floue car définie par un paquet d'ondes (superposition de particules au voisinage de la position considérée, chacune avec sa probabilité).

5.3.7.1 Impossibilité de décrire des phénomènes sans symétrie temporelle

La Mécanique quantique remplace les trajectoires exactes de la mécanique classique par des zones de présence floues sans renoncer à la symétrie temporelle. Cette symétrie entraîne une limitation lourde de conséquences : basée sur l'équation fondamentale de Schrödinger ci-dessus et la symétrie CPT,

« La Mécanique quantique est inadaptée à la description de phénomènes où le temps ne peut aller que du présent vers le futur, notamment ceux qui sont irréversibles. »

Pourtant, ces phénomènes sont nombreux en physique atomique. Exemples :

- Désintégration spontanée de particules par radioactivité, où une particule désintégrée ne peut spontanément se recomposer ; c'est un changement d'état, qui n'est donc pas régi par l'équation de Schrödinger et n'est pas une évolution.
- Désexcitation spontanée d'un atome qui revient à son état d'énergie fondamental en émettant un photon, et qui ne peut de lui-même s'exciter de nouveau pour revenir à l'état précédent ; même remarque que ci-dessus, c'est un changement d'état.
- Mesure d'un résultat, qui interfère nécessairement avec le système mesuré, nous l'avons déjà signalé : *toute mesure de physique atomique entraîne une irréversibilité*. Il y a là un problème que la physique quantique a donc été obligée de prendre en compte en plus de l'équation fondamentale de Schrödinger. Nous dirons plus bas quelques mots sur l'irréversibilité au sens Mécanique quantique et au sens thermodynamique.

  Insistons sur un point : l'équation de Schrödinger décrit l'évolution dans le temps et l'espace d'un système *tant que celle-ci est symétrique*. Elle ne décrit pas l'évolution irréversible qu'est la décohérence, qui transforme une superposition d'états en un état unique choisi parmi les valeurs propres de l'observable du dispositif. *Ce choix d'état unique est stochastique, la Mécanique quantique prévoyant la fréquence d'apparition de chaque valeur possible*.

5.3.7.2 Inadaptation à la gravitation et à son espace courbe relativiste

La Mécanique quantique suppose aussi un espace *plat*, donc l'absence d'effet gravitationnel de courbure de l'espace, résultant de la présence d'une masse selon la Relativité générale. Les efforts des scientifiques depuis les années 1930 pour développer une physique à la fois quantique et relativiste n'ont abouti qu'à des progrès théoriques, invérifiables du fait des énergies mises en œuvre.

Il est possible, comme le suggère [25] pages 475 et suivantes, que la décohérence spontanée - choix stochastique d'un état parmi tous ceux qui existent simultanément en superposition - provienne (en plus d'autres causes comme l'agitation thermique) de l'influence perturbatrice de la gravitation, avec sa courbure d'espace ; la gravitation est la seule des 4 forces fondamentales à pouvoir agir sur l'état quantique cohérent lorsqu'on passe de l'échelle atomique à l'échelle macroscopique. Cette possibilité est vraisemblable au vu des conclusions de l'expérience de décohérence faite au laboratoire LKB de l'Ecole Normale Supérieure [96], mais nous n'avons pas encore de théorie vérifiable unifiant la Mécanique quantique et la Relativité (voir le paragraphe *Validité des lois de la Mécanique quantique à l'échelle macroscopique*).

5.3.7.3 Etats finaux d'un système macroscopique

La possibilité que l'état initial d'un système ait pour conséquences possibles après évolution *plusieurs* états finaux, équiprobables ou non, existe même à l'échelle macroscopique dans des situations particulières. C'est ainsi que lors de l'écoulement turbulent d'un fluide (écoulement dont le vecteur vitesse en un point critique peut subir des variations irrégulières de direction et de grandeur), un point caractéristique P de son espace des phases peut évoluer vers n'importe lequel des points P_1, P_2, P_3, etc. : on dit qu'il y a « diffusion » dans l'espace des phases.

La diffusion est un phénomène chaotique faisant passer, à chaque transformation, un système d'un état initial *avant un point critique de bifurcation* à un état final *après bifurcation* choisi parmi plusieurs états finaux plus ou moins dispersés. *Ce phénomène est irréversible, dissipatif, et augmente l'entropie du système*.

Attracteurs de l'espace des phases

Parfois, après une certaine évolution de ce type, la présence du point représentatif de l'état du système est beaucoup plus probable au voisinage de certains points (ou courbes d'évolution) de l'espace des phases appelés « attracteurs », points (ou courbes) vers lesquels l'état converge.

A l'évidence, l'existence et le caractère chaotique du phénomène de diffusion à l'échelle macroscopique, ainsi que la convergence de son état vers un attracteur choisi parmi plusieurs, nous obligent à étendre le déterminisme statistique même en dehors de l'échelle atomique lors du franchissement d'un point de bifurcation (et seulement dans ce cas) :

- un état initial avant bifurcation peut avoir pour conséquences possibles après bifurcation *un ensemble* d'états finaux, dont *un seul* se réalisera à l'issue de chaque transformation ; la causalité est alors arborescente ;

- une transformation peut être chaotique et/ou irréversible (voir plus haut *Irréversibilité thermodynamique*).

Solution : le déterminisme étendu

Le déterminisme étendu que nous proposons plus bas tient compte des notions de diffusion, bifurcation et turbulence en décrivant leurs conditions et règles au moyen de lois d'interruption.

5.3.7.4 Equation d'un paquet d'ondes de probabilité

La position d'une particule matérielle qui se déplace conformément à l'équation de Schrödinger est décrite par un *paquet d'ondes*, superposition d'un ensemble d'ondes d'amplitude de probabilité. Ces ondes sont souvent planes et monochromatiques, de fréquences et phases différentes ; leurs amplitudes s'ajoutent en donnant une probabilité maximum de présence de la particule au centre du paquet, et une probabilité s'annulant rapidement dès que l'on s'éloigne du centre.

C'est ainsi qu'un paquet d'ondes de probabilité à une dimension se déplaçant dans la direction des *x* croissants de l'axe *Ox* a une équation de la forme :

$$\psi(x,\ t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k) e^{i[kx-\omega(k)t]} dk$$

et à l'instant *t*=0 : $\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) e^{ikx}\, dk$

où *g(k)* est la *transformée de Fourier* de $\psi(x,0)$: $g(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \psi(x,0) e^{-ikx} dx.$

Voir en annexe *Transformées de Fourier et de Laplace*.

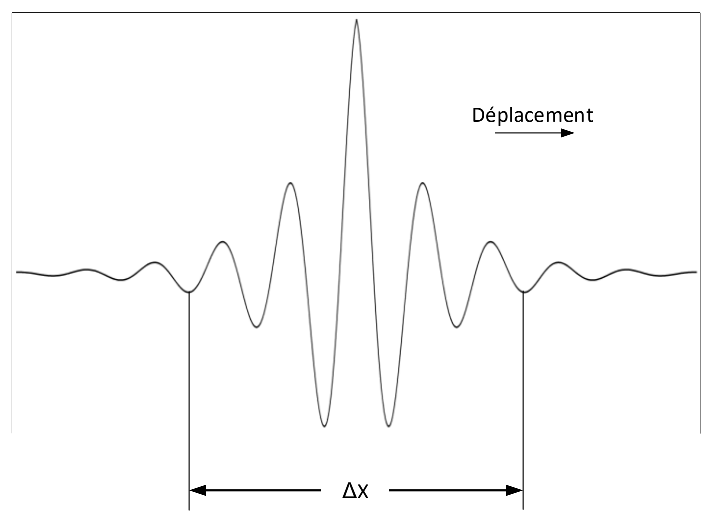
Notations :

- *t* est l'instant considéré ;
- $\psi(x,t)$ est un nombre complexe donnant l'amplitude et la phase d'une onde de probabilité de la particule au voisinage de la position *x* à l'instant *t* ;
- *g(k)* est la fonction qui détermine la distribution des amplitudes des diverses ondes composantes du paquet en fonction de la variable *k* ;
  à chaque valeur de *k* entre $-\infty$ et $+\infty$ correspond une onde du paquet ;
- ω est la pulsation (fréquence multipliée par 2π), reliée à *k*, à la masse *m* de la particule et à la constante $\hbar = \frac{2}{2\pi}$ ($\hbar$ se prononce h-barre) par la relation :

$$\omega = \frac{hk^2}{2m}$$

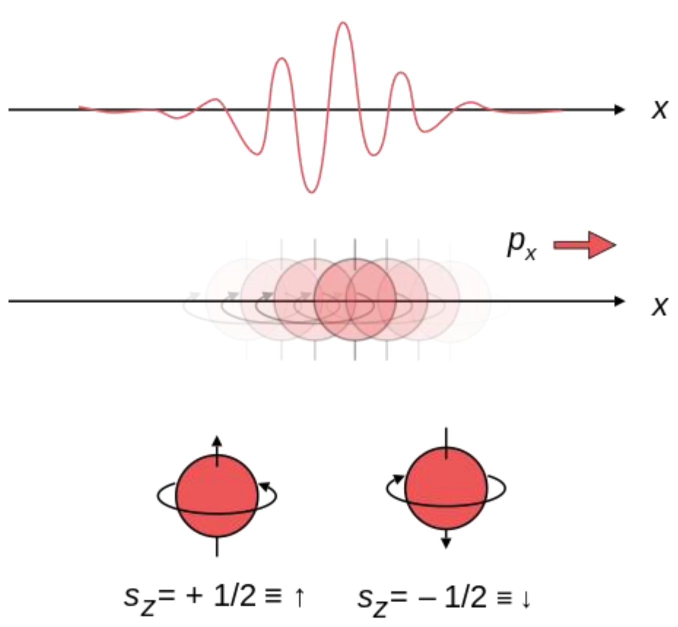
- le rapport $\frac{\omega}{k}$ est appelé v_φ, *vitesse de phase* de l'onde correspondant à *k*, égale à *c* dans le vide mais égale à *c/n(k)* dans un milieu dispersif dont l'indice vaut *n(k)*.

L'amplitude du paquet d'ondes à un instant *t* donné est représentée par le graphique ci-dessous, qui montre que la probabilité n'est significative que dans un petit intervalle *Δx* et diminue puis s'annule rapidement en dehors.



Amplitude du paquet d'ondes à l'instant *t* d'une particule qui se déplace

En somme, un paquet d'ondes accompagne une particule qui se déplace, et *c'est parce que ce paquet d'ondes a une largeur approximative Δx non nulle que la position de la particule à un instant donné ne peut être définie avec une précision meilleure qu'une demi-largeur de paquet autour de son centre*, et que la particule apparaîtrait floue si on pouvait la voir.

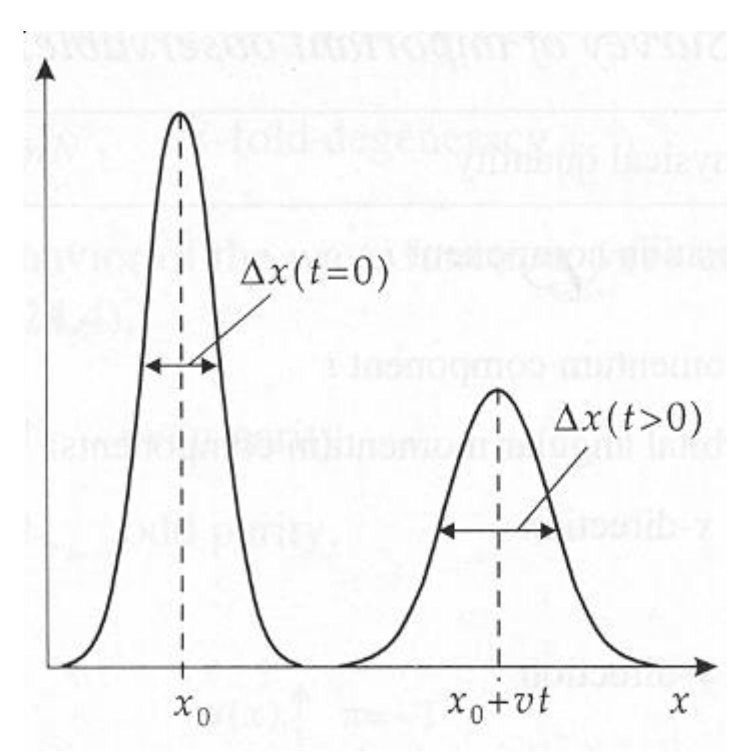


Fonctions d'onde pour une particule libre de spin ½ à un instant donné
(hors champ électromagnétique)
En haut : amplitudes du paquet d'ondes de probabilité de présence aux positions x
Au milieu : amplitudes de probabilité du moment cinétique aux positions x
En bas : les deux spins en superposition
© Microsoft Bing Creative Commons

<u>Etalement du paquet d'ondes de position d'une particule</u>

La vitesse de déplacement *v* de la particule et de son paquet d'ondes vaut 2 fois la vitesse de phase v_φ de l'onde dont le maximum est au centre du paquet.

Le temps passant, les ondes de probabilité se rattrapent et se chevauchent, et le paquet d'ondes s'étale tout en se déplaçant. Le graphique ci-dessous illustre cet étalement, en montrant que *t* secondes après l'instant initial *t=0* sa densité de probabilité maximum $|\psi(x)|^2$ a diminué et sa largeur *Δx* a augmenté.



Densité de probabilité maximum $|\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})|^2$ aux instants *0* et *t* d'un paquet d'ondes

La conséquence de cet étalement est qu'après un calcul de position qui a donné un résultat *x* à l'instant *t* (à l'incertitude *Δx* près), l'incertitude sur la position de la particule en déplacement augmente. En quelque sorte, l'image de la particule devient rapidement encore plus floue.

En Mécanique quantique la précision de position en mouvement après une estimation se dégrade rapidement, contrairement à la physique classique.

Mais (surprise !) cette dégradation n'existe pas pour la quantité de mouvement *Δp* d'une particule : *l'étalement du paquet d'ondes de quantité de mouvement à l'instant d'une évaluation reste le même après cette évaluation* :

Δp(t=0) = Δp(t>0)

Cela se comprend facilement si l'on se souvient qu'une particule libre (c'est-à-dire qui n'est pas accélérée par une variation de potentiel) a une quantité de mouvement constante.

Le train d'ondes d'un photon ne s'étale pas

Nous venons de voir l'étalement du paquet d'ondes accompagnant une particule de masse non nulle, c'est-à-dire un corpuscule.

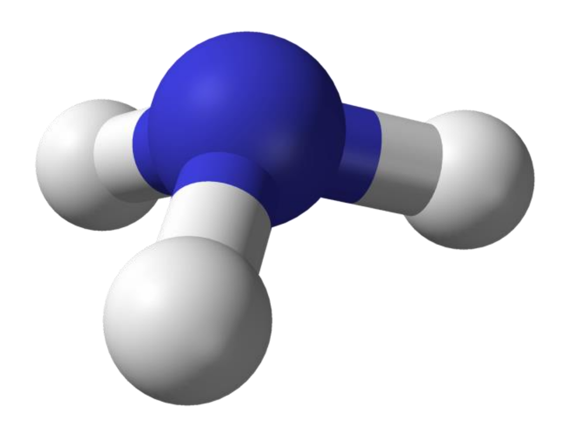
Pour un photon, de masse toujours nulle, les choses sont un peu différentes. L'onde électromagnétique du photon dure le temps τ que met un atome à l'émettre en passant d'un niveau d'énergie à un niveau inférieur. La vitesse de cette onde et du photon est la vitesse de la lumière, *c*. Si on connaît l'atome émetteur, on connaît ses divers niveaux d'énergie, la fréquence ν du photon et la longueur de l'onde émise (celle de sa suite d'alternances : $c\tau$). L'incertitude sur la fréquence ν du photon et sa longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{\nu}$ proviennent des incertitudes sur les différences entre deux niveaux d'énergie de l'émetteur. L'incertitude *Δx* sur la position du photon est égale à sa longueur d'onde, et l'incertitude sur son impulsion s'en déduit en appliquant le *Principe d'incertitude de Heisenberg*. *Il n'y a pas d'étalement dans le temps*.

Si on fait passer de la lumière monochromatique à travers une fente qu'on ouvre pendant un court instant puis qu'on referme, il y a une incertitude sur la durée d'ouverture de la fente, donc une incertitude sur la longueur du train d'ondes lumineuses qui l'a franchie.

5.3.7.5 Superposition d'états, cohérence et décohérence

Résultat d'une évolution selon l'équation de Schrödinger : états superposés

Les équations d'état de la nature qui décrivent à la fois des *évolutions* et des *situations* (états d'un système), comme celle de Schrödinger, n'ont pas *une* mais *un ensemble* de solutions : c'est le cas, par exemple, à l'échelle atomique, où une molécule tétraédrique d'ammoniac NH_3 peut se synthétiser *sous deux formes en même temps* (on les dit *superposées*), formes où l'atome d'azote est à la fois d'un côté et de l'autre du plan des 3 atomes d'hydrogène.



Molécule d'ammoniac NH_3 – Bleu : atome d'azote N – Gris : atomes d'hydrogène H
Les liaisons chimiques entre l'azote et les hydrogènes partagent un électron

Si des expériences, faites à l'échelle macroscopique humaine (où la superposition d'états ne peut pas apparaître), tentent de déterminer de quel côté du plan des hydrogènes se trouve l'azote, les réponses le trouveront aussi fréquemment d'un côté que de l'autre, chacun avec une probabilité de 50% ; on ne le trouvera pas des deux côtés à la fois à l'échelle macroscopique car deux molécules NH_3 ne peuvent partager la masse-énergie initiale. Mais ce n'est pas là du hasard, c'est de l'imprévisibilité : la perturbation introduite à l'échelle atomique par l'intervention brutale d'une mesure macroscopique se produit aussi souvent dans un sens que dans l'autre, sans que nous puissions en imposer un en particulier.

Il existe donc dans la nature des systèmes comprenant simultanément plusieurs états, avec des propriétés d'ensemble (comme la masse ou la charge électrique) qui sont celles d'un seul état (ci-dessus : une seule molécule NH_3) ; de tels systèmes sont dits « dans un état superposé ». A l'échelle macroscopique de son expérience, l'homme ne connaît pas et ne se représente pas de tels systèmes, mais leur existence est une certitude confirmée par l'expérience [200] comme par la théorie.

Choix d'un état final unique par décohérence

Une transformation faisant passer une superposition d'états à l'échelle atomique à un état unique à l'échelle macroscopique est appelée *décohérence* ; elle est due à l'interférence entre des forces de l'échelle macroscopique et le système superposé minuscule de l'échelle atomique, interférence qui n'est pas régie par une loi physique particulière mais dépend de chaque concours de circonstances. C'est pourquoi l'état unique final observé ne peut être prévu : on sait seulement qu'il correspond à une des solutions possibles (valeurs propres) de l'équation des états superposés, ensemble prédéterminé dont chaque élément est prédictible avec sa probabilité d'occurrence. Voir Evolutions multiples simultanées suivies de décohérences.

> *Les équations de Schrödinger qui décrivent l'évolution d'un système dans le temps et l'espace peuvent avoir des solutions multiples, parfois même une infinité, là aussi en superposition : un système à l'échelle atomique peut évoluer vers un ensemble d'états superposés existant en même temps (dits cohérents, intriqués ou non), que cela choque notre bon sens ou non.*

Conclusion

Cette distribution statistique de résultats n'est pas due au hasard : la distribution des états superposés de NH_3 « 50% au-dessus du plan des hydrogènes + 50% en dessous » résulte de l'équation déterministe de Schrödinger, pas du hasard. Elle fait partie des cas où la nature se détermine par ensembles et non par une solution.

Remarque

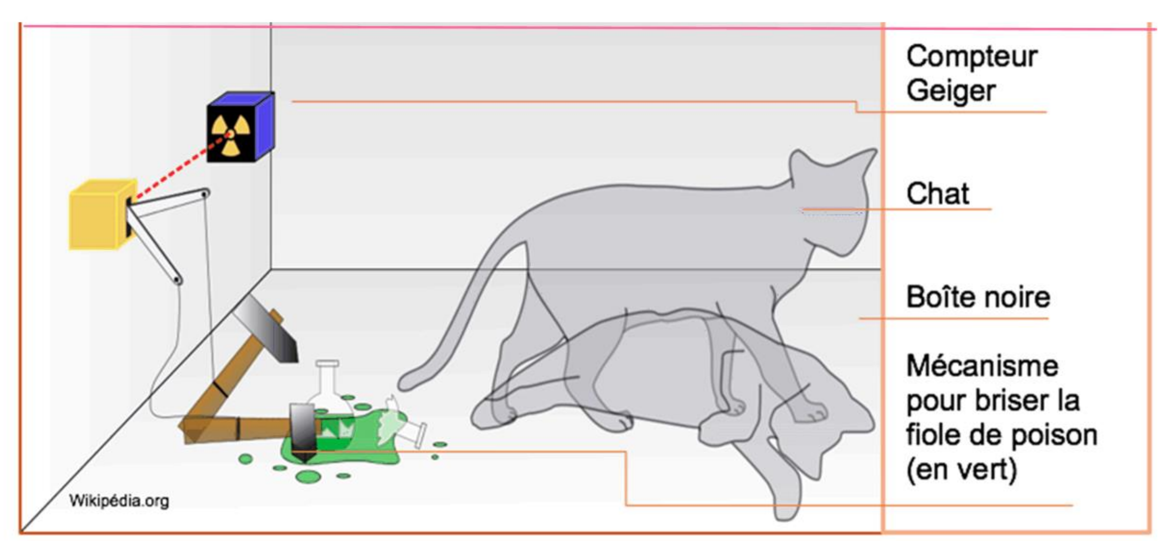
Les deux positions stables de l'atome d'azote par rapport au plan des 3 hydrogènes peuvent exister alternativement au lieu de simultanément, le passage de l'une à l'autre se produisant par *effet tunnel* avec une fréquence calculable observée en astronomie. Les états superposés sont alors remplacés par des états alternés ([95] pages 453 et suivantes).

5.3.7.6 Le chat de Schrödinger

(Citation de [97])

L'expérience du chat de Schrödinger fut imaginée en 1935 par Erwin Schrödinger, afin de mettre en évidence des lacunes supposées de cette description du monde.

L'idée de Schrödinger consiste à placer un chat dans une boite fermée […]. Cette boite est pourvue d'un système destiné à tuer le chat. Ce système est constitué d'un flacon de poison, d'une petite quantité de matière radioactive et d'un compteur Geiger. Lorsque la première désintégration d'un noyau radioactif se produit, le compteur Geiger réagit en déclenchant un mécanisme qui casse le flacon et libère le poison mortel. Ainsi, la désintégration d'un noyau radioactif, un processus microscopique, se traduit par la mort du chat, un événement macroscopique.



Expérience du chat de Schrödinger - © Wikimédia Creative Commons

La désintégration d'un noyau radioactif est un processus purement quantique qui se décrit en termes de probabilités. Il est impossible de prévoir quel noyau se transformera en premier ou quand cette désintégration se produira. La seule chose que nous puissions calculer est la probabilité qu'un certain nombre de noyaux se soient désintégrés après un temps donné. Nous pouvons par exemple choisir une substance radioactive de telle façon qu'après cinq minutes il y ait 50% de chances qu'un noyau se soit désintégré et 50% de chances que rien ne se soit produit.

[Phase 1]

Fermons donc la boite et patientons cinq minutes. Puisque la désintégration radioactive s'exprime en termes de probabilités, le sort du chat ne peut être décrit qu'en termes similaires. Après cinq minutes, nous pouvons prédire qu'il y a 50% de chances que le chat soit mort et 50% de chances qu'il soit vivant, mais nous ne pouvons être certains de son état.

Dans l'interprétation traditionnelle de la mécanique quantique, le chat n'est alors ni mort, ni vivant : il se trouve dans une superposition de ces deux états. Ce n'est que lorsque nous ouvrons finalement la boite [Phase 2] que l'un des deux états possibles devient [pour nous] la réalité. Le chat est alors soit vivant, soit mort.

L'interprétation traditionnelle de la mécanique quantique pose donc un problème. Il est possible d'imaginer qu'une particule se trouve dans une superposition d'états, chacun affecté d'une certaine probabilité. Ceci devient en revanche très difficile lorsque l'on considère un objet macroscopique

comme le chat en question. L'idée d'un animal ni mort ni vivant, mais dans une superposition de ces états, est plutôt difficile à accepter.
(Fin de citation)

Commentaires sur cette expérience et sa conclusion

- Quel est l'état du chat ?
  - Phase 1 : c'est un état dynamique, traduisant l'évolution : *superposition* d'un état "mort" (probabilité 50%) et d'un état "vivant" (probabilité 50%). Mais cet état ne peut être considéré comme un résultat, car tant que l'expérience dure (la boîte du chat reste fermée) son résultat n'existe pas. A l'échelle atomique un résultat est toujours créé par une mesure, avant il n'existe pas.
  - Phase 2 : c'est un état macroscopique, OU mort OU vivant. L'ouverture de la boîte a mis un terme à l'expérience : son résultat peut être annoncé.
- L'idée d'une superposition d'états « chat vivant » + « chat mort » choque notre bon sens. La Mécanique quantique ne prévoit la superposition qu'en tant qu'état virtuel dont on sort par une interaction (comme une mesure) avec l'environnement du système.
- Mais de très nombreuses expériences d'états multiples ont été observées depuis 1935, par exemple [96]. Nous devons donc accepter la réalité, à l'échelle atomique, d'un mode d'existence virtuelle de type *états cohérents*, état de la matière où le système a conservé les valeurs de variables comme les totaux de masse et de charge électrique qu'il avait avant la génération des particules corrélées.
- La durée de vie d'une superposition d'états est en général extrêmement courte pour un système macroscopique, trop courte pour être mesurée. Pour un système à l'échelle atomique elle est d'autant plus courte que ses interactions avec son environnement macroscopique sont importantes, du fait de sa taille, de l'agitation thermique, du contact avec un instrument de mesure, etc.

  Exemple : dans l'ordinateur quantique Rigetti, la durée d'une superposition d'états à une température de supraconductivité de 1°K est au maximum de 90 µs [98].

Conclusion

L'interprétation des résultats de la Mécanique quantique n'est pas évidente. Il a fallu du temps à Max Born après la publication de l'équation de Schrödinger en 1926 pour la clarifier. Nous abordons ce sujet au paragraphe suivant.

5.3.8 La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique

(Citation de [313] pages 19-20)
La mécanique quantique explique pourquoi il y a des atomes, pourquoi ils sont stables et pourquoi ils ont des propriétés chimiques distinctes. Elle décrit la manière dont ils peuvent se combiner en molécules diverses et fonde notre compréhension des formes de ces molécules, ainsi que de leurs interactions : la vie serait incompréhensible sans le [modèle] quantique. Du comportement de l'eau aux formes des protéines, en passant par la transmission d'informations par l'ADN et l'ARN, tout, en biologie, ressort du quantique.

La mécanique quantique explique les propriétés des matériaux : pourquoi un métal conduit l'électricité tandis qu'un autre est isolant. Elle explique la lumière et la radioactivité. Elle est à la base de la physique nucléaire. Sans elle, nous ne comprendrions pas comment brillent les étoiles. Sans elle, nous n'aurions jamais inventé les puces électroniques et les lasers, à la base d'une large part de notre technologie. Elle constitue le langage même que nous utilisons pour décrire le Modèle standard de la physique des particules, qui résume tout ce que nous savons à leur propos, y compris leurs interactions.
(Fin de citation)

A l'échelle atomique, l'effet des lois physiques régissant l'évolution des particules (électrons, protons, etc.), libres ou plongées dans un champ électromagnétique, se calcule avec un outil mathématique appelé Mécanique quantique.

> Les lois d'évolution de la nature sont les mêmes qu'à l'échelle macroscopique, et le passage entre cette échelle et l'échelle atomique se fait sans discontinuité, par application du *Principe de correspondance*. Mais pour décrire les détails et prévoir les évolutions à l'échelle atomique il faut utiliser la Mécanique quantique, qui implique une interprétation probabiliste des résultats.

Exemple : la structure atomique et les changements d'état des éléments du *Tableau périodique des éléments chimiques* se calculent en Mécanique quantique.

L'outil fondamental de la Mécanique quantique est l'équation de Schrödinger, qui décrit l'évolution dans le temps et l'espace d'une particule ou d'un système dans un champ de force électromagnétique. Cette équation *parfaitement déterministe* permet une prévision d'évolution, mais cette prévision donne des lois inattendues car les *prédictions* de résultats ne peuvent être que statistiques, entachées d'indéterminations et de limitations.

> **« La Mécanique quantique ne prédit pas des positions, des vitesses ou des énergies ; elle prédit des fréquences d'apparition de ces grandeurs dans des expériences identiques répétées. »**

> **« C'est l'expérience qui crée un résultat d'évolution, ensemble de valeurs propres d'une observable ; pendant l'expérience ces valeurs n'existent pas ; après l'expérience la mesure a réduit l'ensemble à une des valeurs propres, et d'une façon non déterministe car dissipative. »**

Unicité de la Mécanique quantique et de sa théorie sous-jacente

Appliquer l'outil qu'est la Mécanique quantique en faisant les calculs qu'elle permet implique l'acceptation de sa théorie sous-jacente, basée sur l'action d'un champ électromagnétique sur une particule, action dérivée des équations de Newton et Maxwell. Outil et théorie sont utilisés avec succès depuis près d'un siècle, sans découverte d'un vice rédhibitoire. Mais loin d'avoir démontré que d'autres outils et théories sont impossibles, nous en connaissons (l'onde-pilote de Bohm, par exemple) qui n'ont pas la même popularité…

Exemple de différence entre physique newtonienne et physique quantique

La physique newtonienne est régie par le déterminisme scientifique, où une évolution prédit un résultat unique. La physique quantique de l'échelle atomique est régie par le déterminisme statistique, ses évolutions de système sont décrites par la Mécanique quantique et prédisent un ensemble de résultats simultanés. Ces résultats sont *cohérents*, en ce sens qu'ils partagent la masse-énergie du système initial.

Lire d'abord ci-dessus le paragraphe *Fonction d'onde* et son sous-titre *Amplitude de probabilité de présence*.

Alors que les lois du mouvement de Newton permettent de savoir qu'un point matériel parti de la position $\boldsymbol{r}_1$ à l'instant t_1 avec une loi de vitesse $\boldsymbol{v}(t)$ atteint la position $\boldsymbol{r}_2$ à l'instant t_2, la Mécanique quantique calcule l'amplitude de probabilité pour qu'il atteigne $\boldsymbol{r}_2$ à l'instant t_2, fonction $K(\boldsymbol{r}_1, t_1, \boldsymbol{r}_2, t_2)$ qu'elle appelle *propagateur de l'équation de Schrödinger régissant le mouvement du point*.

Cet exemple montre que **la Mécanique quantique substitue des probabilités à des certitudes du déterminisme scientifique**. Ce comportement relève d'un autre déterminisme, le *déterminisme statistique* ; il n'y a là aucun hasard, seulement le fait que le résultat prédictible porte sur un ensemble, dont chaque élément a une probabilité ou une amplitude de probabilité d'être choisi. Le choix d'une solution de l'équation (élément de l'ensemble) est *ultérieur* à l'évolution proprement dite, il est arbitraire et ne peut être décrit par la loi d'évolution ; *on ne peut donc qualifier cette loi de non-déterministe*.

La Mécanique quantique est un outil mathématique de calcul, il ne constitue pas une science expérimentale de l'infiniment petit, rôle que tient la *physique quantique*. Et en tant qu'outil, elle présuppose l'absence de gravitation, donc la Relativité restreinte, hypothèse cohérente avec le fait que la force de gravitation est négligeable devant la force électromagnétique prise en compte par l'équation de Schrödinger.

On ne peut effectuer une mesure à l'échelle atomique sans perturber son objet

Une mesure à l'échelle atomique implique un échange d'énergie. Détecter un photon, par exemple, implique de l'absorber dans le détecteur ; et une fois absorbé on sait qu'il existait, mais on n'en dispose plus.

> **« Il n'existe pas de mesure, à l'échelle atomique, qui ne perturbe le système mesuré ; la mesure doit donc faire partie de l'expérience. »**

Ce que nous apprend la Mécanique quantique
L'équation de Schrödinger donne des résultats à interprétation statistique pour des variables comme la position, la vitesse ou l'énergie ; ainsi, une particule en mouvement n'a pas une position précise à un instant donné : cette position se définit dans un petit volume autour d'un point arbitraire considéré, avec une probabilité qui dépend de la position considérée comme de la taille de ce volume. A un instant donné :

> **« Un corpuscule est à une infinité d'endroits à la fois, certaines de ses positions étant plus probables que d'autres. »**
>
> On peut considérer cette infinité de positions simultanées de probabilités différentes comme une sorte d'image floue, plus nette là où la probabilité de présence est plus forte. Bien entendu, la masse totale de la particule reste inchangée, position répartie ou pas.

De même, la vitesse de cette particule à cet instant-là se définit dans un petit volume entourant la position considérée, et l'équation donne une distribution statistique des vitesses autour de chaque point de l'espace, avec une probabilité pour une valeur donnée fonction du volume considéré.

> **« En tout point de l'espace un corpuscule a une distribution statistique des vitesses. »**

Donc :

> **« La trajectoire d'une particule n'est pas une courbe, c'est un volume d'espace dont les divers points ont des probabilités différentes d'y trouver la particule à un instant donné et dans un voisinage donné. »**
>
> **« Entre un point de départ et un point d'arrivée précis, une particule peut parcourir une infinité de trajectoires à la fois, certaines plus probables que d'autres, mais toutes commençant et se terminant ensemble. »**

« Un système peut se trouver dans plusieurs états à la fois (états dits *superposés*) », même si cela défie notre capacité intuitive de représentation. Chacun de ces états a une probabilité d'apparaître à l'échelle macroscopique, l'ensemble des états ayant une probabilité totale de 1, c'est-à-dire une certitude d'existence.

> Cette multiplication d'états simultanés ne viole nullement des lois de conservation de l'échelle macroscopique comme celles de la masse ou de la charge électrique : si un système à l'échelle atomique a une masse *m* au début d'une évolution qui le transforme en une infinité d'états superposés, la somme des masses de ceux-ci sera la même : *m*.

La Mécanique quantique ne permet pas de prédire le comportement précis *d'un* atome, mais elle permet de prédire *les propriétés moyennes d'un grand ensemble* d'atomes.

La non-localité de particules intriquées
Autre nouvelle sorte de réalité en Mécanique quantique, la *non-localité* : deux ou plusieurs particules, émises en même temps et partageant une énergie totale, sont indissociables (on les qualifie d'*intriquées*) ; si l'une s'éloigne (on a testé jusqu'à 144 km avec des photons [96]) elles continuent à former un groupe indissociable d'objets : si on intervient sur l'un des objets du groupe, tous les autres sont impactés *instantanément* (en zéro seconde, plus vite même que si l'information allait à la vitesse de la lumière) : ce groupe constitue un objet unique, quelle que soit sa taille.

> **« En physique quantique plusieurs particules peuvent former un groupe intriqué sans limite de taille. »**

Enfin, selon l'expérience, un même système peut avoir un comportement corpusculaire (celui d'un petit objet) ou un comportement ondulatoire (celui d'une onde, avec - en tenant compte des phases - des effets d'addition ou d'interférence).

> **« Selon l'expérience, un système peut paraître onde ou corpuscule. »**

Conclusions
A l'échelle atomique, la compréhension, la prévision d'évolution et la prédiction des valeurs des variables passent par des distributions statistiques définies mathématiquement ; on ne voit jamais une particule (trop petite !), on calcule ses paramètres à l'aide d'équations. Il faut accepter l'existence de nouveaux types de réalité, des *réalités statistiques*.

A cette échelle-là, il y a donc un *déterminisme statistique*. Les lois d'évolution des particules et systèmes (les équations) sont toujours déterministes au sens traditionnel, mais leurs résultats doivent être interprétés de manière probabiliste et certaines questions précises restent nécessairement sans réponse, comme dans le cas de la décomposition radioactive.

5.3.8.1 Apports de la Mécanique quantique à la Physique atomique

La Mécanique quantique nous apprend trois caractéristiques fondamentales de la Physique de l'échelle atomique :

- La quantification et sa conséquence, le dualisme onde-particule ;
- Les relations entre particules et la Mécanique quantique relationnelle ;
- Les indéterminations.

5.3.8.1.1 La quantification

Quantification de la matière et de l'énergie

La matière et l'énergie ne sont pas continues, mais quantifiées.

- Les grains de matière sont des atomes, parfois structurés en molécules ;
- Les grains d'énergie sont des photons, les niveaux d'énergie potentielle des atomes sont quantifiés, les moments cinétiques aussi, il y a un spin, etc.

Le caractère granulaire peut coexister avec la continuité, par exemple dans la dualité ondes-particules.

Quantification du nombre d'états quantiques d'un système

La quantification affecte aussi le nombre d'états quantiques indépendants dans lesquels un système donné peut se trouver.

> Exemple cité par [272-4] page 120 note 11 : l'amplitude des oscillations d'un pendule mesurée entre 5 et 6 centimètres. En physique traditionnelle c'est une variable continue qui a une infinité de valeurs possibles. Mais compte tenu de la Mécanique quantique, ce nombre est fini ; voici pourquoi.

En représentant l'état quantique d'un système par un vecteur dont les composantes sont les variables de l'état, on dit que deux états quantiques sont indépendants (on dit "orthogonaux" en langage mathématique) si et seulement si le produit scalaire de leurs vecteurs est nul. Dans l'exemple du pendule ci-dessus l'état quantique est un vecteur à une composante : l'amplitude des oscillations. Le nombre de valeurs indépendantes de cette composante est son nombre d'états quantiques orthogonaux N. Or un théorème général montre que dans une région de l'espace des états de volume V où un système a L degrés de liberté on a, h étant la constante de Planck :

$$N = \frac{V}{h^L}$$

Ainsi, avec une amplitude possible entre 5 et 6 cm de "volume" V=0.01 m, L=1
et h=6.62618 $.10^{-34}$ on trouve N=0.15 $.10^{32}$ états distincts. Cela fait beaucoup d'amplitudes possibles, mais pas une infinité.

Conséquence de la quantification : le dualisme onde-particule

Einstein a montré qu'une onde électromagnétique de fréquence donnée, qui se propage dans tout l'espace de façon continue dans l'espace comme dans le temps, transporte son énergie en "paquets" identiques, les photons. Elle a deux comportements, apparaissant un à la fois selon les circonstances.

5.3.8.1.2 Les relations entre particules et la Mécanique quantique relationnelle

Selon les belles définitions de [272-4] page 123 :

"La théorie [de la Mécanique quantique] ne décrit pas comment les choses « sont », mais comment elles se produisent et comment elles influent les unes sur les autres."

"Le monde de la Mécanique quantique n'est pas un monde d'objets : c'est un monde d'événements élémentaires, et les choses se construisent sur le devenir de ces événements élémentaires."

Autrement dit : *la réalité est relation* (détails dans [301]).

Une situation n'existe qu'en tant que résultat d'une évolution qui interagit avec un autre système : voir *Postulat de causalité : principe de raison*.

1. Relations entre particules
La *Théorie quantique des champs* décrit les relations entre particules par l'intermédiaire de bosons. Cette théorie explique et précise les notions d'action à distance et d'interaction, désormais quantifiées.

2. Mécanique quantique relationnelle
Sources : [272-4] et [301]

La Mécanique quantique relationnelle (RQM) est une interprétation de la Mécanique quantique publiée à partir de 1996 par Carlo Rovelli dans le cadre de ses recherches sur la Gravitation quantique (QG). C'est un perfectionnement de l'interprétation de Copenhague basée sur le postulat suivant :

Postulat de relativité
Dans une expérience donnée :

> « La distribution des probabilités des valeurs prédites de variables d'un système *S* par rapport à un système *S'* dépend de valeurs passées de variables de S par rapport à *S'* mais pas de valeurs passées par rapport à un autre système *S"* ».

Autrement dit :

> « La distribution des probabilités des valeurs prédites de variables d'un système *S* par rapport à un système *S'* ne dépend que de valeurs passées de variables de S par rapport à *S'*. »

Ou encore :

> « Les valeurs prédites de variables d'un système *S* sont relatives à un seul autre système, *S'*. »

Les prédictions de valeurs d'une expérience ou d'un système *S* qui évolue n'ont de sens que dans le cadre d'une relation entre *S* et *S'* qui exclut toute variable d'un autre système *S"*.

> Analogie : les valeurs de variables de *S* sont par rapport à *S'* comme la position d'un point est par rapport à un référentiel, elle est relative à ce système.

Ce postulat est une affirmation du déterminisme statistique (parce qu'il y est question d'une distribution des probabilités de valeurs prédites) et en supposant que la cause des valeurs des variables est l'application d'une loi.

Postulats des variables de la Mécanique quantique relationnelle
Par définition, une *variable relative* est une variable dont la valeur dépend de deux systèmes : définie dans le cadre de la relation entre ces systèmes, cette variable est dite *relationnelle*. Pour la Mécanique quantique relationnelle toutes les variables sont relationnelles.

> « La variable *A* d'un système *S* de la Mécanique quantique relationnelle n'est définie (par rapport à un système *S'*) que lors d'une interaction de *S* avec *S'* dont le résultat dépend de *A* ; avant cette interaction elle n'a aucune valeur. Cette interaction est un événement qui se produit à un instant précis, elle est intrinsèquement discrète. »
>
> « Il n'existe pas de variable d'un système *S* qui a une valeur absolue, indépendante de tout autre système. En Mécanique quantique relationnelle toute variable *A* de *S* est relationnelle : elle n'est définie que par rapport à un autre système, *S'*, et à l'instant de l'interaction de *S* avec *S'* où elle intervient. »

Ces postulats s'opposent au réalisme qui veut que les variables physiques aient une valeur qui existe toujours (qui est toujours définie), même en l'absence d'interaction avec un autre système. Cette opposition prend tout son sens en Physique quantique, alors qu'elle n'a pas de raison d'être en Physique macroscopique.

> « Le résultat (en probabilités) de l'évolution du système *S* par rapport au système *S'* dépend des valeurs des variables de *S* dont l'évolution affecte *S'*, mais pas de la manière dont cette évolution affecte un autre système, *S"*.

Perspective d'un système observateur
Par définition, l'ensemble des événements qui affectent un système *S'*, avec leurs probabilités de survenance, constituent la « perspective de l'observateur *S'* ».

Des observateurs distincts peuvent donc voir un même ensemble d'événements de manière distincte, chacun à sa façon.

N'importe quel système *S'* peut être observateur d'événements de Mécanique quantique qui l'affectent, pour des variables d'un système *S* qui interagit avec *S'* selon les valeurs de ces variables.

La Mécanique quantique relationnelle n'est donc pas une théorie de la dynamique d'une entité ψ qui contient tout ce qu'on peut savoir d'un phénomène. C'est une théorie de notre expérience habituelle, décrite par les valeurs que des variables physiques classiques ont lors d'interactions, et une théorie des évolutions qui prédit les probabilités de leurs résultats.

5.3.8.1.3 Les indéterminations

Comme le rappelle [272-4] page 125 :

[A l'échelle atomique] "le futur n'est pas déterminé de manière univoque par le passé. Même les régularités les plus rigides parmi celles que nous voyons sont en réalité seulement statistiques."

Le *Principe d'incertitude de Heisenberg*, le *Principe d'exclusion de Pauli*, *l'Incertitude contextuelle de Kochen-Specker*, la non-séparabilité et d'autres lois d'interruption remplacent le déterminisme scientifique par un déterminisme statistique où le résultat est un ensemble au lieu d'une valeur unique.

Ainsi, les variables étant indéterminées, leur valeur fluctue sans arrêt. Nous avons vu, par exemple, que la stabilité de la densité d'énergie en un point de l'espace est remplacée par des fluctuations quantiques ou thermiques. La valeur d'une variable "continue" en un point de l'espace étant affectée d'une densité de probabilité, on peut la considérer :

- soit comme ayant toutes les valeurs possibles à la fois, ce qui la fait apparaître floue si on la regarde pendant un certain temps ;
- soit comme changeant constamment de valeur, s'agitant follement, si on la regarde pendant de brefs instants.

Certains résultats n'existent plus que lors d'une interaction, etc.

Ces sujets sont développés ci-dessous.

5.3.8.2 Expériences et premières lois de la physique atomique

Complément sur l'histoire de la physique quantique : [99].

5.3.8.2.1 Planck : les rayonnements électromagnétiques sont quantifiés

En 1900, en étudiant le rayonnement du corps noir (surface qui absorbe tous les rayonnements reçus), Max Planck constata que les échanges d'énergie électromagnétique d'une longueur d'onde donnée se faisaient par quantités discrètes, toujours multiples d'un même quantum appelé par la suite *photon*.

Le caractère discret de ces échanges était révolutionnaire, car les ondes électromagnétiques sont régies par les lois continues de Maxwell. Selon l'expérience, la lumière était donc tantôt corpusculaire (comme l'avait imaginé Newton) et tantôt ondulatoire comme l'expliquait Maxwell. Chaque photon de fréquence ν avait une énergie cinétique $E = h\nu$, proportionnelle à la fréquence. Et le coefficient multiplicateur *h* s'avéra être une constante de l'Univers : on l'appela *constante de Planck* $h = 6.62618 \,.10^{-34}$ joule **.**seconde et Max Planck reçut un prix Nobel en 1918.

5.3.8.2.2 Einstein et l'effet photoélectrique

Une surface métallique éclairée par un rayonnement d'énergie suffisante émet des électrons : c'est *l'effet photoélectrique*. En 1905, Einstein expliqua la constatation de Planck : pour un métal donné, il existe une fréquence ν_0 en dessous de laquelle il n'émet pas d'électrons *quelle que soit l'intensité lumineuse reçue* ; en outre, l'émission commence dès que le métal est éclairé : il n'y a aucun délai. L'émission de chaque électron s'explique par l'absorption par son atome d'un photon ; cette expulsion d'électron n'est possible que si ce photon a une énergie cinétique minimum de $h\nu_0$, le supplément éventuel d'énergie du photon étant converti en énergie cinétique de l'électron. Cette découverte valut à Einstein le prix Nobel de physique en 1921.

Einstein a donc expliqué pourquoi la lumière a une double nature : elle se déplace comme une onde et transporte de l'énergie par quanta discrets, c'est-à-dire par particules.

5.3.8.2.3 Niels Bohr et la théorie de l'atome quantifié

- On savait, au début du XXe siècle, que les spectres d'émission des gaz à basse pression étaient composés de raies fines, correspondant donc à des longueurs d'onde discrètes précises. Ces spectres différaient donc de façon fondamentale des spectres de solides divers, composés de plages continues correspondant à des intervalles continus de longueurs d'onde.

  L'interprétation de cette finesse est la suivante : un atome d'un élément donné n'émet ou n'absorbe que des photons de certaines fréquences - donc certaines énergies et longueurs d'onde - bien déterminées. Chaque absorption ou émission d'un photon de fréquence ν par un atome correspond à un changement de niveau d'énergie potentielle d'un électron de l'atome ; elle augmente ou diminue l'énergie de l'atome de la valeur exacte $h\nu$, où h est la constante de Planck ou "quantum d'action".

  « L'énergie potentielle d'un atome est donc quantifiée : elle ne peut prendre que certaines valeurs discrètes. »

- On savait aussi que des particules alpha (noyaux d'hélium ionisé) rapides bombardant des atomes d'or rebondissaient parfois, ce qui prouvait que ces atomes avaient un noyau chargé positivement comme les particules alpha.
  En supposant que tous les atomes avaient un noyau positif et des électrons négatifs qu'un rayonnement d'énergie suffisante pouvait expulser, Ernest Rutherford conçut un modèle atomique ressemblant au système solaire : un noyau positif est entouré d'électrons négatifs tournant autour. Le problème de ce modèle était que, d'après les lois de Maxwell – largement vérifiées – les électrons (charges électriques tournantes) devaient rayonner leur énergie et tomber sur le noyau qui les attirait, rendant tout atome de matière instable.

En 1913, Niels Bohr expliqua le caractère discret des spectres de raies des gaz et la stabilité des orbites électroniques : il postula que les électrons ne pouvaient parcourir que des orbites discrètes, d'énergie potentielle fixe, et qu'un électron resterait sur son orbite tant qu'un rayonnement d'énergie suffisante ne l'en aurait pas expulsé. Plus précisément, le moment cinétique m_c d'un électron atomique ne pouvait être qu'un multiple d'un quantum qu'on appela $\hbar$ (h-barre) tel que

$$m_c = n\hbar, \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad h \text{ étant la constante de Planck.}$$

Le multiple n caractérisait une orbite : on l'appela *nombre quantique principal*.
Sur cette orbite stable, la force d'attraction électrostatique de Coulomb que le noyau exerce sur chaque électron est équilibrée par la force centrifuge de la rotation de l'électron, conforme à la 2e loi de Newton. La structure de l'atome a donc des niveaux d'énergie quantifiés, et un électron peut monter d'une couche à la suivante en recevant un photon ou descendre d'une couche à la précédente en émettant un photon, ce qui explique les spectres de raies.

Niels Bohr reçut le prix Nobel de physique 1922.

5.3.8.2.4 Louis de Broglie et l'unification corpusculaire / ondulatoire
C'est le français Louis de Broglie qui expliqua en 1924 pourquoi on trouve des comportements tantôt corpusculaires tantôt ondulatoires pour les particules matérielles, en théorisant les *ondes de matière* : les seules orbites électroniques stables sont celles dont la longueur est multiple d'un certain quantum. Nous avons vu cela au paragraphe *Définition de la physique quantique*.

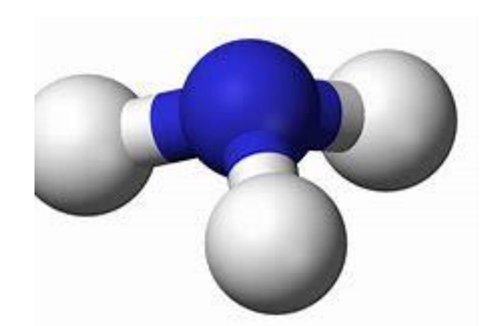
Louis de Broglie reçut le prix Nobel de physique 1929.

5.3.8.2.5 Schrödinger : naissance de la Mécanique quantique, outil de description des états stationnaires et des évolutions à l'échelle atomique
La synthèse de ces découvertes avec la Mécanique analytique d'Hamilton fut faite en 1926 par Erwin Schrödinger, qui publia la loi fondamentale d'évolution portant son nom : la Mécanique quantique était née. L'équation de Schrödinger a la même importance à l'échelle atomique que les lois de Newton à l'échelle macroscopique ; Schrödinger eut le prix Nobel en 1933.
Nous allons maintenant décrire les aspects importants de cette loi.

5.3.8.3 Evolutions multiples simultanées suivies de décohérences
L'évolution d'un système à l'échelle atomique, régie par *l'équation de Schrödinger*, peut produire des solutions où le système est un ensemble (prédéterminé) d'états superposés - c'est-à-dire existant

simultanément - dont les variables globales comme la masse totale et la charge électrique totale sont les mêmes qu'à l'origine.

Exemple
L'équation de Schrödinger prévoit que la molécule d'ammoniac NH_3 se forme avec deux états équiprobables superposés, où l'atome d'azote est d'un côté ou de l'autre du plan des trois atomes d'hydrogène.



Molécule d'ammoniac NH_3 (licence Creative Commons Microsoft Bing)

On ne peut pas, à l'échelle macroscopique humaine observer ces deux états ensemble. Si on intervient sur une molécule NH_3 pour la voir on apporte nécessairement une énergie à son état superposé, ce qui détruit la superposition : il y a *décohérence*.

Arborescence de conséquences

Dans le sens *présent vers avenir* de la formation de NH_3, la chaîne de causalité unique devient une arborescence à l'échelle atomique parce qu'à chaque fois qu'intervient une décohérence la nature choisit un seul des états finaux possibles. Ce choix *n'est pas prédictible*, car on ne peut décrire avec précision l'intervention macroscopique cause de la décohérence *:* c'est un des cas où le déterminisme des évolutions n'entraîne pas leur prédictibilité faute de connaître les conditions initiales. Donc :

> **« La décohérence est la transformation d'un système en superposition d'états quantiques en système dans *un* des états de la superposition. »**
>
> Cette décohérence n'est pas une évolution au sens déterministe, elle est régie par une loi d'interruption.

Choix d'un état final unique par décohérence

La décohérence est un changement d'état dû à l'interférence entre des forces de l'échelle macroscopique (comme celles de l'agitation thermique) et le système superposé à l'échelle atomique, interférence qui n'est pas régie par une loi physique particulière. C'est pourquoi l'état unique final observé ne peut être prévu : on sait seulement qu'il correspond à une des valeurs propres prédéterminées de l'ensemble des états superposés.

Dans le sens *présent vers passé*, la chaîne de causalité reste unique parce que chaque superposition d'états quantiques n'a qu'un seul prédécesseur : l'état initial peut être reconstitué en pensée tant que la loi d'évolution n'a pas changé (c'est-à-dire tant qu'une loi d'interruption n'est pas intervenue).

5.3.8.4 Intrication : le paradoxe métaphysique de non-séparabilité

Une propriété des systèmes physiques de l'échelle macroscopique que nous considérons a priori comme évidente est la *localité* : le caractère local d'un objet physique signifie qu'il est *ici* ou *là*, mais pas à la fois dans deux lieux éloignés : c'est le *Principe de séparabilité*, dont une conséquence a la forme :

> **« La taille d'un objet est limitée, elle ne peut croître indéfiniment ».**

On peut aussi interpréter le concept de localité comme l'impossibilité d'une action instantanée à distance, quelles que soient les circonstances envisagées.

Pourtant, selon l'expérience, l'espace local entre deux points *A* et *B* peut s'avérer :

- *Séparable*, la propagation de l'effet d'une cause située en *A* ne pouvant alors s'effectuer jusqu'à *B* plus vite que la vitesse de la lumière, conformément à la Relativité. D'où la loi :

« Tous les phénomènes de l'échelle macroscopique sont séparables. »

- *Non séparable*, la propagation étant alors instantanée, conformément à la Mécanique quantique ; c'est ce cas surprenant qui a été vérifié dans l'expérience d'Alain Aspect (lire l'intéressant compte-rendu [96]).

  A l'échelle atomique, lorsque deux ou plusieurs particules sont inséparables (forment un objet global parce que leurs états quantiques sont unis par une relation qui les rend inséparables) on les qualifie *d'intriquées* : créées ensemble, elles sont unies par cette relation même distantes de plusieurs kilomètres (exemple : deux photons de polarisations opposées). Si l'une est détruite elles cèdent leur énergie commune et disparaissent ensemble, au mépris de la limitation de vitesse d'une propagation de conséquence à celle de la lumière, car ces particules formant un tout il n'y a rien à propager. Un éventuel désir de connaître l'existence de l'une sans impacter les autres ne peut être satisfait, car toute mesure de particule à l'échelle atomique échangeant de l'énergie c'est l'énergie d'ensemble des particules intriquées qui est impactée.

  « A l'échelle atomique (et pas à une échelle plus grande) il y a des expériences où l'espace n'est pas séparable et la taille d'un groupe de particules intriquées peut croître indéfiniment. Dans ces expériences-là une action instantanée à distance est possible. »

Voici des détails sur la non-séparabilité.

5.3.8.4.1 Conséquence métaphysique des inégalités de Bell : la non-séparabilité

En 1964 (après la mort d'Einstein, qui ne croyait pas à la possibilité de non-séparabilité) John Bell établit des inégalités évaluant les corrélations entre des mesures possibles de variables entachées d'incertitude probabiliste. Ces inégalités fournissent des critères d'attribution des incertitudes sur ces variables mesurées à un manque d'informations provenant d'éventuelles variables cachées, dont Einstein soupçonnait l'existence pour rejeter les conclusions de séparabilité de la Mécanique quantique.

Corrélation de particules : l'espace physique n'est pas séparable

La théorie de Bell a été utilisée dans les expériences d'Alain Aspect [96] et d'autres physiciens. Nous avons aujourd'hui la certitude que, dans certaines circonstances :

« L'espace de la Mécanique quantique est non-séparable. »

Deux particules corrélées (on dit aussi "intriquées") peuvent être séparées par une distance aussi grande que l'on voudra tout en réagissant ensemble si l'on interagit avec l'une d'elles : l'action sur une des particules est propagée instantanément à l'autre, aussi loin qu'elle soit [96].

Un même système (une même quantité d'énergie partagée par deux ou plusieurs particules générées ensemble, évoluant au départ selon une fonction d'onde commune) peut se déformer et s'étendre sur des kilomètres tout en réagissant de façon unifiée à une action extérieure sur une « extrémité » : la conséquence de cette action se propage instantanément à tout le système, sans être limitée par la vitesse de la lumière. On dit que pour un tel système *l'espace n'est pas séparable*.

Remarques

Un observateur à une extrémité d'une expérience de particules intriquées comme ci-dessus ne peut pas, seul, savoir que ce qu'il constate (dû à l'action sur la particule à l'autre extrémité) est bien simultané avec cette action. Il ne peut le vérifier qu'à posteriori, et en supposant que des horloges aux deux extrémités ont été préalablement synchronisées, ce qui pose un problème de simultanéité à cause de la Relativité. Avec une suite d'expériences on peut, grâce aux corrélations entre apparitions et non-apparitions d'un effet, vérifier qu'il y a bien eu action à distance ; mais vérifier son instantanéité est plus difficile. En tout cas :

« On ne peut pas compter sur la non-séparabilité pour transmettre instantanément des messages à distance. »
(hélas pour les auteurs de science-fiction !)

La propriété d'intrication, qui n'apparaît qu'à l'échelle atomique, est – avec la superposition d'états quantiques – une des deux propriétés fondamentales de la physique atomique, conséquences directes de la Mécanique quantique. Toutes deux sont mises à profit dans les ordinateurs quantiques [98].

5.3.9 Principe d'incertitude de Heisenberg

Une des lois les plus importantes de la Mécanique quantique est le *Principe d'incertitude de Heisenberg*, théorème qui limite la précision possible d'une utilisation simultanée des mesures de certains couples de variables où elles sont dites « conjuguées ».

Mesure simultanée d'une position et d'une quantité de mouvement selon un axe

Ainsi, en désignant respectivement par Δx et Δp les incertitudes sur la position d'une particule en mouvement selon l'axe des x et sur sa quantité de mouvement (produit $p=mv$ de sa masse m par sa vitesse v), le principe d'incertitude impose que le produit $\Delta x . \Delta p$ soit au moins de l'ordre d'une valeur désignée par $\frac{1}{2}\hbar$, où h est la constante de Planck h = 6.6261 .10^{-34} joule .seconde (une des constantes fondamentales de l'Univers) et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ = 1.054589 .10^{-34} joule .seconde ($\hbar$ se prononce h-barre).

$$\Delta x \,.\, \Delta p \geq \frac{1}{2}\hbar, \quad \text{où} \quad \frac{1}{2}\hbar = 0.527.10^{-34} \text{ joule.seconde}$$

Exemple

Un atome de fer ayant un rayon de 1.26 angström (1Å = 10^{-10} m), supposons que l'imprécision sur la position d'un électron soit du même ordre, soit $\Delta x = 1Å$. L'incertitude sur la quantité de mouvement de l'électron est alors d'au moins $\frac{\frac{1}{2}\hbar}{\Delta x}$ = 0.53 .10^{-24} kg.m/s ; et puisque la masse au repos de l'électron est 0.9 .10^{-30}kg, l'incertitude sur sa vitesse est 0.6.10^{6} m/s, c'est-à-dire 600 km/s ! Par contre, si l'on accepte une incertitude de 1mm sur la position (incertitude énorme par rapport à la taille d'un atome), l'incertitude sur la vitesse tombe à 6 cm/s.

L'incertitude sur deux mesures simultanées doit être comprise axe par axe. C'est ainsi que la composante selon l'axe *Oz* de l'impulsion, p_z, peut être mesurée en même temps que la composante selon l'axe *Ox* de la position, x, sans que la limitation $\Delta x \,.\, \Delta p_z \geq ½\hbar$ intervienne.

Conséquences philosophiques

Le principe d'incertitude de Heisenberg a une portée philosophique très importante, que Heisenberg lui-même énonçait sous une forme qui nie les déterminismes philosophique et scientifique :

> **« Il est fondamentalement impossible de connaître tous les paramètres nécessaires à une détermination complète des processus. »**
>
> Il s'agit là des processus de formation ou d'évolution à l'échelle atomique. Une détermination complète de l'évolution d'une particule est définie comme la connaissance, à tout instant, de sa position exacte et de sa vitesse exacte. Tout couple de valeurs {position, vitesse} étant entaché d'incertitude, sa détermination complète est donc impossible. Le déterminisme statistique permet cependant une détermination de positions et de vitesses affectées de densités de probabilité, situation infiniment plus favorable que l'absence de détermination, c'est-à-dire le hasard.

Où intervient la dualité onde-particule

En somme, si pour un corpuscule en mouvement on mesure sa position avec une précision parfaite (incertitude nulle) on ne connaît pas du tout sa quantité de mouvement et on le conçoit comme une particule ; et si on mesure sa vitesse avec une précision parfaite c'est sa position qu'on ne peut préciser, on le conçoit alors comme une onde, présente dans tout l'espace. L'utilisation simultanée de mesures de la position et de la vitesse n'est possible qu'avec des incertitudes sur toutes deux.

Les mesures de deux variables conjuguées interfèrent toujours

Voici une remarque faite par [313] page 33.

L'obligation d'incertitude concerne même des mesures successives. Si par exemple, pour connaître les variables A et B dont les valeurs sont conjuguées, on mesure successivement A puis B, puis A de nouveau dans une expérience recommencée, la connaissance de B perturbera la nouvelle valeur de A de manière imprévisible : le système « se souvenant » de la mesure de B on ne retrouvera probablement pas la valeur initiale. (Si le système avait « oublié » la connaissance de B, l'incertitude sur B aurait été infinie, donc celle sur A aurait été nulle et la nouvelle mesure de A aurait été dénuée d'incertitude : il ne peut donc oublier cette connaissance.) Ce phénomène s'appelle *l'interférence*.

Critique : cette remarque donne l'impression que les mesures interfèrent, ce qui est faux. L'incertitude du principe d'incertitude de Heisenberg dépend du système, pas de l'exécution des mesures. Elle existerait même en l'absence de mesure. C'est le fait *d'utiliser* des variables mesurables de certains couples (exactement : d'utiliser leurs observables) qui entache leurs valeurs d'une incertitude ; cette

incertitude existerait même en l'absence de mesure effective, car c'est une propriété des variables de couples comme {position, quantité de mouvement} qui existe de par la conception du système. La "mémoire de valeur" et l'interférence de la remarque précédente n'existent que sous forme de propriétés intrinsèques du système lui-même. C'est pourquoi l'incertitude d'une mesure de variable d'un couple comme {position, quantité de mouvement} existe que la mesure ait été effectuée ou non. La remarque précédente était donc trompeuse. Mais hélas on a l'habitude, dans les textes sur ce sujet, d'attribuer l'incertitude aux mesures effectives, alors qu'il faudrait l'attribuer à l'utilisation des variables de certains couples, variables affectées d'incertitude.

Le principe d'incertitude de Heisenberg ne s'applique qu'aux grandeurs physiques

Conséquence du principe d'incertitude de Heisenberg sur des conditions initiales

La doctrine du déterminisme physique définit l'évolution d'un système à partir de ses conditions initiales et de la loi d'évolution qui s'applique à elles. Et lorsqu'il est impossible d'intégrer une équation différentielle d'évolution, une solution approchée est calculée pas à pas à partir de conditions initiales, nous l'avons vu au paragraphe *Evolution d'un système représentée par des équations différentielles*.

Mais d'après le principe d'incertitude de Heisenberg il est impossible, à propos d'un système, de connaître au même instant avec précision les deux variables de certains couples comme {position, quantité de mouvement} - c'est-à-dire position + vitesse. Alors, comment disposer de conditions initiales acceptables ?

La réponse résulte de la différence entre *connaître par constatation expérimentale* et *définir arbitrairement* : le principe d'incertitude de Heisenberg ne peut interdire de définir, il ne s'applique qu'aux grandeurs physiques, notamment aux mesures.

Pourquoi ne connaissions-nous pas déjà le principe d'incertitude de Heisenberg ?

Le principe d'incertitude exprime une forme d'incompatibilité entre précisions des déterminations *simultanées* de la position selon un axe de coordonnées et de la quantité de mouvement selon cet axe. La quantité de mouvement $p=mv$ n'est pas la vitesse seule, la masse y intervient tout autant. Si cette masse est minuscule, comme c'est le cas pour les particules de physique atomique, la limitation ≥ est difficile à satisfaire ; mais si la masse est de l'ordre du kilogramme (~10^{30} fois plus élevée que celle d'un électron) elle est satisfaite dans toutes les expériences de la vie courante : voilà pourquoi le principe d'incertitude de Heisenberg n'empêche jamais, à notre échelle, de mesurer simultanément une masse et une vitesse avec une excellente précision.

Utilisation simultanée d'une énergie et d'une durée – Instabilité d'une énergie

La limitation de précision de l'utilisation simultanée de deux mesures existe aussi pour un autre couple de variables conjuguées, *l'énergie ΔE et la durée Δt* :

$$\Delta E.\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$$

Cette dernière inégalité peut être interprétée comme *une instabilité ou une indétermination de l'énergie* : pour qu'une particule puisse rester à un certain niveau d'énergie (que ce niveau ne change pas trop, donc que *ΔE* soit assez petit) il faut qu'elle (ou sa mesure) dispose d'un temps suffisant.

> Cette condition était importante aux premiers temps de l'Univers pour que certaines synthèses atomiques soient possibles malgré les chocs provenant de photons de très haute énergie, qui pouvaient briser les particules composites créées : voir *3ème transition : l'inflation créatrice d'espace et d'énergie*.

Utilisation simultanée d'une orientation angulaire et d'un moment cinétique

La précision d'une utilisation simultanée de ces deux variables, elles aussi conjuguées, est limitée comme les deux précédentes par le principe d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta\theta.\Delta J \geq \frac{1}{2}\hbar$$

où θ est l'orientation angulaire et J le moment cinétique [100].

5.3.9.1 Conséquences du principe d'incertitude dans l'espace des phases

Lire d'abord *Espace des phases – Stabilité des lois physiques d'évolution*.

Les variables *p* (quantité de mouvement ou impulsion) et *x* (position) ont une détermination limitée par le principe d'incertitude de Heisenberg : $\Delta x . \Delta p \geq \frac{1}{2}\hbar$. Cette limite peut être représentée par une aire rectangulaire de l'espace des phases rapporté à ces deux variables, aire au minimum égale à $\frac{1}{2}\hbar$.

De même, les variables *E* (énergie) et *t* (durée) ont une détermination limitée par $\Delta E . \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$, qui peut être représentée par une aire minimum égale à la précédente.

Il n'est donc pas possible de déterminer un degré de liberté d'un système, soumis au principe d'incertitude de Heisenberg avec une certaine variable associée, dans une aire de l'espace des phases plus petite que $\frac{1}{2}\hbar$. Il y a donc, alors, une aire minimum de cet espace qui est de l'ordre de *h*, la constante de Planck.

5.3.9.2 Conséquences philosophiques du principe d'incertitude

5.3.9.2.1 Principe de non-clonage

Source : [106] page 228

Imaginons un photocopieur capable de reproduire exactement un corpuscule dans son état à l'instant *t* : à l'entrée on introduit le corpuscule et sa fonction d'onde à cet instant-là, et à la sortie on obtient deux copies exactes du tout. Un tel photocopieur ne peut exister, le principe d'incertitude de Heisenberg l'interdit ; car s'il existait on pourrait mesurer séparément, une sur chaque copie, les deux variables d'un couple entaché d'incertitude.

Donc les romans d'anticipation où on fabrique des clones parfaits, localement ou à distance, sont irréalistes.

5.3.9.2.2 L'instabilité naturelle, effet sans cause

Le manque de reproductibilité de certaines expériences est dû à une instabilité naturelle, des variations traduisant un refus de la nature d'avoir en même temps précision et stabilité, une indétermination sans cause ; c'est là une limite du déterminisme :

« Dans certaines circonstances, la physique ne peut garantir ni la précision d'une prédiction, ni la stabilité d'une grandeur en l'absence de cause efficace. »

C'est l'effet une loi d'interruption, dont la prise en compte relève du déterminisme étendu.

L'instabilité fait partie des causes naturelles

L'instabilité n'est pas limitée à l'échelle atomique : à l'échelle macroscopique elle existe dans toute manifestation de température d'un corps, dont les molécules et atomes bougent sans cesse quel que soit son état : solide, liquide, gazeux ou plasma ; ce mouvement est appelé *mouvement brownien*.

Ces mouvements sont des vibrations d'atomes dans un solide et des déplacements désordonnés dans un liquide ou un gaz, les molécules s'entrechoquant sans cesse. L'unique raison de cette agitation est l'énergie thermique due à la température, énergie qui se traduit au niveau atomique ou moléculaire par une vitesse de déplacement de ces corpuscules, c'est-à-dire leur énergie cinétique.

Relation entre température absolue et énergie cinétique

A la température absolue *T* (en degrés Kelvin, c'est-à-dire degrés C + 273.15°) chaque molécule a une énergie cinétique *moyenne* de $(3/2)k_BT$, où k_B est la constante de Boltzmann, k_B = 1.38066 .10^{-23} joule par degré Kelvin.

Autrement dit, une température absolue *T* oblige toute molécule à bouger constamment, avec une énergie cinétique moyenne de $(3/2)k_BT$; si la masse de la molécule est *m*, sa vitesse moyenne *v* sera telle que $½mv^2 = (3/2)k_BT$, d'où $v^2 = 3k_BT/m$: connaissant *T* on peut calculer *v*. Ainsi, à la température *T* = 300°K (environ 27°C), la vitesse moyenne d'une molécule monoatomique d'hélium He est d'environ 1350 m/s (3 fois la vitesse du son dans l'air à cette température).

Remarque

L'important *Principe d'incertitude de Heisenberg* n'est pas une loi d'évolution, il n'intervient qu'en tant que condition d'indétermination dans une loi d'interruption.

5.3.9.2.3 L'énergie potentielle négative du vide est instable

Autre conséquence importante : l'énergie potentielle du vide est instable.

« Tout volume de l'espace contient une énergie potentielle dont les variations possibles sont d'autant plus importantes que la durée considérée est petite. »

Ce phénomène est à l'origine des *fluctuations quantiques*, importantes en Physique quantique où son influence est considérable.

5.3.9.2.4 Imprécision des mesures de trop faibles durées ou énergies

Le principe d'incertitude peut aussi être interprété comme l'impossibilité de mesurer avec précision l'énergie d'un phénomène extrêmement bref, ou l'impossibilité de dater avec précision l'échange d'une très faible quantité d'énergie.

Exemple : lorsqu'un atome perd une énergie $\Delta E = h\nu$ par émission d'un photon, la durée Δt de cette transition et de l'émission du photon a une imprécision d'au moins $\Delta t \geq \frac{\hbar}{2\Delta E}$.

Non-reproductibilité d'expériences trop rapides ou trop rapprochées dans le temps

L'application du principe d'incertitude de Heisenberg entraîne aussi une non-reproductibilité d'expériences où intervient une énergie lorsque ces expériences sont répétées trop peu de temps l'une après l'autre : si on fait l'expérience "2" longtemps après l'expérience "1", Δt est grand et ΔE peut être très petit, la reproductibilité peut être excellente ; mais plus tôt on réalise l'expérience "2" après l'expérience "1", plus ΔE peut être grand, ce qui dégrade la reproductibilité.

Voir aussi Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction.

5.3.9.2.5 Imprécision et indétermination

A l'échelle atomique, non seulement la précision de certaines mesures est limitée, mais les valeurs de certaines variables sont entachées d'indétermination : *elles peuvent varier sans raison :*

« La stabilité (absence d'évolution en l'absence de cause d'évolution) n'est pas garantie à l'échelle atomique. »

C'est une remise en cause du *Principe de raison*. Voici où cela mène.

5.3.9.2.6 Fluctuations quantiques

Lire ici le paragraphe *Les fluctuations quantiques*.

En tout point de l'Univers, y compris dans la matière elle-même, *la densité d'énergie potentielle est instable*, variant entre deux mesures selon le principe d'incertitude de Heisenberg ; on peut aussi la considérer comme *définie avec une précision limitée* :

« La densité d'énergie potentielle du vide fluctue partout dans l'Univers. »

Au point de vue métaphysique, cette instabilité ou cette définition imprécise impacte la causalité elle-même :

« La densité d'énergie potentielle du vide varie sans cause, partout et tout le temps. »

Cette variation sans cause est négligeable à l'échelle macroscopique, mais pas aux échelles atomique et subatomique. Aux premiers temps de l'Univers, quand il était minuscule, des fluctuations ont certainement eu lieu alors que la densité d'énergie était très élevée : on pense qu'elles ont produit les concentrations de masse-énergie qui sont ensuite devenues les galaxies.

5.3.9.2.7 Incertitude sur un photon

Lorsque la particule mesurée n'a pas de masse, comme c'est le cas pour un photon, il n'y a pas d'incertitude sur sa vitesse - toujours égale à *c* - mais il y a incertitude sur sa position du fait de sa longueur d'onde. Pour augmenter la précision d'une mesure de position utilisant un rayonnement électromagnétique il faut donc diminuer sa longueur d'onde, c'est-à-dire accroître son énergie. Et dans certains cas, l'énergie minimum nécessaire devient si grande qu'elle rend l'expérience impossible : un photon de trop haute énergie (rayon X), choisi pour la faiblesse de sa longueur d'onde, peut déplacer un électron ou un atome entier, perturbant ainsi une mesure.

5.3.9.2.8 La causalité physique n'est pas rigoureuse à l'échelle atomique

Du point de vue philosophique, la causalité physique n'est donc rigoureuse qu'à l'échelle macroscopique : à l'échelle atomique des variables peuvent ne pas avoir une valeur constante, leur variation possible étant d'autant plus grande qu'on la mesure pendant un temps court.

Toutefois, les valeurs moyennes de telles variables fluctuantes respectent le déterminisme de long terme : elles sont mesurables, prédictibles et régies par les principes de conservation de l'énergie

et de la quantité d'information. Et à l'échelle astronomique, dans l'espace-temps, la causalité dépend des mouvements de l'observateur par rapport à l'objet qu'il observe et des courbures de l'espace dues aux masses voisines de la ligne d'observation.

> Selon [107] page 13 : « …le principe d'incertitude de Heisenberg n'a jamais impliqué la fin du déterminisme. Il n'a fait que le modifier… »

5.3.9.3 Instabilité/indétermination et déterminisme étendu

Par définition, est déterministe une évolution régie par une loi et qui ne dépend que des conditions initiales. Nous savons, après ce qui précède, que l'instabilité fait partie de ces conditions pour certains phénomènes physiques. Par souci de cohérence on peut attribuer la cause « instabilité/indétermination » à une extension du déterminisme : celle du *déterminisme étendu*. Celui-ci fait aussi la synthèse de l'ensemble des causes de déclenchement ou d'arrêt d'une évolution dans une loi théorique, la *loi d'interruption*, loi qu'on ne peut expliciter mais dont les effets existent nécessairement si on veut séparer philosophiquement les causes et leurs effets, les lois d'évolution.

5.3.9.4 Hasard, imprécision et indétermination en Mécanique quantique

Il n'y a pas de *hasard* dans la position ou la vitesse d'un corpuscule de Mécanique quantique, calculés à partir de l'équation parfaitement déterministe de Schrödinger. Il y a d'abord de *l'imprécision*, c'est-à-dire un refus de la nature de nous accorder la possibilité de précision infinie qui satisferait notre esprit. Ce refus est dû à la nature stochastique de ces variables d'état de chaque corpuscule. Il ne faut donc pas confondre le déterminisme statistique, avec son imprécision (flou par multiplicité des choix en fin d'évolution pour une variable, continue ou non), et le hasard (où la nature ferait n'importe quoi).

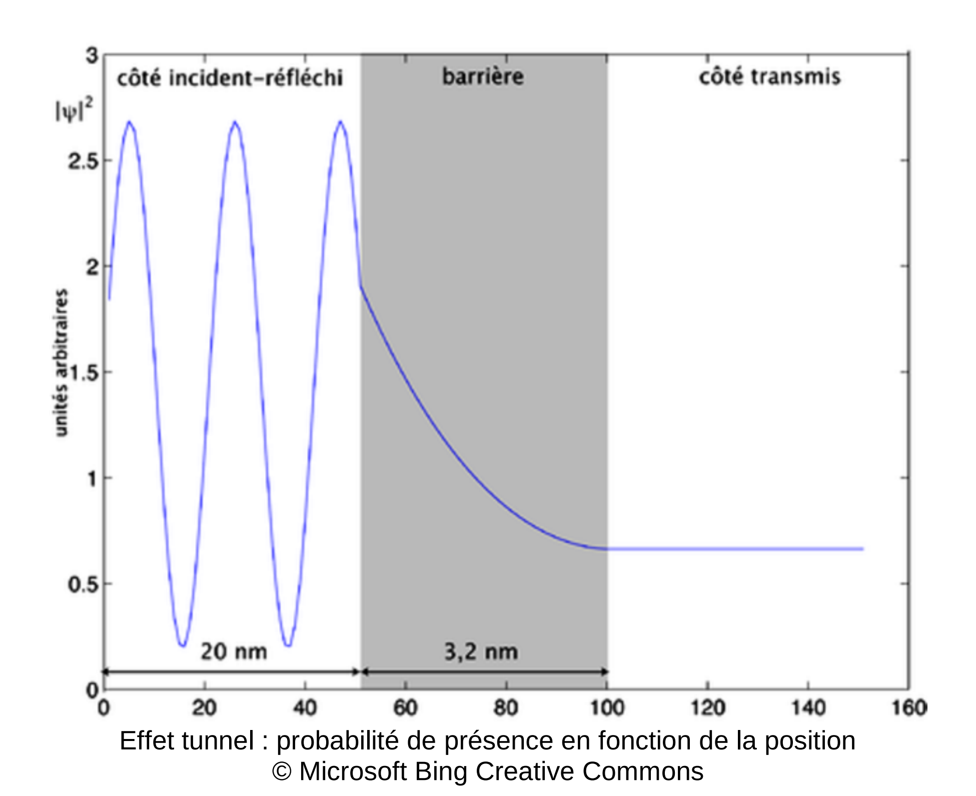
En pensant à la « probabilité de position » d'un corpuscule qui se déplace, on risque de se le représenter comme un objet matériel qui a une dimension précise et des chances de se trouver ici plutôt que là, représentation inexacte. Cette dimension n'est pas précise, et il vaut mieux penser à un corpuscule de forme vague, sorte de petit nuage dont une infinité de réalisations sont superposées dans le paquet d'ondes qui accompagne son déplacement, infinité qui lui donnerait un aspect flou si on pouvait en faire une photo instantanée.

5.3.9.4.1 Effet tunnel

La position floue du paragraphe précédent permet *l'effet tunnel*, où on constate la probabilité non nulle de présence d'une particule au-delà d'une barrière de potentiel électrique comme le voisinage positif d'un noyau atomique, qu'elle traverse donc en même temps qu'elle est bloquée par elle. C'est ce qui permet, par exemple, à une particule de pénétrer dans un solide ou de le traverser s'il n'est pas trop épais. Cet effet tunnel est utilisé dans certains transistors pour contrôler les courants qui le traversent. Voici comment il se produit.

En Mécanique quantique le résultat d'une évolution (ou l'état d'un système qui évolue à un instant donné) est un ensemble de valeurs avec un nombre fini ou infini d'éléments. Ces éléments sont tous solutions de l'équation de Schrödinger qui décrit l'évolution. Ainsi, la coordonnée position spatiale d'un résultat peut avoir de nombreuses solutions, chacune associée à une probabilité ou une densité de probabilité.

Toutes ces positions existent indépendamment du milieu : dans le vide comme dans l'air ou le sable, en deçà comme au-delà de l'horizon d'un trou noir ; leur existence ne dépend que de l'évolution décrite par l'équation de Schrödinger. Il peut donc arriver, par exemple, qu'un électron négatif passe à travers une plaque métallique chargée, positive ou négative, simplement parce que l'équation donne à une telle position une probabilité non nulle ; il ne passera pas *toujours* à travers la plaque, mais *parfois*, par exemple dans 20% des cas. Cet effet est appelé « effet tunnel » comme si une particule qu'il régit traversait une montagne, passant d'une vallée à une autre à travers un tunnel.



Effet tunnel : probabilité de présence en fonction de la position
© Microsoft Bing Creative Commons

Dans le graphique ci-dessus, la particule arrivant de gauche a une énergie *E* insuffisante (dans le cadre de l'électromagnétisme classique des équations de Maxwell) pour franchir la barrière de potentiel *V>E*. Mais en Mécanique quantique son onde de probabilité se scinde en deux en atteignant cette barrière : une partie, de probabilité P_R est réfléchie et le reste, de probabilité $1\text{-}P_R$, passe à travers la barrière comme un véhicule passerait d'une vallée à une autre, de l'autre côté d'une montagne, à travers un tunnel.

Dans un transistor à effet de champ le potentiel d'une couche de matière constitue une barrière de hauteur réglable à un courant d'électrons qui la traverse : c'est une application de l'effet tunnel.

5.3.9.4.2 En Mécanique quantique, l'imprévisibilité est aussi une instabilité

L'imprévisibilité associée aux fluctuations ponctuelles d'énergie n'est due au hasard que selon la définition de René Thom. C'est une *instabilité* (indétermination) permise par le principe d'incertitude de Heisenberg : pendant un court intervalle de temps *Δt* une énergie *n'est pas définie* à mieux que *ΔE* près, où $\Delta E.\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$. *Les fluctuations quantiques manifestent seulement un refus de stabilité de la nature, refus qui ne dure qu'un court instant et ne change pas la densité d'énergie moyenne au point considéré*. Il faut accepter ces fluctuations comme on accepte l'imprécision sur la position d'un corpuscule en mouvement, situé « partout » en même temps dans son paquet d'ondes : dans aucun de ces cas la nature n'agit au hasard en faisant n'importe quoi ; et elle ne viole jamais les principes de conservation (de la masse-énergie, de la quantité de mouvement, de la charge électrique, etc.)

Une erreur philosophique fréquente

L'imprécision et l'indétermination de Heisenberg sont des *propriétés naturelles et objectives* d'une évolution à l'échelle atomique, alors que l'imprédictibilité de son résultat est une *considération humaine*. Trop de gens parlent d'une « évolution au hasard » dans tous les cas où ils ne peuvent en prédire un résultat exact, décrivant ainsi une propriété d'une transformation naturelle avec un jugement subjectif de son imprédictibilité.

Cette imprédictibilité ne contredit pas le déterminisme de l'évolution, résultant de celui de l'équation de Schrödinger qui la décrit ; elle impose seulement d'adopter un déterminisme plus riche, le déterminisme statistique, qui limite les choix de valeurs possibles, affecte à chacune une probabilité et permet certaines statistiques. Nous verrons un autre cas d'application du déterminisme statistique en étudiant les phénomènes chaotiques : voir *Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique*.

Nous venons de décrire la manière dont le principe d'incertitude de Heisenberg affecte la prédictibilité des résultats d'évolutions régies par le déterminisme statistique. Nous avons aussi vu comment il affecte un phénomène échappant à toute loi d'évolution – donc au déterminisme statistique : les *fluctuations quantiques*.

5.3.9.5 Incertitude contextuelle de Kochen-Specker

L'incertitude de Heisenberg concerne des couples d'observables *A* et *B* mesurées simultanément, observables « incompatibles » en ce sens qu'elles ne commutent pas (l'observable produit *AB* n'est pas égal à l'observable produit *BA*, ce qu'on écrit $[A,B] \neq 0$). Mais voici une autre condition d'incompatibilité, dite « contextuelle », découverte par Simon Kochen et Ernst Specker en 1967.

Considérons trois grandeurs, *A, B* et *C*, telles que les observables de *B* et *C* commutent avec celle de *A* (*[A,B]=0* et *[A,C]=0*) mais pas entre elles ($[B,C] \neq 0$). D'après le principe d'incertitude, une mesure de *A* étant compatible avec une mesure simultanée de *B* ou de *C*, on s'attend à ce que la valeur propre trouvée pour *A* soit la même en présence d'une mesure de *B* ou d'une mesure de *C*. Or le théorème de Kochen-Specker montre que ce n'est pas le cas : à chaque mesure, la valeur propre trouvée pour *A* dépend de la totalité du système, et notamment des autres grandeurs mesurées :

> **« *Une mesure de physique quantique est toujours contextuelle*. »**
>
> **« On ne peut pas, en physique quantique, supposer qu'un résultat mesuré existe avant sa mesure ; c'est cette mesure qui crée le résultat, en choisissant une valeur propre d'observable dans l'ensemble des valeurs décrivant le résultat de l'expérience. C'est pourquoi une mesure de physique quantique est toujours contextuelle. »**

Nous avions déjà remarqué qu'en physique quantique le résultat est créé par sa mesure :
voir *C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas*.

A la différence de l'incertitude de Heisenberg, il ne s'agit pas ici d'une indétermination, d'une précision limitée. Il s'agit du choix d'une valeur propre dans l'ensemble des valeurs propres possibles, choix qui peut dépendre d'autres variables du système, variables de Mécanique quantique mais jamais variables « cachées ».

Le caractère contextuel de la Mécanique quantique est un argument supplémentaire *contre l'existence de valeurs de variables indépendamment de toute mesure*, comme en physique macroscopique. On ne peut donc pas, en physique quantique, affirmer qu'une variable a une valeur sans tenir compte de son système de mesure.

Malgré tout, il existe des propriétés de physique quantique indépendantes des mesures, comme les formes, dimensions et niveaux d'énergie des orbitales électroniques d'un atome donné ; mais ce ne sont pas des grandeurs dont on mesure un résultat d'évolution.

5.3.10 Incertitude due à l'effet Compton

Une autre conséquence des ondes de matière découvertes par Louis de Broglie est l'effet Compton, qui en fut la première preuve expérimentale en 1923. Un rayonnement électromagnétique de haute énergie (rayon X ou gamma) interagit avec la matière qu'il atteint de trois façons :

- En provoquant la création d'une paire particule-antiparticule électron-positron ; (on dit aussi positon au lieu de positron) : voir *Conversion d'énergie électromagnétique en matière* ;
- En extrayant des électrons d'atomes de la matière par effet photoélectrique ;
- Par diffusion élastique des photons par des électrons libres ou à faible énergie de liaison, diffusion appelée *effet Compton*. Voici le phénomène.

  Longueur d'onde de Compton
  Lorsqu'un photon incident de longueur d'onde λ rencontre un électron lié à un atome par une énergie potentielle supérieure à la sienne, il fait osciller celui-ci à sa fréquence et cette oscillation produit l'émission d'un photon de même longueur d'onde : l'atome renvoie simplement l'énergie reçue dans une direction quelconque.

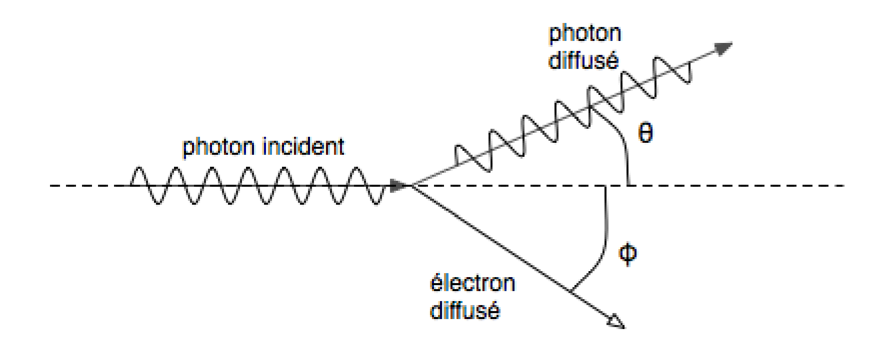
  Mais lorsque le photon incident rencontre un électron libre (ou un électron lié à l'atome par une énergie très inférieure à la sienne) il produit un photon diffusé de longueur d'onde λ' dans une direction faisant un angle positif θ avec le photon incident, et l'électron recule dans une direction qui fait un angle négatif φ avec celle du photon incident (figure ci-dessous). L'impulsion et

l'énergie du photon incident se trouvent partagées entre le photon diffusé et l'électron de recul. En appelant m_e la masse de l'électron, la relation de l'effet Compton est :

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_e c}(1 - cos\theta)$$

où le terme $h/m_e c$ est appelé *longueur d'onde de Compton de l'électron*.

La longueur d'onde de Compton ne dépend pas de celle des photons incidents, c'est une propriété de l'électron. Pour une particule quelconque de masse *m* la longueur d'onde de Compton est celle pour laquelle l'énergie des photons est égale à l'énergie au repos de la particule, mc^2.



Diffusion Compton: Collision d'un photon avec un électron au repos

Effet Compton : diffusion d'une onde incidente de longueur d'onde λ par un électron (licence CC Microsoft Bing)

Incertitude due à l'effet Compton

La relation de l'effet Compton montre que la position ou la dimension d'une particule de masse *m* ne peuvent être définies à mieux que sa longueur d'onde de Compton $\frac{h}{mc}$ près. Cette forme d'incertitude est négligeable en physique macroscopique.

Echanges d'énergie et d'impulsion/quantité de mouvement de cette expérience

La longueur d'onde diffusée λ' est supérieure à la longueur d'onde λ des rayons X incidents. Sa fréquence $\nu'=c/\lambda'$ est inférieure à celle des rayons incidents, $\nu=c/\lambda$. L'énergie $E=h\nu'$ de chaque photon diffusé est donc inférieure à l'énergie des photons incidents, la différence ayant été absorbée par la matière si le rayonnement incident frappait un objet. L'impulsion du photon incident est partagée entre celle du photon diffusé et la quantité de mouvement reçue par l'électron diffusé.

Dans cette expérience c'est un photon incident *entier* qui est rediffusé sous forme d'un photon *entier* de longueur d'onde plus grande, ce ne sont pas des fractions de photon ; et c'est la constante de Planck *h* qui intervient dans la formule de la longueur d'onde de Compton : c'est donc bien un effet *quantique* qui intervient.

Cette expérience de 1922 a illustré le besoin de considérer les rayons X comme composés d'impulsions discrètes, des quanta d'énergie électromagnétique. Les photons de fréquence ν ont une masse nulle, et comme les particules pesantes ils ont une quantité de mouvement (appelée impulsion) et une énergie $E=h\nu$.

5.3.11 Fluctuations quantiques

5.3.11.1 Un vide plein d'énergie

Le terme « vide » représente intuitivement un espace sans matière ni énergie. Nous allons voir que *ce type d'espace n'existe pas*, ne serait-ce que parce que :

- Tout point de l'espace cosmique est parcouru par des rayonnements électromagnétiques porteurs d'énergie ;
- (La Relativité générale le montre) tout point de l'espace contient de *l'énergie potentielle du vide* et une énergie potentielle négative du champ gravitationnel (voir *Energie négative en physique*).

5.3.11.1.1 Le vide de la physique quantique
Source : [108].

En physique, le *vide* est l'espace qui entoure la matière (faite de leptons et de quarks) et véhicule des interactions résultant de champs de force. C'est le cas de l'espace entre atomes d'une molécule, entre électrons et noyau d'un atome et entre quarks d'un nucléon.

Mais *cet espace contient de l'énergie potentielle*, une énergie qui a des instabilités de densité dues au principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta E.\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$: en un point de l'espace elles sont d'autant plus importantes que la durée d'évaluation considérée est petite.

Fluctuations quantiques dues au principe d'incertitude de Heisenberg
Cette instabilité énergétique permet au vide d'être le siège de « *fluctuations quantiques* » d'énergie. Chaque fluctuation peut se matérialiser (spontanément ou en réponse à une excitation reçue : particule ou rayonnement), en créant de la masse-énergie par emprunt d'énergie ΔE au vide environnant pendant un temps de l'ordre de $\frac{\hbar}{\Delta E}$ et en la restituant ensuite.

L'énergie ΔE est celle de l'émission d'une paire particule-antiparticule ou d'un nombre entier de photons (ou plus généralement de bosons ou de fermions). Le champ électromagnétique éventuel exerce une force attractive ou répulsive sur tout objet chargé, et lui communique une énergie $h\nu$ pour chaque photon de fréquence ν échangé.

> Le regroupement des particules d'une paire est rapide et inévitable dans un espace-temps plat ou à courbure très faible. Mais au tout début de l'Univers, lorsque l'espace-temps ultra dense avait une forte courbure, et particulièrement pendant la courte et brutale période d'inflation, les particules d'une paire ont pu se trouver séparées trop vite pour s'attirer et disparaître, elles ont pu perdurer. Ce phénomène se poursuit de nos jours lorsqu'un trou noir « s'évapore ».

La présence d'une telle paire de charges opposées crée une polarisation et une déformation relativiste du vide, donc un champ qui agit sur la charge électrique et/ou la couleur d'une particule.

> L'action d'un champ sur une particule *décroît* avec la distance de la particule lorsqu'il s'agit du champ électrique ou gravitationnel. Mais lorsqu'il s'agit du champ de couleur agissant sur un quark, l'action *croît* avec la distance (ce qui est absolument contraire à l'intuition et au déterminisme traditionnel !) : pour séparer les quarks d'une paire on devrait fournir une énergie qui croît avec la distance entre ces quarks, et dès que cette énergie suffit pour séparer les deux quarks elle est absorbée par la création d'une nouvelle paire de quarks, un nouveau quark apparaissant pour se coller à chacun des deux anciens quarks séparés ! Ce phénomène interdit donc aux quarks d'être isolés pendant plus d'une infime fraction de seconde. Voir *Confinement*.

L'apparition spontanée de masse-énergie extraite de l'espace environnant est de si courte durée qu'on ne peut pas observer les particules produites, d'où leur qualificatif de *virtuelles*. Elle n'en est pas moins prouvée indirectement par ses effets sur des particules ordinaires.

Conséquences philosophiques

- Le phénomène des fluctuations quantiques ne relève donc pas d'une loi d'évolution, mais d'une loi d'interruption régissant la naissance spontanée d'une paire de particules sans cause autre que l'instabilité/indétermination de la densité ponctuelle d'énergie.
- C'est l'existence de ces apparitions de particules dans la fraction de seconde qui a suivi le Big Bang qui explique leurs combinaisons en matière qui ont perduré jusqu'à ce jour : sans elles nous n'existerions pas.

  Il se peut même que l'Univers ait été créé par une fluctuation quantique [109].
- **Le vide, espace sans matière ni énergie, n'existe nulle part** : ni au sein d'un atome, ni dans l'espace intergalactique (qui contient environ 6 protons/m^3).
  Le moindre électron libre, par exemple, est constamment entouré d'un nuage de particules/antiparticules virtuelles, et leur champ électromagnétique affecte ses propriétés de manière perceptible.

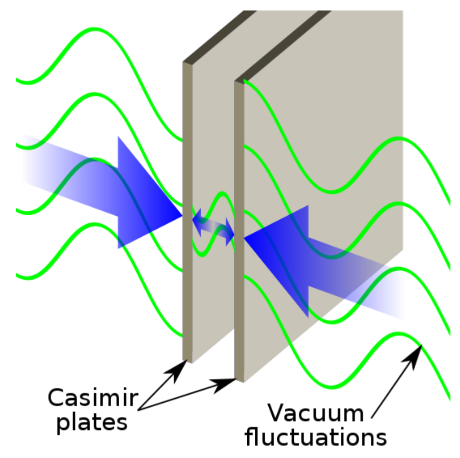
5.3.11.1.2 Effet Casimir du vide quantique
Source : [107]

La polarisation du vide avec apparition de paires particule-antiparticule est mise en évidence par *l'effet Casimir-Lifshitz*, prévu en 1948 et observé en 1996 : la présence de deux plaques conductrices réfléchissantes distantes de moins d'un millième de millimètre élimine certaines charges et diminue l'énergie de l'ensemble, d'où l'apparition entre les plaques d'une « force de Casimir » inversement proportionnelle à la puissance 4 de leur distance. Cette force, tantôt attractive tantôt répulsive, a été mesurée avec des résultats conformes à la théorie.

La force attractive de Casimir *F* entre deux plaques d'aire *A* distantes de *L* est :

$$F = \frac{\pi h c}{480\, L^4} A$$

où *h* est la constante de Planck et *c* la vitesse de la lumière.
C'est une force très faible : pour des plaques de $1m^2$ distantes de 1 micron (10^{-3}mm) F=0.13 gramme-force.



Effet Casimir - © Microsoft Bing Creative Commons

Explication de la force de Casimir attractive ou répulsive entre les plaques
L'élimination de certaines charges entre les plaques est due à une sélection des photons qui oscillent entre elles : seuls ceux qui ont une longueur d'onde telle que l'espace entre plaques peut en contenir un nombre entier persistent et doivent être pris en compte dans un calcul d'énergie potentielle de l'espace vide. La densité d'énergie de cet espace devient donc inférieure à celle de l'espace environnant ; elle décroît comme la puissance 4 de leur distance quand les plaques se rapprochent. Cette différence de densité provoque une force attractive entre les plaques, la *force de Casimir*.
Voir *Pression de rayonnement*.

Dans le phénomène force de Casimir les *bosons* comme le photon provoquent une attraction, mais les *fermions* provoquent une répulsion.

Conclusions métaphysiques

L'emprunt temporaire d'énergie ci-dessus à l'espace vide, possible n'importe où (à l'intérieur d'un atome comme dans l'espace intersidéral), ne relève pas d'une loi d'évolution, mais d'une loi (ou condition) de stabilité/instabilité. Une telle loi ne relevant ni du déterminisme scientifique (qui régit les évolutions des systèmes macroscopiques), ni du déterminisme statistique, il faudra la prendre en compte dans une extension supplémentaire du déterminisme : le *déterminisme étendu*.
Les définitions de ces trois formes de déterminisme seront précisées dans le chapitre *Déterminisme : étude approfondie*.

Les fluctuations quantiques sont un phénomène où :

- La compréhension causale est impossible. Nous savons seulement qu'elle est limitée par la condition du principe d'incertitude sur un produit d'indéterminations

$$\Delta E.\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$$

- La prévision et la prédiction sont limitées à l'apparition fugitive d'une paire particule-antiparticule, vouée à se retransformer rapidement en énergie du vide.
  Cette énergie est prise en compte en Relativité générale.

5.3.11.1.3 Fluctuations de l'énergie et de l'espace-temps

Voir si nécessaire les définitions de l'horizon et de l'ergorégion d'un trou noir dans :

- *Horizon des événements d'un trou noir ;*
- *Ergorégion.*

Les fluctuations du vide dues au principe d'incertitude ne génèrent pas que des paires particule-antiparticule ou des paires de photons. Elles peuvent aussi créer des paires où l'une des particules a une énergie cinétique positive et l'autre une énergie potentielle négative correspondant au "trou d'énergie" laissé dans le vide par l'apparition de la première.

Les particules d'une telle paire s'attirent du fait de leurs charges électriques opposées, et elles peuvent s'annihiler si elles se rencontrent. Mais si la particule d'énergie positive est générée à partir d'un point de l'ergorégion du trou noir, ou près de l'horizon et à l'extérieur, par *effet tunnel*, alors que la particule d'énergie négative est générée à l'intérieur, la première peut s'éloigner du trou noir alors que la seconde, piégée dans l'ergorégion ou par l'horizon, retombe dans le trou. Pour un observateur extérieur à l'horizon, tout se passe comme si le trou a rayonné une particule et perdu la masse correspondante, la particule d'énergie négative additionnant cette masse algébriquement à celle du trou :

« Un trou noir « s'évapore » !

Enfin, le phénomène des fluctuations quantiques peut aussi affecter l'espace-temps relativiste lui-même lorsque l'horizon d'un trou noir a une très forte courbure relativiste. Cela explique l'attraction des particules d'énergie négative à l'intérieur de l'horizon ou de l'ergorégion par le trou noir, qui les voit positives.

Conclusions métaphysiques

- Contrairement à notre intuition :
  « Le vide dans et autour des atomes et autres particules est le siège de champs quantiques et a une densité d'énergie potentielle. »
- **« Des fluctuations quantiques peuvent faire brièvement varier la densité d'énergie en un point par "emprunts" et "restitutions" »**

  « Elles peuvent aussi faire apparaître des champs de force électrique. »
- La fluctuation quantique est une instabilité de l'énergie, instabilité à ne pas confondre avec du hasard : nous avons vu qu'il s'agit de l'imprécision d'un couple de variables, pas du choix d'une valeur, bien que les deux soient imprédictibles.

  Lorsqu'une fluctuation d'énergie se produit spontanément, c'est-à-dire en l'absence d'excitation (donc de cause) externe, on ne peut prédire :
  - Ni les endroits où apparaîtront simultanément la particule et l'antiparticule ou la paire de photons ;
  - Ni l'instant de cette apparition ;
  - Ni la quantité d'énergie qui sera empruntée ;
  - Ni la durée de vie séparée de ces particules avant annihilation avec restitution au vide de leur énergie.

Fluctuations et niveau minimum d'énergie

« Dans tout système physique il existe un niveau minimum d'énergie. »

Exemples :

- Dans un atome d'hydrogène le niveau minimum d'énergie potentielle (dit niveau fondamental) est atteint lorsque l'unique électron est sur la couche n=1, où il a une énergie de -13.6eV (eV = électronvolts).
- Dans un système physique, le niveau minimum est celui où :
  - sa température étant le zéro absolu, il ne rayonne pas d'énergie ;
  - sa charge électrique nulle fait qu'il n'a pas d'énergie potentielle électrostatique.

Mais :

« Même lorsqu'il n'y a ni charge électrique ni masse, l'espace a des fluctuations quantiques d'énergie du vide du seul fait que cet espace existe. »

La *Relativité générale* prend en compte cette énergie en lui attribuant une influence considérable pendant les premiers instants de l'Univers (voir *Principe de l'inflation*).

Fluctuations et conservation de la densité moyenne d'énergie
En l'absence de perturbation extérieure, une fluctuation en un point donné de l'espace qui fait apparaître une paire de particules virtuelles à un instant imprévisible y conserve la densité *moyenne* d'énergie, car sauf évaporation d'un trou noir ce qui est emprunté est restitué aussitôt.

Une violation temporaire du deuxième principe de la thermodynamique
A l'occasion d'une fluctuation quantique, il y a violation temporaire du deuxième principe de la thermodynamique : l'entropie commence par décroître lorsque la paire particule-antiparticule est créée, puis elle croît et revient à sa valeur initiale lorsqu'elle se transforme en énergie. Il faut donc rappeler ici que la thermodynamique est une science statistique de la physique macroscopique.

Fluctuations de la densité d'énergie : conséquences relativistes et métaphysiques
Voir *Superposition d'états et fluctuations de l'espace-temps*.

5.3.12 Fluctuations thermiques

Les fluctuations quantiques sont un phénomène d'instabilité de l'énergie du vide, qui varie sans cause partout dans l'Univers. Mais il existe une autre instabilité sans cause : *l'agitation thermique*, traduction inéluctable de la température dont l'énergie thermique (c'est-à-dire cinétique) met en mouvement des atomes et molécules. Ce mouvement peut être visualisé pour un liquide sous forme de mouvement brownien : voir *Mouvement brownien - Flocons de neige*.

Exemple proposé par [106] page 98
Considérons un petit récipient cubique de 1cm de côté, rempli d'un gaz d'hélium inerte à très faible pression comme le gaz du milieu interstellaire. Faisons-y un froid extrême, qui amène la température très près du zéro absolu. L'agitation thermique des atomes devient très faible, leur vitesse moyenne est très proche de zéro.

Mais quelle que soit la température du refroidissement et sa proximité avec le zéro absolu, nous ne pourrons garantir une vitesse vraiment nulle, car il restera toujours l'incertitude due au principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta x.\Delta p \geq \frac{1}{2}\hbar$. La petitesse de notre récipient limite l'erreur sur la position Δx à 10mm, laissant donc une incertitude minimum $\Delta p = m\Delta v$ sur la vitesse de chaque particule de masse m. Donc quelle que soit la proximité de la température du récipient avec le zéro absolu, l'immobilité des atomes dans le récipient ne peut être garantie, *leur vitesse fluctuera toujours*.

« Dans un fluide la vitesse des molécules fluctue à toute température »

Par son énergie cinétique, le mouvement des particules est la conséquence de la température ; il s'agit de *translations* se terminant par des rebonds sur une paroi ou une autre particule.

5.3.13 Conséquences métaphysiques des résultats d'évolution ensemblistes

Le déterminisme scientifique limite la conséquence d'une situation à une évolution qui a un résultat prédictible unique. Le déterminisme statistique régit aussi les situations dont l'évolution produit un ensemble de résultats.

5.3.13.1 Une évolution a pour conséquence un ensemble d'états

Lire d'abord le paragraphe *Fonction d'onde*.
Source : [110]

Une évolution de système dans le temps décrite par une fonction d'onde produit un ensemble de conséquences en superposition à partir d'une situation initiale. Cet ensemble peut avoir un seul élément-solution, plusieurs éléments ou une infinité : il y en a autant que de valeurs propres de l'observable (=variable) qui a évolué.

1ère conséquence pour le déterminisme
A l'échelle atomique, le déterminisme naturel peut donc produire plusieurs conséquences simultanées (dites "en superposition quantique") à partir d'une même cause, alors que le jet d'un dé peut produire une valeur parmi 6 seulement.

Il nous faut accepter cette forme étendue de déterminisme même si elle nous paraît intuitivement déroutante. Si nous acceptons qu'une fonction de la forme $y = ax^2 + bx + c$, représentant la composante verticale de la trajectoire d'un boulet de canon, puisse avoir deux solutions (positions où le boulet est à une certaine hauteur) et non une, pourquoi n'accepterions-nous pas que l'équation d'évolution de Schrödinger en ait aussi plus d'une, toutes celles d'un ensemble ?

Mesurée à un instant donné, la valeur d'une observable de l'état résultant est choisie parmi celles d'une distribution statistique de valeurs prévue par la Mécanique quantique, l'ensemble des *valeurs propres* de l'opérateur représentant l'observable. *Le hasard n'est pas, dans le cas d'une mesure, le résultat d'une connaissance insuffisante de ce qui se passe. C'est la manière de la nature de choisir statistiquement un résultat dans un ensemble prévu par la théorie, résultat muni d'une probabilité calculable d'être trouvé si l'on refait une même expérience un grand nombre de fois.*

Notons bien que *la valeur* de chaque résultat de mesure possible n'est pas due au hasard, c'est une valeur précise appartenant à un ensemble bien défini ; c'est le choix entre les divers résultats possibles lors d'une mesure qui est fait au hasard comme dans toute distribution statistique, et ce choix attribue une valeur à une variable qui avant lui n'en avait pas (voir plus haut *C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas*).

Le processus de choix mettant en œuvre une interaction entre l'échelle atomique et l'échelle macroscopique ne peut être décrit comme celui d'une évolution, et il n'est pas soumis à une loi stable. On ne peut donc pas parler de déterminisme à son propos, comme à celui d'une évolution naturelle soumise à une loi physique.

C'est un cas où l'évolution refuse à l'homme la précision qu'il souhaite, en ne régissant qu'un ensemble de solutions à la fois sans descendre au niveau d'un de ses éléments. Un autre exemple est celui de la décomposition radioactive de l'uranium 238 où plusieurs prédictions sont impossibles (voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*).

5.3.13.2 Un système n'a pas d'état absolu, indépendant de tout observateur

2ème conséquence pour le déterminisme (après la 1ère conséquence au paragraphe précédent)

Solution du Problème de la mesure quantique
Source : [111]
Conformément à la Relativité et au théorème de Kochen-Specker, un système à l'échelle atomique n'a pas d'état absolu, existant en l'absence de mesure et d'observateur : tout état et tout ensemble de résultats de mesures sont relatifs à un contexte expérimental.

« De même qu'en Relativité il n'y a ni position absolue ni temps absolu, à l'échelle atomique l'état d'un système et ses résultats de mesure sont contextuels. »

Relativité restreinte
Cette affirmation est évidente en *Relativité restreinte*, où elle résulte de simples considérations de logique à partir de deux postulats :

- Equivalence d'observations faites à partir de référentiels galiléens ;
- Universalité de la vitesse de la lumière.

Voir *Principe de relativité restreinte*.

Mécanique quantique
L'auteur de [110] et [111], Carlo Rovelli, fait pour la Mécanique quantique un raisonnement analogue à celui fait par Einstein pour la Relativité restreinte : il déduit le formalisme quantique complet de deux postulats métaphysiques en interprétant la Mécanique quantique de concepts d'information. Voici le principe de sa démarche.

Postulat métaphysique 1 : l'« Hypothèse 1 » de [111]
« Rien ne distingue a priori un système macroscopique d'un système quantique. Si l'observateur *O* peut construire une description quantique du système *S*, il est légitime qu'un observateur *P* puisse construire une description quantique du système construit par *O* ».

Postulat métaphysique 2 : l'« Hypothèse 2 (Complétude) » de [111]
« La Mécanique quantique fournit une théorie de description complète et auto-cohérente du monde physique, convenant à notre niveau actuel de possibilités expérimentales ».

D'après ce postulat 2 et la Relativité restreinte :
« La Mécanique quantique est une théorie de la description physique de systèmes physiques *par rapport à d'autres systèmes*, théorie permettant une description complète du monde ».

> Ainsi, l'état quantique d'un système est défini par rapport à un autre système particulier : une grandeur physique a la valeur *v* par rapport à l'observateur *O*, mais pas par rapport à l'observateur *P*.

La physique relativiste étant relationnelle et la physique atomique l'étant d'après ce qui précède :

« La Physique globale est alors une science complètement relationnelle :

- **Toutes ses grandeurs le sont, et il n'y a pas de description d'état universelle, partagée par tous les observateurs.**
- **Il n'y a même pas de relation absolue entre les vues d'observateurs différents, et aucune déduction possible de la vue de l'un connaissant la vue de l'autre : les deux vues doivent être rapportées à une même troisième vue ou rapportées à l'une des deux vues, parce que toute "vue" suppose, en Mécanique quantique, une interaction perturbatrice entre l'objet vu et le dispositif de mesure, avec son résultat probabiliste. »**

En somme :

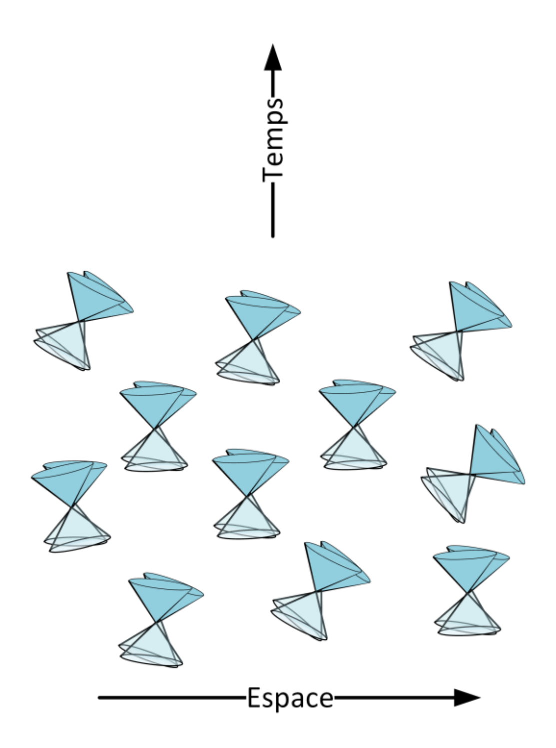
> **« A l'échelle atomique tout état d'un système est relatif au référentiel de son dispositif de mesure. »**

5.3.13.3 Superposition d'états et fluctuations de l'espace-temps

Source : [110] page 106.

Comme un système à l'échelle atomique, une portion de l'espace-temps qui a subi une évolution quantique peut se trouver en superposition d'états quantiques pendant un court instant, avant qu'un des états soit « choisi » par interaction avec le milieu environnant.

Une telle portion de l'espace-temps est aussi sujette à des fluctuations quantiques. A un endroit particulier de l'espace la densité d'énergie peut fluctuer, entraînant la variation de vitesse de passage du temps. Les cônes de lumière de ses points oscillent comme sur le diagramme de Minkowski suivant :



> **« La distinction entre passé, présent et futur devient alors indéterminée, car fluctuante : un événement peut alors être (pendant un court instant) à la fois *avant* et *après* un autre événement. Les notions de causalité et d'interaction deviennent alors incertaines. »**

Selon [110], **la notion réaliste d'état d'un système (ou de valeurs de variables) indépendant(es) de l'observateur est incorrecte**. L'auteur reformule ce « Problème d'interprétation de la Mécanique quantique » comme problème de déduction du formalisme à partir de quelques postulats physiques simples ; il n'y a plus, alors, de distinction entre observateur et observé, la théorie décrivant seulement l'information que chaque système a de l'autre, sans cesser d'être complète.

5.3.13.3.1 Fluctuations quantiques de l'espace-temps relativiste

Les inévitables fluctuations de la densité d'énergie potentielle de l'espace-temps relativiste ont donc toujours existé et se poursuivent. Leurs conséquences métaphysiques sont considérables :

« Dans certaines circonstances la causalité varie, les conséquences de causes efficaces alternant entre existence et inexistence ; toutes nos lois physiques applicables sont alors remises en cause. »

De telles circonstances étaient à l'évidence bien plus favorables à de tels bouleversements lorsque la densité d'énergie de l'Univers était très élevée, tout de suite après le Big Bang. Elles ne le sont plus aujourd'hui, car la densité moyenne d'énergie de l'Univers équivaut à la masse de 6 protons par mètre cube.

5.3.13.4 Résumé des cas d'imprédictibilité

Type d'imprédictibilité	Détermination ou évolution impactée	Probabilité de choix ou imprécision
Hasard (déterminisme statistique, Mécanique quantique seulement), éliminé par l'interprétation à univers multiples de Hugh Everett	Choix d'un élément dans un ensemble de valeurs propres par décohérence, solution stationnaire, etc. lors d'une mesure (interaction entre échelles atomique et macroscopique)	Probabilité selon le 4ème principe de la Mécanique quantique : - Spectre discret : $P(a_n) = \sum_{i=1}^{g_n} \lvert < u_n^i \lvert \Psi > \rvert^2$ - Spectre continu non dégénéré : $dP(\alpha) = \lvert < v_\alpha \lvert \Psi > \rvert^2 d\alpha$
Imprécision à l'échelle atomique (Mécanique quantique seulement)	• Etat d'un corpuscule dans son paquet d'ondes : Corpuscule en mouvement ou stationnaire, orbitale électronique • Extension spatiale de la fonction d'onde associée au corpuscule	Imprécision = demi-largeur d'un paquet d'ondes d'équation : $\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(k) e^{-i(kx-\omega t)} dk$ d'où aspect flou, étalement dans le temps du paquet d'ondes de position Erreur possible sur la position ou la dimension de l'ordre de la longueur d'onde de Compton : $\lambda_c = \frac{h}{mc}$
Indétermination ("incertitude") à l'échelle atomique et contextualisme (en Mécanique quantique seulement)	• Détermination de variable(s) lorsque des observables ne commutent pas (Heisenberg, Kochen-Specker) • Instabilité énergétique : noyaux atomiques, fluctuation quantique…	$\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar$ $\Delta E.\Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$ $\Delta\alpha.\Delta L \geq \frac{1}{2}\hbar$ Violation temporaire de la conservation d'énergie ; rayonnement de Hawking des trous noirs
Sensibilité aux conditions initiales (à l'échelle macroscopique)	Amplification mathématique d'une erreur physique (chaos déterministe)	L'erreur possible croît avec l'éloignement du début de l'évolution
Erreur physique (à l'échelle macroscopique)	Connaissance des constantes ou paramètres, erreurs de mesure	Prédiction de variables statistiques si on a un modèle et un nombre de déterminations suffisant
Calcul ou raisonnement algorithmique impossible	• Complexité (nombre de processus ou d'interactions entre eux) • Algorithme non convergent ou trop lent • Proposition prouvée indécidable • Problème ou nombre prouvé non calculable • Phénomène extérieur à l'Univers	-

5.3.13.5 Résumé des apports de la Mécanique quantique au déterminisme
Récapitulons les comportements de la nature révélés par la Mécanique quantique et n'existant pas à une échelle macroscopique.

1. Existence d'évolutions incompatibles avec le déterminisme scientifique, dont le résultat est un ensemble.
2. Superposition d'états quantiques et infinité de valeurs simultanées de variables continues comme la position et la vitesse.
3. Contraintes d'indétermination des variables du *Principe d'incertitude de Heisenberg*.
4. Fluctuations quantiques d'énergie.
5. Contraintes d'existence d'états quantiques du *Principe d'exclusion de Pauli*.
6. Existence d'états quantiques intriqués entre lesquels il existe une relation.
7. Non-localité des états intriqués.
8. *Incertitude contextuelle de Kochen-Specker*.

5.3.14 Déterminisme arborescent à univers parallèles de Hugh Everett III
Un postulat radical : la fonction d'onde est irréductible

Pour éliminer l'embarrassante question sur l'absence de mécanisme physique et de loi expliquant et décrivant la décohérence et le résultat aléatoire que produit sa réduction, le physicien américain Hugh Everett a posé en 1957 un postulat radical : *la fonction d'onde est irréductible et décrit toute la réalité, à tout instant* : le choix d'une solution par réduction de la fonction d'onde est transparent, car toujours fait automatiquement par la nature.

(Cette hypothèse s'oppose à l'*Interprétation métaphysique de Copenhague*.)

Pour Everett il n'y a jamais de décohérence, puisque l'évolution d'un système est *toujours déterministe*, toujours unitaire et régie par la même équation de Schrödinger, qu'il y ait une mesure ou non [198].

Everett a proposé une *fonction d'onde universelle*, représentant un système à la fois aux échelles atomique et macroscopique. Cette fonction d'onde intègre toujours des variables de mesure macroscopique d'une expérience en plus des variables microscopiques. Un résultat macroscopique donné est toujours possible dès le début d'une évolution décrite par l'équation de Schrödinger, avec une probabilité connue. Lorsqu'un observateur en constate un en particulier, *c'est qu'il a évolué avec le reste du système de la façon qui le fait constater la valeur qu'il lui trouve*.

Des solutions superposées sans décohérence

Pour Everett, donc, il faut considérer l'ensemble du système expérimental - y compris un éventuel appareil de mesure et l'homme qui observe le résultat - comme un tout, un univers décrit par une fonction d'onde universelle. *La mesure fait passer sans décohérence de l'état superposé de ce système à l'état macroscopique, par une évolution régie par l'équation de Schrödinger du départ*.

Tout se passe comme si l'expérience transformait l'Univers unique du début en une superposition comprenant autant d'univers qu'il y a de résultats possibles, chacun avec son expérience et son expérimentateur. En vertu de l'équation de Schrödinger revue par Hugh Everett :

« Tout ce qui peut arriver arrive. »

Lors de la mesure d'un système à l'état superposé, chaque expérimentateur (toujours dans un état unique) suit *son* système dans *une* branche de l'arborescence des possibilités d'évolution superposées créées par l'expérience à partir du nœud de l'état avant mesure. Pour lui, le déterminisme de l'équation de Schrödinger a fait évoluer l'univers tout entier – appareil de mesure et lui-même inclus – vers l'état correspondant à la valeur propre qu'il mesure. Les autres univers (système et observateur) existent désormais en même temps, en superposition. Mais ils sont invisibles pour lui, qui ne peut voir que l'univers dans lequel il vit et fait son expérience depuis le début : chaque observateur croit toujours être unique, la même équation de Schrödinger n'ayant jamais cessé de s'appliquer pour décrire l'évolution du système ; *il n'y a plus de décohérence à expliquer, plus de hasard*.

Bien entendu, ce déterminisme arborescent régit toutes les transformations dont les lois ont des solutions multiples, avec ou sans observateur ou dispositif de mesure. Il contredit l'interprétation classique de la physique quantique (dite « interprétation de Copenhague » parce qu'elle était proposée par le danois Niels Bohr), interprétation selon laquelle les solutions et prédictions de la

Mécanique quantique ne s'appliquent pas au domaine macroscopique. Mathématiquement irréfutable, l'élégante interprétation d'Everett est acceptée de nos jours par quelques rares physiciens. Elle est ignorée par tous les autres, qui ne l'aiment pas bien qu'ils ne puissent prouver qu'elle est fausse ; ils se contentent de dire qu'une mesure réduit la fonction d'onde du système par décohérence, et que le croire ne les empêche pas de faire des calculs justes.

Avantages de cette approche

Avec cette interprétation :

- La célèbre expérience de pensée du chat de Schrödinger crée simultanément deux chats, l'un mort et l'autre vivant ; et selon l'Univers où l'observateur a basculé, il voit le chat mort *ou* vivant sans avoir pu prédire le résultat.
- L'expérience du comportement non séparable de deux photons intriqués [96] ne prouve plus la non-séparabilité : quel que soit l'Univers où on a basculé lors de l'émission simultanée des deux photons dont les états quantiques sont superposés, la mesure donne toujours un résultat cohérent, sans qu'il soit nécessaire d'envisager une transmission d'information ou une non-séparabilité.
- Le caractère surprenant de la valeur de tant de constantes de l'Univers, qui semblent choisies « juste comme il faut » pour que l'homme ait pu naître (voir paragraphe *Principe anthropique*), n'a plus rien de surprenant, le choix faisant partie des choix possibles. L'étonnement des idéalistes partisans du principe anthropique n'a donc plus de raison d'être.

L'objection de la dualité onde-particule invisible à l'échelle macroscopique

L'équation de Schrödinger prévoit que la superposition des résultats d'une évolution a tantôt un aspect particule, tantôt un aspect onde. L'aspect onde permet par exemple à une particule de passer par deux fentes à la fois et à un objet d'être en plusieurs endroits à la fois.

De son côté, l'équation universelle d'évolution de Hugh Everett, qui s'applique aux objets macroscopiques comme aux particules, prévoit qu'un objet macroscopique peut parfois avoir un comportement ondulatoire, existant par exemple en deux endroits à la fois ou sujet à des interférences. Or on a eu beau faire soigneusement des expériences, on n'a jamais pu mettre en évidence un tel comportement ; voici pourquoi.

Représentation de la fonction d'onde généralisée par une matrice de densité

On peut représenter une fonction d'onde généralisée par une *matrice de densité* ([95] page 436), tableau qui regroupe les informations de la fonction d'onde et celles d'une connaissance de ses résultats mesurés (ce que l'on sait, en probabilité). Cette matrice est régie par une équation fondamentale de la Mécanique quantique, équivalente à celle de Schrödinger mais formulée par Born, Heisenberg et Jordan. Son élément ligne *i* colonne *j* appelé ρ_{ij}, se calcule à partir du nombre complexe Ψ_i associé à la valeur propre *i* de la fonction d'onde Ψ par $\rho_{ij} = \Psi_i \Psi_j^*$ où Ψ_j^* est le conjugué de Ψ_j. Ainsi, par exemple :

- Les deux valeurs propres équiprobables de la fonction d'onde auront des probabilités de 0.5 situées sur la diagonale principale d'une matrice 2x2.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & \\ & 0.5 \end{vmatrix}$$

- L'incertitude sur la connaissance de ces valeurs propres est représentée par les deux nombres de l'autre diagonale, par exemple deux fois 0 s'il n'y a pas d'incertitude (connaissance certaine). Il y a eu alors décohérence et une des valeurs propres est mesurée avec certitude, *mais nous ne savons pas laquelle*.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{vmatrix}$$

Si ces deux dernières probabilités sont aussi égales à 0.5, le système est dans un état de superposition ; nous ne savons pas laquelle des valeurs propres serait choisie lors d'une décohérence, et quelle serait sa valeur scalaire.

$$\begin{vmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{vmatrix}$$

Exemple : mesure utilisant le spin d'un électron polarisé

Si par exemple le résultat macroscopique de l'expérience est donné par la mesure du spin d'un électron polarisé, celle-ci tiendra compte de la décohérence éventuelle et nous pourrions savoir qu'il y a ou non superposition. Mais si l'électron est non-polarisé ou s'il y a trop d'électrons pour une mesure de polarisation, le spin est dans un état indéterminé et nous ne pouvons conclure sur la superposition (valeurs propres multiples ou valeur propre isolée).

C'est ce genre de difficulté qui gêne dans la mise en évidence d'un éventuel état superposé d'un objet macroscopique *que nous voyons* : nous en recevons trop de photons à la fois, des milliards de milliards donnant une image unique qui nous paraît nette : les autres images sont atténuées par la décohérence avant que nous puissions les voir. Et si nous mesurons la polarisation d'un électron que nous avons omis de polariser dans l'expérience, celle-ci ne pourra évidemment pas conclure.

Il y a même une difficulté supplémentaire. Une mesure effectuée à l'aide d'une particule (comme un photon ou un électron) ne pouvant être plus précise que la demi-largeur de son *paquet d'ondes*, il restera toujours une incertitude sur la possibilité de distinguer entre états superposés et non-superposés, en même temps qu'une probabilité non-nulle de trouver chacune des valeurs propres, comme dans *l'effet tunnel*.

L'interprétation par univers parallèles de Hugh Everett est donc utilisable.

Voir aussi [202].

Pourquoi notre cerveau ne nous permet de voir des objets qu'*après* décohérence

Sources : [203] et [99].

Lorsque notre œil reçoit des images provenant d'un objet macroscopique, le nerf optique et divers neurones transmettent ces images à l'inconscient du cerveau. Celui-ci les analyse et ne les passe à la conscience que s'il les juge suffisamment prometteuses ou menaçantes, et nous ne les percevons que dans ce cas-là et après ce traitement cérébral.

Ce processus comprend un certain nombre de transmissions d'informations entre neurones, en passant par leurs axones (émetteurs) et dendrites (récepteurs). Comme le nerf optique, un neurone soumet une éventuelle superposition quantique à une décohérence, car il ne peut transmettre à travers un axone qu'une seule information à la fois et qu'il est un objet macroscopique interférant avec l'échelle atomique ; en outre, cette décohérence se produit *avant* l'évaluation par la barrière de conscience et *infiniment plus vite* qu'elle. La transmission d'une région du cerveau à une autre par plusieurs neurones en parallèle ne change rien à la décohérence, qui survient toujours avant l'évaluation par la barrière de conscience.

Conclusion : lorsque nous sommes conscients de voir un objet nous n'en voyons qu'une seule image, même si l'objet est à l'état de superposition. De toute façon, comme une superposition d'états se réduit d'elle-même très rapidement, par interaction avec l'environnement macroscopique, la probabilité d'en trouver une à voir est minime.

5.3.15 Irréversibilité

La radioactivité naturelle est un exemple de phénomène intrinsèquement irréversible, contredisant par là le déterminisme philosophique. Il est pourtant inéluctable et répond à la définition du déterminisme étendu :

- C'est un phénomène prévisible à l'échelle globale d'un ensemble d'atomes ;
- Condition nécessaire et suffisante : l'instabilité énergétique du noyau de chaque atome, due à l'application des lois de la Mécanique quantique ;
- Stabilité de la loi de décomposition : le phénomène de radioactivité d'un élément de la *Classification périodique* (type d'atomes) est le même partout et à tout moment.

Le déterminisme philosophique promet plus qu'il ne peut tenir, et le déterminisme étendu doit tenir compte de l'irréversibilité de certains phénomènes.

Irréversibilité en Mécanique quantique et dans les systèmes macroscopiques

En physique quantique toute mesure est irréversible : en manipulant de l'énergie elle augmente l'entropie du système mesuré. Mais l'approche même de la Mécanique quantique, basée sur son

équation fondamentale d'évolution déterministe, ne laisse aucune place à l'irréversibilité de la décohérence ou d'une mesure ; le déterminisme étendu a donc besoin d'une théorie régissant l'irréversibilité. En voici une.

Dans [79], Ilya Prigogine a étudié l'irréversibilité en faisant appel à la théorie des résonances d'Henri Poincaré et une extension de la Mécanique quantique basée sur des statistiques d'état. Ce sujet est trop difficile pour être abordé dans ce texte, mais ces travaux imposent une conclusion : *l'irréversibilité donne au déterminisme une définition et un comportement particulièrement complexes et non intuitifs, qui handicapent les raisonnements scientifiques au point de les mettre souvent hors de portée des non-spécialistes*. Nous avons vu au paragraphe *Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation*, qu'il peut y avoir auto-organisation à l'échelle macroscopique, avec un choix imprévisible de structure.

5.3.16 Temps et gravitation quantiques

Source principale : Carlo Rovelli [110] et [111]

5.3.16.1 Le temps, les durées et la gravitation sont peut-être quantifiés

De nombreux physiciens travaillent à une théorie quantique de la gravitation permettant une synthèse de la *Relativité générale* et de la *Mécanique quantique*.
La plupart présupposent l'existence de cordes d'environ 10^{-35} m de longueur [112]. De son côté, Rovelli présuppose une gravité quantique à boucles.

(Citation de [110] pages 108-115) *(Rovelli)*
[C'est le champ gravitationnel qui détermine la vitesse de déroulement du temps]
Le substrat physique qui détermine la durée et les intervalles temporels (le champ gravitationnel) n'a pas seulement une dynamique influencée par les masses : c'est également une entité quantique qui n'a de valeurs déterminées que lorsqu'elle interagit avec quelque chose (voir *C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas*). Quand elle le fait, les durées sont granulaires et déterminées seulement par ce quelque chose, tandis qu'elles restent indéterminées pour le reste de l'univers.

> [Noter que le champ gravitationnel n'a de valeur que lorsqu'il interagit avec quelque chose, conformément à la théorie *Relational Quantum Mechanics* de Rovelli [111] : voir *Un système n'a pas d'état absolu, indépendant de tout observateur*.]

[Conséquences de la doctrine relationnelle de la Mécanique quantique]
Le temps s'est dissous dans un réseau de relations qui ne tisse même plus une toile cohérente. Les images d'espaces-temps (au pluriel) fluctuants, superposés les uns aux autres, qui se concrétisent par intermittence par rapport à des objets donnés, constituent une vision vague du grain fin du monde, mais c'est la meilleure que nous ayons. Nous nous trouvons sur le seuil du monde de la gravité quantique.
[…]
[Temps et durée sont des notions relatives]
Le temps n'est pas unique : il y a une durée différente pour chaque trajectoire ; il passe à des vitesses différentes en fonction du lieu et de la vitesse d'observation.

Les équations d'évolution sont symétriques par rapport au temps
Le temps n'est pas orienté : la différence entre le passé et le futur n'existe pas dans les équations élémentaires du monde, c'est un aspect contingent qui apparaît quand nous regardons les choses en négligeant les détails ; dans ce flou, le passé de l'univers était dans un état étonnamment « particulier ».

[Tout point-événement de l'espace-temps est un « présent »]
La notion de « présent » ne convient pas : dans le vaste univers, il n'y a rien que nous ne puissions raisonnablement nommer « présent ». Le substrat qui détermine les durées (le temps) n'est pas une entité indépendante, différente des autres qui constituent le monde : c'est un aspect d'un champ dynamique [de gravitation]. Celui-ci saute, fluctue, se concrétise seulement dans l'interaction [qui le mesure ou un objet qu'il influence] et n'est pas défini en deçà d'une échelle minimale [l'échelle de la longueur de Planck]...

[Résumé]
Caractères perdus par le temps [de la physique des XIXe et XX[e] siècles] : unicité, direction, indépendance, présent, continuité… […] *Le monde est un réseau d'événements*.
(Fin de citation)

5.3.16.2 Penser l'Univers par événements, non par objets persistants

(Citation de [110] page 115) *(Rovelli)*
Le temps et ses nombreuses déterminations sont une chose ; le simple fait que les choses ne « sont » pas, mais « se produisent » en est une autre.
(Fin de citation)

Rovelli rejette donc, en physique, la notion réaliste d'existence absolue (« être ») dans l'espace indépendamment du temps ; il la remplace par la notion d'événement de l'espace-temps.

Rovelli rejette la notion de suite ordonnée unique des événements de l'Univers
(Citation de [110] page 116) *(Rovelli)*
Les événements du monde ne font pas la queue comme les Anglais. Ils se pressent de façon chaotique comme des Italiens. [Les lignes d'univers sont disjointes.]
[…]
Le devenir est diffus, éparpillé, désordonné, mais il est devenir, pas stagnation.
Les horloges qui vont à des vitesses différentes ne définissent pas un temps unique.
[…]
[Il ne faut pas interpréter les variables (t, x, y, z) comme des coordonnées dans l'espace-temps, mais comme des variables d'équations]
Les équations fondamentales n'incluent pas une variable temps, mais elles incluent des variables qui changent les unes par rapport aux autres.
(Fin de citation)

(Citation de [110] page 116) *(Rovelli)*
Toute l'évolution de la science indique que la meilleure grammaire pour penser le monde est celle du changement, et non celle de la permanence. Du devenir, et non de l'être. [Des évolutions et non des états, selon le déterminisme de Daniel Martin.]
(Fin de citation)

(Citation de [110] page 117) *(Rovelli)*
On peut penser le monde comme constitué de *choses. De substances. D'entités.* De quelque chose qui *est.* Qui demeure. Ou bien on peut penser le monde comme constitué *d'événements. D'occurrences. De processus.* De quelque chose qui se *produit.* Qui ne dure pas, qui se transforme continuellement. Qui ne persiste pas dans le temps. La destruction de la notion de temps par la physique fondamentale implique l'écroulement de la première de ces deux conceptions, non de la seconde.
[…]
Penser le monde comme un ensemble d'événements, de processus, est le mode qui nous permet de mieux le saisir, le comprendre, le décrire. C'est l'unique mode compatible avec la Relativité.
[…]
La différence entre les choses et les événements, c'est que les *choses* perdurent dans le temps. Les *événements* ont une durée limitée.
(Fin de citation)

(Citation de [110] page 119) *(Rovelli)*
Nous ne réussissons pas à penser le monde *physique* en termes de choses, d'entités. Cela ne fonctionne pas. En revanche, penser le monde comme un réseau d'événements fonctionne. Des événements simples et des événements plus complexes qui peuvent se décomposer en combinaisons d'événements simples. Quelques exemples : une guerre n'est pas une chose, c'est un ensemble d'événements. Un orage n'est pas une chose, c'est un ensemble d'événements. Un nuage au-dessus d'une montagne n'est pas une chose : c'est la condensation de l'humidité de l'air au fur et à mesure que le vent escalade la montagne.
[Ces événements sont par exemple ceux de l'histoire, ceux de la réalisation, etc. Penser la chose consiste à penser des parties de la chose reliées par des événements, c'est-à-dire représenter la chose comme un réseau de relations.]
(Fin de citation)

Et le déterminisme…
A ces arguments de Rovelli en faveur d'une compréhension du monde physique par les changements des choses et non les choses elles-mêmes, on peut ajouter ceci :
les lois physiques décrivant notre compréhension des changements sont des lois d'évolution régies par le déterminisme ; les lois d'interruption ne concernent que la logique de ces changements d'évolution.

5.3.16.3 Description d'évolutions physiques sans variable temps
Lire d'abord *Deux intuitions a priori, absolument pures : l'espace et le temps*.
Source Rovelli : [110] pages140 et suivantes, [111]

(Citation de [110] pages140-141) *(Rovelli)*
[Pour décrire le monde] nous n'avons pas besoin de choisir une variable privilégiée et de l'appeler « temps ». Nous avons besoin, si nous voulons faire de la science, d'une théorie qui nous dise comment les variables changent les unes par rapport aux autres. C'est-à-dire comment l'une d'entre elles se modifie quand les autres changent.
[…]

> [Exemple :] Les équations fondamentales de la gravité quantique sont effectivement faites ainsi : elles n'ont pas de variable temps, et décrivent le monde en indiquant les relations possibles entre les quantités variables.
>
> C'est en 1967 que, pour la première fois, une équation de gravité quantique sans aucune variable de temps a été écrite. L'équation a été trouvée par deux physiciens américains, Bryce DeWitt et John Wheeler, et aujourd'hui appelée équation de Wheeler-DeWitt [113].

(Fin de citation)

Selon [110] page 226 (Rovelli)
L'absence de la variable « temps » dans les équations fondamentales est plausible, mais le débat est vif sur la forme de ces équations.

(Citation de [110] page 256) *(Rovelli)*

- La forme générale d'une théorie quantique qui décrit l'évolution d'un système dans le temps utilise un espace de Hilbert et un opérateur hamiltonien *H.*
- L'évolution est décrite par l'équation de Schrödinger
$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)> \;=\; H(t)|\psi(t)>.$$
- La forme générale d'une théorie quantique qui décrit l'évolution des variables les unes par rapport aux autres utilise un espace de Hilbert et une équation de Wheeler-DeWitt : $C\psi = 0$.
- La probabilité de mesurer un état ψ en ayant mesuré un état ψ' est déterminée par l'amplitude $<\psi|\int dt\, e^{\frac{-iCt}{\hbar}}|\psi'>$.

[Compléments : [114]]
(Fin de citation)

5.3.16.4 Evénements quantiques élémentaires
Source : [110] pages 145 et suivantes.

Les trois équations de la « gravité quantique à boucles » de Rovelli sont une version moderne de la théorie de Wheeler et DeWitt ; elles n'ont pas de variable temps.
A petite échelle, cette théorie décrit un espace-temps quantique fluctuant, probabiliste et discret. A cette échelle, il n'y a que le pullulement furibond des quanta qui apparaissent et disparaissent.

L'espace-temps de la désintégration quantique d'un trou noir passe par une phase où le temps fluctue violemment – on a une superposition de temps quantiques différents – pour redevenir ensuite déterminé, après l'explosion. La phase intermédiaire où le temps est complètement indéterminé est décrite par des équations sans temps.

Dans la théorie quantique à boucles, l'espace et le temps ne sont plus les contenants ou les formes générales du monde. Ce sont les approximations d'une dynamique quantique, qui par elle-même ne connaît ni espace ni temps, seulement des événements et des relations. C'est le monde sans temps de la physique élémentaire.

Complément aux considérations sur le temps quantique : voir ci-dessous *Cause de toutes les évolutions physiques* et paragraphes suivants.

5.3.17 Le passage du temps

5.3.17.1 Cause de toutes les évolutions physiques

La cause des évolutions physiques n'est pas l'énergie, qui se conserve dans tout système isolé, c'est l'augmentation d'entropie de Boltzmann : il faut qu'une source de basse entropie puisse céder de l'énergie, qui se désorganise (le nombre de ses configurations augmente).

> *Exemple issu de [110] pages 186-187*
> Le Soleil est une source de basse entropie pour la Terre. Il nous envoie des photons chauds. La Terre irradie la chaleur reçue sous forme de photons froids. L'énergie des photons chauds reçus est à peu près égale à l'énergie rayonnée des photons froids, sinon la Terre se réchaufferait rapidement.
>
> Pour chaque photon chaud reçu la Terre réémet une dizaine de photons froids, qui ont à peu près la même énergie. Mais le photon chaud a une entropie plus basse que les dix photons froids, car le nombre de configurations d'un seul photon (même chaud) est inférieur à celui des configurations de dix photons froids.
>
> **« La condition nécessaire et suffisante de toute évolution physique est donc la possibilité d'une croissance d'entropie à partir d'une source de basse entropie. »**

L'entropie de l'Univers était plus basse dans le passé

L'entropie de l'Univers croissant sans cesse, elle était plus basse hier qu'aujourd'hui. C'est cette croissance qui distingue le passé de l'avenir : pour n'importe quel système, à l'échelle macroscopique comme à l'échelle atomique, *le temps passe parce que l'entropie croît*.

5.3.17.2 Pourquoi le temps passe

> **« Le passage du temps n'est pas une réalité physique, c'est une impression psychologique**. »

Cette impression résulte du caractère asymétrique de la mémoire humaine, qu'il est impossible de réinitialiser à un état du passé pour rendre une mémorisation réversible et en éliminer la dissipation thermique. Une telle réinitialisation étant possible dans un ordinateur modifié à cet effet, le fonctionnement de sa mémoire serait alors réversible et non-consommateur d'énergie.
Voir [94], [102] et [115].

5.3.17.2.1 Le temps, abstraction nécessaire, n'existe que dans notre esprit

Nous constatons une évolution en comparant un état ou une image d'un même système à deux instants différents, mais *c'est un raisonnement qui décide que du temps est passé* ; nous n'avons pas *vu* le temps, nous avons mis en relation deux perceptions en les liant par du temps et peut-être par une causalité.

Nous ne pouvons nous passer du temps pour décrire et comprendre le monde, parce que notre faculté de penser sait relier des phénomènes en distinguant un ordre d'apparition. C'est sur cet ordre que nous basons cet autre fondement de notre raison, la causalité, dont nous avons besoin pour prévoir l'avenir à l'aide de règles d'évolution appelées lois ; et nos lois décrivent souvent une évolution dans le temps.

5.3.17.2.2 Concepts kantiens du temps et de l'espace

Le temps

Source : [12] article *Temps* ; les termes philosophiques comme *forme*, *donné*, *connaissance*, *sens interne*, etc. sont définis et expliqués dans ce texte et dans [12].

- (Citation de [20] page 126)°
  "Le temps est une représentation [concept] nécessaire qui joue le rôle de fondement pour toutes les intuitions ;
  il est donc donné *a priori*. C'est un principe de connaissance des objets intérieurs [à notre esprit],

car toute intuition comprend dans le sens interne une intuition de temps, à la fois par une *durée* et par une *position relative* dans l'historique des événements psychiques ressentis par le sujet." (Fin de citation)

Le temps n'est pas un concept discursif (universel), mais une forme pure de l'intuition sensible.

- [20] page 128 : "Le temps n'est rien d'autre que la forme du sens interne, c'est-à-dire de l'intuition que nous avons de nous-mêmes et de notre état intérieur."
- [20] page 249 : "…le temps lui-même ne peut pas être perçu, la détermination de l'existence des objets dans le temps ne peut s'accomplir que par leur liaison dans le temps en général, par conséquent uniquement par l'intermédiaire de concepts qui effectuent la liaison *a priori*."

L'espace

L'espace est un principe de connaissance des objets extérieurs, forme pure des intuitions externes, un archétype inné. C'est un concept *a priori* de l'intuition, une forme du sens externe en général. L'espace est un et infini, en philosophie comme en sciences.

Par analogie avec le raisonnement précédent, l'espace aussi n'existe qu'en tant qu'abstraction, et cette abstraction est aussi indispensable que le temps à notre représentation mentale du monde, de ce qui existe et des changements.

L'espace de Newton était absolu, tous ses points étant synchronisés à la même heure. Il a été remplacé par celui de la Relativité, milieu physique où positions et heures, longueurs et durées, masses et énergies sont définis par rapport à un point-événement de l'espace-temps (à un observateur en ce point).

L'espace et le temps de Carlo Rovelli

Carlo Rovelli a compris tout cela et théorisé une physique où le temps est remplacé par des relations, Mécanique quantique comprise [110] et [111]. Dans sa physique, quantique par définition, l'espace et le temps sont flous et fluctuants, si fluctuants même que l'ordre causal des événements est parfois instable…

Concept kantien de l'espace

Source : [12] article *Espace*.

- (Citation de [20] page 129)

  [Tout phénomène occupe un volume d'espace situé à une certaine position] "Si je peux dire *a priori* : tous les phénomènes *extérieurs* sont dans l'espace et sont déterminés a priori selon des rapports spatiaux,…

  > [Un objet extérieur (un phénomène) a nécessairement une existence dans l'espace, où il occupe un certain volume. Des objets distincts ont des positions relatives par rapport à l'espace (dans un système de coordonnées), dont on peut déduire la position de chacun par rapport à un autre. L'espace de Kant est celui, absolu, de Newton.]

  [Tout phénomène occupe un intervalle de temps après un phénomène précédent] …je peux à partir du principe [=le ressenti] du sens interne dire de manière tout à fait universelle : tous les phénomènes *en général*, c'est-à-dire tous les objets des sens, sont dans le temps et nécessairement soumis à des rapports temporels [consistant à succéder à un prédécesseur]."

  > [Un objet *existe physiquement* si et seulement si il existe à un instant donné.
  > Un phénomène ne peut nous apparaître que parce que ses intuitions pures d'espace et de temps contiennent *a priori* sa condition de possibilité. Son existence dans le temps suppose qu'il succède à un phénomène déjà perçu, par rapport auquel l'inconscient peut le situer et auquel il peut rattacher sa représentation.]

  (Fin de citation)

- (Citation de [116])
  "L'espace n'est pas quelque chose d'objectif et de réel ; il n'est ni substance, ni accident, ni relation ; mais il est subjectif et idéal, et provient, par une loi fixe, de la nature de l'esprit, à la manière d'un schéma destiné à coordonner dans leur ensemble toutes les données du sens externe."
  (Fin de citation)

- (Citation de [33] §13 page 65 – "L'espace tel que le géomètre en forme la pensée est très précisément la forme de l'intuition sensible que nous trouvons a priori en nous et qui contient le *principe de la possibilité* de tous les phénomènes externes (selon leur forme)…"
  (Fin de citation)

  Principe de la possibilité
  Cette expression est souvent utilisée par Kant pour désigner :
  - le moyen,
  - ou l'ensemble des conditions à satisfaire,
  - ou l'ensemble des informations nécessaires

  pour que quelque chose existe ou ait lieu.

5.3.17.2.3 Raison psychologique du libre arbitre
Source : [110] pages 192-193 (Rovelli)

Notre mémoire conservant des traces du passé, nous savons que celui-ci est impossible à changer, qu'il nous faut l'accepter tel qu'il est. Mais ne sachant rien du futur, nous avons l'impression de pouvoir agir librement sur lui, d'avoir une liberté de choix, un libre arbitre.

Bien que partagée par tous, cette impression est irrationnelle, on ne peut en démontrer le bien-fondé. Certaines religions et certaines philosophies prétextent du libre arbitre pour juger l'homme responsable de ses actes, alors que cette responsabilité résulte d'une exigence sociale : la société ne peut permettre que chacun agisse comme il veut, quand une telle action s'oppose à l'intérêt de tous. C'est pourquoi Hobbes voulait un pouvoir fort et Rousseau un *Contrat social* [117].

5.4 Modèle atomique : description succincte

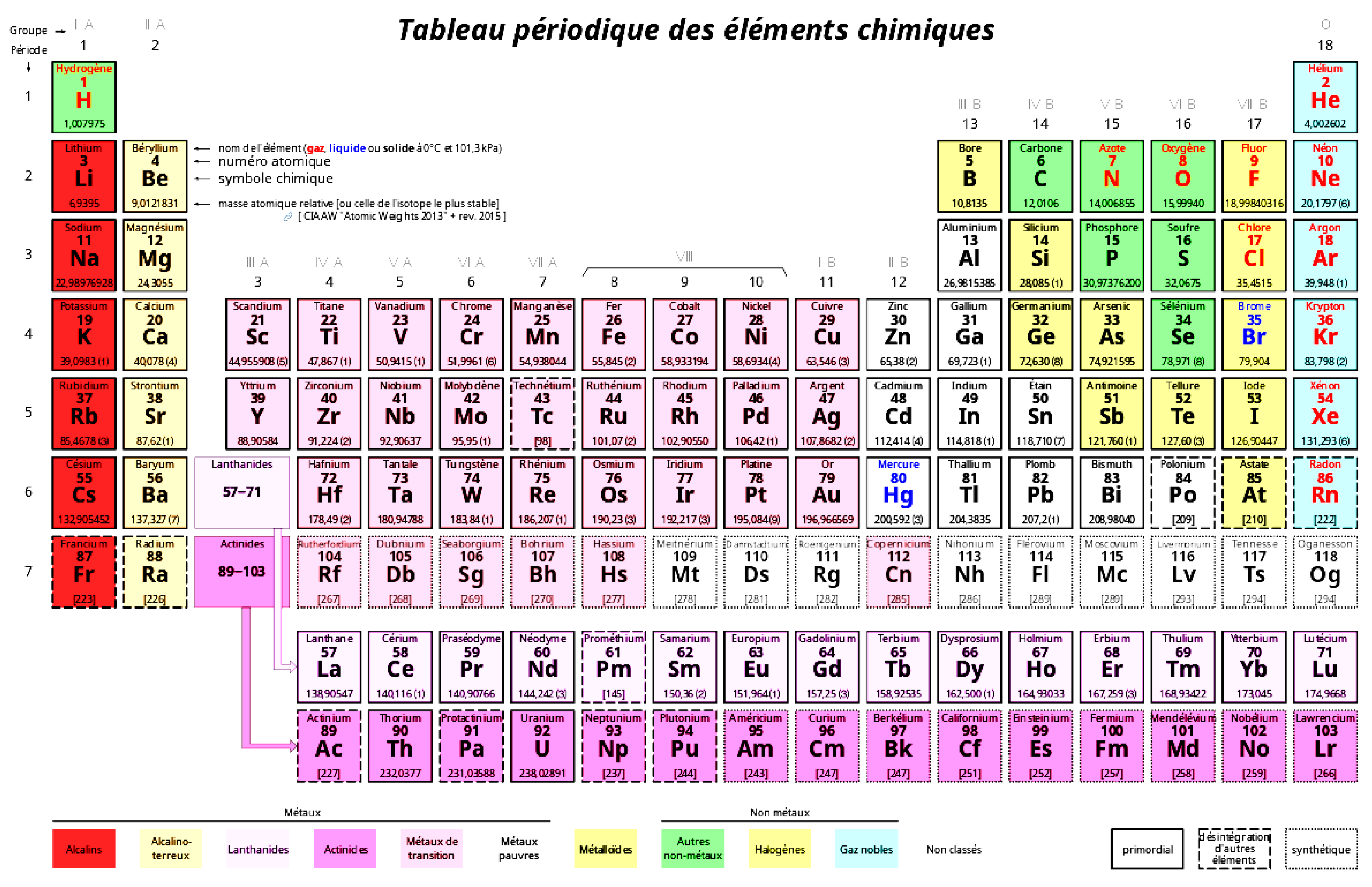
Sources : [95], [1] et [41].

Voici quelques définitions relatives à la notion d'atome.

L'atome est la plus petite quantité de matière qu'on puisse obtenir par division d'un objet sans libérer des particules électriquement chargées.

Les propriétés chimiques d'un élément comme l'hydrogène, l'azote ou le fer sont définies au niveau de son atome. Tous les atomes non ionisés d'un élément sont identiques, physiquement et chimiquement.

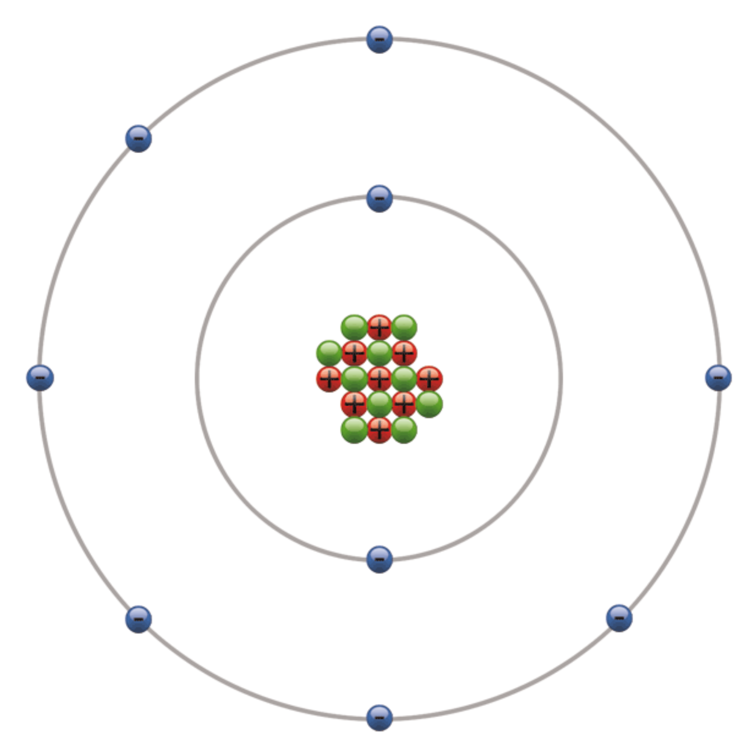
5.4.1 Tableau périodique des éléments chimiques



(© Microsoft Bing Creative Commons)

5.4.2 Structure d'un atome

Un atome a une dimension de l'ordre de 1 angström = 10^{-10}m, quel que soit le nombre de ses électrons. Il comprend un noyau autour duquel tournent un certain nombre d'électrons, répartis en *couches* de rayon croissant. Voici un atome de fluor.



Atome de fluor - © Microsoft Bing Creative Commons

Cet atome de fluor a deux *couches électroniques*, la première avec deux électrons (signe -), la seconde avec 7 électrons. Son noyau comprend 9 protons (signe +) et 10 neutrons (verts).

<u>Noyau</u>

Le diamètre D_A du noyau d'un atome de masse atomique A est donné (en fermis, 1 fm = 10^{-15}m) par la formule approximative :

$$D_A = d_0\sqrt[3]{A},\quad \text{où } d_0 = 2.4 \text{ fm}$$

Exemple : l'atome de fer ^{56}Fe de masse atomique 56 a un noyau de 9.2 fm.

Au centre d'un atome il y a un *noyau* d'une dimension de l'ordre de quelques fermis. Ce noyau comporte un ou plusieurs *protons*, de charge électrique positive, et 0, 1 ou plusieurs *neutrons* de charge nulle.

<u>Electrons</u>

Autour du noyau il y a un nuage d'*électrons* (autant d'électrons que de protons dans le noyau), tournant autour du noyau en couches successives séparées. Les électrons sont si petits qu'ils n'ont pas de taille mesurable : un atome est donc essentiellement vide.

Un électron a une charge électrique négative notée (en valeur absolue) *e*, valeur qui est une constante de l'Univers :

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}$$

L'électron a aussi un spin ½ (voir *Spin*).

5.4.2.1 Atome de Bohr

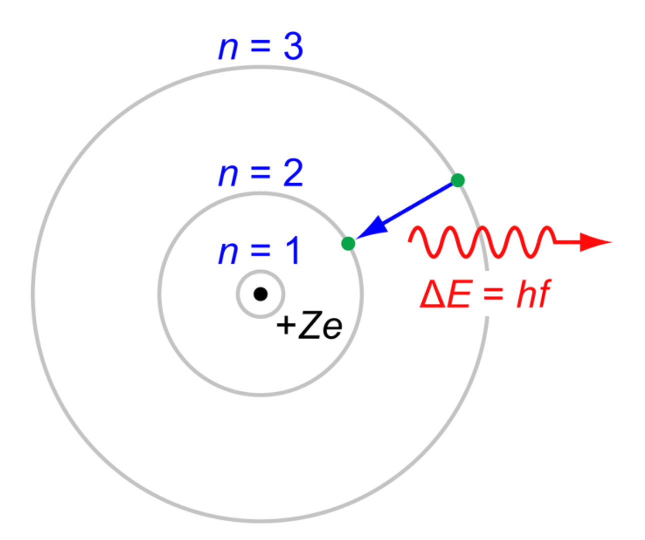
En 1913 Niels Bohr proposa un modèle quantifié de l'atome pour expliquer la stabilité des orbites électroniques, c'est-à-dire le fait que l'électron – charge électrique en rotation - ne rayonne pas d'énergie électromagnétique comme le prévoit la théorie électromagnétique de Maxwell. Ce rayonnement, s'il existait, absorberait l'énergie de l'électron et le ferait tomber sur le noyau, rendant ainsi la matière instable, ce qui est faux.

Un atome ressemblant au système solaire : modèle planétaire

L'« atome de Bohr » a un noyau autour duquel les électrons tournent sur des orbites circulaires de rayon fixe numérotées n = 1, 2, 3…. Chaque orbite a un moment cinétique [100] quantifié l_n, multiple de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ où h est la constante de Planck :

$$l_n = r_n m_e v_n = n\hbar$$, où :

- r_n est le rayon de l'orbite n ;
- m_e est ma masse de l'électron ;
- v_n est la vitesse de l'électron sur l'orbite n.



Atome de Bohr - © Microsoft Bing Creative Commons

L'atome schématisé ci-dessus a un numéro atomique Z : son noyau contient Z protons et a une charge électrique positive $+Ze$. Le schéma représente un électron tombant de la couche 3 à la couche 2, dont l'énergie potentielle est ΔE plus faible, en émettant un photon de fréquence f et d'énergie $\Delta E = hf$ où h est la constante de Planck.

Energie potentielle d'un électron de l'atome de Bohr

L'énergie potentielle d'un électron (négatif) attiré par le noyau (positif) est nulle lorsque l'électron est infiniment loin du noyau, donc *libre* (non attiré par lui). Les électrons d'un atome sont répartis en couches concentriques de niveaux d'énergie quantifiés croissants lorsqu'on s'éloigne du noyau.

Si l'électron se rapproche du noyau, sautant d'une orbite (couche de niveau d'énergie) de rang $n+1$ à une orbite de rang n, son énergie potentielle diminue d'une quantité $\Delta E = hf$ correspondant à un photon émis de fréquence f ; l'énergie de l'atome devient alors plus négative d'une quantité ΔE différence des énergies des niveaux $n+1$ et n.

Ainsi, pour chacune des couches électroniques stables de l'atome, celui-ci a une énergie négative, et d'autant plus négative que la couche est plus proche du noyau. Pour l'atome d'hydrogène, les énergies des différents niveaux (mesurées en électronvolts où 1eV= 1.6 .10^{-19} joule) sont :

Niveau n	Energie en eV
1	-13.6
2	-3.4
3	-1.51
4	-0.85

Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

Si l'atome absorbe un photon d'énergie correspondant à la transition d'un niveau *n* au niveau *n+1*, son électron de la couche *n* saute sur la couche *n+1*.

Le niveau 1 est le plus stable : un atome ne peut pas céder d'énergie par émission d'un photon à partir du niveau 1 ; il ne peut éventuellement qu'en absorber.

Le modèle d'atome de Bohr a été un progrès considérable parce qu'il expliquait la stabilité des atomes, mais on lui a trouvé des reproches.

Energies de liaison d'un noyau atomique

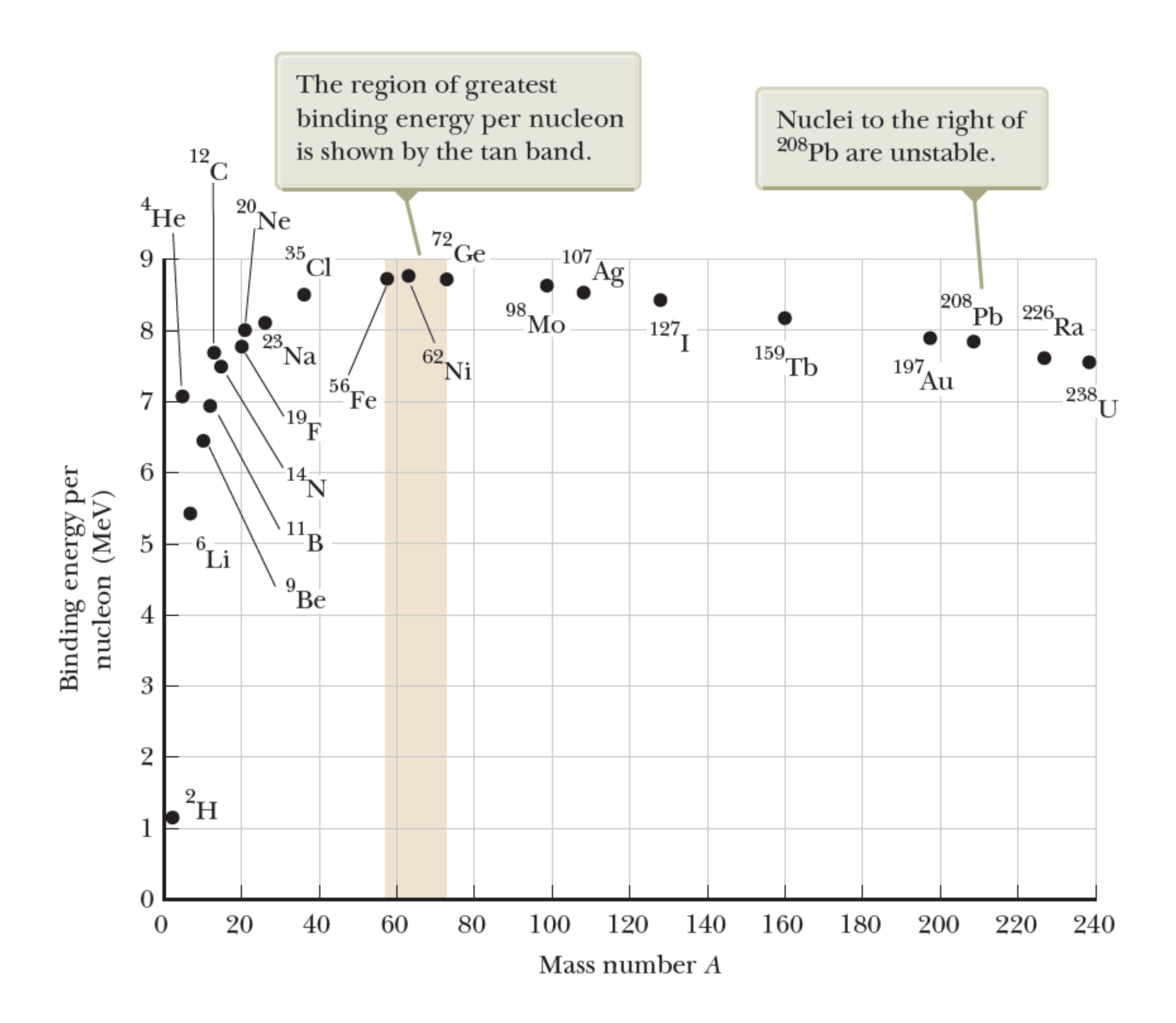
La masse totale d'un noyau atomique *A* est inférieure à la somme des masses de ses protons et neutrons *S*, la différence *S-A* étant la masse-énergie de liaison (cohésion) qui retient ensemble ces composants du noyau. *S-A* est donc l'énergie minimum à fournir à un noyau pour qu'il se décompose en ses protons et neutrons.

Energie de liaison d'un électron atomique

Chaque électron, sur sa couche de niveau *n*, a une énergie potentielle de liaison avec le noyau. Les énergies potentielles de deux niveaux successifs sont donc E_n et E_{n+1}. En absorbant (émettant) un photon l'atome peut faire sauter l'électron correspondant exactement à l'énergie $|E_{n+1} - E_n|$ vers une couche plus (moins) élevée.

Ne pas confondre l'énergie de cohésion du noyau, où interviennent la force nucléaire, et l'énergie potentielle d'une couche électronique où intervient la force électromagnétique.

Les 3 éléments (isotopes) les plus stables (ceux qui ont les plus fortes énergies de liaison par nucléon, proton ou neutron) sont le fer de masse atomique 56 ^{56}Fe, le Nickel ^{62}Ni et le germanium ^{72}Ge [255].



Reproches faits au modèle planétaire de l'atome de Bohr

- Il n'explique pas pourquoi certaines raies spectrales sont plus brillantes que d'autres.
- Il n'a pas de méthode de calcul des probabilités de transition entre niveaux.
- Il assimile l'électron à une petite planète, avec son orbite circulaire de rayon donné et son moment cinétique [100], ce qui viole le principe d'incertitude de Heisenberg qui affirme l'impossibilité de calculer simultanément une position et une quantité de mouvement.

Compte tenu de ces reproches, le modèle actuel (universellement accepté) est décrit au paragraphe *Trajectoires d'un électron autour d'un noyau atomique : orbitales*.

5.4.2.2 Les 4 nombres quantiques d'un atome

Etat quantique d'une particule

Par particule on entend ici un atome, un noyau atomique ou une particule subatomique. L'état quantique (la configuration) d'une telle particule est défini(e) par 4 *nombres quantiques* (entiers ou demi-entiers) qui ne peuvent avoir que des valeurs discrètes. Ces valeurs sont invariantes dans toute évolution.

Ainsi, 4 nombres quantiques suffisent pour identifier de manière unique un électron d'atome, voici comment.

1 - Couches électroniques d'énergie : nombre quantique principal *n*

Les électrons d'un atome se répartissent en couches de niveau croissant d'énergie potentielle désignées par leur *nombre quantique principal* : *n*=1, 2, 3, 4, etc., nombre défini par Bohr.

Exemple : l'atome de polonium ^{209}Po (masse atomique 209) ci-dessous a 84 électrons en 6 couches.

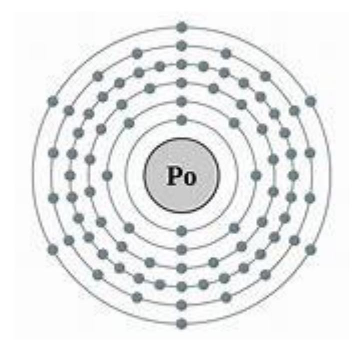


Schéma de l'atome de polonium - © Microsoft Bing Creative Commons

- La couche *n*=1 est aussi appelée couche *K* ;
- La couche *n*=2 est aussi appelée couche *L* ;
- La couche *n*=3 est aussi appelée couche *M*, etc.

2 - Formes des sous-couches : nombre quantique azimutal *l*

Le nombre quantique azimutal *l* de la couche *n* varie de 0 à *n*-1. Il représente la grandeur du moment cinétique de rotation [100] d'un électron autour de son noyau.

La couche électronique de niveau *n* est subdivisée en sous-couches de formes distinctes (sphères ou lobes) désignées par les lettres respectives *s, p, d, f*, etc.

Exemple : la couche *n*=2 a 2 sous-couches : 0, appelée sous-couche *s*, et 1, appelée sous-couche *p*.

Chaque sous-couche a un nombre d'électrons désigné par un chiffre en exposant.
Ainsi, la configuration de l'atome de fluor (qui a 9 électrons) est $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$, ce qui veut dire qu'il y a:

- 2 électrons dans la couche *n* = 1, sous-couche *s* = 0,
- 2 électrons dans la couche *n* = 2, sous-couche *s* = 0,
- 5 électrons dans la couche *n* = 2, sous-couche *p* = 1.

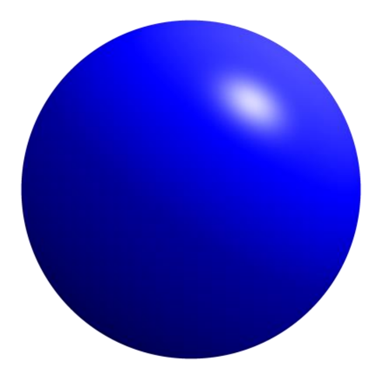
Les deux types de représentation des couches électroniques d'un atome
Une couche électronique peut être représentée de deux manières :

- Par l'ensemble des directions (à partir du noyau) où on peut trouver un électron.
  Cette représentation est faite de surfaces sphériques ou en forme de lobe, à l'intérieur desquelles se trouvent, par exemple, 90% des directions possibles de présence d'un électron dans l'espace ; elles sont centrées sur un des axes Ox, Oy ou Oz.
- Par des sections planes des surfaces d'équiprobabilité de densité de présence, surfaces de révolution autour d'un des axes.

Aucune orbite électronique n'est une simple courbe plane comme dans l'atome de Bohr, toutes sont des volumes où chaque point a (dans un petit volume autour de lui) une certaine probabilité de présence de l'électron.

On peut représenter un tel espace par une surface à l'intérieur de laquelle un électron a une probabilité (par exemple 90%) de se trouver.

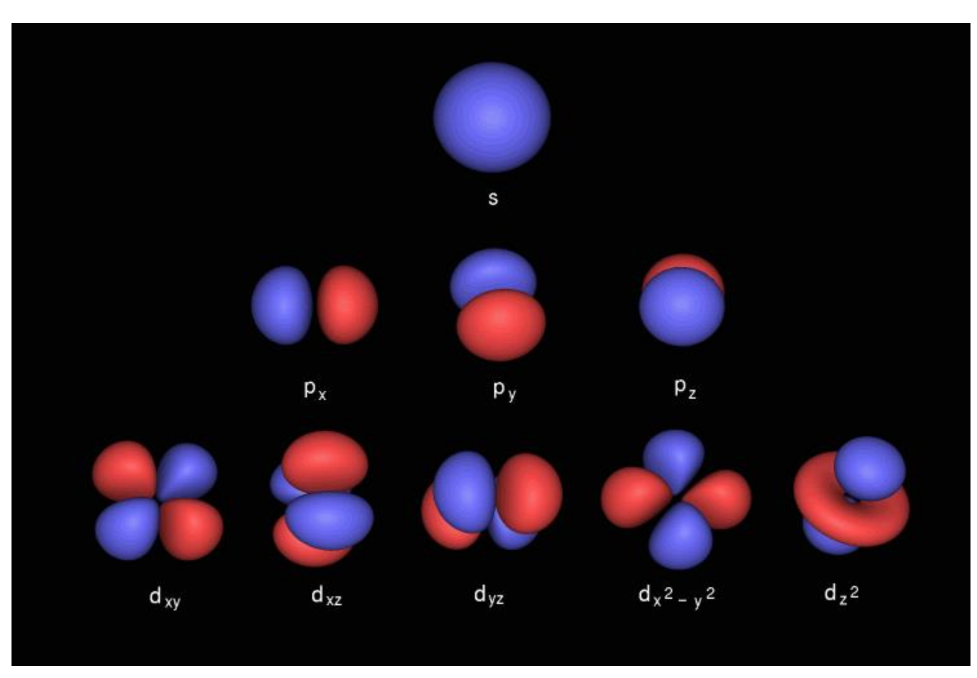
Exemple : pour l'hydrogène, qui n'a qu'une seule couche et une seule sous-couche (*s*), celle-ci a la forme d'une sphère :



Nuage électronique de l'hydrogène (représentation azimutale)

La figure ci-dessous représente les sous-couches *s, p* et *d* d'un atome quelconque :

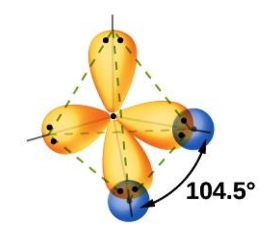
- La sous-couche *s* a 3 paires d'électrons orientées selon les axes Ox, Oy, Oz ;
- La sous-couche *d* a 2 paires d'électrons.



Orbitales : sous-couches *s, p* et *d*

Exemple : Orbitales de l'eau H_2O
Source : [95] page 857 ; figures : [119]
Voir d'abord la définition *Densité de probabilité*.

L'atome d'oxygène a 8 électrons en 3 sous-couches : $1s^2$ $2s^2$ $2p^4$. La dernière, appelée *2p*, a 4 électrons : deux (de spins opposés) sur une orbitale $2p_z$ et les deux autres respectivement sur les orbitales $2p_x$ et $2p_y$. Ces trois orbitales sont dans des nuages de probabilité représentés par la figure ci-dessous, la surface en lobe de chacun faite de points de même densité de probabilité pour chaque électron, ici 0.9.



Orbitales d'une Molécule d'eau : sous-couche $2p^4$ de l'atome d'oxygène
(sur chaque axe on n'a représenté qu'un des deux lobes symétriques)

La figure représente la molécule H_2O en tenant compte des orbitales des électrons d'hydrogène (en bleu) partagés avec l'atome d'oxygène en orange dans les liaisons O-H, avec des angles entre axes des nuages de liaison de 104.5°. Cet angle, supérieur au 90° théorique, résulte de la répulsion électrostatique entre les protons des atomes d'hydrogène prise en compte par les calculs de Mécanique quantique.

3 – Orientation des orbitales dans l'espace : nombre quantique magnétique *m*
La sous-couche *l* a *2l+1* orientations possibles : *-l ; -l+1 ;…-1 ; 0 ; 1 ; 2…l*

4 - Moment cinétique de l'électron : nombre quantique de spin *s*
Pour chaque combinaison des trois nombres quantiques précédents il y a deux valeurs de nombre quantique de spin : +½ et -½.

Nuage électronique autour d'un atome et son rapport de taille avec le noyau
Quand on dit que le diamètre d'un atome est d'environ 1 angström (10^{-10}m) on cite un ordre de grandeur, car la densité de probabilité de présence de ses électrons autour de son noyau diminue avec leur éloignement ; de même quand on dit que le noyau a un diamètre de l'ordre de 1 fermi (10^{-15}m).
Voir *Densité de probabilité du nuage électronique d'un atome d'hélium ^{2}He*.

5.4.3 Ion

Un atome ou une molécule peuvent, en fonction des conditions où ils se trouvent placés, perdre ou gagner un ou plusieurs électrons, voire même un proton.
Ils constituent alors des ions appelés :

- *cation,* lorsqu'il est chargé positivement (par exemple par perte d'un électron),
- *anion*, lorsqu'il est chargé négativement (par exemple par absorption d'un électron),
- *amphotère* lorsqu'il est chargé parfois positivement et parfois négativement.
  Il peut alors se comporter tantôt comme un acide et tantôt comme une base. C'est le cas de l'eau H_2O, qui se combine tantôt avec un acide, tantôt avec une base. Exemples :
  - $H_2O + HCl \Leftrightarrow H_3O^+ + Cl^-$ où H_2O accepte un proton ;
  - $H_2O + NH_3 \Leftrightarrow NH^+_4 + OH^-$ où H_2O cède un proton.

Un ion est donc un atome ou une molécule porteur (porteuse) d'une charge électrique positive ou négative ; la valeur absolue de cette charge est un multiple de celle de l'électron, $e = 1.6 \, .10^{-19}$ coulomb.

L'ionisation se produit souvent lorsqu'un gaz, un liquide ou un solide est traversé par un rayonnement ou une particule animée d'une énergie cinétique suffisante.

Un ion subit l'action du champ électrique d'une autre particule chargée avec une force proportionnelle à sa propre charge et inversement proportionnelle au carré de sa distance à l'autre particule (loi de Coulomb).

5.4.4 Spin, fermions et bosons

5.4.4.1 Spin

Moment cinétique intrinsèque

Le spin ***s*** est une grandeur vectorielle, le *moment de rotation intrinsèque* d'une particule (électron, proton, neutron, atome…), qui a les dimensions d'un moment cinétique (produit vectoriel d'une longueur ***r*** par une masse *m* et par une vitesse ***v*** *:*

$$\mathbf{s} = \mathbf{r} \wedge m\mathbf{v}).$$

C'est une manifestation du magnétisme de la particule qu'on ne voit qu'en physique atomique : en physique traditionnelle, le moment de rotation sur elle-même d'une particule ponctuelle serait nul ($\mathbf{r} = \mathbf{0}$ dans $\mathbf{r} \wedge m\mathbf{v}$). En outre, cette manifestation est discontinue, quantifiée.

L'effet du spin est analogue à celui de la rotation d'une particule sur elle-même, en ce sens qu'il a un moment angulaire sans être une rotation : c'est une propriété intrinsèque d'une particule, au même titre que sa charge électrique ou sa masse.

Qu'une particule ait une charge électrique, comme le proton ou l'électron, ou soit neutre comme un neutron, elle possède un champ magnétique qui a un moment de rotation ; ce champ est celui d'un aimant *qui n'aurait qu'un seul pôle*.

Moment cinétique orbital

En plus de son moment cinétique *intrinsèque*, un électron d'atome a un moment cinétique *orbital*, dû à sa rotation autour du noyau. Ce moment s'additionne au moment intrinsèque, produisant un moment cinétique *total* de l'électron.

Le module (=la grandeur numérique) *s* d'un vecteur spin ***s*** est quantifié : c'est un multiple demi-entier (1/2, 3/2,…) de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ($\hbar$ se prononce h-barre), multiple qui peut prendre les *2s+1* valeurs :

$$-s\ ;\ -s+1\ ;...0\ ;...;\ s-1\ ;\ s.$$

Le spin d'un électron ou d'un proton valant ½ (c'est-à-dire $\hbar/2$), l'électron et le proton peuvent avoir 2 valeurs de spin : -½ et +½, correspondant à deux sens de pseudo-rotation. Le photon a un spin 1, le graviton (s'il existe) un spin 2, le baryon Ω^- (oméga moins) un spin 3/2, etc. Ce module intrinsèque est constant, mais *l'axe de rotation du spin peut adopter n'importe quelle direction de l'espace.*

Curiosité supplémentaire : une particule comme l'électron revient à l'état de spin de départ au bout de 2 tours, alors qu'un proton y revient au bout d'un seul tour !

L'inversion du sens du vecteur spin d'une particule, remplacé par le vecteur opposé, correspond à un changement de polarisation.

Les spins de l'électron et du proton sont à la base des propriétés magnétiques de la matière. Une particule de spin non nul se comporte comme un petit barreau aimanté (exemple : voir *Hystérésis*).

Le spin étant une propriété fondamentale d'une particule, la description de l'état de celle-ci est incomplète sans le spin, aussi incomplète que si elle omettait son impulsion ou sa charge électrique.

Enfin, un photon de fréquence ν a aussi un spin de "masse" *m* et de rayon $r = \frac{c}{2\pi\nu}$.
Son énergie est $E = h\nu = mc^2$ d'où $m = \frac{h\nu}{c^2}$ et son moment cinétique $L = mcr = \frac{mc}{2\pi\nu}$.

5.4.4.2 Fermions et bosons

Les particules atomiques identiques d'un certain type (comme le sont entre eux, par exemple, des électrons) peuvent occuper un ensemble d'états d'énergie discrets disponibles de deux façons seulement, selon qu'elles respectent ou non le *Principe d'exclusion de Pauli*. Voici ces deux façons.

Classement des particules selon leur spin en fermions et bosons

Le spin est une propriété qui permet de classer les particules en deux catégories :

- Les particules de spin demi-entier (1/2ℏ, 3/2ℏ, 5/2ℏ …), appelées *fermions*.
  Ce sont des particules de matière.

  Exemples de particules de spin ½ (= ½ℏ) : l'électron, le proton, le neutron, le neutrino, etc. Ce spin est constant en grandeur - et sans rapport avec la masse ou la vitesse de la particule - mais il peut changer de signe comme si la particule inversait son sens de rotation. Les particules sensibles à l'interaction électromagnétique (force électromagnétique) ont un moment magnétique colinéaire (parallèle dans l'espace) à leur vecteur spin.

  Les fermions sont régis par la *statistique de Fermi-Dirac* et respectent le *Principe d'exclusion de Pauli*.

  Statistique de Fermi-Dirac
  Caractéristique de particules atomiques qui respectent le *Principe d'exclusion de Pauli* : chaque état quantique d'un ensemble d'états possibles ne peut être celui que d'une seule particule. C'est ainsi que les électrons d'un atome sont dans des états distincts, chaque état occupé par un seul électron. Les électrons d'un atome, par ailleurs identiques, se distinguent donc seulement par leur état quantique.

  Plusieurs bosons, au contraire, peuvent avoir le même état quantique.

- Les particules de spin entier (0, ℏ, 2ℏ, 3ℏ…), appelées *bosons*.
  Ce sont des particules porteuses de force, c'est-à-dire d'interaction : l'effet d'une des 4 forces fondamentales est toujours un nombre entier de bosons de cette force. Un boson est aussi appelée *messager* de cette force.

  Exemples de particules de spin 1 (=ℏ), qui sont donc des bosons :

  - Le photon, boson de la force électromagnétique (oui, même un photon de masse nulle peut avoir un moment cinétique, ce qui prouve que le spin n'est pas lié à une masse en rotation) ;
  - Les bosons de la force faible W et Z ;
  - Le gluon, boson de la force nucléaire (force forte) ;
  - L'hélium II, boson qui peut être superfluide à très basse température.

  Les bosons respectent la *Statistique de Bose-Einstein*.

En tant que contraintes d'état quantique, les statistiques de Fermi-Dirac et de Bose-Einstein sont des lois d'interruption.

Des particules invisibles d'une nature autre que quoi que soit de visible

> **« Au plan métaphysique, l'existence du spin nous conduit à admettre qu'il existe des propriétés fondamentales de la masse-énergie sans rapport avec des concepts issus de nos sens comme la masse. »**

Nous en avions déjà un exemple avec le photon, particule-onde de masse nulle, mais d'énergie $h\nu$ non nulle, d'impulsion non nulle et de spin non nul. C'est là une des raisons pour représenter la réalité à l'échelle atomique avec des formules mathématiques.

Complément : *Modèle standard des particules élémentaires*.

5.4.5 Principe d'exclusion de Pauli

Un principe auquel sont soumis tous les fermions

Ce principe est dû à Wolfgang Pauli, qui a reçu le prix Nobel de physique 1945. C'est une contrainte d'existence des états quantiques à laquelle sont soumis tous les fermions (électrons, nucléons, etc. voir *Fermions et bosons*) :

> **« Deux fermions (électrons, protons, neutrons…) d'un même atome ne peuvent pas être en même temps dans le même état quantique (décrit par la même fonction d'onde). »**

Ainsi, dans un atome, il ne peut y avoir :

- Qu'un seul électron ou un seul nucléon dans un état quantique donné.
  Un tel état définit des propriétés quantifiées et constantes :
  - Distance au noyau (couche) où chaque électron est sur une orbitale (trajectoire probabiliste). Par exemple la couche *n*=1 ne peut recevoir que deux électrons de spins opposés ;
  - Moments (dont le spin, moment cinétique angulaire intrinsèque) ;
  - Charge ;
  - Nombre baryonique ;
  - Nombre leptonique.
- Qu'un seul électron avec des valeurs données des 4 nombres quantiques.

Ce principe explique les émissions de photons observées provenant des électrons qui descendent d'une couche atomique à une autre, perdant ainsi de l'énergie.

Du fait de ce principe, deux électrons ont tendance à s'éviter : sur une même sous-couche d'énergie d'un atome il y a au maximum deux électrons, et leurs spins sont opposés pour respecter le principe d'exclusion.
Voici un exemple d'application du principe d'exclusion de Pauli.

Gaz de fermions : température de Fermi et dégénérescence

Source : [41] article *Maxwell-Boltzmann distribution law*

> *Loi de distribution des énergies cinétiques des molécules d'un gaz*
> Les énergies des molécules d'un gaz à l'échelle macroscopique sont réparties selon la loi de distribution statistique des vitesses de Maxwell-Boltzmann : une molécule donnée a une probabilité *dP* d'avoir une énergie cinétique comprise entre *E* et *E+dE* donnée par une équation de la forme
>
> $dP = Ce^{-\frac{E}{k_B T}}dE$, où k_B est la constante de Boltzmann et *T* est la température absolue.
>
> En moyenne, l'énergie cinétique est $½k_BT$ par degré de liberté, comme vu plus haut.

Cette loi de Maxwell-Boltzmann n'est valable qu'à l'échelle macroscopique : à l'échelle atomique il y a des effets quantiques dus au principe d'exclusion de Pauli, qui impose une distribution des énergies d'un atome par niveaux atomiques successifs (couches orbitales successives). Lorsqu'un gaz de fermions est refroidi, il subit une transition de phase à une température appelée *température de Fermi*. En dessous de cette température il est régi par des lois de physique quantique et on le qualifié de *dégénéré*.

Quand la densité d'un gaz de particules dégénéré croît, les fermions remplissent d'abord les niveaux de faible énergie, puis les niveaux d'énergie de plus en plus élevée, ce qui fait croître la pression du gaz.

5.4.6 Statistique de Bose-Einstein

Source : [41] article *Bose-Einstein condensate*.

Les bosons sont des particules qui ne respectent pas le principe d'exclusion de Pauli, mais respectent la statistique de Bose-Einstein. Cette statistique :

- Permet à plusieurs bosons d'avoir des états quantiques distribués selon elle, notamment d'être dans le même état quantique.
- Rend compte, par exemple, de l'écoulement sans friction de l'hélium superfluide (isotopes ^{3}He et ^{4}He). Un atome ^{4}He est bien un boson, mais un atome ^{3}He est un fermion qui se comporte (par paires) comme un boson dans une condensation à basse température.
- Rend compte du phénomène de supraconductivité électrique (courants rencontrant une résistance nulle, qui peuvent donc, une fois lancés dans une boucle, y tourner indéfiniment).

Plusieurs bosons peuvent être en même temps dans le même état quantique
Un grand nombre de photons (ou de noyaux d'atomes d'hélium II) peuvent être en même temps dans le même état quantique ; cette propriété de cohérence est utilisée dans les lasers à photons et s'applique même à des lasers projetant des atomes en faisceaux cohérents focalisables.

5.4.6.1 Condensat de Bose-Einstein – Particules géantes – Lumière ralentie

Source : [41] article *Bose-Einstein condensate (BEC)*

Il existe un état de la matière appelé *condensat de Bose-Einstein,* tel qu'un ensemble d'atomes ou de particules subatomiques refroidi au voisinage du zéro absolu (-273.15°C) se fondent en un objet unique, de même état quantique, décrit par une même fonction d'onde ; cet ensemble peut compter un nombre si grand de particules qu'on peut le considérer comme pratiquement macroscopique.

> En passant, on a là une confirmation du fait que l'équation fondamentale de la Mécanique quantique, l'Equation de Schrödinger, s'applique à l'échelle macroscopique en plus de l'échelle atomique habituelle.

« L'équation de Schrödinger est bien une équation fondamentale des évolutions de la physique, tant pour l'échelle atomique que pour l'échelle macroscopique. Comme elle est symétrique par rapport au temps toutes les lois d'évolution le sont aussi : à la fin d'une évolution la nature "se souvient" de ses états antérieurs et l'information d'état est conservée. »

La Mécanique quantique décrit même les propriétés de particules géantes
L'existence de ce condensat a été prédite en 1924 par Einstein, à partir des calculs de Satyendra Nath Bose. Son observation expérimentale avec un volume de gaz d'environ 2000 atomes de rubidium refroidi à 0.17 $.10^{-6}$ degrés K en 1995 a valu à ses auteurs (Cornell, Ketterle et Wieman) le prix Nobel de physique 2001 ; l'« atome » géant était assez grand pour être visible au microscope, tout en ayant les propriétés quantiques prévues par la théorie.

Ralentissement et arrêt de la lumière
Un condensat de Bose-Einstein a le pouvoir de ralentir la lumière :

- Une expérience de 1998 a permis d'y mesurer une vitesse de 17 mètres/seconde au lieu des 300.000 km/s habituels.
- Une expérience ultérieure a même permis de stopper une impulsion lumineuse, de la conserver inchangée, puis de la laisser repartir dans un second condensat.

  « La vitesse de la lumière, constante dans un milieu donné, varie tellement avec ce milieu qu'il y a des cas où on peut la ralentir, voire l'arrêter et la relancer. »

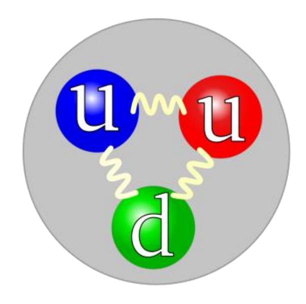
5.4.7 Nucléons : protons et neutrons

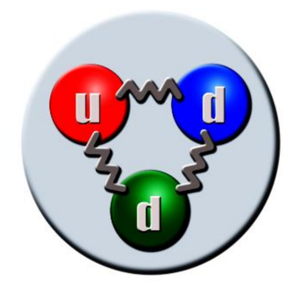
Un nucléon est un proton ou un neutron, ainsi nommé parce qu'il est la particule de base d'un noyau atomique, dont le proton et le neutron ne sont que deux états physiques distincts (on passe de l'un à l'autre en échangeant un quark haut contre un quark bas). Un proton et un neutron ont la même sensibilité à la force nucléaire, qui les soude malgré de la force électrique qui repousse les protons.

Un antinucléon est donc un antiproton ou un antineutron.

Un proton et un neutron sont tous deux composés de 3 quarks solidement réunis par des gluons de la force nucléaire :

- Un proton a 2 quarks up (charge +2/3 chacun) et 1 quark down de charge -1/3,
  d'où une charge électrique totale de 1*e* (celle de l'électron, mais positive) ;
- Un neutron a 1 quark up (charge +2/3) et 2 quarks down (charge -1/3 chacun),
  d'où une charge électrique totale de 0.





Proton

Neutron

Structure d'un proton
Un proton a une forme de boule de surface floue. L'essentiel de sa charge électrique est concentré dans une sphère intérieure de rayon 0.8 fermi environ, la densité de charge décroissant très vite quand on s'éloigne ensuite du centre.

5.4.8 Particules et antiparticules subatomiques

Particules
Une particule subatomique (appelée souvent simplement *particule*) est un quantum de masse-énergie. Les particules sont les constituants fondamentaux de la nature, certaines (les particules *élémentaires,* comme les nucléons) en tant que « briques de base de la matière », d'autres en tant que liens entre ces briques comme les gluons.

Exemples de particules : proton, électron, photon, neutrino, quark, etc.
Voir *Modèle standard des particules élémentaires*.

Antiparticules
Une antiparticule (particule duale d'une particule subatomique donnée) a la même masse qu'elle, mais une charge électrique et un spin de signes opposés.

Désignation : le symbole d'une antiparticule est le même que celui de la particule correspondante surmonté d'un trait.

Exemple : quark q ; antiquark $\bar{q}$.

Annihilation d'une paire particule-antiparticule
Une particule qui rencontre son antiparticule s'annihile avec elle : elles se transforment alors en énergie électromagnétique (par exemple en photons gamma de haute énergie) en respectant l'équation d'Einstein $E=mc^2$.

Exemples d'antiparticules

- L'antiproton est l'antiparticule du proton ;
- Le positron est l'antiparticule de l'électron ;
- L'antineutron est l'antiparticule du neutron, de charge nulle comme lui, mais de moment magnétique de signe opposé ;
- L'antiquark est l'antiparticule du quark.
  Les quarks *up* et *down* s'unissent avec leurs antiquarks pour former des *mésons* (sensibles, eux aussi, à la force nucléaire, ils sont produits notamment par l'interaction des rayons cosmiques avec l'atmosphère).

Dimensions des particules : ordres de grandeur

- Un atome mesure entre 1 et 6 angströms (1 Å = 10^{-10}m) ;
- Le noyau atomique est entre 10 000 et 100 000 fois plus petit que l'atome ;
- Un nucléon (proton ou neutron) du noyau mesure environ 1 fermi (10^{-15}m) ;
- Un quark (composant des nucléons) mesure environ 10^{-19}m.
- Les électrons et neutrinos sont encore beaucoup plus petits, si petits qu'on ne peut en citer de dimension.

Masse des particules
Certaines particules (comme les photons et les gluons) ont une masse nulle ; d'autres comme comme le proton ont une masse de l'ordre de 10^{-27} kg et d'autres encore ont une masse énorme, la plus élevée étant celle du *quark top* : 173 GeV (1 giga électronvolt =°10^{-10} joule), soit environ 184 fois la masse du proton. (Voir *Modèle standard des particules élémentaires*)

Etat et nombres quantiques des particules et antiparticules
L'état quantique d'une particule ou antiparticule est caractérisé par un ensemble de *nombres quantiques* *(NQs)* :

- NQs du mouvement de la particule ou de l'antiparticule : *masse* et *spin*
  (voir *Spin, fermions et bosons*) ;
- NQs des interactions auxquelles la particule ou l'antiparticule sont sensibles :
  - La *charge électrique Q* et le *moment magnétique μ* pour l'interaction électromagnétique ;
  - Le *nombre baryonique B* des baryons, particules lourdes sensibles à l'interaction nucléaire ; invariant dans les conversions de particules, il vaut :
    - ✓ 1 pour les protons et neutrons (-1 pour leurs antiparticules) ;
    - ✓ $\pm$1/3 pour les quarks et antiquarks.
  - L'*isospin Iz* pour les nucléons soumis à l'interaction forte ;
    valeurs : protons = +½, neutrons = -½ ;

    L'isospin est un nombre quantique caractérisant une famille de particules élémentaires qui ne diffèrent que par leur charge électrique, comme le proton et le neutron.

    Ce nombre quantique permet de distinguer entre deux états (proton et neutron) d'une même particule (le nucléon). Par analogie avec les rotations dans l'espace habituel (et la notion de spin qui en découle), on appelle *rotation d'isospin* la transformation qui fait passer de l'état proton à l'état neutron ou inversement dans un espace interne.

    Lorsque des particules se décomposent ou entrent en collision sous l'influence de la force forte leur isospin total se conserve.

Composition
Certaines particules, comme l'électron, sont indécomposables ; d'autres sont constituées de sous-particules ; le proton, par exemple, est constitué de 3 quarks :
2 quarks *up* et 1 quark *down* reliés par des *gluons*.

5.4.8.1 Photons

Le photon est le quantum d'énergie électromagnétique, seul transmetteur de la force électromagnétique.

L'énergie E_{ph} d'un photon de fréquence ν est :

$$E_{ph} = h\nu$$

où h est la constante de Planck, h = 6.6261 .10^{-34} joule .seconde.

Le photon a une masse nulle et un spin (moment cinétique intrinsèque) de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

On peut se représenter un photon de fréquence ν comme une suite d'alternances d'une onde électromagnétique voyageant à la vitesse de la lumière (*c* dans le vide) et transportant une énergie $h\nu$. La durée de cette onde est celle de la transition de l'atome qui l'a émise entre l'état d'énergie de départ et l'état de moindre énergie à la fin de l'émission : c'est le temps que met l'atome à émettre le photon.

> Une transition d'énergie d'un atome provient le plus souvent d'un changement d'orbite d'un électron : lorsque l'atome *absorbe* un photon, l'électron passe d'une orbite proche du noyau à une orbite plus éloignée ; lorsque l'atome *émet* un photon, l'électron passe d'une orbite plus éloignée du noyau à une orbite plus proche.
>
> *L'énergie de spin*
> Mais la transition d'énergie peut aussi provenir d'une inversion du sens du spin de l'électron par rapport à celui du noyau ; lorsque ces deux spins sont de sens opposés l'énergie de l'atome est plus faible que lorsqu'ils sont de même sens, et il est plus stable. C'est ainsi que, lorsqu'un atome d'hydrogène dont les spins du noyau et de l'électron sont de sens opposés reçoit un

photon de 21 cm de longueur d'onde, le spin de l'électron bascule, s'alignant sur celui du noyau ; l'atome pourra ensuite revenir à son état de basse énergie à spins opposés, plus stable, en émettant un photon de 21 cm de longueur d'onde.

Un photon a une masse nulle et n'est jamais arrêté, il se déplace toujours. Se déplaçant à la vitesse de la lumière, *il reste toujours à la même heure (celle de son émission), il ne voit pas passer le temps !* (Voir diagramme d'espace-temps.)

A l'échelle humaine l'énergie d'un photon est minuscule. Exemple : une lampe de 25W émettant 12.5 % de l'énergie électrique sous forme de lumière jaune orangée, produit ~10^{19} photons/seconde. Cette petitesse vient de celle de la constante de Planck, $h = 6.6261 . 10^{-34}$ joule **.**seconde, que la fréquence élevée de la lumière jaune-orangée, $0.5.10^{15}$ Hz, ne parvient pas à compenser.

Malgré sa masse nulle, un photon de longueur d'onde λ a une impulsion $p = h/\lambda$.

Compléments : *Théorie quantique des champs*.

5.4.8.2 Leptons

Particules élémentaires (indécomposables), les leptons sont insensibles à la force forte mais sensibles aux trois autres forces. Ils font partie des fermions (voir *Spin, fermions et bosons*).

- Il y a trois types de leptons chargés négativement : *électron*, *muon* et *tau*
  (voir plus bas *Modèle standard des particules élémentaires*).

  Chaque particule de ce type a son antiparticule, par exemple le positron pour l'électron.
- Il y a trois types de leptons non chargés : *neutrino électron*, *neutrino muon* et *neutrino tau*.

Neutrino
Particule subatomique sans charge électrique, de spin ½ et de masse très faible, générée dans la radioactivité bêta sous la forme de son antiparticule, *l'antineutrino*.

Un neutrino est une superposition quantique de 3 états : l'état électron, l'état muon et l'état tau (voir *Modèle standard des particules élémentaires*) correspondant à des masses différentes, respectivement inférieures à ~2.2 eV/c^2, 0.17 MeV/c^2 et 15.5 MeV/c^2. Selon son énergie et l'endroit de son parcours où on le détecte, un neutrino peut apparaître sous l'une de ces trois formes. Mais il y a plus curieux : les neutrinos peuvent « osciller » entre ces formes...
Chacun de ces types de neutrino a son antiparticule appelée antineutrino.

« Le neutrino est un exemple naturel de superposition d'états d'une particule. »

Des propriétés étonnantes
Les neutrinos interagissent si peu avec la matière qu'ils peuvent en traverser des centaines de mètres d'épaisseur avec une probabilité très faible de rencontrer un atome ou un électron.

Les neutrinos ne sont sensibles qu'à la force faible et à la force de gravitation, beaucoup moins intense mais de portée infinie.

Voir [249].

Nombre leptonique
Pour rendre compte des différences de variété des leptons (et notamment des neutrinos), on a introduit la notion de nombre leptonique, sorte de charge abstraite douée de propriétés de conservation (que l'on admet généralement additives) [R1l].

Dans toutes les réactions de l'échelle atomique le nombre leptonique se conserve : voir *Conservations des lois mettant en œuvre des interactions fondamentales*.

5.4.8.3 Quarks

Les quarks sont des particules subatomiques élémentaires (indécomposables), qui interagissent par l'intermédiaire de la force nucléaire (=interaction forte) pour former les protons, les neutrons et plus généralement l'ensemble des *hadrons*.

Hadrons
Les hadrons sont les particules sensibles à l'interaction forte, formés de quarks et d'antiquarks soudés par des gluons. Il y en a deux catégories : *baryons* et *mésons*.

Baryons
Les baryons sont des particules subatomiques lourdes composées de 3 quarks et sensibles à la force nucléaire. Exemples : protons, neutrons, lambda Λ^0, sigma Σ+, hypérons Ξ^0, etc. Leurs spins sont demi-entiers (1/2, 3/2,...).

Charge baryonique (nombre baryonique)
La charge baryonique est un nombre quantique *B* caractérisant des particules.
Il est analogue à la charge électrique en ce sens que c'est une grandeur scalaire additive.

Charge leptonique (nombre leptonique)
La charge leptonique est un nombre quantique *L* caractérisant des particules, lui aussi grandeur scalaire additive. Ce nombre L existe en 3 catégories, correspondant respectivement :
L_e aux électrons, L_μ aux muons et L_τ aux taus (voir *Modèle standard des particules élémentaires*)

Un quark a un nombre baryonique $B = \pm\frac{1}{3}$ et un nombre leptonique *L*=0.
Un baryon a toujours un nombre leptonique *L*=0.
Un proton et un neutron ont un nombre baryonique B=+1.
Un électron et un positron ont un nombre baryonique B=0.
La charge baryonique se conserve dans toutes les conversions de particules.
La charge leptonique se conserve dans toutes les réactions nucléaires.

Mésons
Les mésons sont des particules composées d'un quark et d'un antiquark soudés par des gluons, de spin entier. Prévus théoriquement en 1935 et observés expérimentalement en 1947, on en compte aujourd'hui plus de 200 variétés. Ils ont des masses comprises entre140 MeV et 10 GeV (1Mev=1.6 .10^{-13} joule et 1GeV=1.6 .10^{-10} joule). Tous sont instables, avec des durées de vie comprises entre 10^{-22} seconde et 10^{-8} seconde ; exemple : le méson π (« pion ») se décompose en deux photons. Les spins des mésons sont entiers.

5.4.8.4 Nombre baryonique et sa conservation

Source : [112] pages 108-110
Le nombre baryonique d'un système est la différence entre son nombre de baryons et son nombre d'antibaryons.

Baryons et mésons se distinguent par leur nombre baryonique *B* :

- *B*=1 pour les baryons ;
- *B*=0 pour les mésons, les leptons et les particules messagères d'une force (bosons de jauge) ;
- *B*=-1 pour les antibaryons.

Les nombres baryoniques d'un noyau atomique s'ajoutent : pour un noyau de deutérium ${}^2_1D$ ayant 1 proton et 1 neutron (de nombres baryoniques égaux à 1) le nombre baryonique est donc 2.

Conservation du nombre baryonique
Dans les réactions on observe toujours la *conservation du nombre baryonique* : une collision à haute énergie de 2 protons (nombre baryonique total = 2) peut produire 3 protons et 1 antiproton (nombre baryonique total = 2) mais pas 2 protons et 1 neutron (nombre baryonique total = 3).

L'Univers observable a un nombre baryonique de ~10^{78} (~ signifie "de l'ordre de"). D'après la règle de conservation de ce nombre (confirmée par les mesures), il a toujours été de 10^{78}.
Le proton étant le baryon le plus léger, sa décomposition éventuelle produirait un nombre baryonique nul. Or on sait que la demi-vie d'un proton dépasse 10^{32} ans, alors que l'âge de l'Univers est ~10^{10} ans. On peut donc considérer le proton comme stable et la règle de conservation du nombre baryonique comme confirmée *dans les conditions de l'Univers actuel*.

Dans les conditions d'application des *Théories de Grande unification*, la conservation du nombre baryonique est imparfaite : à des températures de l'ordre de 10^{29}°K l'énergie thermique d'une particule

est ~10^{16}GeV et il y a de nombreuses réactions qui violent cette conservation. Il est donc possible qu'à l'ère de Grande unification le nombre baryonique de l'Univers ait changé, et qu'au départ le nombre baryonique total initial était nul, comme le veut la théorie du Big Bang ; le nombre baryonique actuel résulterait alors d'altérations qui se seraient produites pendant les premières 10^{-39} secondes : il y aurait eu *baryogenèse*.

Pour que l'hypothèse d'une baryogenèse soit plausible, il y a deux conditions :

- Les lois physiques applicables à l'ère de Grande unification doivent comporter une asymétrie fondamentale entre matière et antimatière :
  la probabilité qu'une réaction physique produise des baryons doit être plus grande que la probabilité qu'elle produise des antibaryons ; or c'est le cas (voir [120]) et cette découverte a été jugée si importante que ses auteurs ont reçu le prix Nobel de physique 1980.
- Les réactions de particules doivent être lentes par rapport aux phénomènes d'expansion et de refroidissement de l'Univers, pour que des densités d'équilibre ne puissent être atteintes. Steven Weinberg (prix Nobel de physique 1979) a montré que c'est possible avec certaines théories de Grande unification.

  Un millionième de seconde après le Big Bang l'Univers contenait 3 **.**10^{8} fois plus de quarks que d'antiquarks.

<u>Les 6 saveurs des quarks</u>
Il y a 6 types (appelés « saveurs ») de quarks :

Saveur (=type)	Nombre baryonique	Charge	Etrangeté	Charme	Bottom	Top	Masse (MeV)
down	1/3	-(1/3)e	0	0	0	0	5-15
up	1/3	+(2/3)e	0	0	0	0	2-8
strange	1/3	-(1/3)e	-1	0	0	0	100-300
charm	1/3	+(2/3)e	0	1	0	0	1000-1600
bottom	1/3	-(1/3)e	0	0	-1	0	4100-4500
top	1/3	+(2/3)e	0	0	0	1	180000

Nombres baryoniques des diverses saveurs de quarks

Les nombres quantiques Etrangeté, Charme, Bottom et Top (colonnes) doivent être définis en plus pour distinguer les diverses saveurs.

Chacune des 6 saveurs des quarks existe en 3 « couleurs », propriété qui n'a rien d'une couleur (car un quark est trop petit pour émettre ou réfléchir de la lumière) mais a donné son nom à la Chromodynamique quantique.
Les noms (arbitraires) des 3 couleurs sont : rouge, bleu et vert.

Les quarks ont une charge électrique positive ou négative de 1/3 ou 2/3 celle de l'électron.

5.5 Les 4 forces fondamentales de la nature

Il y a 4 forces fondamentales (appelées aussi *interactions fondamentales*) qui agissent dans l'Univers :

- La force de gravitation régissant l'attraction entre corps célestes et à la surface d'un corps comme la Terre ;

- La force électrique (force de Coulomb) régissant l'attraction/répulsion entre charges électriques. Dans le cas de charges en mouvement, une de ses manifestations est le champ électromagnétique, agissant sur des courants et se propageant sous forme de rayonnement électromagnétique (lumière, etc.) ;
  on regroupe parfois ces deux forces sous le nom de *force électromagnétique*.
  Les lois régissant cette force sont les équations de Maxwell et celle de Lorentz (incluse dans les équations de Maxwell).

  La force électrique intervient dans presque tous les phénomènes naturels :
  - La liaison des atomes en molécules, donc la résistance des objets aux tractions, pénétrations et rayures ;
  - Les réactions chimiques, notamment les oxydations/réductions et les moteurs thermiques ;
  - La liaison entre noyau atomique et électrons ;
  - La structure cristalline des métaux ;
  - Les frottements qui freinent le mouvement relatif d'objets en contact ;
  - Les transmissions d'influx nerveux à travers les synapses, etc.

  Ainsi, quand j'appuie avec la main sur une pierre ce sont des forces électriques qui assurent la cohésion des chairs de ma main et celle des atomes de la pierre.
- La force nucléaire (aussi appelée *interaction forte*) ;
- La force faible.

Définitions d'une interaction

- A l'échelle macroscopique, une interaction est l'effet :
  - d'une force mécanique ou d'un champ gravitationnel sur une masse ;
  - d'un champ électromagnétique sur une charge électrique.
- A l'échelle atomique, une interaction est une évolution ou une décomposition résultant d'une ou plusieurs particules. Exemples :
  - Effet de la force forte ou de la force faible sur un nucléon ou un quark ;
  - Décomposition d'une particule en particule(s) et rayonnement ;
  - Collision d'une particule avec une autre particule déviant leurs trajectoires ;
  - Conversion d'un rayonnement en masse ;
  - Annihilation d'une particule qui rencontre son antiparticule, avec émission d'un rayonnement.

Toutes les interactions physiques, par contact ou à distance, sont dues à l'une au moins des quatre forces fondamentales, agissant dans la limite de leur portée :

- Les forces agissant à l'échelle macroscopique, de portée infinie :
  - La force de gravitation de la loi d'attraction universelle de Newton, la seule action à distance connue lorsque Kant a publié la *Critique* [20] en 1781 ;
  - La force électromagnétique, décrite par Maxwell en 1872 (généralisant la *force électrique* de la loi de Coulomb, découverte en 1785).
- Les forces agissant seulement à l'échelle atomique ou subatomique :
  - La force nucléaire forte (ou simplement : « force nucléaire » ou « force forte »), connue avec la Chromodynamique quantique depuis 1972 ;
  - La force faible, intervenant dans certaines radioactivités, dans la décomposition de particules instables comme les mésons, et dans l'amorce de la fusion nucléaire qui alimente le Soleil.

Comparaison des quatre forces fondamentales

Type d'interaction	Force relative	Portée (mètres)
Nucléaire	1	10^{-15}
Electromagnétique	10^{-2}	∞
Faible	10^{-14}	$2 .10^{-18}$
Gravitation	10^{-36}	∞

Forces et portées relatives des interactions fondamentales
(voir *Relation entre portée des forces et masse des particules d'interaction*)

Ces quatre forces sont aujourd'hui décrites à l'échelle atomique sous forme de champs d'interaction par la *Théorie quantique des champs*.

Complément : *Déterminisme des lois fondamentales de l'échelle macroscopique*.

5.5.1 Force de gravitation

Effets de la gravitation
La gravitation est responsable de phénomènes comme l'attraction de la pesanteur, le mouvement des planètes et des étoiles dans les galaxies, le déplacement des galaxies les unes par rapport aux autres. Ses effets sont régis par les lois de Newton et de la *Relativité générale*.

Force des milliards de fois plus faible que la force électromagnétique, elle-même faible par rapport à la force nucléaire, l'effet de la gravitation est toujours négligeable devant celles-ci : en général on n'en tient pas compte entre particules à l'échelle atomique.

La force de la pesanteur qui fait le poids d'un piano résulte de l'attraction réciproque de chaque atome du piano pour chaque atome de la Terre, et le piano paraît lourd. Mais l'attraction réciproque des masses de deux particules à l'échelle atomique est si faible qu'elle n'a jamais été mesurée.

L'attraction de la masse d'un proton pour celle d'un électron est ~2 **.**10^{39} fois plus faible que leur attraction électrostatique.

Dans un espace euclidien
Un champ de gravitation provoque une force d'attraction de vecteur ***F*** entre masses gravitationnelles, à qui elles confèrent une accélération de vecteur ***a*** telle que, pour chaque masse *m*, ***F*** = *m*.***a*** : la masse oppose alors au changement de vecteur vitesse une inertie mesurée par *m* (appelée pour cette raison *masse d'inertie*).

Masse gravitationnelle et masse d'inertie sont identiques, mesurées par la même unité (le kg) : ce sont deux effets d'une même réalité physique, la masse.

Dans un espace-temps relativiste
La présence d'une masse (ou de son équivalent, l'énergie) dans l'espace-temps de la Relativité générale provoque une déformation de celui-ci. Cette déformation explique les phénomènes d'attraction et de trajectoire d'un corps en chute libre par l'existence de *courbes géodésiques* de l'espace-temps que le corps parcourt.

Dans un espace relativiste il n'est plus question de force de gravitation : l'effet du champ gravitationnel sur les mouvements des corps libres sont calculés à partir des géodésiques.

5.5.2 Force nucléaire (interaction forte)

Les particules sensibles à l'interaction forte sont les hadrons (voir *Quarks*).

La force nucléaire relie au moyen de particules d'interaction appelées *gluons* :

- les quarks qui forment un proton ou un neutron ;
- les protons et neutrons qui forment un noyau atomique.

Une portée entre deux limites

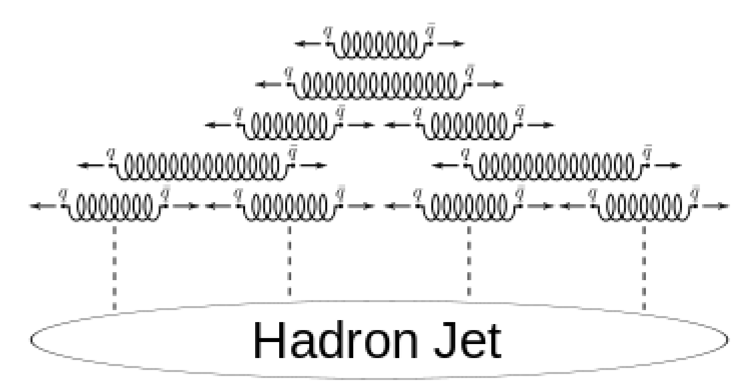
La portée de la force nucléaire est de l'ordre de 1 fermi (1 fm = 10^{-15}m, diamètre approximatif des noyaux atomiques). Plus exactement : c'est une force *répulsive* à des distances inférieures à 1 fm et *attractive* à des distances inférieures à 2 fm ; elle a donc tendance à maintenir ses particules entre ces deux distances.

> **« La force nucléaire est répulsive à des distances inférieures à 1 fm, attractive entre 1 et 2 fm : elle tend à maintenir les particules sur lesquelles elle agit entre ces deux distances. »**

A des distances de l'ordre de 1 fm la force nucléaire attractive est environ 100 fois plus intense que la force de Coulomb répulsive, c'est pourquoi les protons d'un noyau y restent groupés au lieu de se séparer sous l'effet de cette force.

Confinement

Si la distance entre deux quarks d'un nucléon (ou entre un quark et un antiquark) soudés par des gluons augmentait au-delà de 2 fm, la théorie montre qu'on ne parviendrait pas à arracher une des particules à l'autre : en « tirant » l'une on créerait une paire quark-antiquark à partir de l'énergie d'arrachement ; le membre arraché de l'ancienne paire se souderait à un nouveau quark pour former une nouvelle paire qui s'éloignerait de la première, tandis que l'ancienne paire se reformerait avec un nouveau quark. Ce phénomène, appelé *confinement*, est constaté dans des accélérateurs de particules de haute énergie sous forme de « jets » de particules associés à un quark unique. Le dessin ci-dessous illustre cette propriété :



Arrachage d'un quark à une paire quark-antiquark reliée par un gluon
(étapes successives de haut en bas) - © Microsoft Bing Creative Commons

Conclusion : on ne peut observer de quark libre.

Une force de cohésion

La force nucléaire est une attraction entre quarks qui les relie par 3 sous forme de *protons* ou de *neutrons* : voir schéma au paragraphe *Nucléons : protons et neutrons*. Cette force est aussi responsable de la cohésion des noyaux atomiques. Elle est décrite par la théorie de la Chromodynamique quantique (QCD).

Les 3 « couleurs » de la force nucléaire

L'origine de cette force est la *couleur* (propriété sans rapport avec la couleur visible), de la même manière que la charge électrique est l'origine de la force électrostatique de Coulomb ; il y a 3 couleurs appelées *rouge*, *vert* et *bleu*, comme il y a 2 sortes de charges électriques : positive et négative.

Les particules sans couleur, comme les électrons, sont insensibles à la force nucléaire.

Gluons

L'action de la force nucléaire sur les quarks résulte d'un échange de particules appelées « gluons » dans son champ quantique : on dit que ces gluons sont les « messagers » de la force nucléaire. Comme un photon, messager de la force électromagnétique, un gluon n'a pas de masse et son spin est 1 ; mais contrairement au photon, sans charge électrique donc insensible au champ de force nucléaire, un gluon a une couleur et se trouve donc sensible à cette force ; il peut aussi interagir avec d'autres gluons.

Plus le nombre de gluons échangés entre des quarks augmente, plus la force de cohésion qu'ils exercent augmente.

5.5.3 Force faible (interaction nucléaire faible)

Cette force a été détectée pour la première fois dans les décompositions radioactives de noyaux atomiques. Elle intervient aussi dans les réactions nucléaires du Soleil qui génèrent son énergie. Elle intervient enfin dans des changements de type des quarks, provoquant par exemple la décomposition d'un neutron en un proton, un électron et un antineutrino.

La force faible est une interaction fondamentale qui a la même intensité (à son échelle de portée) que la force électrostatique. Ces deux forces sont deux manifestations d'une même force dite *électrofaible*, régie par une théorie de synthèse dite *Théorie électrofaible*.

La force faible agit sur tous les fermions, en échangeant entre eux des particules d'interaction appelées *bosons W et Z* ; elle régit notamment la décomposition spontanée des neutrons libres après une durée de vie moyenne de 889 secondes. Sa portée, de l'ordre de 2. 10^{-18}m, est 500 fois plus faible que celle de la force nucléaire ; elle suffit pourtant pour que la force faible soit responsable (au niveau d'un quark) de la radioactivité bêta (voir *Radioactivité bêta : émission d'une particule bêta*), qui transforme un nucléon en un autre.

Action de la force faible dans les étoiles : synthèse du deutérium

La force faible intervient aussi dans les étoiles (dont le Soleil) où la température et la densité élevées de l'hydrogène favorisent une fusion de deux protons par la force faible en un noyau de deutérium $^{2}_{1}D$ (1 proton + 1 neutron) qui fusionnera ultérieurement encore pour donner de l'hélium $^{4}_{2}He$ en dégageant une énergie considérable (mise à profit, hélas, dans les bombes thermonucléaires, dites « bombes à hydrogène »).

La température intérieure de l'étoile (des millions de degrés) se traduit par une agitation incessante à grande vitesse des noyaux d'hydrogène (protons). La densité élevée multiplie les chances qu'un de ces protons rapides rencontre un autre proton, avec une violence suffisante pour qu'ils se rapprochent assez près pour que la force faible puisse agir malgré la force de répulsion de Coulomb.

Nous avons là un exemple d'effet d'une loi d'interruption, ici celle de la force faible : dès que les conditions sont remplies (ici : proximité de deux protons), la loi d'interruption provoque la fusion des protons en deutérium.

5.5.4 Théorie électrofaible

L'électromagnétisme comprend l'électricité et le magnétisme, qui sont indissociables : un courant électrique produit un champ magnétique, un champ électrique qui varie produit un champ magnétique variable.

Dans un atome, la force d'attraction qui relie chaque électron au noyau est une force électrique (force de Coulomb) ; celle-ci est donc la force fondamentale assurant la cohésion de la matière.

Un rayon lumineux est l'effet visible d'un champ électromagnétique, comme le sont aussi les ondes radio et les rayons X : voir *Onde électromagnétique*.

La théorie électrofaible est une synthèse des théories des forces électromagnétique et faible. En apparence ces deux forces diffèrent beaucoup, à la fois par leur portée et par leur intensité. Mais en fait ce sont des manifestations à une échelle différente d'une même interaction ; voici comment.

Bosons vecteurs

On fait intervenir dans les équations trois particules d'interaction de la force faible avec des durées de vie d'environ 10^{-27} seconde, et une particule pour la force électromagnétique, le photon :

- Trois particules bosons vecteurs pour l'interaction faible :
  - deux avec une charge électrique : W^+ et W^-, d'une masse de 80.4 GeV ;
  - une particule neutre : Z^0, d'une masse de 91.19 GeV ;

  Ces particules lourdes se déplacent lentement.
- Une particule neutre, le photon, pour l'interaction électromagnétique. Sa vitesse est toujours celle de la lumière, *c*.

On fusionne ensuite leurs modèles mathématiques en un « modèle électrofaible ».

Mais un problème surgit : la portée très faible de la force faible signale l'existence de particules d'interaction lourdes, alors que la force électromagnétique de portée infinie a pour particule d'interaction des photons sans masse. Ce problème a été résolu par la prise en compte d'une interaction particulière avec un champ de force nouveau, le *champ de Higgs* existant dans tout l'espace et porté par une particule appelée *boson de Higgs*, d'une masse-énergie de 125 GeV.

Incertitude intrinsèque sur la masse-énergie de la particule Z^0

Le principe d'incertitude de Heisenberg $\Delta E . \Delta t > ½\hbar$ impose une indétermination sur la masse d'une particule quantique : plus sa durée de vie Δt est courte, plus l'incertitude sur sa masse-énergie $\Delta E = mc^2$, donc sur sa masse *m*, est grande.

Décomposition de la particule Z^0

Les recherches sur la particule Z^0 ont montré qu'elle ne peut se décomposer en paires neutrino-antineutrino que de 3 façons différentes en produisant un neutrino, dont il n'existe donc que 3 types. Cette découverte est fondamentale, car elle valide le Modèle standard des particules en confirmant qu'il contient exactement 3 types de leptons et 3 types de quarks.

Particules W et radioactivité bêta

L'interaction faible, qui agit par échange de particules W, ne peut avoir lieu que parce que le principe d'incertitude de Heisenberg impose des fluctuations de masse-énergie pendant des durées suffisamment réduites, compatibles avec la courte durée de vie des particules W ($\sim 10^{-27}$s).

5.5.5 Relation entre portée des forces et énergie des interactions

Variables complémentaires

Voici un exemple d'impact de la non-indépendance de certaines variables complémentaires formant un couple d'observables qui ne commutent pas, conformément au principe d'incertitude de Heisenberg : l'*existence d'une portée maximale des forces résultant des interactions*.

Les interactions de l'échelle atomique sont quantifiées, c'est-à-dire matérialisées par des échanges de particules ayant une énergie *E* qui équivaut (d'après la *Relativité restreinte*) à une certaine masse *m* : $E = mc^2$.

Considérons donc une particule de masse *m* porteuse d'une force d'interaction. Cette particule va être émise et se propagera pendant un temps court Δt avant d'être absorbée et de céder son énergie $\Delta E = mc^2$ correspondant à sa masse *m*. Or le principe d'incertitude montre que l'énergie d'un phénomène qui a une durée Δt ne peut être définie à mieux que $\hbar/(2\Delta E) = \hbar/(2mc^2)$ près ; autre interprétation : une énergie ΔE *peut être "empruntée au vide"* pendant une durée maximum de Δt. Comme la particule se déplacera à une vitesse nécessairement inférieure à celle de la lumière, *c*, la distance maximale qu'elle pourra atteindre est $d = c\Delta t = \hbar/(2mc)$: *c'est l'ordre de grandeur de la portée de la force correspondant à la particule d'interaction*.

- Si la particule a une masse nulle, comme un photon, la distance *d* peut être infinie : c'est pourquoi *la portée de l'interaction électromagnétique est infinie*.

  La force de gravitation ayant aussi une portée infinie, si comme les trois autres forces elle est due à une particule, celle-ci a nécessairement une masse nulle.

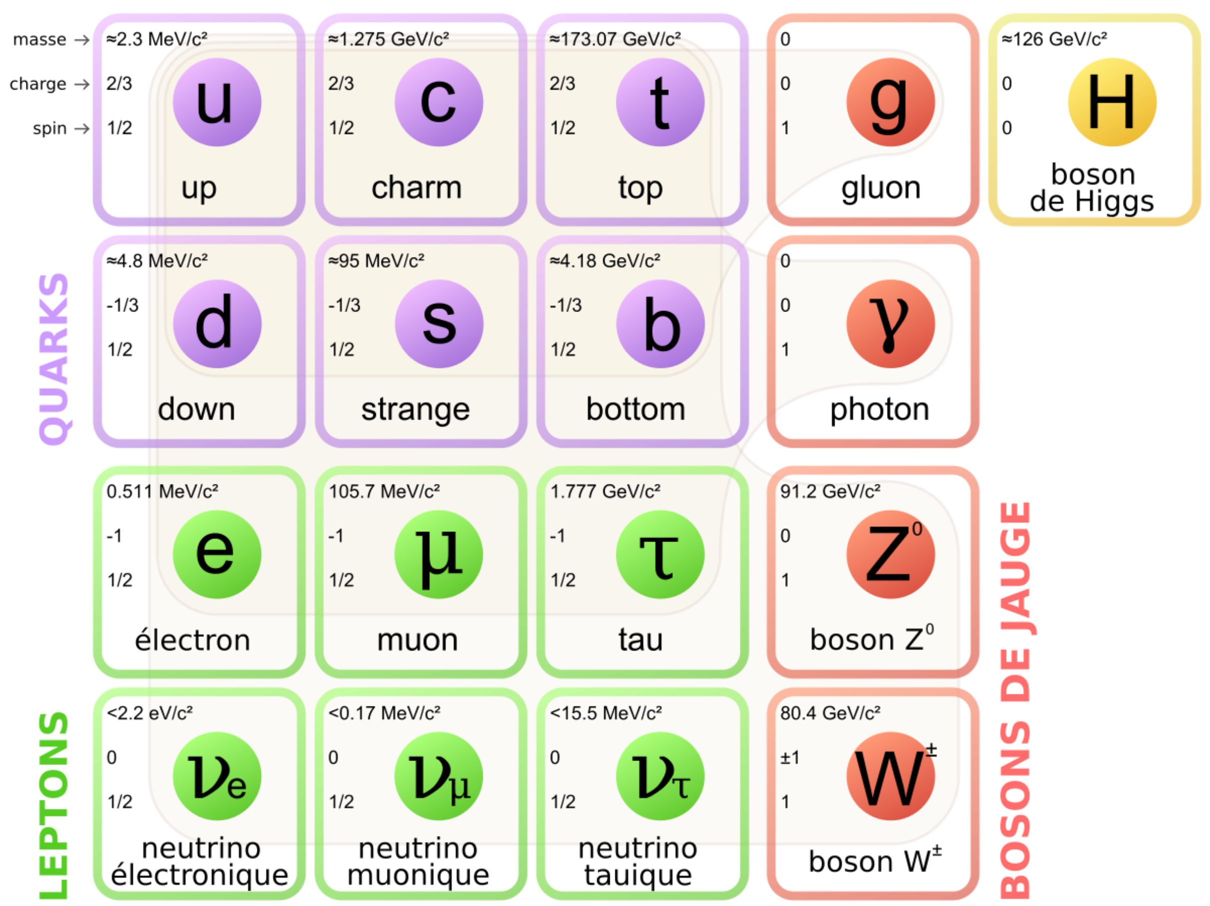
- Si la particule a une masse non nulle, la portée de l'interaction correspondante est de l'ordre de $\hbar/(2mc)$.
  - C'est ainsi que pour la particule appelée *méson* π, dont la masse est 0.24 $.10^{-27}$ kg, la portée est de l'ordre de 0.7 $.10^{-15}$ m, (environ 1 fermi), voisine du diamètre d'un noyau atomique, environ 100 000 fois plus petit que celui de l'atome.
  - La durée de vie du boson W de la force faible, d'énergie 80 GeV, est de l'ordre de $\Delta t = \frac{\hbar}{2\Delta E}$ = 4 $.10^{-27}$s. Pendant cette très courte durée de vie, ce "messager" de la force peut parcourir une distance maximale de $c\Delta t$. Puisque $c\Delta t \sim 10^{-18}$m, la portée de la force faible est de cet ordre-là, 1000 fois plus faible que le diamètre d'un noyau atomique.

La notion de *portée d'une force* apparaît et s'explique en Mécanique quantique ; elle n'a pas d'équivalent en physique macroscopique, où l'effet du principe d'incertitude est négligeable. Il faut donc, là aussi, enrichir notre définition du déterminisme.

5.6 Modèle standard des particules élémentaires

Particules élémentaires

On appelle particules élémentaires les deux familles de particules composant la matière : les *quarks* et les *leptons*.



Modèle standard des particules élémentaires © Microsoft Bing Creative Commons

- Les quarks sont de 2 sortes : les quarks *d* (down) et les quarks *u* (up).
  Les quarks s'associent par 3 pour former des nucléons :
  - 2 quarks *d* et 1 quark *u* forment un neutron ;
  - 2 quarks *u* et 1 quark *d* forment un proton.

  Les liaisons entre quarks d'un nucléon sont réalisées par des particules appelées gluons.
- Les leptons sont aussi de 2 sortes : les électrons et les neutrinos.
  - Les électrons sont associés aux nucléons dans les atomes et participent aux liaisons des atomes en molécules ;
  - Les neutrinos participent à la stabilité de la matière et interviennent dans la radioactivité bêta.

Lire ici le paragraphe *Spin, fermions et bosons*.

Il existe trois générations de fermions, correspondant à des masses croissantes mesurées par des valeurs en MeV/c^2 (millions d'électronvolts à diviser par c^2, carré de la vitesse de la lumière : par exemple, la masse de l'électron 0.511 MeV correspond à 0.91 .10^{-30} kg.). Ces trois générations sont :

- Quarks Up / Down et leptons Electron (e) / Neutrino-électron ν_e
- Charm / Strangeness et leptons Muon (μ) et Neutrino-muon ν_μ
- Top / Bottom et leptons Tau (τ) et Neutrino-tau (ν_τ).

Seule la première génération (quarks *u* et *d*, électron et neutrino électron) composent la matière ordinaire ; les deux autres générations sont des particules artificielles ou présentes dans des circonstances ou phénomènes de haute énergie comme les rayons cosmiques.

Particules d'interaction

- Gluon pour la force forte ;
- Photon pour la force électromagnétique ;
- Bosons vecteurs de jauge W et Z pour la force faible ;
- Boson scalaire de Higgs H pour le champ de Higgs.

Définition du Modèle standard

Le modèle standard décrit les interactions des particules élémentaires en faisant la synthèse de la *Chromodynamique quantique* et de la *Théorie électrofaible* (elle-même synthèse de la théorie électromagnétique de Maxwell et de la théorie de la force faible). La *Chromodynamique quantique* et la *Théorie électrofaible* sont toutes deux des *Théories de jauge*.

Au début, ce modèle basé sur certaines symétries semblait permettre seulement des particules sans masse. Mais Higgs a compris qu'en cas de rupture de symétrie les particules pouvaient avoir une masse si celle-ci était fournie par un mécanisme qu'il a décrit (le mécanisme de Higgs), prévoyant une interaction avec un champ particulier, le champ de Higgs avec son boson, le boson de Higgs.

Le problème de la rupture de symétrie

Les deux bosons médiateurs de la force faible, W et Z, ont une masse, alors que les photons, médiateurs de la force électromagnétique n'en a pas. C'est pourquoi les forces électromagnétique et faible sont distinctes aux basses énergies (basses températures de l'Univers actuel) alors qu'elles sont confondues aux énergies élevées : l'expansion de l'Univers, sa baisse de densité d'énergie et de température ont provoqué une rupture spontanée de la symétrie électrofaible, avec différenciation des forces faible et électromagnétique.

Le mécanisme qui explique cette rupture de symétrie est celui de Higgs ; il met en œuvre une particule, le boson scalaire de Higgs et a été intégré au Modèle standard des particules élémentaires. Dans ce modèle les particules acquièrent de la masse par leurs interactions avec les champs de Higgs : voir *Rupture spontanée de symétrie*.

Généralité et fidélité de ce modèle

Utilisé avec les outils mathématiques des Théories quantiques des champs, ce modèle s'est avéré assez précis pour décrire fidèlement toutes les expériences réalisées à ce jour. La description de toute la réalité physique se fait à partir d'un petit ensemble de particules de base et d'un ensemble d'équations qui en décrivent les interactions.

Ce modèle a pourtant besoin de progrès sur certains points ; exemples : pourquoi y a-t-il 3 générations de quarks et de leptons ? comment le compléter pour unifier les forces nucléaire et électrofaible en une même *Théorie de Grande unification ?*

Intérêt du Modèle standard

Cette théorie est la première étape vers l'unification des quatre forces fondamentales, et la base pour extrapoler les connaissances vers les phénomènes d'énergie encore plus élevée.

5.7 Théorie quantique des champs

La notion de « force » précédente est très utilisée par la physique newtonienne pour décrire des interactions. Mais de nos jours la physique quantique décrit celles-ci à l'aide du concept de « champ quantique » dans la *Théorie quantique des champs*, théorie des interactions des particules chargées avec le champ électromagnétique. Les particules sont des quanta d'un champ (exemple : un photon est un quantum du champ électromagnétique).

(Citation de [123] page 105)

Le cadre mathématique nouveau qui a pris la place des lois newtoniennes du mouvement s'appelle la théorie quantique des champs. Il impose à la nature de n'être que particules élémentaires se déplaçant d'un point à un autre, entrant en collision les unes avec les autres pour se séparer ou se joindre.

(Fin de citation)

Force électromagnétique
Dans cette théorie, les forces électrique et magnétique sont deux aspects d'une même réalité physique : le champ produit par des charges électriques ; le photon décrit l'effet d'une telle charge aussi bien que celui d'un aimant.

A toute particule, à l'échelle atomique comme à l'échelle subatomique, est associé un champ quantique dont l'énergie est communiquée par échanges de particules comme celle- là.

Exemple : à toutes les particules (bosons) de Higgs sont associés des champs de Higgs, conformément au *Modèle standard des particules élémentaires* et à des modèles qui vont au-delà comme les *Théories de Grande unification*.

Les phénomènes électromagnétiques résultent d'un champ produit par une source, c'est-à-dire de l'influence à distance de cette source. Une particule d'interaction qui se propage dans un tel champ est absorbée par un objet comme un quark en lui communiquant une énergie quantifiée, c'est-à-dire multiple d'une quantité constante appelée *quantum*.

La Théorie quantique des champs ne s'applique donc qu'aux phénomènes électromagnétiques aux échelles atomique et subatomique, et son quantum d'action utilise des particules indécomposables appelées *photon* ou *gluon* :

- Tout échange d'énergie des forces électromagnétique, forte et faible se fait par un nombre entier de telles particules ;
- Le photon et le gluon sont les vecteurs des forces attractives et répulsives des particules chargées.

La Théorie quantique des champs est une synthèse des théories de la *Relativité restreinte* et de la *Mécanique quantique* ; c'est le fondement de l'*Electrodynamique quantique* et de la Chromodynamique quantique.

Différence entre mécanique newtonienne et Théorie quantique des champs
(Citation de [123] page 108)
La mécanique newtonienne cherche à répondre à la question séculaire de prédire le futur en prenant comme point de départ un ensemble donné de particules dont la position et la vitesse sont connues.
La Théorie quantique des champs pose la question autrement : étant donné un ensemble initial de particules se déplaçant d'une certaine façon, quelle est la probabilité d'obtenir tel ou tel résultat ?
(Fin de citation)

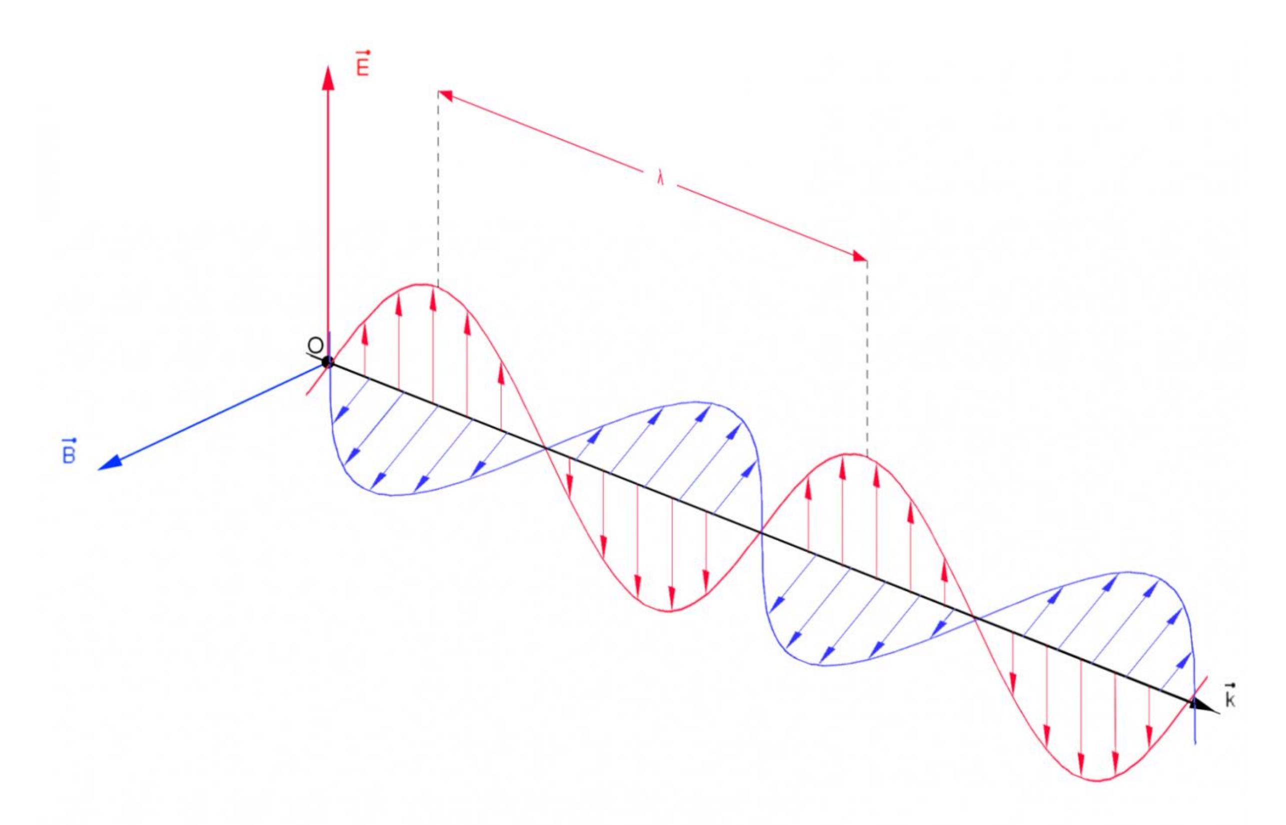
Cette approche quantique relève d'une fonction de l'équation de Schrödinger décrivant le déplacement des particules que nous avons appelée *propagateur* : voir au paragraphe *La Mécanique quantique, outil mathématique de l'échelle atomique* le sous-titre *Exemple de différence entre physique newtonienne et Mécanique quantique*.

5.7.1 Théorie des ondes électromagnétiques

C'est la théorie ondulatoire (non quantique) des ondes électromagnétiques, publiée en 1872 par James Clerk Maxwell (voir *Equations de Maxwell*).

5.7.1.1 Onde électromagnétique

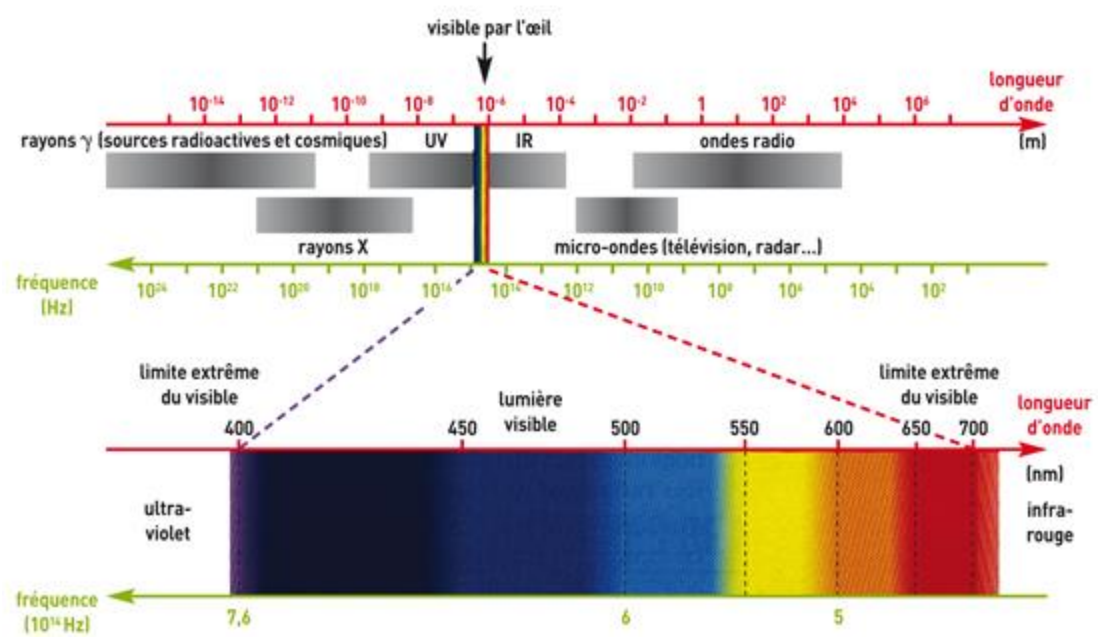
Une onde électromagnétique est une oscillation sinusoïdale de deux champs en phase, de même longueur d'onde λ, un champ électrique d'intensité $\vec{E}$ et un champ magnétique d'intensité $\vec{B}$, qui se propagent dans le vide à la vitesse de la lumière *c* et dans la matière à une vitesse inférieure ; la fréquence des deux champs est $\nu = \frac{c}{\lambda}$.



Onde électromagnétique pure (une seule fréquence) - © Microsoft Bing Creative Commons

Les vecteurs intensité du champ électrique et du champ magnétique varient dans des plans perpendiculaires. La propagation dans l'espace est selon l'axe $\vec{k}$.

Gammes d'ondes électromagnétiques
La lumière visible est elle-même une onde électromagnétique, plus exactement un ensemble d'ondes de longueurs comprises entre 0.38µm et 0.76µm (1µm = 10^{-6}m).



Longueurs d'onde et fréquences des ondes électromagnétiques
© Microsoft Bing Creative Commons

5.7.1.2 Equations de Maxwell
Les équations de Maxwell décrivent la propagation (variation dans le temps et l'espace) des champs électrique et magnétique couplés d'une onde électromagnétique.

5.7.2 Toute évolution nécessite une interaction avec échange d'énergie
L'évolution d'un système physique sous l'action de forces ou d'un champ (électrique, de gravitation, etc.) exige *un échange d'énergie* entre des parties du système et/ou l'extérieur.

Voir aussi le paragraphe *Cause de toutes les évolutions physiques*.

Cet échange se produit dans le cadre d'*une interaction* entre parties du système et/ou le système et son environnement. Les sciences qui étudient les échanges dus à l'influence d'un champ (par opposition à l'influence d'une force de contact) sont des *Théories des champs*.

- La théorie *classique* des champs est née avec la description par Faraday puis Maxwell de l'influence d'un courant électrique, propagée par des ondes électromagnétiques, sur un autre courant ou une charge électrique.
  Exemple : théorie du champ électrique de Coulomb, voir loi de Coulomb.
- La théorie *quantique* des champs est née avec la quantification par Planck des échanges d'énergie électromagnétique, tous multiples de $h\nu$ (h est la constante de Planck) pour une fréquence ν donnée, échanges réalisés par des particules appelées photons porteuses des forces d'attraction et répulsion.
  Exemple : Electrodynamique quantique.

Le processus d'échange entre un système et un champ comprend trois étapes :

1. Rayonnement du champ par sa source ;
   - Exemple 1 : une lampe électrique émet de la lumière, champ électromagnétique qui transporte l'énergie de ses photons, particules sans masse. Un photon de fréquence ν a une énergie quantifiée égale à $h\nu$ joules.
   - Exemple 2 : un ressort qui pousse une masse exerce sur elle une force par l'intermédiaire de champs électriques au niveau atomique, où ils assurent la cohésion de la matière dans le ressort et dans la masse.
2. Propagation du champ dans la matière ou dans le vide, à une vitesse inférieure ou égale à la vitesse de la lumière dans le vide, *c* (il n'y a pas d'action physique instantanée mettant en jeu de l'énergie, la Relativité l'interdit) ;
   - Dans l'exemple 1, la lumière se propage à partir de la lampe.
   - Dans l'exemple 2, les champs de cohésion du ressort liés aux atomes de celui-ci se propagent jusqu'au contact des atomes de la masse, liés par leurs propres champs de cohésion.
3. Absorption du champ par la cible.
   - Dans l'exemple 1, un atome de la cible éclairée par la source absorbe un photon, ce qui le fait passer dans un état supérieur d'énergie potentielle ;
     ou un corpuscule touché par le photon reçoit une impulsion qui modifie sa quantité de mouvement, donc son énergie cinétique.
   - Dans l'exemple 2, le champ de cohésion du ressort exerce une force électrostatique de pression sur les atomes de la masse ; le champ de cohésion de la masse exerce une force de réaction sur les atomes du ressort, égale à la précédente et de sens opposé.

   Dans ces deux exemples les champs des processus d'interaction sont toujours de type électromagnétique. En fait, il existe quatre types de champs de force : voir *Les 4 forces fondamentales de la nature*.

Aucun échange d'énergie n'intervient en l'absence d'un champ, comme dans le mouvement rectiligne uniforme d'un système soumis à sa seule inertie, où l'évolution est un simple déplacement sans poussée. La loi du mouvement est une loi descriptive, pas une loi d'évolution proprement dite.

5.7.3 Théorie quantique des champs : les fondements
A la fin du XIXe siècle, la théorie ondulatoire de la lumière de Maxwell rendait bien compte des phénomènes d'interférence et de diffraction, mais pas de l'émission et de l'absorption de la lumière. En 1900, Max Planck montra qu'émission et absorption se produisent par quantités d'énergie

discrètes, et non continues comme le voulait le modèle ondulatoire : la lumière est donc aussi, dans certaines expériences, un flot de particules ; ce comportement discret est décrit par la Théorie quantique des champs.

Du point de vue déterminisme, il faut donc compléter les lois continues de l'échelle macroscopique par des lois discontinues et quantifiées aux échelles atomique et subatomique. L'ensemble devra alors respecter le *principe de correspondance* et le *principe de complémentarité*, qui font partie des lois d'interruption du déterminisme.

Principe d'interaction entre particules de la Théorie quantique des champs

La Théorie quantique des champs décrit la dynamique des particules subatomiques.

Les particules électriquement chargées interagissent en émettant ou en absorbant des photons. Une charge peut émettre un photon qu'une charge voisine absorbe. Les forces entre particules chargées s'exercent par échange de photons.

> Ces échanges sont extrêmement rapides : d'après [123] page 346, un électron peut émettre et absorber ~10^{19} photons par seconde.

Les photons échangés étant des quanta d'énergie, les échanges sont quantifiés.

La description des forces de la Théorie quantique des champs à l'aide de particules et la description de Maxwell à l'aide de champs sont complémentaires, exactement comme les descriptions des rayonnements électromagnétiques par photons ou par ondes.

5.7.3.1 Dualité onde-particule

Selon le Principe d'incertitude de Heisenberg, si pour un corpuscule en mouvement on mesure sa position avec une précision parfaite on ne connaît pas du tout sa quantité de mouvement et on le conçoit comme une particule ; et si on mesure sa vitesse avec une précision parfaite c'est sa position qu'on ne peut préciser, on le conçoit alors comme une onde, présente dans tout l'espace. La mesure simultanée de la position et de la vitesse n'est possible qu'avec des incertitudes sur toutes deux. Il y a donc une dualité onde-particule.

Aspect corpusculaire des ondes électromagnétiques

Selon les expériences, une onde électromagnétique apparaît tantôt comme une propagation de champs électromagnétiques, tantôt comme une émission de particules – mais jamais des deux manières en même temps. Ce double aspect des corpuscules matériels et des ondes électromagnétiques fait qu'on parle à leur propos de *dualité*.

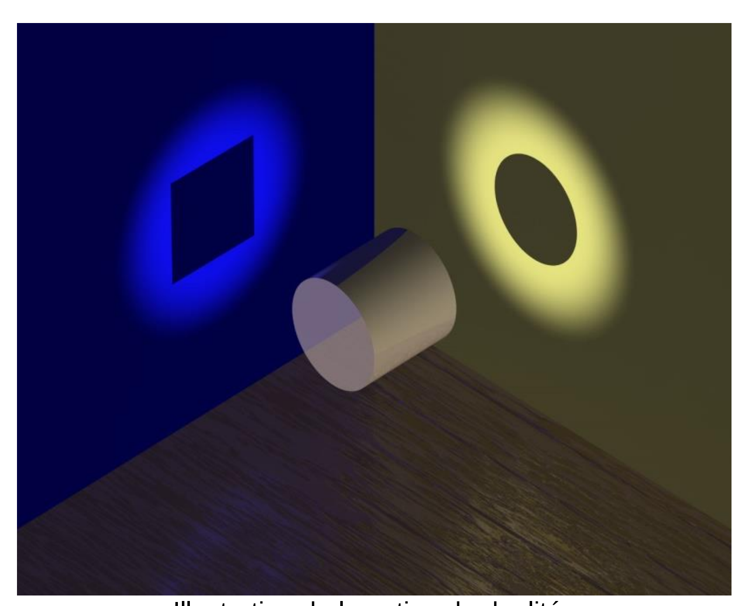


Illustration de la notion de dualité :
selon l'expérience (ici la source de lumière), le même objet apparaît différemment
(Jean-Christophe BENOIST – Licence Free Documentation)

Photon

Un photon de fréquence ν (nombre d'oscillations par seconde en Hertz, Hz) a une énergie $h\nu$ (en joules), où h est la constante de Planck h = 6.6261 **.**10^{-34} joules .seconde, une constante de l'Univers. Un échange d'énergie électromagnétique transporte toujours un nombre entier de photons d'une ou plusieurs fréquences.

Un photon est une suite d'oscillations des champs électrique et magnétique, porteuse d'énergie, qui dure un certain temps.

Une oscillation est une variation périodique sinusoïdale d'intensité de ces deux champs qui a une période T (en secondes), inverse de la fréquence ν : $T=1/\nu$. Pendant une période, l'oscillation se propage à la vitesse de la lumière, c, parcourant donc dans le vide une distance cT appelée *longueur d'onde*.

Les longueurs des ondes électromagnétiques varient approximativement de 100km (ondes longues radio), à 10^{-17}m (ondes gamma), en passant par l'intervalle 0.38µm à 0.76µm, où 1 µm ("micron") = 10^{-6}m pour la lumière visible.

Voir *Onde électromagnétique*.

5.7.3.2 Théorie du comportement particulaire des ondes électromagnétiques

Cette théorie quantique des champs est *l'Electrodynamique quantique*, basée sur une conséquence de la Relativité restreinte : les forces électrique et magnétique de l'Electrodynamique de Maxwell sont deux aspects d'un même phénomène physique : le déplacement de charges électriques de signes opposés vu dans deux référentiels différents en mouvement l'un par rapport à l'autre.

Le principe de l'interaction quantique entre une source émettrice d'énergie et une cible réceptrice distante est le suivant : la source émet une suite de quanta de champ intermédiaire qui se propagent jusqu'à la cible, par exemple sous forme de photons électromagnétiques ou de gluons.

Pour tenir compte du principe d'incertitude de Heisenberg, la différence E^2-$\boldsymbol{p}^2c^2$-M^2c^4 (où E est l'énergie de la particule médiatrice, $\boldsymbol{p}$ son vecteur impulsion, M sa masse et c la vitesse de la lumière) peut être d'autant plus grande que la transmission est de courte durée : la particule échangée est dite *virtuelle*.

Le calcul des interactions se fait par prises en compte successives des divers champs. Deux particules, par exemple deux électrons, échangent ainsi des quanta d'énergie en étant alternativement source et cible. Des outils mathématiques supportent ce procédé et permettent des prédictions remarquablement précises.

5.7.3.3 Théories de jauge

Les théories de jauge sont des théories quantiques des champs. Elles reposent sur un théorème très général démontré en 1918 par la mathématicienne allemande Emmy Noether :

Théorème de Noether

« L'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité. »

Les théories de jauge décrivent les interactions entre particules par échanges de particules-messagers de spin entier qui portent la force du champ.

Principe de l'utilisation des transformations de jauge

Dans une théorie de jauge il existe un groupe (au sens de la structure de groupe d'un ensemble) de transformations des variables d'un champ (électromagnétique, de force nucléaire ou de force faible) par rapport auxquelles les théories quantiques de champ sont invariantes. Cette invariance (dite « invariance de jauge » ou « symétrie de jauge ») fait apparaître une symétrie dans les équations en chaque point de l'espace, et des restrictions des possibilités d'interaction du champ avec une particule élémentaire.

Dans la théorie électromagnétique de Maxwell, les variables de champ sont les intensités des champs électrique et magnétique, qui s'expriment sous forme de potentiels scalaire et vectoriel. Les « transformations de jauge » introduisent dans ces théories des modifications de ces potentiels qui laissent inchangés les champs électrique et magnétique ; cette invariance subsiste dans l'Electrodynamique quantique.

A la fin des années 1960 apparut une théorie de jauge unifiant les interactions forte et faible, la *Théorie électrofaible*. Dans les années 1970 apparut une application des *Théories de jauge* aux interactions entre quarks de la Chromodynamique quantique.

Des recherches en cours portent sur l'unification des forces électromagnétique, forte et faible en une *Théorie de Grande unification* : une même théorie pourrait alors décrire les interactions des quarks et des leptons, mais pas la gravitation.

Les paragraphes ci-dessous à partir de *Lois de conservation et symétries* décrivent d'autres exemples de transformations continues.

5.7.4 Champ et boson de Higgs

Pourquoi la matière a une masse

Les électrons et les quarks ont une masse parce qu'ils interagissent d'une façon particulière avec un champ dit *de Higgs*, présent partout. Le boson de ce champ (la particule porteuse de son quantum d'énergie) est le boson scalaire de Higgs. On en a synthétisé quelques-uns au CERN, à Genève : voir texte et photo dans *Détails du déroulement de l'inflation*.

Caractéristiques du champ de Higgs

Immédiatement après le Big Bang, le champ de Higgs avait une valeur nulle dans tout l'Univers. Mais en se refroidissant, ce champ a acquis spontanément une valeur non nulle et a fourni une masse à toutes les particules qui interagissent avec lui : électrons, quarks et même bosons comme W et Z^0. Par contre, les particules qui n'interagissent pas avec le champ de Higgs, comme le photon, n'ont pas de masse.

Le champ de Higgs existe partout, dans l'intérieur des atomes comme entre les étoiles. Comme les autres champs, il transporte de l'énergie ; mais contrairement aux autres champs, ce n'est pas un champ de force : il ne fait qu'attribuer leur masse d'inertie aux particules de masse non nulle, *toutes* les particules de masse non nulle.

> Par cette inertie, ces particules s'opposent à toute variation de vecteur vitesse, exigeant donc une force pour produire cette variation.

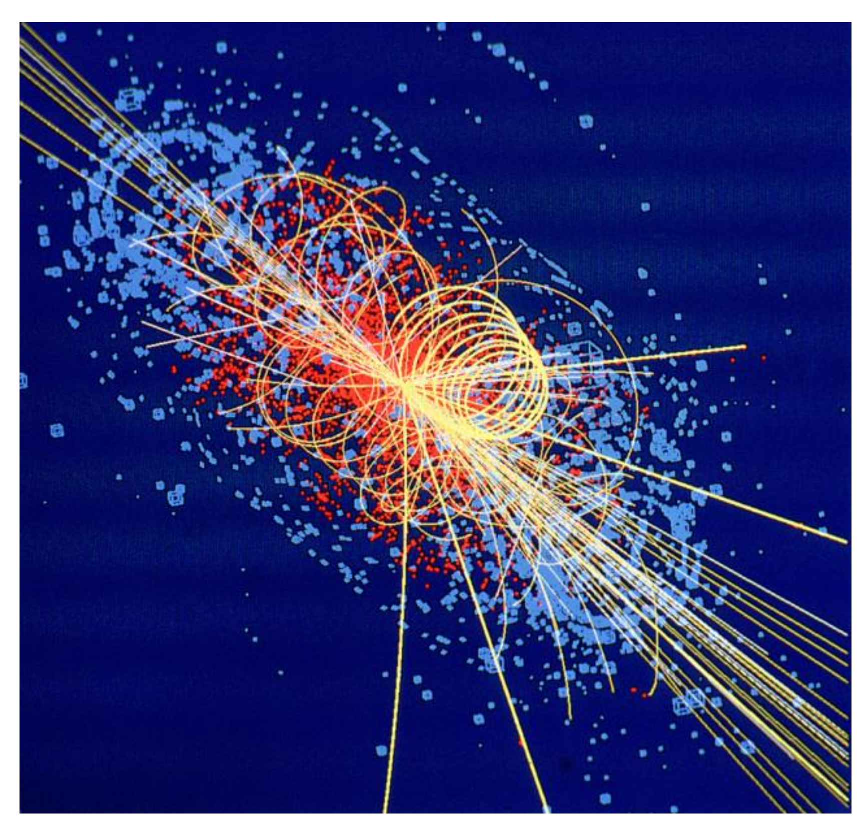
Le champ de Higgs est un champ d'énergie *scalaire* : il n'a pas de direction privilégiée, il s'oppose aux variations de vecteur vitesse dans toutes les directions. Il a un spin nul. Mais sa propriété la plus étonnante est que *son énergie est plus grande dans un champ nul que dans un champ non nul* ; il n'a donc pu conférer leurs masses aux particules, après le Big Bang, que lorsque l'Univers se fut suffisamment refroidi et que sa densité d'énergie eut suffisamment diminué.
Compléments : voir *Rupture spontanée de symétrie*.

Plus l'interaction d'une particule donnée avec le champ de Higgs est intense, plus sa masse d'inertie est grande.

Le champ de Higgs a une grande importance dans la *Théorie électrofaible* : il explique la masse des bosons vecteurs W et Z^0, particules porteuses de l'interaction faible, et l'absence de masse du photon, porteur de l'interaction électromagnétique.

Comme les autres champs de la théorie quantique, le champ de Higgs a un boson porteur de son interaction : le *boson de Higgs* (particule fondamentale découverte en 2012), d'une masse voisine de 125 GeV, susceptible de se décomposer de diverses manières (par exemple, d'après le Modèle standard un boson de Higgs devrait se décomposer sitôt produit en un quark *b* et un antiquark *b*).

La masse des particules W et Z leur est conférée par le boson de Higgs au moyen du *mécanisme de Brout-Englert-Higgs*.



CERN (Lucas Taylor 2013) : Production d'un boson de Higgs par la collision de 2 protons avec une énergie de 14Tb (14 .10^{12}eV) ; le boson se décompose rapidement en 4 muons non absorbés par le détecteur. Les lignes sont des trajectoires des autres produits de la collision, et l'énergie déposée dans le détecteur forme des taches bleues.

Le *Modèle standard des particules élémentaires* prévoit qu'un boson de Higgs peut se désintégrer en quarks *b* dans 60% des cas, et des expériences au CERN l'ont vérifié [121], confirmant ainsi une fois de plus le Modèle standard.

Le boson de Higgs est peut-être responsable de l'inflation

Selon [122] page 345 : Si on suppose que l'inflation provient d'une transition [de phase, comme le passage de l'état solide à l'état liquide] mettant en jeu le boson de Higgs des Théories de grande unification [voir *Théories de jauge*], alors la température de la transition correspondra à une énergie de l'ordre de 10^{15} GeV. [Compte tenu de la relation temps-température] le calcul donne un temps de l'ordre de 10^{-36} seconde après le Big Bang et une durée du même ordre pour une expansion d'un facteur *e*=2.718. Si la transition doit durer assez pour au moins 70 expansions successives de ce facteur, l'Univers en inflation grossira d'un facteur énorme de l'ordre de $e^{70} \approx 10^{30}$.

Complément : *Inflation et transport d'énergie par le boson de Higgs*.

5.8 Unité des lois physiques aux échelles macroscopique et atomique

La notion d'échelle d'espace (échelle humaine dite macroscopique, échelle astronomique, atomique, subatomique) est une notion humaine, la nature l'ignore.

Notre physique quantique établit ses lois de l'échelle atomique à partir des lois de la physique traditionnelle, les deux physiques devant produire des résultats identiques dans toute expérience à la limite de leurs échelles : à toutes ses échelles et dans toute expérience la physique respecte des *principes de correspondance et de complémentarité*, principes qui font partie du déterminisme.

5.8.1 Principe de correspondance

> **« Il y a, entre les lois de la physique quantique et les lois de la physique macroscopique qui s'en déduisent, un principe de compatibilité appelé *Principe de correspondance.* »**

Selon ce principe, lorsque le système considéré est assez grand pour que les effets quantiques soient négligeables, les prédictions de la physique quantique doivent être les mêmes que celles de la

physique macroscopique pour toutes les variables (appelées « observables ») de la physique quantique qui ont un équivalent limite en physique classique.

> Les variables de la physique classique (position, vitesse, énergie, etc.) sont représentées, en Mécanique quantique, par des observables qui dépendent des dispositifs de l'expérience, d'où leur nom. En tant qu'être mathématique, une observable est une valeur propre, dont l'ensemble forme une base de l'espace des états.

La continuité de passage entre physique quantique et physique macroscopique est due à l'élimination progressive des imprécisions probabilistes de la physique quantique par l'effet du nombre de particules prises en compte, leurs variations se compensant de mieux en mieux.

La correspondance entre les physiques de deux échelles différentes doit toutefois être comprise entre échelles *successives* :

- Entre la Physique macroscopique et la Mécanique quantique ;
- Entre la Mécanique quantique et l'Electrodynamique quantique ;
- Entre l'Electrodynamique quantique et la Chromodynamique quantique.

Ce principe de correspondance est une conséquence :

- De l'uniformité de la nature ;
- Du fait que *la nature ignore le concept d'échelle*, abstraction humaine utilisée pour représenter les phénomènes, les comprendre et en prévoir et prédire l'évolution.

Il y a aussi des règles mathématiques permettant de passer d'équations de la physique macroscopique à des équations à opérateurs non commutatifs de la Mécanique quantique, puis de là à l'Electrodynamique quantique, etc.

Remarques

- *Phénomènes n'apparaissant qu'en physique quantique*
  L'existence du principe de correspondance n'interdit pas que certains phénomènes n'apparaissent qu'en physique quantique. Cela n'a rien d'étonnant : lorsqu'on regarde un objet au microscope, certains détails n'apparaissent qu'au-delà d'un grossissement minimum ; en deçà, ils existent mais sont négligeables. Voici des exemples.
  - *Phénomène de physique quantique négligeable à l'échelle macroscopique*
    La longueur d'onde de de Broglie $\lambda = h/mv$ devient trop petite pour que son existence se manifeste dès que la quantité de mouvement *mv* est celle de quelques milliers d'atomes en mouvement.
  - *Sensibilité de requins, raies et autres chondrichthyens aux champs électriques*
    Les comptes-rendus de recherches [160] montrent que certains poissons du groupe des chondrichthyens ont un organe sensoriel permettant de détecter d'éventuelles proies grâce au champ électrique émis par leurs cellules dans l'eau de mer. Cet organe fonctionne même dans l'eau boueuse et dans l'obscurité.

    Sa sensibilité est extraordinaire, puisque les chercheurs ont prouvé qu'il réagit parfois à des champs d'environ 1 microvolt/mètre, et à des champs de moins de 1 microvolt/cm qui durent au moins 2 millisecondes. Cette sensibilité est si considérable que nos appareils électroniques modernes peinent à l'égaler. Le champ électrique détectable par ces poissons équivaut à celui d'une pile de 4.5 volts dont un pôle tremperait dans l'océan Atlantique en France et l'autre sur la côte est des Etats-Unis.
  - *Réponse d'une rétine à un photon unique*
    Les expériences citées dans [161] montrent qu'un seul photon de lumière visible, avec son énergie extrêmement faible, suffit à provoquer une réponse rétinienne chez un crapaud ou un homme. Le courant électrique correspondant à l'influx nerveux est de l'ordre de 1 picoampère (1 pA = 10^{-12} A), suffisant pour que l'animal ou l'homme aient conscience d'avoir vu l'éclair lumineux.

    De temps en temps, chez l'homme, l'information n'est pas transmise par la rétine parce qu'un seuil empêche la prise de conscience de la lumière d'un photon unique, qui pourrait être due à un « bruit », mais à partir de 7 photons environ la transmission est systématique.

Conclusions

Ces expériences montrent que :

« Parfois un phénomène d'énergie minuscule, relevant de la physique quantique, peut être amplifié par un mécanisme physiologique jusqu'à une échelle macroscopique permettant sa prise en compte par un être vivant. »

On peut aussi rappeler l'existence de dispositifs artificiels permettant de détecter des lumières très faibles : les grands télescopes munis de cellules photoélectriques peuvent, avec un temps de pose minimum, donner des images de galaxies situées à plus de 13 milliards d'années-lumière, bien que l'énergie électromagnétique reçue diminue comme le carré de la distance.

- *Limites de précision*
  Il y a des limites de précision en physique quantique sous des formes comme la largeur d'un paquet d'ondes et la longueur d'onde de Compton, qui imposent un caractère flou à certaines variables. Il y en a aussi en physique macroscopique, par exemple en optique sous la forme du pouvoir séparateur d'un instrument.

5.8.2 Principe de complémentarité

Le principe de correspondance ci-dessus est complété par le *principe de complémentarité*, énoncé en 1928 par Niels Bohr. Exemple : le comportement de phénomènes comme la lumière est tantôt corpusculaire tantôt ondulatoire, selon l'expérience ; il n'y a pas de contradiction, il y a une *dualité onde-particule* : la loi d'évolution qui s'applique dépend de l'expérience en plus de la nature de son objet physique.

Enoncé du Principe de complémentarité

« On ne peut observer à la fois un comportement corpusculaire et un comportement ondulatoire, ces deux comportements s'excluant mutuellement et constituant des descriptions complémentaires des phénomènes auxquels ils s'appliquent. »

Analogie : il n'existe pas d'expérience permettant de *mesurer avec précision* à la fois la position et la vitesse d'une particule (principe d'incertitude de Heisenberg : ces deux variables n'ont même pas des valeurs précises simultanément, car leurs opérateurs ne commutent pas). Mais pour faire des raisonnements et des calculs rien n'empêche de se donner à la fois la position et la vitesse.

Conclusions

- La Mécanique quantique est valable même pour des systèmes grands et complexes ;
- La nature amplifie certains phénomènes à l'échelle atomique jusqu'au niveau macroscopique.

6. Métaphysique de la causalité

6.1 Définition *métaphysique* d'une cause

Certains philosophes estiment impossible de définir clairement le concept de *cause* ([69] §2.1). De son côté, le *Dictionnaire de l'Académie* [3] définit une *cause* comme *ce qui produit un effet* (c'est-à-dire… une cause). Pour nous, dans la suite de ce texte, la notion de cause sera un concept de base, compris de tous sans explication : ce sera *la situation (=l'état) d'un système à un instant donné, avec tous ses paramètres*, définition identique à celle d'un résultat d'évolution, état qui sera lui-même cause d'évolution…

6.1.1 Concepts dérivés d'Aristote

Du concept de base de *cause*, Aristote a dérivé les concepts suivants ([14] liv. V §2) :

- La cause *efficace* (ou efficiente, ou agissante, ou suffisante ou déterminante) est le phénomène physique ou la situation à l'origine d'une évolution produisant une autre situation ; le postulat de son pouvoir est le déterminisme ;

  Une cause efficace a un caractère : la loi de sa causalité.

  Complément : [70] - Arthur Schopenhauer : *De la quadruple racine du principe de la raison suffisante du devenir.*

- La cause *finale* est le but (la fin) d'une action, lorsque celle-ci a un auteur pensant susceptible d'avoir un but ; pour cet auteur on pense souvent à Dieu ;
  Voir *Téléologie*.

- La cause *matérielle* est la substance ou le matériau nécessaire à l'action ou à la réalisation d'un objet : en l'absence de matière cet objet n'existerait pas, et l'attraction entre deux objets n'existerait pas non plus.

- La cause *formelle* est l'Idée, le plan ou le cahier des charges nécessaire à la détermination (définition intégrale) d'un objet, pour sa construction comme pour son évolution et son interaction avec son environnement ; c'est aussi la prémisse dont se déduit une conclusion.

Voir aussi *Le postulat de causalité fait partie des principes de l'entendement*.

6.1.2 Les 4 domaines régis par le principe de raison suffisante

Source : Schopenhauer [70]

Remarques préalables

- La lecture de ce paragraphe, d'intérêt essentiellement historique, n'est pas indispensable à la compréhension du reste de l'ouvrage.
- Toute connaissance est une relation entre un *sujet* qui connaît et un *objet* qu'il connaît ; sans l'une de ces notions, l'autre n'a pas de sens.
- Un sujet ne peut se connaître lui-même complètement, car il ne peut se placer « à l'extérieur » de lui-même, où il connaîtrait par exemple sa connaissance, c'est-à-dire l'état actuel et le fonctionnement de sa conscience.

Définition des 4 domaines de pensée régis par le principe de raison suffisante

Décomposons les domaines de pensée où intervient la causalité comme suit.

- Ou la causalité est celle de la nature, régie par des lois physiques objectives, indépendantes de l'homme, conformément au postulat de réalité. Schopenhauer parle alors de *principe de raison suffisante du devenir*, pour justifier chaque évolution par sa nécessité physique (c'est-à-dire son caractère inéluctable compte tenu des circonstances). Ce principe est le *déterminisme*.
- Ou la causalité est celle de la pensée humaine, et il y a deux cas :
  - *La pensée régie par la raison, c'est-à-dire logique*
    On peut alors distinguer les *propositions* proprement dites (affirmations, certitudes) des mécanismes logiques fondamentaux de l'esprit qui les créent et les manipulent.
    - ✓ Dans le cas d'une proposition, Schopenhauer attribue sa cause à une *raison suffisante du connaître*, pour la justifier par sa nécessité logique ;
    - ✓ Dans le cas des mécanismes fondamentaux de l'esprit, Schopenhauer parle de *raison suffisante de l'être* [c'est-à-dire d'existence], pour décrire les concepts de base

nécessaires à la représentation et la manipulation dans l'esprit de réalités matérielles (objets, situations ou phénomènes), ou d'êtres abstraits comme en mathématiques ; La nécessité de ces concepts provient de la manière dont notre esprit se représente l'espace, le temps, les grandeurs physiques fondamentales et les abstractions diverses, avec les opérations mentales rationnelles permises sur eux.

- *La pensée dominée par des affects, des intuitions, « le cœur » dirait Pascal*
  Celui-ci écrivait dans ses Pensées [287-1] : « Le cœur a ses raisons que la raison ne connaît point ; on le sait en mille choses. ». Dans ce cas, Schopenhauer attribue la cause à un *principe de raison suffisante de vouloir*, ou *loi de la motivation*, nécessité de satisfaire ses désirs en vertu de laquelle le sujet *veut* :
  - ✓ soit *connaître* un objet pour l'apprécier par rapport à ses valeurs ;
  - ✓ soit *agir* sur lui.

  C'est une nécessité finale, comme la cause finale d'Aristote.

Les 4 domaines de pensée du principe de raison suffisante sont donc :

- La nécessité physique des lois de la nature,
  d'où le *Principe de raison suffisante du devenir* et le *déterminisme*.
- La nécessité logique résultant d'une démonstration,
  d'où le *Principe de raison suffisante du connaître*.
- La nécessité des concepts de base a priori, à partir desquels l'esprit construit tous ses autres concepts, d'où le *Principe de raison suffisante de l'être* (possibilité de représentation).
- La nécessité des désirs qui fondent les acquisitions de connaissances et les actions, d'où le *Principe de raison suffisante de vouloir*, ou *loi de la motivation*.

  Les désirs sont aussi les fondements et les justifications des valeurs de l'homme, selon Spinoza, pour qui « l'homme apprécie parce qu'il désire, il ne désire pas parce qu'il apprécie ».

Critique
Autant les trois premiers domaines cités ci-dessus par Schopenhauer appartiennent évidemment à la causalité, autant le dernier y est inacceptable car il introduit une dimension psychologique dans un exposé métaphysique. Cette dimension inutile pollue, hélas, la pensée de Schopenhauer jusque dans son œuvre majeure [71].

Voyons les détails des 4 domaines.

1 - Principe de raison suffisante du devenir - Déterminisme
Le principe de raison suffisante du devenir affirme la *nécessité physique* de l'évolution d'une situation initiale dont elle est la conséquence par l'action d'une loi de la nature, c'est-à-dire le déterminisme physique. Il implique une succession dans le temps : la conséquence suit la situation qui la cause.

Affirmer qu'une évolution est déterministe c'est affirmer que son déroulement est prévisible par application d'une loi physique, d'une formule de calcul ou d'un algorithme ; c'est aussi affirmer que ce déroulement ne sera pas dû au hasard.
Voir des exceptions importantes à cette prévisibilité au paragraphe :
Cas dans lesquels une évolution a un résultat imprédictible.

> Avec le mot "déroulement" le déterminisme est celui de Daniel Martin, les philosophes parleraient de "résultat", oubliant qu'un tel résultat est à une date arbitraire et que le déterminisme n'entraîne pas nécessairement la prédictibilité.

Une situation décrit un objet physique dans son environnement. Exemple : l'état initial d'un objet décrit par des variables d'état, comme *l'état quantique.* C'est cet état qui est cause de l'évolution de l'objet, pas l'objet lui-même ; et *la conséquence de la situation initiale est cette évolution*, pas l'état de l'objet à une date finale arbitrairement choisie.

Une situation est une abstraction, une représentation sous forme de « photographie instantanée ». Ce n'est pas elle qui est visible, ce sont ses objets. Une situation est une représentation construite par l'esprit de ces objets et des relations entre eux, et c'est elle (non ses objets ou relations en tant que tels) qui est cause de son évolution.

On peut même remplacer le mot "situation", synonyme de circonstances, par le mot "événement", qui fait ressortir le caractère "à l'instant *t*" d'une situation-cause et l'instantanéité de sa conséquence.

L'évolution affecte les objets et leurs relations, pas la situation initiale, photographie d'un passé immuable. L'état d'ensemble de ces objets, à un instant qui suit l'état initial, définit une nouvelle situation. Le caractère final éventuel de celle-ci est purement arbitraire, l'instant de fin de l'évolution étant lui-même un choix humain ; une même situation initiale, cause de son évolution, a donc une infinité de situations-conséquences, selon l'instant de chacune.

Déterminisme d'évolution et déterminisme de traduction
Un cas particulier d'évolution est *la traduction instantanée d'un concept en un autre, par application d'une formule ou d'un algorithme*. Exemple : la loi d'attraction universelle de Newton entre deux points matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'exprime par la formule :

$$F = G\frac{MM'}{d^2},$$ où *G* est la constate universelle de gravitation.

Connaissant *M*, *M', G* et *d*, on en déduit immédiatement la force d'attraction *F* ; cette force existe sans délai d'évolution, dès qu'existent deux masses séparées. *Le déterminisme régit donc, en plus des lois d'évolution dans le temps de la nature, des lois et méthodes de calcul traduisant des données initiales en un résultat final qui est leur conséquence, sans délai d'évolution*.

2 - Principe de raison suffisante du connaître
Ce principe justifie des propositions (affirmations qui ne peuvent être que toujours vraies ou toujours fausses) par leur *nécessité logique*. La justification implique une succession : les prémisses précèdent les conséquences. Une proposition ne peut être jugée vraie que si on sait pourquoi ; sa vérité appartient alors à l'une des 4 catégories suivantes.

2.1 - Vérité transcendantale (résultant de nos facultés logiques a priori)
Une vérité *transcendantale* est une affirmation a priori (qui ne peut se déduire d'aucune autre ni de l'expérience) considérée comme nécessaire à une connaissance possible. C'est un résultat de l'application de nos facultés logiques à des concepts a priori. Exemple d'affirmation :

> « Il existe des *nombres entiers* (concept a priori) et des opérations sur ces nombres entiers comme l'addition ou la comparaison ».

2.2 - Vérité métalogique
Pour Schopenhauer, une vérité métalogique repose immédiatement (=sans intermédiaire) sur la structure et les mécanismes de l'esprit ; exemples : les principes cités au paragraphe *Les 4 principes « traditionnels » de logique*.

2.3 - Vérité logique (formelle)
C'est un théorème ou la vérité d'un théorème, proposition résultant d'une démonstration basée sur une ou plusieurs propositions vraies préexistantes dans le cadre d'une *axiomatique* ; exemples :

- Conséquence d'une définition ;
- Démonstration par déductions successives à partir d'axiomes ou de théorèmes.

Attention : une vérité formelle n'a pas de valeur sémantique. Une proposition formellement vraie n'est vraie que dans sa forme, établie dans le cadre logique de son axiomatique. Une éventuelle vérité sémantique ne peut se juger qu'avec des comparaisons avec des objets extérieurs à l'axiomatique : voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

2.4 - Vérité empirique
C'est une vérité résultant de nos sens ou d'une expérience. On la considère comme vraie par application du *Postulat de réalité*.

3 - Principe de raison suffisante de l'être (possibilité de représentation)
Ce principe décrit les concepts de base nécessaires à la représentation dans l'esprit de *réalités matérielles* (objets, situations ou phénomènes) ou *d'êtres abstraits* comme les concepts mathématiques. La nécessité de ces concepts provient de la manière dont notre esprit se représente

l'espace, le temps, les grandeurs physiques fondamentales, les concepts mathématiques et les opérations mentales permises sur eux. Ces concepts décrivent des propriétés :

- *Du genre espace ou temps* (concepts fondés sur des intuitions a priori, ne faisant pas partie des attributs de la chose en soi) : la position ou la taille d'un objet dans l'espace sont définies par rapport à un repère (référentiel), jamais dans l'absolu ; de même, un événement ou une durée sont repérés par rapport à une origine et un sens des temps ;
- *Du genre des grandeurs fondamentales de la physique* : masse-énergie, charge électrique, spin, etc. L'importance de ces grandeurs fondamentales, indispensables pour caractériser un objet réel chaque fois qu'il existe, n'était pas reconnue à l'époque de Kant et de Schopenhauer ; or chacune est un concept de base irréductible à un ou plusieurs autres.
- *Du genre mathématique ou logique*. Exemples : chaque élément d'une suite ordonnée est défini à partir de son prédécesseur ; théorèmes basés sur une axiomatique.

Les concepts nécessaires pour représenter une réalité matérielle en sont déduits par intuition, mesure expérimentale et/ou abstraction. Les formules et opérations mathématiques sont utilisées soit pour se représenter une loi physique, soit pour situer un concept d'objet par rapport à d'autres tels que des unités, des axes orientés, etc.

Le principe de raison suffisante de l'être implique une succession de représentations : les concepts fondamentaux sont associés par l'esprit qui crée une représentation de réalité matérielle ou d'être abstrait par entendement, c'est-à-dire prise de conscience.

4 - Principe de raison suffisante de vouloir, ou loi de la motivation

La raison suffisante de vouloir est la *nécessité de satisfaire ses désirs.*
Le sujet *veut* :

- soit *connaître* l'objet, pour l'apprécier ensuite par rapport à ses valeurs ;
- soit *agir* sur lui plus tard.

Dans les deux cas, ce principe implique une succession de représentations : le motif est suivi par l'acte.

Quelques éléments de psychologie
Du fait même qu'il est conscient, un homme veut quelque chose à tout instant. Chaque volonté a des degrés, depuis un faible désir jusqu'à une passion, et chacune correspond à une valeur au moins. Chaque affect d'un homme correspond à une valeur et à quelque chose qu'il veut ; chaque état de conscience d'un sujet comprend au moins un affect et une volonté. Le sujet qui connaît (par sa *conscience*) est le même que celui qui apprécie une valeur et celui qui veut : dans le psychisme *connaissance, jugement de valeur et volonté sont indissociables*. Mais, à un instant donné, un sujet connaît mieux ce qu'il veut que lui-même, c'est-à-dire ce qu'il est.

Consciemment (ou plus souvent inconsciemment), l'homme juge la situation selon ses valeurs. Ces jugements sont des raisons suffisantes pour une action destinée à en savoir davantage ou à obtenir un résultat désirable. Il y a là une forme de causalité, un automatisme très rapide régissant le psychisme humain, causalité due au lien entre les trois dimensions d'un sujet : conscient, appréciant et voulant.

Le principe de raison suffisante de vouloir est une forme humaine du déterminisme de la nature. Déterminisme *humain* par opposition au déterminisme *physique*, il gouverne la traduction d'une sensation, d'un affect ou d'une idée en volonté de connaître ou d'agir, comme le déterminisme *physique* gouverne l'évolution d'une situation par application d'une loi de la nature ou la traduction d'une donnée en une autre. Ces deux déterminismes sont différents et indépendants, comme la physique et la psychologie : il n'est pas question d'introduire des motivations psychologiques dans des lois de la nature sous prétexte que, réciproquement, les circonstances matérielles influencent notre ressenti, donc nos pensées.

6.2 Principe de raison

Ce principe est apparu chez Leibniz dans la seconde moitié du XVIIe siècle, avant d'être cité par Kant ([37] page 58), puis étudié en détail par Schopenhauer [70].
C'est en réalité un postulat philosophique ; on l'appelle principe par tradition, car on ne peut le déduire de présuppositions. Il s'énonce :

« Tout ce qui existe* (objet) *ou qui se produit* (événement) *a une cause efficace »
(Il existe, pour tout ce qu'on observe dans la nature,
une raison qui a suffi pour que cela existe ou se produise.)

D'après le *principe de raison*, l'existence (la constatation) d'une certaine situation ou d'une évolution particulière a nécessairement une cause efficace responsable de cette existence : l'existence de cette cause est *nécessaire, inéluctable*.

Mais, d'après la signification du concept de cause utilisé ici, l'existence de cette cause a une conséquence inévitable, l'existence de l'objet ou la survenance de l'événement constaté : la cause est *suffisante* (=efficace, =efficiente).

C'est là un *principe*, un apriori imposé sans preuve logique ou expérimentale. Par ce principe, l'homme justifie la recherche des causes de ce qu'il constate et leur description sous forme de lois de la nature permettant ultérieurement la prévision d'évolutions et (si possible) la prédiction de situations.

Mais une situation simplement constatée peut éventuellement résulter de plusieurs causes suffisantes possibles : une pierre qui touche le sol peut avoir été lâchée par ma main ou lancée par quelqu'un d'autre.

6.2.1 Nécessité d'une cause déterminée

Le postulat du déterminisme scientifique (postulat de causalité + règle d'unicité et de stabilité ci-dessus) suppose un préalable : que tout ce qu'on constate, situation ou évolution, ait, pour un système, une cause bien définie (on dit souvent : *déterminée*) :

- Dont la présence *est nécessaire pour que cette évolution ait lieu ;*
- Dont la présence *suffit pour déclencher une évolution*, qui sera toujours la même dans les mêmes circonstances, car régie par une loi ;

c'est-à-dire une cause répondant à une *condition nécessaire et suffisante*.

6.2.2 Définition d'une cause suffisante – Domaine causal d'application

Une cause suffisante (on dit aussi : *efficace*) est une situation (état d'un système) qui entraîne son évolution selon une loi (dite *de causalité*) unique et universelle. L'ensemble des situations (causes efficaces) entraînant l'application d'une loi d'évolution particulière est appelé *domaine causal d'application* de cette loi, ou simplement *domaine d'application* ; la loi n'existe que dans ce domaine, mais dans ce domaine elle s'applique partout (en toutes circonstances).

Exemple : attraction universelle

La loi d'attraction universelle de Newton affirme que deux objets matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'attirent avec une force *F* donnée par :

$$F = G\frac{MM'}{d^2}$$

où *G* est la constate universelle de gravitation, $G = 6.67 . 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Cette attraction entraîne la chute des corps, le mouvement des planètes, etc. C'est une cause qui agit à distance sans contact, du seul fait des masses.

Cette loi d'attraction s'applique à toutes les masses séparées par une certaine distance, dans tout l'Univers ; et elle s'est toujours appliquée et s'appliquera toujours.

L'accélération (en mètres par seconde carrée) communiquée par un champ de gravitation donné (comme celui qui règne à la surface de la Terre) est la même quels que soient la masse, le volume et les autres caractéristiques d'un corps. Son domaine d'application est donc :

- Pour l'origine et la cible d'une force d'attraction : tout ensemble de plusieurs masses considérées en tant que masses, à l'exclusion d'autres variables ;
- Pour le lieu où ces masses existent et la loi s'applique : tout l'Univers

- Pour l'instant où elles commencent à s'appliquer après une évolution quelconque des masses : dès que l'image lumineuse ou l'onde gravitationnelle de l'évolution arrivent au lieu d'application considéré (en Relativité générale une conséquence physique se propage à la vitesse de la lumière).

L'effet d'une cause suffisante n'existe que dans son domaine d'application

Le domaine d'application d'une loi de causalité comprend, par définition, toutes les situations où elle s'applique : dans ce domaine elle s'applique partout, en dehors de ce domaine elle ne s'applique pas ; la cause d'évolution d'une loi est donc à la fois suffisante et nécessaire pour toute situation du domaine.

Exemple : considérons deux particules qui ont une masse :
l'électron (M=0.9 **.**10^{-30} kg) et le proton (M'=1.67 **.**10^{-27} kg).
La loi d'attraction universelle s'applique bien entre ces particules.
A une distance d = 0.529 .10^{-10}m on trouve F = 3.6 .10^{-47} newtons.

Mais leurs charges électriques opposées provoquent une attraction selon une autre loi, l'attraction électrostatique de Coulomb entre des charges Q_1 et Q_2 (mesurées en coulombs) :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{d^2}$$

Si :

- d est la distance en mètres, d = 0.529 .10^{-10}m (rayon de l'atome de Bohr) ;
- ε_0 est la permittivité du vide 8.854 **.**10^{-12} coulombs par (volt **.**mètre) ;
- Q_1 = -1.6 .10^{-19} coulomb et $Q_2 = -Q_1$.

On trouve pour la force F = **-**2.3 .10^{-8} newtons (c'est une attraction).

A une distance donnée d, l'attraction électrostatique étant beaucoup plus forte que l'attraction universelle (environ 10^{39} fois dans le cas précédent), le domaine d'application de ces deux lois est si différent que l'attraction des masses est négligeable par rapport à l'attraction (ou la répulsion) électrostatique lorsque les deux coexistent.

On voit sur cet exemple qu'en dehors de son domaine d'application (celui des masses n'agissant qu'en tant que masses gravitationnelles) la loi d'attraction universelle ne s'applique pas (exactement : n'a pas d'effet sensible). Autre conséquence : en physique atomique on ne calcule les évolutions de systèmes avec l'équation de Schrödinger qu'en tenant compte de la seule force électromagnétique, qui comprend celle de Coulomb (voir *Equations de Maxwell*).

6.2.3 Etat (situation) d'un système

L'état (situation) d'un système à un instant donné est défini par ses variables d'état

Appelons *situation* l'état d'un système physique quelconque à un instant t. Cet état est défini par l'ensemble des *variables d'état* (informations) nécessaires pour le construire par la pensée à partir de masse-énergie. Ces informations sont soit *internes* au système (inhérentes), soit *externes* (relatives à son environnement : mouvement et forces par rapport à lui, rayonnements échangés, etc.).

Masse-énergie et *matière-énergie*
La *Relativité restreinte* d'Einstein enseigne depuis 1905 que la matière et l'énergie sont deux formes d'une même réalité physique, la *masse-énergie* ou *matière-énergie*, souvent désignée simplement par le mot *énergie* entendu au sens large.

L'équivalence entre une masse de matière m (en kg), supposée immobile, et son énergie E (en joules) est donnée par la célèbre formule d'Einstein :

$$E = mc^2$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, c = 299 792 458 mètres/seconde.

Exemple
La transformation en énergie de la masse d'une enveloppe de 20 grammes donne 0.02 x 299792458 x 299792458 = 1 797 510 357 473 635 joules ; c'est l'ordre de grandeur (énorme !) de l'énergie que produirait la chute de l'eau d'une piscine pleine de 50 x 8 x 2 mètres d'une hauteur de 229 000 kilomètres (60% de la distance de la Terre à la Lune). Dans une centrale électrique nucléaire convertissant de la masse d'uranium en électricité il faut convertir peu de matière pour produire beaucoup d'électricité.

Variables d'état internes et externes
L'évolution d'un système à partir d'un instant donné dépend à la fois de son état interne et (s'il n'est pas fermé) de l'environnement avec lequel il interagit : ses variables d'état sont donc de deux types : internes et externes.

L'Univers est tout ce qui existe
On postule que l'Univers étant fermé (parce que sa vitesse d'expansion supérieure à la vitesse de la lumière exclut qu'un éventuel extérieur interagisse avec lui) il n'est défini que par des informations internes, et régi par les lois naturelles d'évolution et d'interruption définies plus bas.

6.2.4 Réciproques d'une raison suffisante d'évolution
L'existence d'une raison suffisante d'évolution entraîne celle de sa conséquence, l'évolution elle-même ; réciproquement, l'absence constatée d'évolution entraîne l'absence de raison suffisante d'évolution. Ces propositions sont évidentes.
Par contre :

- L'absence d'une raison suffisante d'évolution n'entraîne pas l'absence de sa conséquence, si l'évolution correspondante peut résulter d'une autre raison suffisante.

  Exemple : l'absence de clou sur la chaussée ne garantit pas que mon pneu avant droit ne se dégonflera pas ; il pourrait le faire parce qu'il est mal monté sur sa jante ou parce que j'ai heurté un trottoir.

- L'existence (la constatation) d'une évolution n'entraîne celle d'une raison suffisante particulière que si d'autres raisons suffisantes n'ont pas pu produire le même effet. Exemples :
  - La victime est morte d'une balle de pistolet tirée à deux mètres ; on ne peut être sûr que l'assassin est son beau-frère, qui la détestait et a un pistolet de ce calibre-là, que si aucun autre porteur de ce type de pistolet n'a pu être présent lors du meurtre.
  - Une statistique montre que 40 % des gens qui ont pris un certain remède homéopathique ont guéri en un mois au plus ; pour en déduire que la prise de ce remède guérit probablement environ 40 % des malades il faudrait être sûr qu'aucune autre cause de guérison n'était possible : ni guérison spontanée, ni effet placebo, ni autre traitement concomitant, etc.

6.2.5 Raison suffisante et chaîne de causalité
Structure d'une chaîne de causalité
Toute raison suffisante est basée sur une cause, elle-même basée sur une autre cause, etc. La suite de ces causes définit une chaîne de causalité qui remonte le temps jusqu'à une cause première, postulée faute d'en connaître la cause ou pour que la chaîne reste finie (ce qui constitue une exception à la causalité, en inventant une cause sans cause absolument nécessaire mais logiquement absurde, comme Dieu) ; Kant a dit : *La définition et l'existence d'un concept sont indépendants* : on ne peut déduire l'existence physique d'une chose d'une définition de la chose.

Dans notre Univers, toutes les causes physiques remontent dans le temps jusqu'à l'ère de Grande unification qui a suivi le Big Bang, parce que nos connaissances physiques ne nous permettent pas de penser ce qui précédait l'inflation autrement que de manière spéculative : voir *Théories de Grande unification*.

6.3 Définition déterministe d'une cause
Une cause est la situation d'un système à un instant donné, avec tous ses paramètres. Cette définition n'est pas triviale : voir ci-dessous et précédemment.

Les explications suivantes doivent être lues en allant chercher les définitions nécessaires au fur et à mesure des besoins par un clic sur un lien.

- *A l'échelle atomique*
  Considérons une situation de Mécanique quantique avec superposition d'états simultanés qui subit une décohérence pour devenir un état unique. On pourrait penser qu'il s'agit d'un cas où *plusieurs causes* (les états superposés) ont évolué vers *une conséquence unique*, ce qui constituerait une causalité différente de celle où une cause unique évolue vers un ensemble de conséquences. En fait, la superposition d'états d'un système donné constitue bien une situation à considérer *dans son ensemble* en tant qu'état particulier de la masse-énergie, donc une cause

unique pour une décohérence ultérieure (due à une interaction du système avec l'échelle macroscopique).

- *A l'échelle astronomique*
  L'ensemble des paramètres à prendre en compte pour tirer toutes les conséquences d'une situation à l'instant *t* ne peut être limité à ceux d'un système particulier, car il pourrait exister des paramètres extérieurs qui l'influencent ; exemple : des rayons cosmiques de haute énergie issus d'une galaxie lointaine. La seule manière d'être exhaustif est de considérer l'Univers entier, au moins dans un raisonnement philosophique.

  Et là intervient la Relativité générale, avec son espace-temps quadridimensionnel : il n'y a pas d'instant *t* absolu dans tout l'Univers relativiste, comme dans celui de Newton, un instant et une position sont *par rapport à un certain repère*. Et il n'y a pas, non plus, de simultanéité entre des événements se produisant en des lieux distincts.

6.4 Conséquence d'une cause

La conséquence d'une cause unique est tirée, automatiquement et immédiatement, par la nature sous forme d'un ensemble d'évolutions simultanées de certaines variables (si aucune n'était affectée, il n'y aurait pas d'évolution).

6.4.1 Trajectoires d'une particule libre en Mécanique quantique

Une particule peut parcourir une infinité de trajectoires à la fois, solutions de l'équation de Schrödinger, autour d'une trajectoire la plus probable calculée en pondérant chacune des trajectoires individuelles avec sa probabilité.

> **« Une particule peut parcourir une infinité de trajectoires à la fois, aboutissant à une ou plusieurs destinations simultanément. »**

Ensemble de particules intriquées, non séparables

Cas particulier intéressant : un ensemble de particules décrites par un état quantique global, comme une paire de photons *corrélés* (on dit aussi "intriqués" ou "non séparables"), conserve certaines propriétés de cet état global même lorsque les particules s'éloignent les unes des autres. Si un événement affecte alors l'une des particules (exemple : l'absorption d'un photon d'un ensemble intriqué lors d'une mesure) ses conséquences sont propagées instantanément à toutes les autres particules « à une vitesse infinie » : on dit qu'il y a *non-séparabilité* des particules corrélées. Voici des détails.

6.4.2 Etats corrélés

Deux ou plusieurs particules décrites par une même fonction d'onde (par exemple parce qu'elles ont été générées ensemble comme deux photons de polarisations opposées) sont dites *corrélées* ou *intriquées*. Elles ont une propriété qui n'existe pas en physique macroscopique : une d'entre elles peut s'éloigner très loin tout en conservant des propriétés communes avec l'autre ou les autres ; notamment, ces particules forment toujours un même objet, avec une énergie d'ensemble : si on en détruit une toutes disparaissent *instantanément*, sans qu'aucune information ait eu besoin de temps de se transmettre aux autres [96].

> **« Un ensemble de particules intriquées échappe à l'exigence d'avoir une taille précise : il peut grandir à l'infini sans cesser d'être un tout susceptible de disparaître si une de ses particules est absorbée. »**

7. Métaphysique du déterminisme

Dans cet ouvrage, la métaphysique qui nous intéresse le plus est celle qui régit les sciences en énonçant leurs principes, leur portée et leurs limites, conformément à la pensée rationnelle ; on l'appelle aussi *Philosophie des sciences*. Cette section pose les bases nécessaires de la causalité et du déterminisme.

7.1 Epistémologie

Définition

D'après le dictionnaire [3], l'épistémologie est l'étude critique des principes, des hypothèses et des résultats des diverses sciences, destinée à déterminer leur origine logique (non psychologique), leur valeur et leur portée objective.

Ce livre comprend une épistémologie des lois physiques, en tant qu'elles sont régies par le déterminisme.

- L'ouvrage affirme qu'il y a des lois de la nature *parce que c'est l'homme qui les fait*, en leur faisant régir les phénomènes qu'il perçoit et en ignorant leur éventuelle adéquation à la réalité inconnaissable ; c'est un point de vue kantien.
- L'ouvrage décrit les lois physiques d'un point de vue philosophique, en proposant une structure de relations qui les organise et sous-tend leur déterminisme.

  Exemple : nous verrons à propos de la Relativité restreinte qu'il y a un principe régissant toutes les lois physiques valables dans un référentiel inertiel, le *Principe de relativité restreinte* qui s'énonce :

  « Les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels. »

  Ce principe peut se généraliser en Relativité générale sous la forme :

  « Une loi physique valable dans un référentiel localement inertiel est valable dans n'importe quel référentiel, muni de n'importe quel système de coordonnées et quel que soit son mouvement. »

7.2 Caractéristiques déterministes des lois de la nature

Voici un résumé de 15 affirmations concernant la causalité et le déterminisme des lois de la nature, que nous précisons avec leurs conditions de possibilité et leurs limitations. Tous les termes scientifiques sont définis le moment venu.

7.2.1 Dans la nature, l'instabilité peut constituer une cause d'évolution

Définition de l'instabilité d'un système

Un système est dans une situation instable si et seulement si une ou plusieurs de ses variables d'état peut (peuvent) changer sans cause efficace précise.
Voici des types d'instabilité et leurs causes.

- L'instabilité peut résulter d'une fluctuation de l'énergie cinétique traduisant la température, source de l'agitation incessante appelée *mouvement brownien*.

  « La température d'une particule se traduit toujours par une énergie cinétique, celle du mouvement brownien qui l'agite ou celle d'une vibration. L'immobilité absolue n'existe pas, la température zéro degré kelvin étant inaccessible. »

- L'instabilité peut se manifester par des fluctuations d'énergie potentielle ; il s'agit alors d'une indétermination régie par le principe d'incertitude de Heisenberg.

  « En tout point de l'Univers la densité de l'énergie potentielle est instable. Des paires particule-antiparticule peuvent apparaître spontanément en empruntant de l'énergie potentielle à l'espace pendant un court instant avant de se recombiner et de restituer leur énergie. »

- Dans des conditions relativistes de vitesse et/ou distance, l'instabilité de la densité d'énergie potentielle peut mettre en cause la signification même des notions de cause et conséquence, donc les possibilités d'interaction.

  « Dans des circonstances à la fois relativistes et quantifiées les notions de causalité et d'interaction peuvent devenir incertaines. »

- L'instabilité des systèmes non linéaires (par exemple les systèmes dissipatifs comme les êtres vivants, en déséquilibre thermodynamique), peut être source d'auto-organisation (comme l'évolution darwinienne des espèces ou l'assimilation de nourriture).

  « Le 2ème principe de la thermodynamique qui exige de tout système une désorganisation croissante ne s'applique pas en dehors de l'équilibre thermodynamique : un système en déséquilibre permanent comme un être vivant peut évoluer spontanément vers plus d'organisation. »

- L'instabilité peut résulter d'une solution particulière d'un modèle d'évolution, comme l'inflation de l'Univers qui résulte d'une *rupture spontanée de symétrie*.

  « Au fur et à mesure que son volume a augmenté par inflation, l'espace a créé de la masse-énergie dans la même proportion, sa densité restant constante. »

- L'instabilité peut résulter de la nature même d'un système dynamique ; ses lois d'évolution peuvent changer en certains points de bifurcation
  voir *Limites d'application d'une loi d'évolution*.

7.2.2 L'évolution d'un système fermé conserve son information descriptive

Voir d'abord *Conservation de la quantité d'informations d'un système matériel fermé*.
Cette conservation est une conséquence de la symétrie de l'équation de Schrödinger par rapport au temps. Le déterminisme d'une loi d'évolution implique la possibilité de remonter le temps (en pensée) ; voir *Principe de fatalisme*.

7.2.3 Lors d'une évolution la nature ne connaît ni résultat ni finalité

La nature ne connaît ni le concept humain de résultat d'une évolution, ni les notions humaines d'étape ou de fin d'une évolution. Elle ignore le hasard et la contingence. Elle n'a pas de finalité (contrairement à la croyance idéaliste). Elle ne formule pas, non plus, de jugement de valeur pour trouver quelque chose étonnant ou harmonieux. Les évolutions naturelles suivent le *Principe de fatalisme* :

« Tout ce qui arrive devait arriver. »

« Ce qui n'est pas arrivé ne pouvait pas arriver. »

7.2.4 Prévisibilité et prédictibilité d'un résultat d'évolution

Par définition, un résultat (notamment la durée d'un phénomène) est l'ensemble des valeurs des variables (numériques, de forme ou de structure) que nous voulons prédire à la fin d'une évolution déclenchée par une cause donnée.

« Une évolution est *prévisible* car conforme à une loi, mais son résultat n'est pas toujours *prédictible*. » (voir *Cas dans lesquels une évolution a un résultat imprédictible*)

7.2.5 Une cause ne déclenche qu'une évolution

Une cause donnée ne déclenche qu'une évolution (ou un ensemble d'évolutions en Mécanique quantique), dont elle ne garantit ni la prédictibilité des résultats, ni la précision de chaque résultat, préoccupations strictement humaines ; c'est l'évolution qui produit peut-être un résultat, pas la situation-cause qui l'a déclenchée.

« Une cause a pour conséquence une évolution, pas un résultat. »
(Une cause physique ne peut avoir de conséquence abstraite,
une cause abstraite ne peut avoir de conséquence physique.)

7.2.6 Une évolution causée est régie par une loi physique

Chaque évolution déclenchée est gouvernée par une loi physique, selon le principe déterministe « les mêmes causes produisent les mêmes effets, partout et toujours », principe qui implique ce qui suit :

- La stabilité (l'invariance) des lois physiques dans le temps et l'espace
  (au moins à l'échelle qui nous est accessible).

  « La même cause produira le même effet, partout et toujours. »

- L'absence de hasard dans une loi d'évolution non stochastique d'une situation ; dans une évolution régie par une loi stochastique, il y a une distribution statistique des valeurs possibles calculées.

  « Aucune évolution n'est soumise au hasard »

  - En Mécanique quantique, les solutions cohérentes d'une évolution multiple constituent un ensemble prédéterminé, dont chaque élément a une probabilité connue d'apparaître.

Le choix statistique d'une valeur lors d'une décohérence est un type particulier de décomposition naturelle, faisant passer d'une superposition d'états à un état unique affecté d'une probabilité prédictible :
c'est un choix non déterministe.

- Lors du franchissement d'une bifurcation, la loi choisie dépend d'un paramètre de contrôle qui a une valeur critique au point de bifurcation.
- En cas d'évolution sensible aux conditions initiales, le résultat est imprédictible à long terme au départ, du fait d'une amplification mathématique d'inévitables imprécisions de données ou de calcul.

7.2.7 Il n'y a pas dans l'Univers de situation stable dans le temps

Il n'y a pas dans l'Univers de situation stable, ne serait-ce qu'un court instant. Toute situation est soumise à une loi d'évolution pour au moins une de ses variables d'état. Même s'il ne semble pas évoluer autrement, tout système échange constamment du rayonnement thermique avec son environnement, la chaleur allant toujours du corps le plus chaud vers le corps le plus froid (2ème principe de la thermodynamique).

« Il n'existe pas de système qui n'évolue pas ; »

« Il n'existe pas de lieu dont l'état n'évolue pas ; »

« Un état stationnaire parfait n'est concevable en aucun lieu, à aucune date. »

7.2.8 L'évolution de l'Univers depuis le Big Bang n'était pas prévisible

Voir *L'évolution de l'Univers depuis le Big Bang n'était pas prévisible*.

7.2.9 Les lois de la nature forment un ensemble complet

« La nature a toutes les lois nécessaires pour réagir à toutes les situations. »

Elle « n'improvise » jamais de conséquence et n'en « oublie » jamais.
Même lorsque l'homme n'a pas encore découvert ou formulé la loi d'évolution d'une situation donnée la nature évolue : elle dispose d'une Loi globale d'évolution qui est complète.

« Il existe une Loi globale d'évolution qui est complète ».

7.2.10 Les lois physiques constituent un ensemble cohérent

Leurs effets se complètent sans jamais se contredire.
Exemple : en Mécanique quantique, les différentes trajectoires éventuelles d'une particule unique, qui les emprunte toutes à la fois, sont parcourues à des vitesses telles que la particule arrive en une fois à une destination unique, pas à plusieurs dates dépendant des diverses trajectoires. Mais des différences de longueur de trajectoire peuvent produire des interférences, même avec une particule lourde comme une molécule géante.

« La Loi globale d'évolution contient une Loi globale d'interruption qui régit tous les cas d'évolution sans omission ni contradiction. »

7.2.11 La nature ignore les concepts d'échelle d'espace ou de temps

Ces concepts (échelles astronomique, humaine, atomique, subatomique) ne sont que des abstractions nécessaires à l'esprit humain.

- Une loi physique s'applique à toutes les échelles, mais ses effets peuvent être négligeables ou trop difficiles à calculer à certaines échelles.

  « La nature a un Principe de correspondance. »
  (Entre les lois de deux échelles d'espace adjacentes il existe un *Principe de correspondance*, mais on ne connaît pas de correspondance globale allant de l'échelle subatomique à l'échelle astronomique.)

- Certains phénomènes sont modélisés par des structures géométriques *fractales*, qui ont la même forme quelle que soit l'échelle, c'est-à-dire « le grossissement ».

7.2.12 Les lois physiques respectent des symétries (invariances)

- Les lois physiques respectent un certain nombre de symétries (invariances) résultant de l'uniformité de l'Univers (homogénéité du temps et de l'espace, isotropie), de la symétrie droite-gauche de l'espace, etc.

- Elles respectent aussi des *concepts et principes universels*, les mêmes aussi pour des habitants d'une autre galaxie : nombre entier, point, ligne droite, etc., ainsi que les *principes de logique*. Le déterminisme les respecte aussi (sinon il ne pourrait pas régir toutes les lois physiques).
- Elles respectent également le théorème de Noether :

  « L'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité ».

7.2.13 Les grandes théories des lois de la nature
La causalité et le déterminisme tiennent compte de la Relativité, de la Mécanique quantique, de l'Electrodynamique quantique, de la Chromodynamique quantique et de la Conservation de l'information, théories et ensembles d'outils mathématiques des lois de la nature.

7.2.14 Il existe des domaines de connaissance régis par deux théories complémentaires, selon le *Principe de complémentarité*
Exemples de complémentarité :

- Masse-énergie (penser à $E=mc^2$) ;
- Onde-particule ;
- Déterminisme local-déterminisme global.

7.2.15 Causalité et déterminisme régissent la nature physique, pas la pensée
La causalité et le déterminisme s'appliquent aux situations et aux évolutions physiques de la nature, pas à la pensée humaine. Celle-ci est non-déterministe et imprévisible (le subconscient intervient constamment), et le libre arbitre n'est réel que psychologiquement.

**« La causalité naturelle ne s'applique qu'aux évolutions physiques,
alors que la causalité logique s'applique aux propositions logiques. »**

La causalité naturelle existe à deux niveaux :

- Le niveau des lois de la nature, vraies pour toutes les évolutions.
  Exemple : la conservation de la charge électrique d'un système isolé.
- Le niveau de la valeur d'une variable particulière, soumise à une certaine loi.
  Exemple : valeur de la tension V aux bornes d'une résistance R parcourue par un courant I :
  $V = RI$ (loi d'Ohm).

7.2.16 C'est à l'homme de définir des paradigmes de la nature
Ce n'est évidemment pas à la nature de s'adapter à notre besoin de représentations mentales et de lois d'évolution simples, c'est à nous (qui les créons) d'adapter celles-ci et l'échelle que nous considérons à la nature, même si ces représentations s'imposent comme abstraites, probabilistes, imprécises ou indéterminées.

La liste ci-dessus illustre l'importance de la causalité et du déterminisme dans la métaphysique des lois de la nature. Nous allons donc approfondir ces sujets.

7.3 Le déterminisme garantit la prédiction, pas la prévision
Le déterminisme prévoit l'évolution qui résulte de la cause initiale ; il ne garantit pas que le résultat de cette évolution puisse être prédit avant, ou mesuré après avec une précision arbitraire : *le déterminisme, toujours respecté par les lois de la nature, ne garantit ni la prédictibilité du résultat ni la précision de sa mesure ; il garantit seulement que la cause déclenche une évolution selon la loi qui s'applique*.

7.3.1 Problème de la mesure quantique
Il y a un problème d'*interprétation métaphysique de la Mécanique quantique*, avec des questions comme :

- Pourquoi les positions et quantités de mouvement des particules sont-elles probabilistes et pas exactes ?
- Pourquoi y a-t-il des instabilités ou indéterminations (résultant du *Principe d'incertitude de Heisenberg*) ?

Nous avons des réponses à ces questions et d'autres du même genre, mais elles ne sont pas totalement satisfaisantes parce qu'elles sont toutes de type mathématique : ne pouvant rien « voir » à l'échelle atomique, notamment la fonction d'onde, nous devons nous représenter ce monde-là à partir de comportements décrits par des équations.

Définitions

Nous appellerons *mesure* dans ce paragraphe :

- La mesure de la position, de la vitesse, etc. d'une particule de l'échelle atomique, grandeurs stochastiques pour lesquelles la théorie ne fournit qu'une densité de probabilité de présence.
- La détermination de l'état (exactement : de la valeur propre d'une observable) choisi par la décohérence, choix forcé par l'interaction d'une superposition d'états à l'échelle atomique avec l'échelle macroscopique.
- Le choix par la nature d'une valeur de variable stochastique de l'échelle atomique, suite à une évolution ou pour un système dans un état stationnaire.

  Exemple : une liaison moléculaire qui a une certaine probabilité de se réaliser spontanément, notamment lorsque l'assemblage d'un chromosome peut omettre une molécule plus petite comme un gène ou une partie d'un gène.

Problème de la mesure quantique

Lire ce qui suit en ayant sous les yeux *Les 6 postulats de la Mécanique quantique*.

Ce problème résulte d'une définition incomplète du déterminisme, qui ne qualifie de déterministe qu'un résultat d'évolution unique ou une valeur mesurée unique, définitions qui entrent en conflit avec le caractère stochastique des variables de la Mécanique quantique.

Voici donc les deux interprétations les plus généralement admises de la Mécanique quantique, les autres étant dans [204].

7.3.1.1 Interprétation métaphysique de Copenhague

L'Interprétation de la Mécanique quantique dite « de Copenhague » est celle de Niels Bohr, qui était danois. Bohr et ses collègues pensaient que :

- L'homme ne peut connaître la réalité, il n'a accès qu'aux représentations qu'il s'en fait : c'est la doctrine de Platon (allégorie de la caverne) et de Kant (idéalisme transcendantal). Il ne doit donc pas raisonner sur la réalité, mais seulement sur les phénomènes qui lui sont accessibles. Il doit même accepter que des lois physiques soient probabilistes, comme les résultats de l'équation de Schrödinger, et ne permettent donc pas de prédire un résultat unique.

  Ainsi, la valeur d'une variable de l'état quantique *n'existe pas* entre deux mesures (circonstances où seule existe l'inaccessible réalité) ; elle n'existe qu'après une mesure qui l'a créée.

  « A l'échelle atomique c'est la mesure qui crée la valeur ; avant elle n'existait pas. »

  On peut même aller plus loin : les particules n'existent que lorsqu'elles interagissent. Un électron d'atome d'une couche donnée peut être n'importe où sur son orbitale, chaque position ayant une densité de probabilité ; même remarque pour un électron libre en mouvement : tant que rien n'interagit avec lui tout se passe comme si l'électron n'existait pas. On n'est certain de l'existence d'un électron que lorsqu'il interagit avec une autre particule, révélant alors sa position, sa vitesse et son moment cinétique aux imprécisions dues au principe d'incertitude de Heisenberg près. De même, on n'est certain de l'existence et des caractéristiques d'un photon que lorsqu'il est capturé ou émis.

  « L'existence des particules n'est certaine que lorsqu'elles interagissent. »

  On peut énoncer cela autrement :

  « A l'échelle atomique toute mesure perturbe les grandeurs mesurées ; elle est irréversible et il faut en tenir compte en concevant les expériences. »

  L'inaccessibilité de la réalité est d'autant plus forte qu'à l'échelle atomique nous ne pouvons voir que des équations – *nos* équations.

  La description humaine des phénomènes et lois de l'échelle atomique est donc la seule que nous ayons, parce que ses mathématiques sont notre seule manière de les « voir ».

- Les 6 postulats de la Mécanique quantique ne décrivent pas la réalité, ils ne sont qu'une axiomatique dont les résultats s'avèrent conformes aux mesures. Ils permettent des calculs prédictifs des valeurs probabilistes des variables.

  La fonction d'onde d'un système conservatif contient toute l'information disponible sur lui jusqu'à ce que l'évolution soit interrompue par une décohérence. Cette fonction d'onde étant unitaire, la quantité d'informations est conservée.

- Conseil de Niels Bohr : il ne faut donc pas perdre son temps à spéculer sur la signification philosophique de la physique quantique, il faut s'en tenir aux outils de la Mécanique quantique et faire confiance à leurs résultats.

L'antiréalisme de cette doctrine
Voici une citation de Niels Bohr extraite de [313] page 91 :
"Ni les particules, ni les ondes ne sont des [objets de la nature]. Ce ne sont que des idées dans nos esprits, que nous imposons à notre conception du monde naturel. Elles sont utiles en tant qu'images intuitives que nous construisons à partir de l'observation des grands objets comme des billes et les vagues sur la mer. Mais les électrons ne sont ni l'un ni l'autre. Ce sont des entités microscopiques que nous ne pouvons observer directement, et nous n'avons pas d'intuition à leur sujet. Leur étude requiert d'utiliser de grands dispositifs expérimentaux nous permettant d'interagir avec eux. Ce que nous observons n'est jamais l'électron lui-même : ce ne sont que les réponses de ces grands dispositifs expérimentaux aux minuscules électrons invisibles.

Il peut être commode de décrire la manière dont les dispositifs expérimentaux réagissent aux électrons en utilisant des images intuitives, celle d'une onde ou celle d'une particule. Cependant nous ne pas pas prendre ces images trop au sérieux parce que différentes expériences nécessitent des images différentes."

[On voit clairement dans ce passage la doctrine antiréaliste de Niels Bohr : pour lui, aucune des ondes ou particules que notre esprit manipule n'existe autrement qu'en tant qu'abstraction humaine. La science ne décrit pas la nature et elle *ne peut* en parler à l'échelle atomique : elle ne parle pas d'électrons, mais de nos interactions avec eux. C'est pratiquement la théorie de l'Idéalisme transcendantal de Kant.]

(Fin de citation)

« La Physique quantique n'est pas compatible avec le réalisme. »

Adoption quasi-générale de cette doctrine
Cette doctrine est aujourd'hui "officielle", en ce sens qu'elle est la plus acceptée.
Elle refuse l'interprétation métaphysique des postulats de la Mécanique quantique, considérée comme un simple outil à appliquer sans se poser de questions ontologiques. Cette doctrine s'oppose donc au réalisme naïf d'Einstein ainsi qu'à celui de Hugh Everett, qui considère que la fonction d'onde (dont l'évolution est donnée par l'équation de Schrödinger) décrit bien toute la réalité. Elle s'oppose aussi à l'approche suivante, due à De Broglie et Bohm.

7.3.1.2 Onde pilote de De Broglie-Bohm

Sources : [313] et [205]

Théorie de l'onde pilote

Si on admet la dualité onde-particule et la théorie de l'onde de matière de De Broglie (comment les rejeter ?) un corpuscule (un électron, par exemple) est caractérisé à la fois par une particule (qui existe en un endroit précis) et une onde (qui existe partout). C'est la particule qu'on détecte, l'onde guidant la particule (par exemple pour passer par deux fentes à la fois dans l'expérience d'interférences de Young). La trajectoire (unique et bien définie) de la particule est influencée par tous les chemins qu'emprunte l'onde.

Ainsi, lorsque les trajectoires de l'onde créent des interférences, la densité de probabilité de présence de la particule en un certain endroit dépend de l'amplitude résultant de l'addition des ondes composantes, en amplitude et en phase : cette densité de probabilité est proportionnelle au carré de cette amplitude résultante.

L'onde pilote est la fonction d'onde déjà évoquée, qui se propage selon l'équation de Schrödinger et de façon déterminisme au sens scientifique, donc unique. La position du corpuscule en mouvement est possible partout (car l'onde pilote existe partout) mais sa densité de probabilité de présence en un endroit donné est proportionnelle au carré de l'amplitude de la fonction d'onde ; en pratique le

corpuscule apparaît porté par un paquet d'ondes (voir schéma) et la théorie prédit qu'une mesure de sa position la trouve à l'endroit où cette probabilité est maximale.

L'hypothèse « Les 6 postulats de la Mécanique quantique – dont l'équation de Schrödinger – décrivent tout ce qu'on peut savoir sur l'évolution d'un système à l'échelle atomique » ne satisfait pas les physiciens réalistes que le caractère stochastique des variables de position (paquet d'ondes) dérange. Tout en acceptant l'équation de Schrödinger (démontrée) ils ajoutent à sa fonction d'onde un complément qui décrit les déplacements des particules. Ce complément est une *équation guide* décrivant une *onde pilote*, basée sur la fonction d'onde ψ de Schrödinger :

$$\frac{d\boldsymbol{Q}_k}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} Im \frac{\psi^* \partial_k \psi}{\psi^* \psi}(\boldsymbol{Q}_1, \dots, \boldsymbol{Q}_N)$$

où :

- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ = 1.054589 .10^{-34} joule .seconde,
- $\boldsymbol{Q}_k(t)$ est la position à l'instant t de la particule k, de masse m_k,
- $Im(z)$ est la partie imaginaire du nombre complexe z,
- $\psi(t)$ est la fonction d'onde de l'équation de Schrödinger et ψ^* sa conjuguée,
- $\partial_k = (\frac{\partial}{\partial x_k}, \frac{\partial}{\partial y_k}, \frac{\partial}{\partial z_k})$ est le gradient en coordonnées génériques $\boldsymbol{q}_k = (x_k, y_k, z_k)$ de la particule k.

La nature physique de l'onde pilote n'est pas précisée : c'est un concept de calcul représentant la présence d'éventuelles variables cachées, également non précisées.

Ce procédé de calcul, proposé dans son principe par De Broglie en 1927 et par Bohm en 1952, est compatible avec celui de l'interprétation de Copenhague pour les évolutions non relativistes, tout en fournissant des coordonnées précises pour les particules en mouvement connaissant leurs valeurs initiales (position initiale du centre de masse du système) ; en outre, il prend en compte le spin des particules, ce que ne fait pas l'équation de Schrödinger.

La Théorie de l'onde pilote explique l'origine physique des probabilités de présence d'une particule au voisinage de sa position moyenne prédite par l'onde pilote (ou accompagnée par le paquet d'ondes selon l'interprétation de Copenhague) : ces probabilités expriment notre ignorance de la localisation initiale de la particule ([313] pages 121-122).

Autre avantage de l'existence de l'onde pilote : il n'y a pas de décohérence avec choix aléatoire de l'état retenu ; ce choix est la fin naturelle de toute superposition d'états, dans un état imprédictible comme dans l'interprétation de Copenhague.

Le modèle réaliste d'évolution de De Broglie-Bohm remplace les variables cachées - qui expliquent (selon ses partisans) le caractère probabiliste du modèle de Copenhague – par une inclusion de ces variables dans le système complet, dispositifs de mesure inclus.

> **« La Théorie de l'onde pilote de De Broglie-Bohm remplace avantageusement celle de la fonction d'onde de l'interprétation de Copenhague. »**

Mais l'interprétation de Copenhague s'est imposée parce que les physiciens n'ont jamais lu les publications qui montrent l'avantage de la Théorie de l'onde pilote, l'erreur d'une démonstration de John von Neumann excluant l'existence d'une alternative cohérente à la Mécanique quantique [314], etc.

7.4 Comment l'homme produit les lois de la nature

L'homme postule une loi à partir d'un enchaînement de causes et de conséquences

Lorsque l'homme constate qu'une situation S a été plusieurs fois précédée d'une situation S_0, il généralise par induction et postule que S_0 est *toujours* cause de S : il affirme que jusqu'à preuve du contraire « toute situation future identique à S_0 produira S » ; c'est la *Règle de stabilité* vue plus haut. Voir aussi : *C'est l'homme qui définit les lois de la nature, et il les définit sans exception*.

7.5 Limites d'application d'une loi d'évolution

Le caractère nécessaire d'une cause suffisante ci-dessus n'existe que parce qu'on a supposé une *évolution continue (=ininterrompue)*.

(L'apparition d'une situation de système existant sans cause préalable, ou l'existence d'un système sans cause préalable) sont exclues par le postulat de causalité. Nous revenons sur ce sujet dans *Apparitions*.

L'évolution de tout système de l'Univers est nécessairement ininterrompue depuis le Big Bang. Une loi d'évolution s'applique exactement tant que sa cause suffisante existe, mais la cause d'évolution d'un système peut changer. Voici un exemple de changement de loi d'évolution : le *changement de phase*, appelé aussi *transition de phase*.

7.5.1 Changements de phase d'un corps pur

Un changement de phase est souvent appelé *transition de phase*.

Un corps pur peut changer de phase, passant à un autre de ses trois états - solide, liquide ou gazeux - lorsque sa température et/ou sa pression varie(nt). On appelle également transition de phase une décomposition radioactive et, plus généralement, toute transformation déterministe d'un système qui n'est pas régie par une loi d'évolution continue ; exemple : fusion de noyaux d'hydrogène en hélium dans une étoile.

Exemple : changements de phase de l'eau

Si, pour une certaine évolution en température et/ou pression, on essaie d'expliquer l'état initial, à l'instant *t-1*, d'un corps dont l'état est connu à l'instant ultérieur *t*, selon qu'il y a eu ou non changement de phase entre *t-1* et *t* il y a 0, 1 ou 2 changements de phase, transitions accompagnées d'un échange d'énergie et d'un changement de loi d'évolution. Voici le diagramme des phases de l'eau.

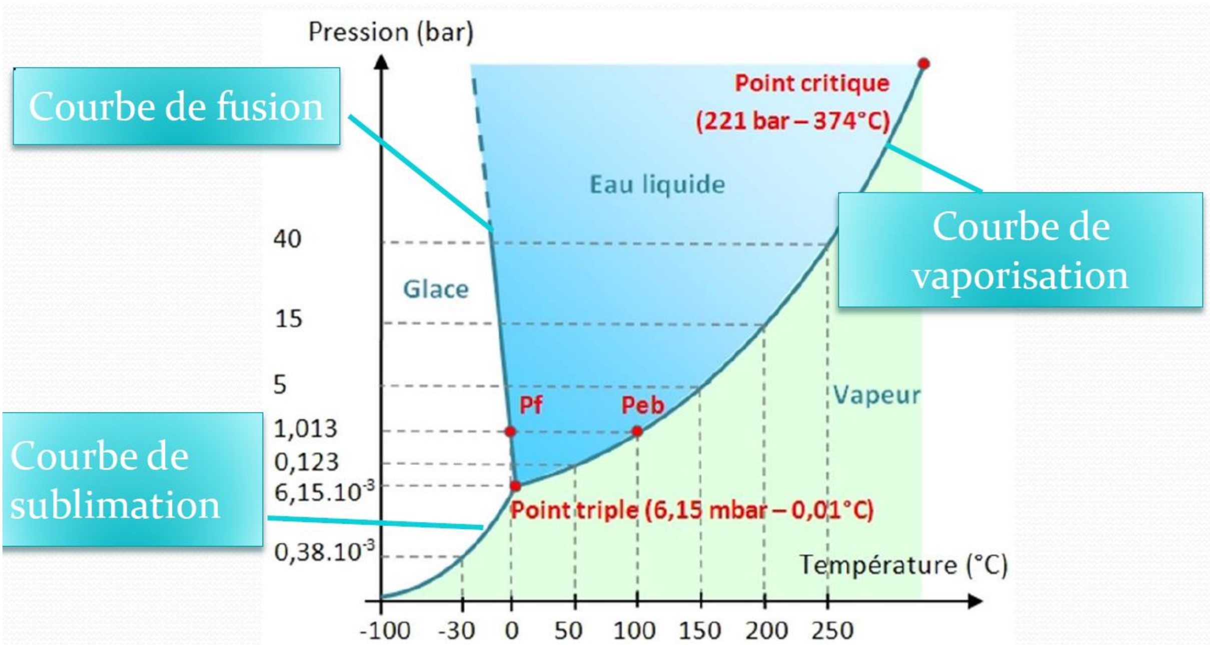


Diagramme des phases de l'eau. Noter la bifurcation au Point triple

On voit que l'évolution de la phase d'une masse d'eau entre deux instants ne se fait pas nécessairement selon la même loi. Pour qu'un raisonnement de causalité s'applique correctement pour prédire l'avenir ou reconstituer le passé il faut que la loi d'évolution soit la même. Considérer des situations successives (c'est-à-dire une chaîne de causalité) sans certitude que leur relation est une même loi garantit seulement l'existence d'une cause.

7.5.2 Diagramme des phases d'un phénomène d'évolution

Pour représenter l'évolution d'un phénomène dont l'état est représenté par *N* variables interdépendantes on trace, dans un diagramme à *N* axes, la courbe reliant les points de proche en proche.

Ainsi sur le diagramme ci-dessus où *N=2* phases (température et pression), à la pression constante de 5 bar (506 625 newtons/m²), lorsque la température augmente de -30°C à 200°C on passe successivement de l'état solide (glace) à l'état liquide, puis à l'état gazeux (vapeur). Les chaleurs *spécifiques* (quantités de chaleur par degré en joules par kg de masse) des 3 états sont différentes, et il faut aussi prendre en compte les deux chaleurs *latentes* (quantités de chaleur de fusion et de vaporisation par kg de masse) : il y a 5 lois d'évolution successives différentes.

Mais comme la transition liquide-vapeur s'arrête au *point critique C*, à une température supérieure à 374°C et/ou une pression supérieure à 221 bars, l'état de l'eau ne fait plus de distinction entre liquide et vapeur : une évolution qui resterait au-delà du point *C* n'aurait pas de changement de phase et serait due à une condition initiale à la fois nécessaire et suffisante.
Complément : *Changement de loi d'évolution par bifurcation – Valeur critique*.

Etats extrêmes
Tout état au-delà du point critique *C* précédent est un état *extrême* par rapport aux états courants où la pression et la température ne sont pas aussi élevées. Le plasma de l'Univers a eu d'autres états extrêmes, par exemple lorsque l'énergie de ses particules était si élevée qu'il n'y avait pas de différence entre force électromagnétique et force faible, environ 10^{-20} seconde après le *Big Bang*.

7.5.3 Continuité et dérivabilité des fonctions naturelles d'évolution
Nous avons vu plus haut que les évolutions naturelles sont continues.

Le choix de Kant de se représenter les évolutions des systèmes par une succession de situations distinctes (une *chaîne de causalité*) en omettant l'hypothèse de continuité est malheureux ; et ce choix est d'autant plus étonnant qu'il savait que les changements sont ininterrompus parce que leur cause est ininterrompue. Il écrit dans la *Critique de la raison pure* [20] :

- Page 265 : "…ce n'est que dans les phénomènes que nous pouvons connaître empiriquement cette continuité caractéristique de la manière dont les temps s'enchaînent."
- Page 270 - "Tout changement n'est […] possible que par une action continue de la causalité, laquelle, en tant qu'elle est uniforme, s'appelle un *moment*. Le changement n'est pas constitué par ces moments, mais il est produit par eux comme leur effet."

Kant et la physique de Newton
Au moment où Kant écrivait sa célèbre *Critique* [20], Newton avait déjà publié son ouvrage en latin *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, [9]) depuis près d'un siècle, et les idées révolutionnaires de cet ouvrage s'étaient imposées aux savants, qui à l'époque savaient tous lire le latin. On y apprenait notamment qu'une évolution physique (le déplacement d'une masse, par exemple) a une causalité exprimée par une fonction dérivée : la force *F* est la dérivée de la quantité de mouvement $p = mv$:

$$F = \frac{dp}{dt} \qquad \text{(2}^{\text{ème}}\text{ loi de Newton)}$$

Le paradigme (modèle d'évolution) « chaîne discontinue de causalité » que Kant utilise pour cette évolution aurait donc dû être remplacé par un paradigme :

« cause (situation) entraîne (sans interruption) évolution (selon la fonction…) »

conformément à l'équation différentielle de la loi de Newton » ci-dessus : « cause entraîne fonction » et non « cause entraîne résultat ».

C'est pourquoi nous énonçons la condition suffisante du postulat de causalité sous la forme « cause entraîne évolution », qui est une prévision de changement, pas une prédiction de résultat, et de changement continu décrit par une fonction continue car dérivable.

Nous nous représenterons donc les évolutions causales comme continues :

- La conséquence certaine d'une situation S_0 sera une évolution continue, pas (à une date arbitraire) une situation *S* dont la prédictibilité n'est pas garantie ;
- Dans un passé infiniment lointain (à l'origine du monde : pour nous le Big Bang) toutes les évolutions auront un état initial – il n'y aura pas (comme pour Kant) de problème de chaîne infinie de situations dont la régression ne peut s'achever « parce qu'on ne peut compter jusqu'à l'infini, il faudrait un temps infini ».

Remarque sur la continuité des évolutions physiques

La règle de stabilité : « La même cause produira le même effet, partout et toujours », qui s'entend pour toute comparaison de situations à des *instants distincts*, s'applique aussi à des *intervalles continus* de temps :

- Soit comme une action ininterrompue (d'un seul tenant) pendant une durée totale significative : c'est la *continuité dans l'intervalle de temps entre t_1 et t_2*.

  (Continuité signifie ici absence d'interruption).

- Soit comme une action en cours à l'instant *t* qui a existé et existera encore à tout instant $t - \varepsilon$ ou $t + \varepsilon$, quelle que soit la petitesse de l'intervalle de temps positif ε : c'est la *continuité (ininterruptibilité) à l'instant t*.

La continuité d'une cause entraîne celle de la loi d'évolution qui en résulte

Cette continuité causale entraîne celle des lois d'évolution de la nature : si je postule qu'une cause suffisante a pour conséquence l'application d'une loi d'évolution, cette loi ci doit rester vraie aussi longtemps que sa cause, ni plus ni moins :

Principe de continuité des lois d'évolution

« Toute loi d'évolution s'applique sans discontinuer aussi longtemps que sa cause suffisante existe. »

(c'est-à-dire tant que l'état du système considéré reste dans le domaine d'application de la loi).

Une loi d'évolution continue ne garantit pas des résultats continus

L'applicabilité continue d'une loi n'implique pas la continuité des variables d'état qu'elle affecte, qui peuvent à l'occasion avoir un domaine de définition discontinu - par exemple un domaine quantifié comme celui des valeurs d'une charge électrique, toujours multiple de celle d'un électron : $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

(Lorsque je charge une batterie pendant un temps *t* – variable évidemment continue - le nombre de coulombs chargés est un multiple de *e*, pas un nombre réel ou fractionnaire à variation continue.)

Exemple

La quantité d'électricité chargée dans la batterie précédente est discontinue quel que soit le temps de charge *t* si et seulement si la précision de nos mesures de charge permet d'apprécier des différences de l'ordre de *e*, sinon nous pouvons la considérer comme continue.

Condition de continuité d'un résultat d'évolution

Une fonction *f(t),* résultat de l'application d'une loi naturelle pendant un certain temps *t* ou à l'instant *t,* est continue si et seulement si son domaine d'application est continu : si *t* tend vers t_0, *f(t)* tend vers $f(t_0)$, ce qui s'écrit : $t \to t_0 \Rightarrow f(t) \to f(t_0)$.

Dérivabilité des lois d'évolution de la physique

En outre, les lois d'évolution des deux groupes où se retrouvent toutes les lois d'évolution de la physique macroscopique, celles de Newton et celles de Maxwell, s'exprimant sous forme d'équations différentielles, les lois d'évolution physique sont dérivables : à un certain instant *t*, pendant un intervalle de temps *dt* petit la fonction *f(t)* subit une variation *df* elle-même petite et proportionnelle à *dt*.

Evolution et échange d'énergie

« Une évolution physique est associée à un échange d'énergie. »

Les lois d'évolution physique sont caractérisées par un échange d'énergie.
Les lois sans échange d'énergie, comme celles de l'optique géométrique, ne sont pas des lois d'évolution mais des lois de description.

Les lois de Kepler gouvernant les orbites des planètes sont continues, un instant bref correspondant à un déplacement petit. Mais les lois de l'électromagnétisme de Maxwell ne sont continues qu'en apparence : les fonctions de leurs équations semblent continues parce que la petitesse des quantités comme $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ coulomb et *h* (la constante de Planck $h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ joule .seconde) rend cette approximation acceptable.

C'est l'homme qui définit les lois de la nature, et ses définitions sont simples – notamment avec des lois continues – chaque fois que cette simplicité ne produit pas d'erreur décelable, particulièrement dans le domaine macroscopique.

Nous parlons donc de loi continue lorsque son énoncé admis utilise des variables et fonctions continues.

7.5.4 Nécessité de situations-limites

Par raison de simplicité, nos raisonnements sur l'évolution se feront donc à loi constante due à une cause unique, à la fois nécessaire et suffisante.

Mais ils devront aussi prendre en compte la notion de *domaine d'application*, pour préciser la situation où la loi d'une cause donnée *cesse* de s'appliquer et celle de la cause suivante *commence* à s'appliquer (exemple : le point de bifurcation des courbes de changement de phase du diagramme précédent, appelé « point triple »).

7.6 Conditions de prise en défaut du déterminisme

Le déterminisme, scientifique ou statistique, ne peut être pris en défaut par un phénomène naturel que si l'une au moins de ses hypothèses n'est pas vérifiée. Il s'agit ici des seules hypothèses du déterminisme *scientifique* traditionnel (condition nécessaire et suffisante et règle de stabilité) et du déterminisme *statistique*, car :

- L'hypothèse fondamentale du déterminisme *philosophique* (chaîne de causalité unique commençant infiniment loin dans le passé et se poursuivant infiniment loin dans l'avenir) est critiquable ; et nous l'avons critiquée en montrant qu'elle contredit des lois de transformation constatées et qu'elle ne permet pas la prévision des conséquences dans certains cas qui nous intéressent ; *c'est donc une hypothèse trop simpliste, que nous abandonnons*.
- Les extensions décrites dans le déterminisme statistique ne constituent que des précisions sur l'évolution et le résultat dans des cas particuliers, elles ne remettent en cause ni la condition nécessaire et suffisante, ni la stabilité ;
  ces extensions sont indispensables pour l'adéquation du déterminisme étendu aux lois stochastiques de la nature.

Viol du principe de causalité

Le viol de la condition nécessaire et suffisante, c'est-à-dire du principe de causalité, n'est possible que pour des phénomènes :

- Qui apparaissent sans cause, condition nécessaire violée comme dans le cas des *fluctuations quantiques* ou celui des *apparitions*.

  Cas particulier du déterminisme humain : les processus mentaux de l'inconscient se déclenchent et se déroulent hors du contrôle de la conscience. Leur déclenchement, leur déroulement et leurs effets ou conclusions sont, de ce fait, imprévisibles, bien que le fonctionnement physique des neurones soit déterministe. Parfois, leur conclusion franchit la barrière de la conscience, qui voit apparaître des « pensées » qui « viennent à l'esprit » sans cause identifiée.
- Qui n'apparaissent pas, alors que la condition de cette apparition existe et suffit dans d'autres cas (condition suffisante violée). Ce cas constitue aussi un viol de la règle de stabilité. Une de nos lois physiques est alors fausse ou absente ; ce problème n'a jamais été constaté.
- Dont l'évolution suit tantôt une certaine règle, tantôt une autre règle, sans que l'on puisse savoir, dans une situation de départ donnée, quelle règle sera choisie - autre viol de la règle de stabilité, ou de celle d'homogénéité, ou de celle d'isotropie de l'Univers. C'est alors une loi d'interruption qui est fausse ou absente ; ce cas n'a pas été constaté non plus.

Nous devons tenir compte, ici, du caractère insuffisant de nos connaissances scientifiques : bien que celles-ci progressent, il y a toujours des cas où elles sont insuffisantes ou erronées. Cette ignorance pourrait expliquer l'absence de cause identifiée, ou la non-apparition d'un phénomène dans des conditions où nous pensions qu'il devait apparaître ; elle pourrait aussi expliquer l'instabilité d'une règle d'évolution. Mais ces problèmes n'ont pas été constatés.

Si nous excluons cette ignorance humaine, le viol de la condition nécessaire et suffisante ou de la règle de stabilité implique l'existence de paradoxes dans les lois de la nature. Ces paradoxes pourraient résulter :

- Soit de la possibilité que l'Univers ait *des lois incomplètes*, c'est-à-dire qu'un phénomène au moins puisse se produire sans cause ou sans cause stable, ou tout à coup cesser de se produire ; *à part l'indétermination due au principe d'incertitude, rien de tel n'a jamais été constaté*.

  Si on le constatait, ce serait soit un viol du principe de causalité sur lequel repose toute notre pensée scientifique, soit la conséquence d'une intervention surnaturelle. Dans les deux cas, nous ne pouvons plus raisonner tant que nous n'avons pas acquis les connaissances nécessaires ; nous pouvons seulement faire des conjectures et des raisonnements métaphysiques, ou imaginer quelque chose…

- Soit de la possibilité que l'Univers ait *des lois non uniformes*, dont l'énoncé varierait avec le lieu, la direction ou l'instant. Cela non plus n'a jamais été constaté, alors que l'uniformité et l'isotropie l'ont toujours été.

  Si la non-uniformité était avérée, tant que nous ne pourrons pas décrire *par des lois* la variation des autres lois avec la position, la direction, le temps ou d'autres paramètres, nous ne pourrons pas raisonner.

Nous avons vu en définissant le déterminisme étendu qu'il y a d'excellentes raisons de postuler la complétude et l'uniformité de la nature et aucune raison de mettre en doute son déterminisme dans des phénomènes conformes à sa condition nécessaire et suffisante et à la règle de stabilité.

8. Déterminisme : étude approfondie

Ce chapitre met en perspective les définitions successives du déterminisme, correspondant aux étapes historiques de progrès de la physique. Elles ont été postulées par Daniel Martin conformément à l'approfondissement de nos lois de la nature.

8.1 Les cinq niveaux de déterminisme

A ce point de l'exposé, nous avons identifié cinq niveaux de déterminisme :

0. Le déterminisme philosophique, idéal mais illusoire, d'où son niveau zéro ;
1. Le déterminisme scientifique, qui régit toutes les lois de physique traditionnelle connues jusqu'en 1915, date de publication de la théorie de la Relativité générale. Ces lois sont basées sur les deux groupes de lois fondamentales :
   - Les lois de Newton, régissant ce qui est matière ;
   - Les lois de Maxwell, régissant ce qui est charge électrique.

   La physique macroscopique sépare ces deux groupes de lois, car il est rare de convertir une charge électrique d'un signe donné en matière ou l'inverse.

   > Le seul cas de conversion d'énergie en charges électriques est celui des photons de haute énergie, qui se décomposent en une paire particule-antiparticule dont les deux membres ont des charges égales de signes opposés – et ce cas relève du déterminisme statistique, et de l'annihilation de paires particule-antiparticule qui produit des photons.

   La Relativité générale, construite à partir des lois de Newton et de Maxwell, relève elle aussi du déterminisme scientifique. C'est aussi le cas de la Thermodynamique, ensemble d'outils régissant globalement des populations de particules.
2. Le déterminisme statistique, sur-ensemble du déterminisme scientifique, qui régit aussi les lois des systèmes dynamiques (chaos) et de la physique atomique.

   Les lois de la physique atomique sont décrites par les outils mathématiques de la Mécanique quantique, de l'Electrodynamique quantique et de la Chromodynamique quantique. La Mécanique quantique, à la base des deux autres, est reliée aux lois de la physique macroscopique par le *Principe de correspondance* qui fournit des règles de passage.
3. Le déterminisme étendu, qui identifie les lois d'évolution et les lois d'interruption, et les regroupe toutes au sein d'une Loi globale d'évolution où les décisions d'arrêter l'application d'une loi d'évolution et d'en lancer une avec les paramètres initiaux appropriés sont prises à l'aide d'un algorithme global.
4. Le déterminisme cognitif humain, qui regroupe d'une part le déterminisme étendu pour rendre compte de la faculté de raisonner logiquement, d'autre part le déterminisme génétique avec ses universaux pour rendre compte des mécanismes cognitifs innés. Mais ce déterminisme-là est lui-même au service des pulsions et désirs, et sujet à des erreurs, des jugements de valeur irrationnels et des fonctionnements subconscients.

8.2 Lois conditionnelles : compléments

En plus des lois d'évolution, la physique comprend des lois où interviennent des conditions. En voici des exemples.

- Le principe d'incertitude de Heisenberg limite la précision des évaluations simultanées des variables de certains couples, comme {position et vitesse} ou {énergie et durée} : si, lors d'une expérience, l'erreur maximum sur une des variables diminue, l'erreur maximum sur l'autre augmente, le produit de ces erreurs ayant un minimum.

  Ce principe s'interprète aussi comme une indétermination ou une instabilité.
- Le principe d'exclusion de Pauli est une contrainte d'existence des états quantiques à laquelle sont soumis tous les fermions (exemples : les électrons, les protons et les neutrons).

  Ainsi, dans un atome il ne peut y avoir qu'un seul électron dans un état quantique donné. Mais plusieurs bosons, particules comme le photon qui ne respectent pas ce principe, peuvent être dans le même état quantique, notamment au même endroit dans l'espace ; exemples :
  - *Statistique de Bose-Einstein* ;
  - *Condensat de Bose-Einstein – Particules géantes – Lumière ralentie*.

- Les invariances, comme la conservation de l'énergie d'un système fermé ou celle de sa charge électrique.

  Symétrie CPT
  On peut citer aussi la *symétrie* CPT, où une loi d'interaction de particules se conserve, lorsqu'on remplace simultanément :
  - Le signe de leur charge électrique par son opposé (C) ;
  - Leur position par sa symétrique par rapport à un plan (P) ;
  - Et le sens de variation du temps par le sens opposé (T).

- Les lois de fusion de noyaux atomiques et de synthèse de molécules.
- Les lois de stabilité ou décomposition de noyaux atomiques ou de molécules.
- Les lois d'hystérésis.
- Les lois de transition de phase (comme le changement d'état de l'eau en glace ou en vapeur).
- *Les synthèses de plusieurs lois*
  Le mouvement d'un bouchon flottant à la surface de l'eau d'un torrent dépend simultanément des lois de Mécanique des fluides de l'eau et des lois de Newton. La nature fait constamment et instantanément la synthèse de toutes les lois qui s'appliquent à un système donné, quel qu'il soit et quelles que soient les circonstances.

  En fait, c'est l'homme qui invente des lois réductrices régissant une partie seulement d'un phénomène ; la nature n'a qu'une loi globale de synthèse régissant tous les systèmes possibles, quel que soit le nombre de lois partielles humaines qui s'appliquent simultanément à un système donné.

  (On doit postuler que la nature ne manque jamais de loi d'évolution, parce qu'on ne constate jamais de non-évolution lorsque les circonstances constituent une cause efficace d'évolution, et qu'on ne constate jamais d'« évolution erronée » contredisant des lois connues.)

  Un algorithme est indispensable
  Or la seule manière d'exprimer tous les ensembles de circonstances possibles est d'utiliser un algorithme comprenant le nombre d'étapes de raisonnement nécessaires, avec des conditions de la forme :

  « Si <condition> Alors <loi à appliquer avec ses paramètres, ou à interrompre> ».

  On doit donc postuler que :

  « Toutes les lois d'évolution que l'homme peut définir sont soumises à des conditions de lancement ou d'arrêt descriptibles par des algorithmes. »

  « La nature gère automatiquement tous les cas d'évolution de tous les systèmes, dans toutes les circonstances si complexes soient-elles, avec les lois synthétiques appropriées. »

  Cela revient à postuler que
  « La Loi globale d'évolution de la nature comprend un algorithme d'application global. »

8.2.1 Loi globale d'évolution de la physique

La définition d'un objet étant arbitraire, qu'il ait la simplicité d'un électron ou la complexité d'une galaxie, la Loi globale d'évolution de la physique adaptée à un objet simple régit aussi un ensemble complexe car son algorithme d'application est universel.

8.2.2 Universalité des lois physiques

La loi de gravitation (attraction) universelle de Newton s'applique à un engin spatial de 100 kg en orbite terrestre comme à une galaxie naine d'un milliard d'étoiles comme celle du *Grand chien* (un milliard d'étoiles est peu par rapport à une galaxie comme la nôtre, la Voie lactée, qui en compte 100 à 200 milliards). Une telle galaxie naine est satellite d'une galaxie plus grande qui l'attire, comme la nôtre ou sa voisine M31 à 2.55 millions d'années-lumière, la *nébuleuse d'Andromède*.

Dans les deux cas, l'expression mathématique de la loi d'attraction est la même :

$$F = G\frac{MM'}{d^2}$$

et la constante de gravitation $G = 6.67259 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2 a la même valeur – ce pourquoi on la qualifie d'*universelle*.

On peut étendre cette remarque à un grand nombre de lois et constantes de l'Univers – ce qui justifie qu'on les appelle *lois* et *constantes*. On constate alors que les phénomènes complexes évoluent selon des lois globales dont des points de vue réducteurs produisent des lois simples identiques à celles qui interviennent ensemble dans un phénomène complexe :

La loi d'attraction universelle reste la même pour un corps d'un milliard de milliards d'atomes subissant la pesanteur terrestre que pour un électron qui subit aussi, en même temps, l'influence d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Si cet électron se déplace sous l'influence simultanée de ces trois champs, sa trajectoire sera prédite par un calcul déterministe comme résultant de la somme de leurs forces.

8.2.3 L'évolution naturelle fait la synthèse de causes diverses : Loi globale

L'évolution naturelle d'un système résulte à chaque instant d'une synthèse de toutes les causes qui agissent sur lui (voir *Les synthèses de plusieurs lois*). Nous pouvons donc postuler la loi suivante du déterminisme :

« Tout objet particulier, l'Univers compris, est régi par une *Loi globale d'évolution*, synthèse par la nature des lois particulières que l'homme peut définir et qui s'appliquent à cet objet dans les circonstances considérées. »

Cette loi est conséquence de l'existence dans la Loi globale d'évolution d'un algorithme global de décision de lancement ou arrêt d'une évolution.

Postulats complémentaires

Lorsque plusieurs objets interagissent ou ont des parties communes, leurs lois d'interruption sont coordonnées : elles ne se contredisent jamais, la nature agissant toujours selon une *loi globale d'évolution / interruption* cohérente. Nous pouvons donc postuler l'unité logique de toutes les lois d'interruption de l'Univers, qui constituent donc une *Loi globale d'interruption de la physique* associée à la *Loi globale d'évolution*.

« Les lois d'interruption de tout ensemble d'objets interagissants sont coordonnées en une *Loi globale d'interruption de la physique*, structurée en algorithme décisionnel global. »

8.2.4 Loi globale d'interruption du déterminisme

La Loi globale d'interruption de la physique est un modèle conceptuel :

- des conditions d'existence des lois d'évolution,
- du domaine d'application de chacune,
- des mécanismes de déclenchement et arrêt des lois d'évolution,
- des interactions entre elles,

bref de tous les raisonnements de définition et de contrôle des lois d'évolution applicables à un système quelconque.

Ce modèle permettant de définir toutes les conditions d'existence et tous les raisonnements de synthèse concevables, convient nécessairement pour une Loi globale d'interruption. Nous ne pouvons démontrer qu'un modèle moins général ne suffirait pas dans certains cas particuliers, mais tel qu'il est il suffit à notre doctrine d'un déterminisme capable de régir *toutes* les lois physiques.

Ainsi, par exemple :

- L'existence des lois de conservation ci-dessus résulte d'une même loi générale de la physique, la Loi globale d'interruption de son déterminisme.
- Le théorème de Noether lui-même est une loi générale d'interruption régissant l'existence de lois d'interruption particulières.

Voir aussi *Principe de conservation de l'information d'un système matériel fermé*.

8.2.5 Loi globale du déterminisme

On ne peut concevoir de loi d'évolution non régie par une loi d'interruption, ou de loi d'interruption sans loi d'évolution : les actions de deux telles lois sont *conjuguées*, au niveau d'une loi causale particulière comme au niveau de l'ensemble global des lois physiques. Il est donc naturel de réunir la Loi globale d'évolution et la Loi globale d'interruption en une *Loi globale (d'évolution) du déterminisme,* synthèse de ses modes d'évolution et de régulation des lois de la nature.

La doctrine du déterminisme régissant toute la physique comprend donc cette Loi globale d'évolution.

Cette Loi globale convient évidemment aux lois régies par le déterminisme statistique, qui décrivent le comportement d'une population par des valeurs d'une variable stochastique.

> Exemple : loi de décomposition radioactive spontanée d'une particule, décrivant sa durée de vie moyenne comme le temps au bout duquel 50% des particules d'un échantillon se sont décomposées.

8.3 Déterminisme des lois fondamentales de la physique

Voir d'abord, si nécessaire, les paragraphes suivants :

- *Les 4 forces fondamentales de la nature* ;
- *Lois d'évolution et lois d'interruption*.

Tout objet physique subit en permanence l'action de deux au moins des quatre forces fondamentales de la nature, aujourd'hui décrites de préférence sous forme de champs et non plus sous forme « d'action à distance », car celle-ci laisserait entendre un effet instantané impossible compte tenu de la Relativité générale. Ces deux forces sont celles de portée infinie, la force de gravitation et la force électromagnétique. Les deux autres forces n'agissent qu'au niveau subatomique et ne sont pas, à proprement parler, des forces d'évolution.

8.3.1 Les deux groupes de lois physiques

Si on exclut la thermodynamique (ensemble de lois statistiques du déterminisme scientifique), le reste de la physique ne comprend que deux groupes de lois d'évolution :

- Celles qui ont trait à la *masse-énergie*, prenant en compte les lois de Newton ;
- Celles qui ont trait aux *charges électriques*, prenant en compte les équations de Maxwell.

Aucune loi d'évolution ne décrit une transformation de masse-énergie en charge électrique ou réciproquement ; une telle transformation n'intervient que dans des transitions d'état et avec un résultat à faible durée de vie :

- Dans les *fluctuations quantiques*, et encore en créant des couples particule-antiparticule de charge totale nulle. Ces fluctuations ne sont pas des phénomènes d'évolution, mais d'instabilité intrinsèque sans autre cause.
- Dans des conversions de photons en paires de baryons, également de charge totale nulle ; cette réaction, qui existe aussi en sens inverse, a eu lieu à l'ère hadronique pendant une infime fraction de seconde et à une température de l'ordre de 1000 milliards de degrés (voir *Le confinement des quarks et l'ère hadronique*).
- Dans des annihilations de paires particule-antiparticule dont l'énergie totale est transformée en photons.

Retenons donc que :

> **« Les conversions entre masse-énergie et charge électrique sont des transitions d'état, pas des évolutions.** »

A l'échelle atomique, la loi fondamentale d'évolution est l'équation déterministe de Schrödinger, qui se déduit des lois de l'échelle macroscopique.

A l'échelle subatomique, les lois physiques font intervenir la Mécanique quantique pour décrire des équilibres ou ruptures d'équilibre régis par la *Théorie quantique des champs* : ce ne sont pas des lois d'évolution, mais des lois d'interruption.

A l'échelle cosmologique, la Relativité décrit la transformation des lois physiques compte tenu de masses qui déforment l'espace-temps et de vitesses relatives.

C'est parce que la physique n'a que deux cibles fondamentales d'évolution, la masse-énergie et la charge électrique, qu'il n'y a que deux groupes fondamentaux de lois d'évolution : le groupe des lois de Newton et celui des équations de Maxwell ; toutes les autres lois de la physique macroscopique régies par le déterminisme scientifique s'en déduisent, les lois de la thermodynamique relevant directement du déterminisme scientifique. Et compte tenu du *Principe de correspondance*, les lois de la physique quantique s'en déduisent également.

> **« Les évolutions macroscopiques n'ont pour lois fondamentales que celles de Newton et de Maxwell. »**

Conséquence : les propriétés déterministes des lois d'évolution de la physique sont celles de ces lois et équations fondamentales de la masse-énergie et des charges.

La Relativité, théorie unificatrice des lois de Newton et des équations de Maxwell

Dans sa Théorie de la Relativité générale, Einstein a pris en compte, pour calculer la courbure de l'espace-temps à un instant donné, aussi bien les lois de Newton pour les masses-énergies que les équations de Maxwell pour les rayonnements. Cette théorie en constitue donc une synthèse appliquée au problème de détermination de la courbure de l'espace-temps – et seulement à ce problème-là.

8.3.2 Lois de Newton

L'univers de Newton

Newton concevait l'Univers comme de la matière baignant dans un continuum spatial et un continuum temporel, mais sans position privilégiée pour la Terre : contrairement au modèle des Anciens, la Terre n'était plus le centre du monde et aucun repère d'espace et de temps n'était privilégié ; il n'y avait plus de distinction entre le Ciel et la Terre, plus de sphère parfaite, éternelle et immuable. Les lois physiques (limitées aux lois de la *Mécanique classique*, à l'époque) étaient les mêmes dans tout l'Univers : les mêmes lois d'attraction régissaient le système Terre-Soleil et la chute des corps sur la Terre ; les lois universelles du mouvement expliquaient la chute des pommes comme les orbites planétaires. Ces orbites que Kepler avait mis des années à déterminer par tâtonnements, Newton en redémontrait les équations en une heure.

Lois de Newton

Les lois de Newton, fondements de la *Mécanique classique* qui théorise les forces et les mouvements d'objets qui ont une masse, sont *déterministes* : elles permettent la prévision et la prédiction des mouvements des systèmes macroscopiques connaissant des conditions initiales. Elles sont aussi universelles : les mêmes partout, pour tous les corps (terrestres ou célestes), dans le passé, le présent et l'avenir. Ce sont donc des lois relevant du déterminisme scientifique.

Mais de nos jours les lois de Newton ne sont plus que des approximations, valables seulement à l'échelle macroscopique et à vitesse réduite :

- Ces lois ne s'appliquent pas telles quelles à l'échelle atomique, pour laquelle il y a la *Mécanique quantique* (qui relève du déterminisme statistique) ;
- Elles ne s'appliquent que pour les vitesses négligeables par rapport à la vitesse de la lumière. Pour les vitesses plus élevées, il y a la *Relativité restreinte* en l'absence de champ de gravitation et la *Relativité générale* en présence d'un tel champ.

Les trois lois du mouvement de Newton s'énoncent comme suit :

- 1re loi : « **Un corps immobile ou se déplaçant en ligne droite à vitesse constante restera immobile ou gardera le même vecteur vitesse tant qu'une force n'agit pas sur lui »** : c'est la *loi d'inertie*.

  En utilisant les concepts d'espace-temps et de ligne d'univers, cette loi devient :

  « En l'absence de force, tout objet se déplace dans l'espace-temps en suivant une ligne d'univers rectiligne ».

  Au point de vue déterminisme, un mouvement linéaire uniforme est une situation stable, qui ne changera pas tant qu'une force n'agira pas sur le corps. Et une situation stable étant, à l'échelle macroscopique, sa propre cause et sa propre conséquence est une abstraction humaine qui n'existe pas dans la nature ; l'homme l'a définie pour la simplicité de certains raisonnements.

- 2e loi : « **Un corps de masse *M* animé d'une vitesse de vecteur *v* et soumis à une force de vecteur *F* subit une accélération de vecteur *a* telle que :**

$$\boldsymbol{F} = M\boldsymbol{a} = d\boldsymbol{p}/dt \text{ »}$$

 où on a appelé :
 - $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r}/dt$ la dérivée du vecteur position ***r*** par rapport au temps ;
 - $\boldsymbol{p} = M\boldsymbol{v}$ le vecteur *quantité de mouvement*, et $d\boldsymbol{p}/dt$ sa dérivée par rapport au temps ;
 - $\boldsymbol{a} = d^2\boldsymbol{r}/dt^2$ le vecteur accélération, dérivée de $d\boldsymbol{r}/dt$ par rapport au temps.

 C'est la loi de proportionnalité de la dérivée de la quantité de mouvement à la force, valable à tout instant *t*.

- 3e loi : « **Quand deux corps interagissent, la force de vecteur $\boldsymbol{F_{12}}$ exercée par le premier sur le second est l'opposé de celle du second sur le premier, $\boldsymbol{F_{21}}$ »** :

$$\boldsymbol{F_{12}} = -\boldsymbol{F_{21}}$$

 C'est la loi d'égalité de l'action et de la réaction, valable à tout instant *t*.

Loi de gravitation universelle (sur Terre : loi de la chute des corps)

A ces trois lois on doit ajouter une quatrième, due elle aussi à Newton, celle *de gravitation universelle*, aussi appelée *loi d'attraction* :

« Deux points matériels de masses *M* et *M'* distants de *d* s'attirent avec une force *F* donnée par :

$$F = G\frac{MM'}{d^2} \text{ »}$$

où *G* est la *constate universelle de gravitation*, $G = 6.67 .10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Constante universelle

La valeur de *G* est la même dans tout l'Univers, pour tous les objets quelle que soit la matière dont est faite leur masse et quelle que soit l'importance de cette masse.

Classification des lois de Newton en tant que lois d'évolution ou lois d'interruption

- La 2ème loi et la loi de gravitation sont des lois d'évolution, car elles décrivent des forces susceptibles de causer des accélérations.
- La 1ère loi et la 3ème loi sont des lois d'interruption, car elles décrivent des conditions sources de contraintes.

Comparaison entre force de gravitation et force électrique

La force de gravitation est toujours attractive, alors que la force électrique (elle aussi inversement proportionnelle au carré de la distance) peut aussi être répulsive entre deux charges de même signe. On peut neutraliser une force électrique en créant un champ électrique de sens opposé, mais (à une échelle non astronomique) on ne peut neutraliser la gravitation.

Cette remarque a suggéré à Einstein que la gravitation est due à une cause universelle, existant partout où existe de la matière, c'est-à-dire l'espace. L'effet de cette cause, une accélération, est le même pour un corps en chute libre dans un espace courbe que dans un espace plat où règne un champ gravitationnel. Einstein a mis 10 ans, de 1905 à 1915, à étendre sa *Relativité restreinte* aux déplacements non accélérés à une *Relativité générale* tenant compte des accélérations.

Universalité de l'attraction gravitationnelle

L'effet de la gravitation terrestre est universel : aux frottements atmosphériques près, deux corps de matières et masses différentes tombent suivant la même loi :

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

où *g* est l'accélération de la pesanteur $g = 9.81$ m/s^2 et y_0 est la hauteur initiale.

L'attraction universelle agit donc à distance sans contact. Mais si le point de masse *M* attire celui de masse *M'* avec une force représentée par le vecteur ***F***, le point de masse *M'* attire celui de masse *M* avec une force **-*F***, conformément à la 3e loi.

Masse de la Terre : 5.98 .10^{24} kg – Masse du Soleil : 1.9884 .10^{30} kg.

8.3.3 Loi de Coulomb

Une charge électrique crée dans l'espace environnant un champ électrique (on dit aussi : électrostatique) qui soumet toute autre charge électrique à une force dite « de Coulomb ».

Loi de Coulomb
« Deux charges électriques Q_1 et Q_2 séparées par une distance d, s'attirent (si elles sont de signes opposés) ou se repoussent (si elles sont de même signe) avec une force F telle que :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{d^2} \text{ »}$$

où ε_0 est la permittivité du vide 8.854 .10^{-12} coulombs par (volt .mètre)
et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ = 8.988 .10^9 (unités SI).

Exemple : un électron (charge électrique *e* = -1.602 .10^{-19} coulomb) est attiré par un proton (noyau d'atome d'hydrogène, même charge *e*, mais positive) situé à la distance théorique dite "rayon de l'atome de Bohr" de 0.529 .10^{-10}m avec une force *F* = 8.988 .10^9 x (1.602 .10^{-19})^2 / (0.529 .10^{-10})^2 = 8.24 .10^{-8} newton.

8.3.4 Similitude formelle des forces gravitationnelle et électrostatique

La loi de gravitation universelle de Newton décrit l'attraction *F* d'une masse *M'* par une masse *M* située à une distance *d par la formule* :

$$F = G\frac{MM\prime}{d^2}$$, où *G* est la constante universelle de gravitation.

La loi de Coulomb a la même forme, en décrivant l'attraction d'une charge *q'* par une charge *q* à la distance *d* :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq\prime}{d^2},$$ où ε_0 est la permittivité du vide.

Ces deux lois « d'action à distance » s'expliquent aujourd'hui par des *champs* formellement semblables, respectivement le champ gravitationnel et le champ électrique. L'effet de tous deux est inversement proportionnel au carré de la distance.

Les forces gravitationnelle et électrostatique sont des forces d'évolution dont l'action est décrite par des équations différentielles. La gravitation intervient à l'échelle macroscopique ; elle est négligeable à l'échelle atomique devant la force électrostatique de Coulomb, qui intervient à toutes les échelles.

La force d'inertie de la deuxième loi de Newton ***F*** = *M**a*** n'est qu'une force *virtuelle*, se traduisant par des accélérations d'opposition ***a*** d'une masse *M* aux changements de mouvement ; le seul champ qui y intervient est celui qui explique l'inertie d'une masse, le champ de Higgs agissant par l'intermédiaire de son boson (voir le paragraphe *Champ et boson de Higgs*.)

Vecteur gravitation
Le champ gravitationnel est décrit en chaque point d'un espace (plat ou courbe) par le vecteur ***g*** tel que ***F*** = ***g*** *M* où *g* = |***g***| = *GM'/d*^{2} (loi de gravitation de Newton).

Potentiel gravitationnel
L'énergie de gravitation (celle de la masse-énergie) est une énergie potentielle.
Elle est associée à un potentiel (concept analogue au potentiel d'un champ électrique) appelé *potentiel gravitationnel* Φ, tel que $g = -\nabla\Phi$.

(Dans $\nabla\Phi$, ∇ est l'opérateur *gradient*, produit du vecteur ∇ par la fonction scalaire Φ.

Exemple : dans le champ de gravitation terrestre où |***g***| = 9.81 m/s^2, une masse de *m*=1 kg tombant de 1 m dans le vide perd une énergie potentielle *E* de 9.81 x 1 x 1 = 9.81 joules, transformée en énergie cinétique. Sa vitesse augmente d'une quantité *v* telle que ½mv^2 = *E*, d'où *v* = 4.43 m/s.

Potentiel électrostatique

La similitude entre lois agissant sur des masses et lois agissant sur des charges électriques existe aussi concernant les potentiels : au potentiel gravitationnel correspond un potentiel électrique (en toute rigueur : électrostatique).

- L'énergie nécessaire pour monter une masse de 1 kg (poids de 9.81 newtons) de 1 mètre dans le champ gravitationnel terrestre de 9.81 m/s^2 est de 9.81 joules ; l'énergie potentielle de cette masse augmente alors de 9.81 joules.
- L'énergie nécessaire pour déplacer une charge électrique de 1 coulomb de 1 mètre dans un champ électrique de 1 volt/mètre vers les potentiels plus élevés est de 1 joule.

  En pratique, l'unité d'énergie le plus souvent utilisée en physique atomique est l'électronvolt (eV) valant 1 eV = $1.6 .10^{-19}$ coulomb, ou ses multiples le MeV ($=10^6$ eV) et le GeV ($=10^9$ eV).

  Une énergie de 1GeV (voisine de la masse au repos d'un proton) équivaut à :

$$\text{une masse } m = \frac{E}{c^2} = \frac{1.6.10^{-10}}{9.10^{16}} = 1.78\ 10^{-27}\ kg$$

Le potentiel électrostatique caractérise, en physique quantique, l'énergie des couches électroniques des atomes.

Conclusion pour l'échelle macroscopique

> **« Les deux seules forces d'évolution, la force de gravitation et la force électrique, sont régies par des lois physiques semblables. Elles correspondent à un même type de causalité agissant sur des objets différents, la masse et la charge électrique. »**

8.3.5 Force de Lorentz du champ électromagnétique

La force de Coulomb ci-dessus ne prend en compte que les charges électriques et les suppose à des positions fixes. Si on suppose qu'une charge électrique q est en mouvement à la vitesse $\boldsymbol{v}$ et qu'elle est soumise à la fois à un champ électrique $\boldsymbol{E}$ et un champ magnétique $\boldsymbol{B}$, la force $\boldsymbol{F}$ qui s'exerce sur elle est la *force de Lorentz* donnée par la formule :

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q(\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B})$$

où $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$ sont des vecteurs et l'opération $\wedge$ représente le produit vectoriel.

8.3.6 Equations de Maxwell

En leur ajoutant la loi de la *force de Lorentz*, les quatre équations de Maxwell décrivent avec précision l'ensemble des phénomènes électromagnétiques à l'échelle macroscopique. Publiées par James Clerk Maxwell en 1864, ces équations fondamentales constituent une description complète de la production et de l'interaction des champs électrique et magnétique :

$$\boldsymbol{rot\ E} = -\ \partial\boldsymbol{B}/\partial t$$
$$\boldsymbol{rot\ B} = \mu_0\boldsymbol{J} + \varepsilon_0\mu_0\partial\boldsymbol{E}/\partial t$$
$$div\ \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$
$$div\ \boldsymbol{B} = 0$$

où, à un instant t donné :

- $\boldsymbol{E}$ est le vecteur champ électrique, fonction du temps ;
- $\boldsymbol{B}$ est le vecteur champ magnétique, fonction du temps ;
- $\boldsymbol{J}$ est le vecteur densité de charges en mouvement, fonction du temps ;
- μ_0 est la perméabilité du vide, $4\pi .10^{-7}$ newtons par ampère carré
  (rapport densité de flux magnétique / intensité du champ magnétique) ;
- ε_0 est la permittivité du vide, $8.854 .10^{-12}$ coulombs/volt/mètre,
  (le même ε_0 que dans la loi de Coulomb) ;
- ρ est la densité de charge électrique immobile.

Opérateurs :

- $\partial/\partial t$ désigne la dérivée partielle par rapport au temps *t* ;
- **rot** désigne le vecteur rotationnel d'un vecteur ;
- div désigne le scalaire (nombre) divergence d'un vecteur.

Ces équations sont valables pour des champs dans le vide, en présence d'une densité de charge immobile ρ et d'une densité de charges en mouvement ***J***.

La loi *div **E*** = ρ/ε_0 est équivalente à la loi d'attraction de Coulomb.

La loi *div **B*** = *0* signifie qu'il n'y a pas d'autre source de champ magnétique que les courants.

Vitesse de la lumière dans un milieu donné caractérisé par des valeurs de μ_0 et ε_0 :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad \text{ou} \quad \varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$$

μ_0 et ε_0 étant des constantes, la vitesse *c* de toute onde électromagnétique (dont la lumière, pour toutes ses couleurs) est constante dans tout repère inertiel.

« La vitesse de la lumière est constante dans tout référentiel inertiel. »

Conséquences de l'existence d'une vitesse de la lumière absolue

D'après les équations de Maxwell la vitesse de la lumière ne dépend d'aucun référentiel particulier : elle est donc absolue, la même dans tout l'Univers, la même pour deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre. Cette constance remet en cause le *principe d'additivité des vitesses*, donc aussi toute la physique de Newton, et elle a été vérifiée par l'expérience de Michelson et Morley de 1887.
La contradiction n'a été résolue qu'en 1905, par la Relativité restreinte d'Einstein.
Seul son espace-temps continu à quatre dimensions est absolu, et l'intervalle d'espace-temps y est indépendant de l'observateur.

Le champ magnétique n'est qu'un effet relativiste

Le champ magnétique n'existe qu'en tant qu'artifice pour décrire comment des particules chargées en mouvement interagissent : c'est un effet relativiste de l'interaction de Coulomb entre de telles charges.

8.3.7 Les lois de la physique sont soit d'évolution, soit descriptives

Parmi les lois de Newton seules la 2ème et la loi de gravitation universelle sont de vraies lois d'évolution : leurs forces peuvent entraîner des déplacements ; les deux autres sont des lois descriptives.

3 des 4 équations de Maxwell sont des lois descriptives, indispensables pour calculer les effets "champ" de charges électriques, la quatrième *div**E*** = ρ/ε_0 est une loi d'évolution équivalente à la loi de Coulomb.

La force de Lorentz est régie par une vraie loi d'évolution, comme la force de Coulomb qui en est un cas particulier.

8.3.8 Lois de conservation et symétries

La physique a des lois d'interruption particulières qui imposent des contraintes aux diverses lois d'évolution : les lois de conservation et les *symétries*.

> *Symétrie*
> En physique une symétrie est une invariance de certaines lois physiques lorsqu'on impose au système auquel elles s'appliquent certaines opérations ou transformations. Exemples : Lois de conservation et Symétrie CPT.

Définitions des lois de conservation et des symétries

Il y a en physique des principes affirmant que certaines grandeurs mesurables d'un système isolé ne changent pas quand le temps passe, quand on change de lieu ou quand on applique au système certaines transformations. On distingue :

- Des *lois de conservation* comme la conservation de la masse-énergie, de la quantité de mouvement, du moment cinétique ou de la charge électrique (voir paragraphe suivant) ;
- Des *symétries* (=invariances) qui affirment que certaines propriétés d'atomes et molécules et certaines lois physiques ne changent pas lors de certaines opérations ou transformations.

8.3.8.1 Invariance de lois physiques traditionnelles

Certaines lois physiques de conservation sont connues depuis longtemps et nous paraissent évidentes, relevant du simple bon sens et du déterminisme traditionnel. Exemples :

- La conservation de l'énergie d'un système fermé impose qu'on ne peut ni créer ni détruire de l'énergie, mais qu'on peut changer un type d'énergie (par exemple de l'énergie potentielle) en un autre type (par exemple en énergie cinétique). Dans de tels changements la somme de tous les types d'énergie reste constante.

  Même remarque concernant la conservation de la masse.
- La conservation de la quantité de mouvement (comprenant aussi l'impulsion) d'un système fait que la somme de ses vecteurs $m\boldsymbol{v}$ (m=masse, $\boldsymbol{v}$=vecteur vitesse) est constante tant qu'on n'applique pas au système une force extérieure.

  Application de ce principe : la force F (en newtons) qui propulse une fusée qui éjecte un débit de gaz δ (en kg/s) à une vitesse d'éjection e (en m/s) est :

  $$F = \delta e$$

  Exemple : une fusée éjectant 1000 kg/s à une vitesse de 2000 m/s subit une poussée de 2 millions de newtons, c'est-à-dire ~200 tonnes-force, dans l'atmosphère comme dans le vide.
- La conservation du moment cinétique (on dit aussi : angulaire) d'un système fermé (produit vectoriel $\boldsymbol{r} \wedge m\boldsymbol{v}$ d'un « bras de levier de longueur r » par une « quantité de mouvement » $m\boldsymbol{v}$ et par le sinus de l'angle de $\boldsymbol{r}$ avec $m\boldsymbol{v}$).

  Exemple d'universalité de cette loi : quand une étoile lourde de plusieurs millions de km de diamètre s'effondre en étoile à neutrons d'une vingtaine de km de diamètre mais de même masse, le moment cinétique qu'elle avait avant effondrement se conserve, l'étoile à neutrons créée tournant extrêmement vite sur elle-même.
- La conservation de la charge électrique impose que toute évolution d'un système fermé conserve sa charge électrique totale, qui ne peut ni croître ni décroître.
- Masse m et énergie E sont deux propriétés indissociables d'un système, dont les variations sont reliées par la célèbre équation d'Einstein $E = mc^2$.
  La conservation de la masse-énergie fait que toute évolution d'un système fermé conserve la somme masse + énergie.

Les exemples ci-dessus illustrent des conservations *de valeurs de variables* (charge électrique, masse + énergie…) lorsqu'un système évolue. Mais puisque toute évolution physique est déterministe (donc obéit à des lois stables), on doit aussi se poser la question de l'invariance de ces lois elles-mêmes : par exemple, que devient une de ces lois en un autre point de l'Univers ou à une autre date ? D'après notre règle de stabilité elles ne devraient pas changer. Nous approfondirons ce point après la remarque suivante.

Application à l'échelle macroscopique comme à l'échelle atomique

Les lois précédentes s'appliquent à l'échelle macroscopique comme à l'échelle atomique, dans les calculs de mécanique newtonienne comme en Mécanique quantique et en Mécanique relativiste.

Ces principes traduisent le fait que les lois physiques ne changent pas quand le temps passe, quand on se déplace par translation ou quand on change d'orientation par rotation.

8.3.8.2 Variables conservées par les interactions fondamentales

Les lois d'évolution qui mettent en œuvre une ou plusieurs des 4 interactions fondamentales conservent :

- l'énergie ;
- la quantité de mouvement des particules ayant une masse ou l'impulsion de celles qui n'en ont pas, comme les photons ;
- le moment cinétique ;

- les charges électrique, baryonique et leptonique ;
- le spin ;
- la quantité d'informations.

Remarque
Les forces nucléaires faible et forte ne sont pas, à proprement parler, des causes d'évolution, car elles n'interviennent que dans les transitions de phase qui forment des particules nucléaires, et dans leur cohésion ultérieure : elles interviennent dans des lois d'interruption.

8.3.8.3 Origine physique des lois de conservation

La table ci-dessous indique l'origine physique des lois de conservation :

Lois de conservation	**Origines physiques**
Energie d'un système isolé	Homogénéité du temps (invariance par translation dans le temps)
Information totale d'un système isolé	Réversibilité dans le temps de équations d'évolution, notamment celle de Schrödinger
Quantité de mouvement ou impulsion d'un système isolé	Homogénéité de l'espace (invariance par translation dans l'espace)
Moment cinétique d'un système isolé	Isotropie de l'espace (invariance par rotation)
Invariance par le couple de symétries CP	Symétrie gauche-droite de l'espace
Invariance par la symétrie T	Symétrie du temps en changeant dans les équations *t* en -*t*
Charge électrique d'un système isolé	Inconnue
Charge baryonique d'un système isolé	Inconnue
Charge leptonique d'un système isolé	Inconnue
Etrangeté (propriété de certaines particules)	Inconnue

Origine physique des lois de conservation

8.3.8.4 Invariance de lois physiques par rapport à l'espace et au temps

- L'invariance par déplacement (translation et rotation) traduit *l'homogénéité et l'isotropie de l'espace* : un changement du repère *R(Ox ; Oy ; Oz)* en repère *R'(O'x' ; O'y' ; O'z')*, où *R'* se déduit de *R* par déplacement de l'origine des axes d'un vecteur ***OO'*** suivi d'une rotation autour d'un axe quelconque, laisse une loi et son équation inchangées. C'est le cas, par exemple, pour la loi fondamentale de la dynamique ***f*** = *m****r''***, où ***r''*** est la dérivée seconde (accélération) du vecteur ***r*** (position) par rapport au temps.

  Ce type de symétrie est appelé *symétrie euclidienne*, car elle résulte de deux propriétés de l'espace euclidien, l'homogénéité et l'isotropie.

  - *Conservation de la quantité de mouvement et de l'impulsion*
    L'homogénéité de l'espace a aussi pour conséquences la conservation du vecteur *m****v***, quantité de mouvement d'un corps de masse *m*, et celle du vecteur impulsion ***p*** d'une particule sans masse.

- *Conservation du moment cinétique* [100]
  L'isotropie de l'espace a pour conséquence la conservation du vecteur moment cinétique $\boldsymbol{r} \wedge m\boldsymbol{v}$ ou $\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{p}$, où :
  - ✓ ***r*** est le vecteur associé à la distance ***OA*** entre le point matériel *A* de masse *m* et vitesse ***v*,** et le point *O* par rapport auquel on évalue le moment cinétique ;
  - ✓ ***p*** est le vecteur impulsion d'une particule sans masse ;
  - ✓ $\wedge$ est l'opérateur de produit vectoriel.

- L'invariance par translation dans le temps traduit *la stabilité des lois physiques dans le temps*. Si on change l'origine des temps, par exemple en faisant commencer notre calendrier au début du XXIe siècle, le 1er janvier 2001, les lois physiques sont inchangées. Cette invariance a une conséquence importante, la conservation de la masse et de l'énergie d'un système isolé.

  Ce type de symétrie est appelé *symétrie temporelle*, dénomination qui introduit une confusion possible avec celle qui laisse invariante une équation par changement de *t* en **-*t***.

- Invariance par changement de repère galiléen. Par définition, un changement de repère galiléen fait passer d'un repère *R(Ox ;Oy ;Oz)* à un repère *R'(O'x' ;O'y' ;O'z')* d'axes parallèles à ceux de *R* et en mouvement rectiligne uniforme parallèle à *Ox* à la vitesse *v* par rapport à *R* ; à l'instant *t*=0, les origines des deux repères *O* et *O'* coïncident. Dans un tel changement, une longueur *r* d'un segment *Ox* de *R* devient *r - Vt* dans *R'*.

  Cette symétrie traduit le fait que certaines lois physiques sont les mêmes pour deux observateurs en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre. Elle implique notamment le « principe d'additivité des vitesses », dont voici un exemple : si, dans un train qui roule à 100 km/h, je marche de l'arrière vers l'avant à la vitesse de 5 km/h, ma vitesse par rapport au sol est 100 + 5 = 105 km/h.

  Ce type de symétrie est appelé *symétrie galiléenne* du nom du physicien Galilée. Elle fait partie des hypothèses de base de la mécanique classique de Newton, qui suppose l'existence d'un espace (et d'un temps) absolus. Ces hypothèses et la symétrie galiléenne sont des approximations, acceptables seulement lorsque les vitesses *v* sont négligeables par rapport à la vitesse de la lumière, *c*, c'est-à-dire $v \ll c$; nous voyons cela à propos *de l'invariance relativiste* ci-dessous.

- *Résumé de propriétés développées avec la Relativité restreinte*
  Invariance relativiste. En 1887, Michelson et Morley ont observé que *la vitesse de la lumière est constante dans toutes les directions de l'espace*. Elle ne s'ajoute donc pas à la vitesse de déplacement de la Terre autour du Soleil (~30 km/s), à celle du Soleil en direction de l'étoile δ de la Lyre (~20 km/s), à celle due à la rotation de la Galaxie, etc. Donc, en Relativité restreinte :

  « La vitesse de la lumière *c* est une grandeur invariante, une constate de l'Univers. »

  Pour tenir compte de cette invariance, Lorentz a proposé en 1904 une transformation linéaire permettant un changement de repère qui préserve l'invariance des lois de la dynamique. Il suffit de remplacer la loi galiléenne *r' = r - vt* par une loi qui change simultanément l'espace et le temps ; on passe alors du repère *(R)* où les coordonnées sont *(x ; y ; z ; t)* à un repère *(R')* où elles sont *(x' ; y' ; z' ; t')* comme suit :

$x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$y' = y$	$z' = z$	$t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Transformation de Lorentz utilisée en Relativité restreinte

(On a choisi les axes de *(R)* et *(R')* parallèles, le mouvement de *(R')* par rapport à *(R)* parallèle à *Ox* à vitesse constante *v*, et l'instant 0 de *(R)* coïncidant avec l'instant 0 de *(R')*).

Ce type de symétrie est appelé *symétrie relativiste* ; c'est celle de la théorie de la Relativité restreinte d'Einstein.

Lorsque la vitesse relative *v* est très faible par rapport à *c*, cette loi de changement de repère équivaut à la loi galiléenne d'additivité des vitesses :

$$x' = (x - vt) \; ; \quad y' = y \; ; \quad z' = z \; ; \quad t' = t$$

La symétrie relativiste :

- Contracte ou dilate l'espace (les longueurs) selon le sens du déplacement par rapport à un observateur ;
- Dilate le temps pour une horloge en mouvement, qui prend du retard par rapport à une horloge fixe (par exemple lors des voyages en avion).
- Sépare deux événements simultanés distincts de *(R)*, distants de *Δx*, à la fois dans l'espace *et dans le temps* dans *(R')*.

  La relativité affecte la causalité, donc le déterminisme : si deux événements situés en des endroits distincts *A* et *B* sont simultanés, l'un ne peut être cause de l'autre ; mais vus d'un troisième point, *C*, distinct de *A* et de *B*, ils ne sont plus simultanés. Si l'observateur en *C* ne connaît pas l'emplacement spatial de *A* et *B* et ne sait pas qu'ils sont simultanés, il peut croire que l'un est cause de l'autre. En fait, la notion de simultanéité n'a pas de sens dans des conditions relativistes. Détails : voir *Espace-temps de Minkowski*.

La symétrie relativiste conserve les lois de la dynamique de Newton à condition de transformer les longueurs, les durées et les masses conformément aux équations de Lorentz. C'est ainsi, par exemple, que la masse d'un corps qui vaut *m* au repos varie avec la vitesse *v* selon la loi

$$m_R = \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

qui implique l'impossibilité pour un corps pesant d'atteindre la vitesse de la lumière *c*, où sa masse m_R serait infinie. L'énergie relativiste de ce corps est :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Cette énergie tend vers l'infini lorsque *v* tend vers *c* : pour accélérer une masse au repos *m* jusqu'à la vitesse *c*, il faudrait une énergie infinie ; aucun corps pesant ne peut donc atteindre la vitesse de la lumière, et les plus puissants accélérateurs de particules ne peuvent accélérer celles-ci au-delà d'une énergie de l'ordre de 10 000 GeV (1.6 **.**10^{-6} joule), correspondant pour un proton à 99.9999995 % de la vitesse de la lumière.

8.3.8.5 Conservation d'une quantité due au théorème de Noether

Théorème de Noether

En 1918, Emmy Noether a démontré que *l'invariance d'une théorie physique par rapport à une transformation continue se traduit toujours par l'existence d'une loi de conservation d'une quantité*. Toutes les symétries que nous venons de voir sont continues, qu'il s'agisse de la symétrie euclidienne, de la symétrie temporelle, de la symétrie galiléenne ou de la symétrie relativiste. Il y en a d'autres, dont voici des exemples.

- La conservation de la charge totale dans toute transformation est vraie séparément pour la charge électrique, la charge baryonique et la charge leptonique.
- La symétrie par rapport à un plan, qui intervient dans la formation d'une image dans un miroir, laisse inchangées les interactions gravitationnelle, électromagnétique et nucléaire ; *les lois fondamentales de la physique sont invariantes par cette symétrie*, qui respecte la *conservation de l'information*.

  Le fait que cette symétrie ne respecte pas l'interaction faible n'a pas d'importance pour la conservation de l'information : pour le déterminisme cette interaction-là n'est pas une loi d'évolution, mais une loi d'interruption.

  Cette symétrie conserve la parité : on l'appelle « *symétrie P* ». La symétrie d'opérateur *P* génère une image miroir d'une fonction d'onde : $P\psi(\mathbf{r}) = \psi(-\mathbf{r})$.
- La symétrie par changement de sens du temps est en fait un renversement de l'évolution, un « déroulement du film à l'envers ». Les 4 interactions fondamentales sont invariantes par cette symétrie, appelée « *symétrie T* ».

  « Les lois fondamentales de la physique sont invariantes par symétrie T. »
- La conjugaison de charge, appelée aussi « *symétrie C* » est celle qui fait passer d'une particule à son antiparticule dans les équations. Toute particule a son antiparticule, qui a même masse et même durée de vie, mais des nombres quantiques de charge opposés. Ne pas confondre la conjugaison de charge avec la *conservation* de la charge.

Les lois de la physique sont invariantes lorsque toutes les charges sont remplacées par des charges de signe opposé.

Comme les symétries d'opérateurs *P* et *T*, la symétrie d'opérateur *C* a la propriété suivante : deux opérations successives ramènent à l'état initial.

Pour respecter la symétrie de conjugaison de charge, l'Univers devrait être électriquement neutre et avoir autant de particules de chaque espèce que d'antiparticules. Mais, hélas, les observations montrent qu'il n'en est rien et la raison de cette asymétrie est inconnue.

- L'invariance CPT affirme que les lois d'évolution se conservent si on applique simultanément les trois symétries *C*, *P* et *T*. Une telle loi serait identique dans notre Univers et dans un univers hypothétique où les particules seraient devenues des antiparticules, la droite serait devenue la gauche comme dans un miroir, et le temps s'écoulerait à l'envers !

  Si une loi décrivant un phénomène physique violait l'invariance CPT, elle serait en contradiction avec toutes les lois fondées sur la Théorie quantique des champs et même avec le principe de causalité.

  L'invariance CPT est donc un des principes fondamentaux du déterminisme.
  C'est une loi d'interruption fondamentale de la Physique au même titre que le principe d'incertitude de Heisenberg ou le principe d'exclusion de Pauli.

8.3.9 Principe de conservation de l'information d'un système fermé

Les évolutions naturelles, régies par le déterminisme étendu, respectent un *Principe de conservation de l'information d'un système fermé*. Voici les détails.

8.3.9.1 Théorie de l'information

Première notion d'information

A l'origine, la notion d'information est apparue dans l'œuvre de Claude Shannon en 1948 [304]. La quantité d'informations *S* d'un message transmis était définie comme :

$$S = log_2 N \text{, où :}$$

- log_2 est le logarithme en base 2, tel que $log_2 2 = 1$ et $log_2 M = \frac{log_{10} M}{log_{10} 2}$
- *N* est le nombre de messages possibles d'un ensemble fini prédéfini (appelé son cardinal).

Si par exemple il y a 100 messages possibles (quel que soit leur contenu) :

$$S = log_2 100 = \frac{log_{10} 100}{log_{10} 2} = \frac{2}{0.30103} = 6.64.$$

L'unité de mesure *S*=1 est le cardinal d'un ensemble de 2 messages, mesure qui peut être représentée par 1 bit. Tout message d'un ensemble de $N=2^3=8$ messages possibles peut être représenté sur 3 bits ; un message d'un ensemble de 2^7 messages peut être représenté sur 7 bits (noter la proximité avec la valeur 6.64 ci-dessus).

La quantité d'informations contenue dans un ensemble de *N* événements de probabilités respectives $P_1, P_2, \ldots P_N$ est l'entropie statistique définie plus bas.

Autres notions relatives aux informations

1. *La masse-énergie :* selon [106] page 136 :

   Dans le sens où les physiciens utilisent le plus souvent le mot, l'information d'un système est de la masse-énergie et se trouve quelque part dans le système.

   Contrairement aux définitions précédentes où c'était une connaissance abstraite, l'information est ici quelque chose de concret : c'est une grandeur mesurable, par exemple, en joules. En cas d'ambigüité possible nous l'appellerons « information-énergie ».

   Une quantité d'informations est aussi mesurée par l'entropie
   La description d'un objet peut aussi avoir une quantité d'informations-énergie mesurée par son entropie.

   Qu'est-ce que la conservation de l'information ?
   Quand les physiciens parlent de « conservation de l'information » ils parlent de non-disparition d'énergie sous forme de matière ou de rayonnement lors d'une évolution ou d'une transition de

phase ; ils ne parlent pas d'autres grandeurs qui se conservent comme la quantité de mouvement, le moment cinétique, la charge électrique, etc. Voir la table du paragraphe *Origine physique des lois de conservation*.

2. *La fonction d'onde décrivant l'état et l'évolution d'un système conservatif fermé à un instant donné doit déterminer son état et son évolution à tout instant ultérieur* : l'équation fondamentale de Schrödinger est parfaitement déterministe au sens du déterminisme scientifique, son interprétation pour prédire des résultats relevant du déterminisme statistique.

   D'après l'interprétation de Copenhague, cette fonction d'onde représente la totalité de l'information sur le système jusqu'à ce qu'une décohérence interrompe l'évolution.

   Enfin, l'évolution de la fonction d'onde étant unitaire, aucune perte ou création d'information n'est possible pendant son déroulement. Comme l'équation de Schrödinger décrit l'état et l'évolution de n'importe quel système conservatif à l'échelle la plus fine, et qu'elle est symétrique par rapport au temps :

   « Toute évolution conservative ne mettant en œuvre que des masses et des champs électromagnétiques est symétrique : on peut en théorie retrouver un état passé en "déroulant à l'envers le film des événements". »

   « Toute évolution conservative conserve son information descriptive tant qu'elle n'a pas changé de loi. »

Principes de représentation de l'information

- Toute information susceptible d'intervenir dans un raisonnement logique ou un calcul peut être représentée avec une précision suffisante par une donnée informatique (nombre, chaîne de caractères, fichier, image, etc.).
- Toute donnée informatique peut être représentée par une chaîne de bits manipulable par un algorithme informatique.

  La quantité minimum d'informations est celle d'un bit : c'est la valeur binaire 0/1.

8.3.9.2 Conservation de l'information dans une évolution conservative

Etat d'un système fermé à un instant donné

A un instant donné, l'état (la situation) d'un système fermé est *complètement* décrit par des variables de forme, de position, de mouvement, d'interaction, de masse, de charge électrique, d'impulsion, de spin, etc., ou, à l'échelle atomique, par sa fonction d'onde.

- Les variables *externes* décrivent la relation du système à son environnement ; exemples : sa masse, son moment cinétique et sa charge électrique.
  (Ces trois variables sont celles qui décrivent un trou noir stationnaire pour un observateur extérieur à son horizon ; il n'y en a pas d'autres, comme l'explique l'article [125] de Jacob Bekenstein.)
- D'autres variables sont *internes*, comme les forces ou énergies de liaison entre ses divers composants.

Certaines variables sont de type numérique, d'autres de type vectoriel, d'autres encore de type booléen (vrai/faux, on dit aussi *logique*), etc.

Information descriptive d'un système à un instant donné

C'est l'information contenue dans les variables de son état, celles de sa fonction d'onde (qui existe quelle que soit la taille et la complexité du système). Elle permettrait en principe de le reconstruire si on disposait de l'énergie nécessaire : on connaîtrait chaque atome avec les valeurs de ses variables d'énergie, de position et de vitesse, les champs de force et rayonnements en chaque point du système, etc.

Lire ici *Déterminisme des lois fondamentales de l'échelle macroscopique*.

Changements affectant un système fermé entre deux instants

Nous avons vu au paragraphe *Lois d'évolution et lois d'interruption* que le déterminisme postule que les changements suivent des lois physiques universelles stables dans le temps et l'espace.

Il y a deux sortes de changements :

- Les évolutions (régies ou non par des lois d'évolution), qui peuvent être conservatives ou dissipatives (voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*) ;

- Les transitions (changements) d'état, régies par des lois d'interruption.

Les évolutions régies par le déterminisme sont conservatives, les changements dissipatifs étant impossibles à décrire de manière précise et répétitive.

Une évolution déterministe est toujours régie par une loi d'évolution, alors qu'une transition d'état est régie par une loi d'interruption, qui définit :

- L'état initial auquel s'applique la règle de transition, que la nature reconnaît comme cause efficace de cette transition ; exemple : atome d'uranium ^{238}U (voir *Radioactivité alpha : émission d'une particule alpha*).

  La reconnaissance de la cause de transition fait l'objet d'une logique algorithmique ; exemple : application d'une condition d'effet tunnel pour la désintégration alpha de ^{238}U ;

- L'état final :
  - Objets et variables d'état résultant de la transition ;
    Exemple de la décomposition radioactive de ^{238}U :

$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}He + \text{énergie}$$

  - Loi(s) d'évolution à déclencher pour les divers produits de la transition avec les valeurs de variables de chaque loi. Ces déclenchements peuvent aussi être régis par une logique algorithmique.

La conservation de l'information est une propriété générale des lois d'évolution

Toutes les équations des lois physiques d'évolution de la physique macroscopique (comme les lois de Newton, de l'électromagnétisme et de la gravitation relativiste, ainsi que celles de la Mécanique quantique) sont symétriques par rapport au temps.

Les exceptions relèvent de *lois d'interruption* ; exemples : changements de phase solide ➔ liquide, décompositions radioactives, fluctuations quantiques, trous noirs.

Les lois de l'échelle macroscopique se ramènent à des lois de l'échelle atomique

Les 4 forces fondamentales de la nature proviennent toutes, en dernière analyse, de forces de l'échelle atomique entre particules isolées.

Par exemple, quand un homme pousse une voiture en panne, la force de sa main exerce une pression sur une tôle de la voiture, donc sur des atomes de cette tôle reliés aux atomes voisins par les forces électrostatiques de la structure cristalline de la tôle.

La conservation de l'information d'un système qui change est assurée à l'échelle macroscopique par les deux groupes de lois de cette échelle, celles de Newton et celles de Maxwell. A l'échelle atomique, elle est assurée par la loi d'évolution de l'équation de Schrödinger, qui intègre les lois précédentes dans le seul cas intéressant à cette échelle, celui des champs électromagnétiques. Voyons comment.

L'équation universelle d'évolution de Schrödinger, symétrique par rapport au temps

L'évolution dans le temps et l'espace de l'état physique d'un système, petit ou grand, libre ou plongé dans le champ de potentiel de la force électromagnétique, est régie par l'équation de Schrödinger, équation fondamentale de la Mécanique quantique.

Cette équation déterministe est symétrique par rapport au temps : lorsqu'à partir d'un état *B* d'un système à l'instant t_2 on y inverse le sens d'écoulement du temps (comme si on « passait le film des événements à l'envers »), on retrouve à un instant t_1 qui précède t_2 l'état exact *A* qu'il avait. Cette symétrie résulte d'un postulat de la Mécanique quantique (voir *Equation de Schrödinger*, hypothèse 2.) :

« La fonction d'onde décrivant l'évolution d'un système régie par l'équation de Schrödinger contient toute l'information disponible sur ce système. »

Cela ne veut pas dire qu'on peut changer le sens de l'écoulement du temps pour un système physique, notamment parce que la thermodynamique l'interdit dans les systèmes macroscopiques ; cela veut dire :

« On peut reconstituer théoriquement l'information (les valeurs de variables) qui décri(ven)t un état quelconque du passé d'un système fermé qui vient d'évoluer sous l'influence d'une loi d'évolution connue. »

La nature conserve l'information de toute évolution

Nous avons postulé l'existence d'une *Loi globale d'évolution de la physique*, symétrique par rapport au sens de passage du temps et stable dans le temps et l'espace : tout se passe comme si la nature gardait l'information qui a déclenché l'évolution ayant abouti à l'état présent chaque fois que le système n'a pas subi de transition d'état, de décohérence ou de décomposition.

Exemple : la trajectoire d'un objet libre dans le vide d'un point *A* à un point *B* peut être reconstituée exactement (points atteints et vecteurs vitesses linéaire et angulaire en chaque point) en inversant le sens du temps dans l'application de la loi, c'est-à-dire en « repassant le film à l'envers » ; même les accélérations, quantités de mouvement et moments cinétiques se conservent.

Principe de conservation de l'information d'un système conservatif fermé

« Les lois d'évolution de la nature conservent l'information d'un système conservatif fermé. »

L'hypothèse de système conservatif

Cette conservation de l'information repose sur l'hypothèse de *système conservatif* (voir *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*).

A l'échelle macroscopique un tel système n'existe qu'en théorie, mais à l'échelle atomique comme à l'échelle de l'Univers en tant qu'ensemble fermé c'est une réalité.

Un système dissipatif « oublie » l'information des états du passé : il ne permet donc pas, même en théorie, de reconstituer ce passé en pensée connaissant le présent et la loi d'évolution. Le caractère dissipatif n'intervient que lorsqu'il y a échange de chaleur ou de matière, en application du 2ème principe de la thermodynamique, par exemple dans un système qui interagit avec son environnement.

Unicité de l'information d'état conservée

L'état passé reconstitué après évolution selon l'équation de Schrödinger est unique : il n'y a eu, à l'instant $t_1<t_2$ qu'un seul état, *A*, qui est devenu *B* ; la chaîne de causalité de l'évolution passée du système est unique, conformément au postulat de causalité.

Conséquence pour les raisonnements de Kant sur les régressions causales

La régression incomplète remontant une chaîne de causalité de situations vers une cause initiale inconditionnée inaccessible est un paradigme malheureux, à remplacer par celui d'une loi d'évolution continue dont on considère la valeur initiale lors du Big Bang.

8.3.9.3 Unitarité de la Mécanique quantique

Il y a une propriété surprenante de la Mécanique quantique, due au caractère déterministe symétrique de l'équation fondamentale de Schrödinger : malgré la nature stochastique de ses variables, malgré le principe d'incertitude de Heisenberg qui n'affecte que les conditions d'application de lois d'interruption, *la Mécanique quantique conserve l'information* : à partir de l'ensemble des résultats possibles d'une évolution, sa loi permet de retrouver les conditions initiales exactes : voir *Equation de Schrödinger*, hypothèse 2. Cette propriété de conservation de l'information de la Mécanique quantique résulte de son *unitarité* qui garantit que la probabilité totale de présence quelque part d'un système qui évolue reste égale à 1 : aucune information ne s'est perdue ou n'a été créée par l'évolution (voir en annexe dans *Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre* le sous-titre *Opérateur linéaire*).

« Lors d'une évolution la Mécanique quantique conserve l'information. »

Symétrie (unitarité) des lois d'évolution

Cette symétrie est due aux faits suivants :

- *A l'échelle macroscopique*
  Les deux seules forces fondamentales intervenant dans une évolution, la force électromagnétique et la force de gravitation, sont continues et symétriques par rapport au temps ; les deux autres forces, la force nucléaire et la force faible, n'interviennent que dans des lois d'interruption.
- *A l'échelle atomique*
  Les évolutions, régies par l'équation fondamentale de Schrödinger et l'Electrodynamique quantique, sont également symétriques par rapport au temps. Les systèmes considérés sont conservatifs : il n'y a pas de frottement à l'échelle atomique.

On peut donc étendre la conservation d'information de l'échelle atomique à l'échelle macroscopique :

« Une évolution conservative conserve aussi l'information. »

Mais

« Un changement d'état ne conserve pas l'information. »

8.3.9.4 Evolutions qui ne conservent pas l'information – Cas du trou noir

L'information préservée par les lois d'évolution peut être altérée par certaines déstructurations physiques, comme :

- La décohérence d'un système à l'échelle atomique en superposition d'états (par exemple suite à l'intervention dans le système d'une mesure par un objet macroscopique, intervention avec une énergie qui détruit la superposition – et en plus non décrite avec précision) ;
- Les transitions de phase (changements d'état physique) comme le gel de l'eau ou la décomposition radioactive ;
- L'absorption par un trou noir. Le « paradoxe du trou noir » qui remplace toute l'information descriptive d'un objet absorbé par 3 quantités (masse-énergie, moment cinétique, charge électrique) - donc perd de l'information – n'existe pas, car **l'absorption par un trou noir n'est pas une évolution mais un changement d'état**, lors duquel il n'y a pas conservation de la quantité d'information du système : la fonte d'un glaçon qui le transforme en eau est un changement d'état qui ne conserve pas l'information du glaçon.

Une déstructuration peut se produire d'une manière telle qu'on ne sait plus *où* l'information est stockée, ni même si elle existe toujours : c'est une transformation du système déclenchée par l'action d'une loi d'interruption, transformation qui est suivie d'applications de lois d'évolution sur les parties résultant de la décomposition, qui évolueront, elles.

Dans le cas de la décohérence (Mécanique quantique), on sait prédire parfaitement l'ensemble des résultats *possibles* ; mais on ne pourrait prédire *quel élément* de cet ensemble résulterait de la déstructuration – et *dans quel état d'énergie* - que connaissant exactement l'énergie de l'événement brutal qui la produit ainsi que son mode d'action, connaissances dont on ne dispose pas.

Ce qui se conserve dans l'absorption de masse-énergie par un trou noir

Lire ici le paragraphe *Trou noir* et ses sous-titres.

- Lorsqu'un trou noir absorbe de la matière ou un photon les variables d'état sont toutes perdues, à l'exception de la masse, du moment cinétique et de la charge électrique ; et ces dernières se diluent dans l'addition de chacune avec les paramètres correspondants du trou noir. Cette perte d'information est due à l'irréversibilité de cette absorption, qui est une transition d'état, pas une évolution.
- *L'information descriptive de la masse-énergie absorbée va dans l'horizon étiré*
  Mais pour les physiciens qui ne prennent en compte que l'information correspondant à de la masse-énergie stockée quelque part, rien ne se perd : pour un observateur à l'extérieur du trou noir et loin de son horizon des événements, l'information est tout entière stockée dans une fine couche sphérique entourant cet horizon, couche appelée *horizon étiré*. Le trou noir l'expulsera par rayonnement de Hawking d'ici ~10^{68} ans : patience !
  Voir *Principe holographique de l'Univers*.

Ce qui se conserve dans les autres cas de déstructuration

Dans les changements d'un système fermé qui ne relèvent pas d'une loi d'évolution, l'information traditionnelle peut être perdue. Par contre, l'information-matière stockée des physiciens perdure du fait de la conservation de l'énergie, principe toujours respecté.

L'information du moment cinétique se conserve toujours, ainsi que celle de la charge électrique ; du reste on ne connaît aucun changement physique qui crée ou détruise des charges d'une seule des deux polarités : tout changement crée ou détruit toujours autant de charge électrique positive que de charge électrique négative. Mêmes conservations pour la charge baryonique, la charge leptonique et l'étrangeté.

Résumé

- Principe de conservation de l'information d'état :

  **« L'information se conserve dans toute évolution, du début à la fin ;
  elle est détruite dans tout changement d'état. »**

- Principe de conservation de l'information-énergie des physiciens :

  « L'information d'un système isolé ne change jamais ; une transformation peut la rendre illisible, mais elle ne peut ni en ajouter, ni la supprimer, ni même en supprimer une partie. »

Conséquence pour le déterminisme philosophique de Laplace
Laplace était un mathématicien, spécialiste de mécanique céleste. En pensant au déterminisme, il avait en tête le mouvement prévisible et mathématiquement réversible d'une planète : ce mouvement est régi par les lois de Newton et réputé "peu perturbé par l'attraction des autres astres" (à l'époque, Henri Poincaré n'avait pas encore publié son étude du « Problème des trois corps » [171]). Si dans les équations de l'ouvrage *Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes* ([126] 1784) de Laplace on change le sens du temps, le « film des déplacements sur l'orbite passe à l'envers ».

En fait, Laplace a aussi étudié et chiffré les perturbations d'orbite dues à d'autres corps du système solaire, sans toutefois soupçonner *la sensibilité aux conditions initiales* (phénomène de chaos déterministe) découverte par Poincaré.

Laplace ne connaissait pas la décomposition radioactive, *qui se produit sans cause apparente* et constitue un contre-exemple fatal à son déterminisme philosophique. Mais ce déterminisme philosophique devient plus acceptable si on en remplace la causalité traditionnelle par notre causalité étendue, qui régit *tous* les phénomènes parce qu'elle prend en compte le postulat de causalité avec loi d'interruption, la Mécanique quantique et son déterminisme statistique, ainsi que la Relativité générale ; pour les décompositions sans cause voir plus loin *Apparitions*.

8.3.9.5 Perte d'informations dans les évolutions mesurées avec retard

Les affirmations précédentes sur la conservation de l'information d'un système régi par une loi d'évolution sont fausses dans un cas particulier, celui où le résultat d'évolution est mesuré avec un retard. En voici un exemple.

Considérons une évolution dont la loi est connue avec précision. Supposons qu'elle s'applique à partir d'un événement dont la date est prise pour origine. Une mesure du résultat faite avec un retard Δt sur la fin de l'évolution (par exemple pour laisser à la lumière ou au son le temps d'arriver au lieu de mesure) ne permet de reconstituer les conditions initiales en « passant le film de la loi à l'envers » que si on connaît Δt en plus de la loi. La loi a beau être déterministe et symétrique par rapport au temps, sans Δt l'information initiale est perdue.

Dans ce cas-là, ni le déterminisme ni la conservation de l'information ne sont en cause : la perte est due à l'introduction d'une quantité inconnue dans le processus de reconstitution de l'information initiale.

C'est aussi ce qui se passerait si une évolution était accompagnée d'une dissipation inconnue d'énergie : on ne pourrait en recalculer les conditions initiales.

C'est, enfin, ce qui se passe quand on force la décohérence d'un système en superposition d'états à l'échelle atomique pour en mesurer une grandeur : on ne peut savoir lequel des états superposés sera choisi par la mesure, car on ne peut préciser la perturbation introduite par la brutalité macroscopique de la mesure.

8.3.9.6 Quantité d'information dans un volume délimité par une surface

Source : [127] pages 289 et suivantes.

Considérons un volume quelconque, de taille fixe, contenant une quantité de matière fixe sous n'importe quelle combinaison de formes : objets solides, liquides et gaz. Soit S_0 l'aire de la surface qui l'enveloppe. Exprimons les aires en unités de Planck (carrés dont le côté est égal à la distance de Planck, 1.6 .10^{-35} m). Puisqu'un tel carré est la plus petite surface qui a un sens dans notre physique, admettons qu'il puisse contenir la plus petite quantité d'information-énergie possible, 1 bit. Et puisque

l'entropie d'un trou noir est proportionnelle à l'aire *S* de sa sphère horizon (et non au volume de cette sphère), admettons qu'exprimée en bits elle est égale à *S* en unités de Planck. On a alors la convention suivante :

La capacité de stockage d'informations-énergie d'une surface (en bits) est égale à son aire (en unités de Planck).

Lorsqu'un trou noir se forme par effondrement de matière, le volume de sa sphère horizon est nécessairement plus petit que le volume initial de cette matière ; et l'aire de cette sphère horizon, *S*, est inférieure à celle, S_0, de l'enveloppe du volume initial. Or, d'après le 2ème principe de la thermodynamique, l'entropie du trou noir est supérieure à celle de la matière dont il est issu. D'où un premier théorème :

Théorème 1
La quantité d'informations-énergie (mesurée en unités de Planck) contenue dans une région de l'espace est inférieure à celle de l'horizon du trou noir virtuel que sa matière pourrait créer en s'effondrant.

(La taille minuscule de la distance de Planck fait qu'un bit d'information occupe 2.5 $.10^{-70}$ m^2 de la sphère horizon. Une telle sphère a donc une capacité de stockage colossale, même pour de petits volumes de matière : à raison d'un bit par unité d'aire de Planck, l'information d'un disque d'ordinateur de 1TB, contenant environ 10^{13} bits, tiendrait dans une sphère d'aire 2.5 $.10^{-57}$ m^2.

Puisque toute l'information d'un volume d'espace tiendrait dans la sphère horizon d'aire *S* de son trou noir virtuel, elle peut à fortiori tenir dans la surface d'aire S_0 qui enveloppe ce volume, car $S_0 > S$. D'où un deuxième théorème :

Théorème 2
L'information contenue dans une région de l'espace tient dans toute surface qui l'enveloppe.

8.3.9.7 Surface nécessaire décrivant un objet - Principe holographique

La description d'un objet a une quantité d'informations-énergie mesurée par son entropie. D'après les deux théorèmes précédents, ces informations peuvent être contenues dans une surface *S* entourant le volume *V* de l'objet : il existe une application faisant passer des informations d'un point du volume *V* aux informations d'un point de la surface *S*, et l'application inverse faisant passer de *S* à *V* ; cette application est une projection de *V* sur *S*, qui a une dimension de moins que *V*.

Calculer une évolution avec les lois physiques habituelles appliquées dans le volume physique réel *V* peut donc être remplacé par un calcul dans une surface *S* contenant les données-images en format numérique. Or un calcul d'évolution à deux dimensions est souvent plus simple qu'à trois dimensions : c'est le cas, notamment, pour les équations de la *Théorie quantique des champs*. La projection de l'espace *V* sur la surface *S* ressemble à une projection holographique d'une image 3D d'un volume sur une plaque photographique 2D. La validité théorique de cette projection est postulée par le *Principe holographique* ci-après. Selon [127] page 300 et suivantes, la *Théorie des cordes* [128] met en œuvre explicitement le Principe holographique pour simplifier les calculs. Cette théorie est très prometteuse, mais pas encore vérifiée par des mesures physiques en 2018.

8.3.9.8 Principe holographique de la quantité d'information

Source : [129].

Hypothèse

L'espace des bits d'information des systèmes n'est pas continu aux très petites échelles. Une surface est décomposée en carrés de côté égal à deux fois la distance de Planck contenant chacun un bit d'information.

Le multiple « deux fois » vient d'une erreur historique dans la définition de la longueur de Planck ; pour rétablir la « vérité physique » il faut donc 4 aires élémentaires de Planck « ancienne définition » pour une « définition adoptée désormais » ([123] pages 293-294).

Définition

La quantité d'information (en bits) d'un système est définie comme son nombre de degrés de liberté.

Cette définition de la quantité d'information est à rapprocher de celle de l'information-énergie du paragraphe *Information* ci-dessus.

Principe holographique

- L'Univers à trois dimensions est représenté par un hologramme codé par projection sur une surface bidimensionnelle éloignée ;
- Tout volume de l'Univers est représenté par un hologramme sur une surface enveloppante arbitraire.

Dans le cas d'un trou noir, l'information décrivant ce qu'il a absorbé est au-dessus de son horizon des événements, dans l'horizon étiré, tant qu'elle n'est pas restituée à l'espace environnant par rayonnement de Hawking (évaporation). Elle n'est donc jamais perdue, et Hawking en a convenu.
Complément : [130].
D'où la conclusion sur le Paradoxe du trou noir :

> **« L'information de ce qu'un trou noir absorbe (matière et rayonnement) n'est pas perdue, elle est stockée sur son horizon étiré. »**

8.3.10 Apparitions

Une situation détectée par une loi d'interruption peut déclencher une évolution ou une transition de phase (décomposition, etc.). Nous avons vu, par exemple, que la demi-vie d'un atome ^{238}U est de 4.5 milliards d'années : la décomposition peut rester à l'état de possibilité pendant une durée quelconque avant que son action soit déclenchée par une loi d'interruption, modèle théorique de la survenance d'un événement régi par une loi de probabilité.

Pour un atome donné l'événement de décomposition est inattendu, aucune loi de calcul ne permettant de le prédire : un homme peut parfois attendre longtemps avant de le voir apparaître.

Survenance d'une loi d'évolution

La règle de stabilité du déterminisme implique ceci : en présence d'une situation donnée *S*, une certaine loi physique d'évolution *L* est appliquée immédiatement par la nature ; et si la même situation *S* réapparaît à un autre moment et/ou dans un autre lieu, c'est la même loi d'évolution *L* qui sera appliquée.

Mais nous n'avons nullement postulé que la loi *L* devait exister *avant* la première survenance ou observation de la situation *S.* Si elle existait avant, cette loi était, au moins provisoirement et pour nous, sans objet : elle régirait une possibilité jamais encore réalisée. L'homme crée une loi physique pour décrire un phénomène ou son évolution, ou pour calculer un résultat. S'il imagine une loi s'appliquant à des situations qui ne se sont jamais produites, comme il peut toujours le faire, cette loi restera pure spéculation jusqu'à ce que ses conditions d'application soient réunies, ce qui arrivera ou non. Donc :

- Nous limiterons la période d'application d'une loi d'évolution et de sa règle de stabilité au temps qui suit l'apparition de la première situation où elle s'applique.
- Une loi d'évolution d'une situation qui ne s'est jamais produite, et dont la survenance n'est pas certaine, est pure spéculation car elle est sans objet.
- Pour nous, il n'y a pas de différence empirique entre une situation qui ne s'est jamais produite et une situation qui n'a jamais été observée : jusqu'à preuve du contraire, nous pouvons raisonner comme si ce qui n'a jamais été observé n'a jamais existé.

8.3.10.1 Restriction du postulat de causalité

En affirmant qu'en l'absence de cause la conséquence n'a pas lieu, notre postulat de causalité exclut la possibilité de situations « vraiment nouvelles », c'est-à-dire sans cause physique existante dans notre Univers : toute situation a une chaîne de causalité remontant jusqu'à la naissance de l'Univers, le Big Bang ; c'est une conséquence déterministe de cette situation initiale.

Il ne peut exister de chaîne de causalité indépendante, car si elle avait commencé *après* la naissance de l'Univers son début aurait résulté d'un enchaînement de situations existant avant elle, ce qui est contradictoire ; et si elle avait commencé *avant*, elle aurait été prise en compte lors de la naissance de l'Univers, événement ponctuel début de l'existence de l'espace et du temps. Du reste, imaginer un « *avant le Big Bang* » est pure spéculation, nos connaissances de physique ne remontent pas si loin.

Or la contrainte « il ne peut exister de situation vraiment nouvelle » n'est en rien nécessaire à la stabilité des lois d'évolution dans le temps et l'espace. Celle-ci exige seulement qu'une fois apparue

lors de son application à une situation *S,* une loi s'applique à l'identique à toute situation *S'* déduite de *S* par un déplacement dans le temps et/ou l'espace, c'est-à-dire que « les mêmes causes produisent les mêmes effets, partout et toujours ». *S'imposer qu'il n'y ait jamais de situation nouvelle dans l'Univers est un apriori inutile* du moment que l'existence de cette situation (ses objets composants et leurs relations) ne contredit pas de loi existante (la nouveauté ne peut rendre impossible ce qui existe déjà - objets et lois, elle peut seulement enrichir les lois d'évolution et d'interruption ou obliger à les reconsidérer).

Le postulat de causalité est conçu pour prévoir l'avenir à partir du passé. Notre causalité à base de lois d'évolution n'exige nullement qu'une chaîne de causalité remonte à l'infini dans le passé ; elle n'oblige pas de postuler une « cause première », une « cause sans cause » comme Dieu : pour nous, la cause entraîne une évolution selon une loi, et toute loi déterministe a un domaine d'application comprenant des conditions spatiales, temporelles, énergétiques, etc.

Rien n'interdit que l'Univers ait toujours existé, si toutes ses lois d'évolution sont restées stables après leur première application. Rien n'oblige une loi d'évolution physique à avoir existé avant la première fois où apparaît une situation à laquelle elle doit s'appliquer : la physique doit admettre le minimum d'hypothèses invérifiables.

8.3.10.2 Conjecture d'une apparition

Nous allons donc, dans cette section du texte, conjecturer que des situations vraiment nouvelles (sans cause préalable) peuvent apparaître dans l'Univers, pour voir si cela permet une explication plausible de situations nouvelles constatées sans en contredire d'autres qui existent ; nous appellerons *apparitions* de telles situations. Une apparition est nécessairement accompagnée de sa loi d'évolution, qui peut être nouvelle ou être une évolution de loi préexistante applicable universellement désormais.

Remarques

- Affirmer qu'une situation est une apparition parce que nous n'en connaissons aucune cause et qu'elle n'a pas d'équivalent peut, évidemment, résulter d'une ignorance de notre part et se trouver démenti ultérieurement ; qualifier une survenance d'*apparition* n'est donc qu'une conjecture, conséquence d'une restriction du postulat de causalité.
- Le fait qu'une situation-apparition soit découverte aujourd'hui n'entraîne pas qu'elle n'existait pas auparavant : une telle affirmation ne peut résulter que d'une étude expérimentale ou théorique ; avant d'être prouvée elle n'est qu'une conjecture.
- Une apparition viole le principe de conservation de la quantité d'informations d'un espace-temps qui la contiendrait en tant qu'événement, ainsi que les divers principes de conservation : d'énergie, de charge électrique, de moment cinétique, etc. Elle n'est donc possible que dans des circonstances où aucun de ces principes ne s'applique, par exemple dans un système ouvert ou dissipatif.

  Pour qu'il n'existe aucun système fermé contenant l'apparition, elle doit être à l'échelle de l'Univers. Exemple : découverte d'une nouvelle forme d'énergie comme l'énergie noire ; nous avons découvert que ce type d'énergie existe parce qu'elle exerce une répulsion gravitationnelle, mais nous n'en connaissons aucune cause.
- Admettre des disparitions sans cause n'est pas plus absurde qu'admettre des apparitions ; dans les deux cas il faut les considérer comme des conjectures et s'efforcer de les expliquer.

8.3.10.3 Postulat de causalité *étendue*, avec interruptions et apparitions

Enoncé du postulat

« Toute situation évolue instantanément selon les lois d'évolution qui s'appliquent. »

Remarque

Impliquant une condition suffisante, cette définition est plus simple que la condition nécessaire et suffisante du postulat de causalité déjà défini, causalité non étendue. Mais ce postulat n'implique plus la nécessité d'une cause de tout ce qui existe et tout ce qui se produit : il admet (spéculativement) la possibilité d'apparitions.

8.3.10.4 Il n'y a pas dans l'Univers de situation stable dans le temps

Une situation qui n'évolue pas, dont aucune loi d'évolution ne fait changer une variable quand le temps passe, est invraisemblable dans un système réel :

- Dans un système à l'échelle astronomique :

- L'espace est dilaté par l'expansion de l'Univers, à laquelle nul lieu n'échappe, même si son effet est négligeable en présence de forces plus intenses comme la gravitation dans une galaxie ; il n'y a donc pas de lieu immobile, quel que soit le repère choisi.
  Ainsi, la Terre vibre sous l'influence d'ondes gravitationnelles émises par des événements de grande énergie à des dizaines d'années-lumière.
- Tout point de l'espace est soumis à des rayonnements électromagnétiques et des influences gravitationnelles ; il n'y a donc pas d'objet matériel à l'abri de ces deux influences. Or ces influences entraînent des échanges d'énergie, donc des évolutions.

« Tout point de l'Univers reçoit constamment des rayonnements du fond diffus cosmologique émis peu après le Big Bang. »

« Tout point de l'Univers est dans 2 champs : un gravitationnel et un électromagnétique. »

- Dans un système à l'échelle humaine, l'absence d'évolution exige un équilibre thermodynamique peu réaliste. Il faudrait, *au minimum*, que le système soit si bien isolé de son environnement :
  - Qu'il n'est soumis à aucun rayonnement électromagnétique susceptible de lui faire absorber de l'énergie, condition irréalisable dans la mesure où l'espace est parcouru par des rayons cosmiques de très haute énergie.
  - Qu'il ne peut lui-même rayonner de l'énergie – condition qui impose une température absolue plus froide que celle des trous noirs les plus froids (inférieure à 10^{-9}°K, condition également peu réaliste car elle n'existe que sur l'horizon d'un trou noir hyper-massif).
  - Qu'il échappe à toute variation de gravité comme les influences du Soleil et de la Lune, qui exercent des forces de marée gravitationnelle parce que leur distance à la Terre varie constamment, donc entraînent déformations et déplacements.
- Dans un système à l'échelle atomique, l'absence d'évolution exige d'abord une absence d'interaction des 4 forces fondamentales (nucléaire, faible, électromagnétique et gravitationnelle). Or les deux premières interviennent dans tout atome par des champs probabilistes de cohésion soumis au principe d'incertitude de Heisenberg, et les deux dernières ont une portée infinie. Nous ne connaissons pas, aujourd'hui, de matière ou énergie insensible aux 4 forces.

  Non seulement la stabilité des noyaux atomiques n'est pas parfaite, mais des fluctuations quantiques rendent l'énergie potentielle de l'espace lui-même instable. Même un proton isolé a une durée de vie limitée (bien que d'au moins 10^{33} années).

Conclusions
Dans l'état actuel de nos connaissances :

« Il n'existe pas de système qui n'évolue pas ; »

« Il n'existe pas de lieu dont l'état n'évolue pas ; »

« Un état stationnaire parfait n'est concevable en aucun lieu, à aucune date. »

Rejet de « l'immobilité philosophique »
Un raisonnement philosophique, basé sur le postulat de causalité *classique*, affirme qu'une situation qui n'a pas déjà évolué n'évoluera jamais. Nous envisagerons donc la causalité *étendue*, avec l'objection d'évolution nécessaire ci-dessus.

8.3.10.5 Remarques sur la causalité étendue

- Toute apparition (passée, présente ou future) a été, est ou sera accompagnée d'une loi d'évolution nouvelle ou de l'évolution d'une loi existante.
- Des situations et des évolutions peuvent rester inexpliquées, parce que ce sont des apparitions ou parce qu'elles impliquent des lois physiques que nous n'avons pas encore formulées.
- L'ensemble des lois d'évolution de l'Univers peut s'enrichir ou évoluer progressivement. Certaines situations ou évolutions considérées comme impossibles avec les lois physiques actuelles peuvent ne plus l'être éternellement.

  Exemple : l'expansion de l'Univers a été considérée successivement comme inexistante, puis à vitesse constante et aujourd'hui à vitesse croissante : pour qu'une loi de la nature paraisse stable dans le temps ou l'espace, il faut qu'elle varie trop lentement ou trop peu pour qu'on s'en aperçoive avec les moyens dont on dispose ou les circonstances qui se présentent.

- Des lois de conservation comme celles de la masse-énergie, du moment cinétique ou de la charge électrique peuvent être violées pendant un court instant, à l'occasion d'une apparition ou d'une fluctuation quantique.

Exemples de cas que l'on peut considérer comme des apparitions

1 - La naissance de l'Univers

Nous ignorons si elle résulte ou non d'une situation préexistante dans un Univers extérieur préexistant, par application de lois préexistantes ; l'Univers pourrait être né d'une fluctuation quantique dans un espace-temps préexistant [109].

On peut conjecturer que les lois actuelles d'évolution de l'Univers sont nées avec lui lors du Big Bang, car leur existence antérieure dans un pré-univers capable de créer le nôtre est une spéculation invérifiable.

Nous savons qu'au commencement de l'Univers des lois fondamentales actuelles ne s'appliquaient pas, notamment parce que des concepts de base comme le temps et l'espace étaient d'une autre nature qu'aujourd'hui (probablement discontinue, quantifiée…) ; mais nous ne savons pas (ou pas encore) quelles lois s'appliquaient. Ce commencement peut donc être considéré comme une apparition, la première.

2 - Les fluctuations quantiques

Voir *Fluctuations quantiques dues au principe d'incertitude de Heisenberg*.

Conséquences philosophiques de la possibilité d'apparitions

Restreindre la contrainte de stabilité en admettant la possibilité d'apparitions a d'importances conséquences philosophiques. Exemples :

- Certaines chaînes de causalité peuvent apparaître *après* la naissance de l'Univers.

  L'opposition entre matérialisme (qui refuse les phénomènes sans cause interne à l'Univers) et idéalisme (qui croit possibles des phénomènes dont la cause est externe à l'Univers, c'est-à-dire transcendante comme la volonté d'un Créateur) n'est plus aussi totale, parce que conjecturer une apparition oblige à spéculer sur des faits inconnus.

- Des situations et des phénomènes peuvent être inexpliqués, parce que ce sont des apparitions qui ont (au moins pour nous, aujourd'hui) un caractère de nouveauté et que nous n'avons pas encore suffisamment étudiées.

- L'ensemble des lois d'évolution de l'Univers peut s'enrichir ou évoluer progressivement. Certaines situations ou évolutions considérées comme impossibles avec les lois physiques actuelles peuvent ne plus l'être éternellement.

Apparitions et respect des lois de la physique

Admettre la possibilité d'apparitions, c'est admettre qu'une ou plusieurs lois naturelles existantes (comme les lois de conservation) soient incomplètes (donc fausses) ou puissent être violées : *c'est impossible dans le cadre de la physique que nous connaissons, à l'exception des fluctuations quantiques*. Une apparition ou une disparition doivent rester des conjectures jusqu'à ce qu'on trouve une explication.

Il y a eu, une fraction de seconde après le Big Bang, une courte période d'inflation pendant laquelle de la masse-énergie a été créée apparemment ex-nihilo, le théorie de la Relativité générale le montre. Mais en fait, l'énergie nécessaire a été prélevée sur l'énergie potentielle du vide, qui n'a pas de limite connue aujourd'hui.

Certaines théories permettent d'imaginer d'autres univers dont les lois et constantes physiques seraient différentes des nôtres. Elles n'impacteraient toutefois pas l'existence et les lois de notre propre Univers.

Conclusions

- L'idée d'admettre des apparitions, philosophiquement séduisante a priori, est incompatible avec les lois physiques si elle met en cause des grandeurs qui se conservent comme l'énergie ou le moment cinétique. L'homme, qui s'est donné des lois physiques jamais démenties, ne pourrait pas admettre des apparitions tout en étant cohérent.

- Nous devons donc supprimer, dans le postulat de causalité étendue, la possibilité d'apparitions contraires aux conservations de certaines grandeurs, tout en conservant le déterminisme étendu avec ses lois d'interruption et lois d'évolution complémentaires.
  Voir le résumé au paragraphe *Les niveaux de déterminisme (diagramme)*.

8.3.11 Il n'y a pas de phénomène totalement connaissable

Pour prédire l'avenir, le déterminisme philosophique suppose une connaissance parfaite d'une situation à un instant donné et des lois d'évolution qui s'appliquent.

> Remarque : pour le mathématicien et astronome Laplace qui a défini ce déterminisme, ce sont là précisément les conditions nécessaires à une prédiction par résolution d'équations différentielles.

Mais Laplace savait bien qu'en pratique, face à un phénomène naturel, l'homme ne connaît jamais parfaitement, ni une situation instantanée, ni toutes les lois qui s'appliquent, ni chaque paramètre avec une précision parfaite. Il ne sait même pas quels détails de situation ou de loi d'évolution il ignore, et sur quelles précisions exactes il peut compter.

Alors pour comprendre une situation, en prévoir l'évolution et en prédire les états futurs l'homme simplifie, schématise et prend délibérément des risques intellectuels. Et les progrès des sciences témoignent de la validité de cette approche, qui permet des progrès par essais et erreurs, et par approximations successives.

Laplace savait cela si bien, qu'en plus de sa définition optimiste du déterminisme il a rappelé qu'aucun phénomène n'est complètement intelligible. Mieux même, il a fait progresser la science des probabilités et ses règles d'emploi [62], permettant de passer d'affirmations binaires vrai/faux à des affirmations probabilistes décrites par un modèle statistique ; ce faisant, il a encadré rigoureusement les erreurs possibles, défini les meilleures prédictions possibles (les moyennes) et expliqué les résultats naturels de phénomènes aux variables multiples par le *Théorème central limite*.

Et à l'échelle atomique…
Nous savons aujourd'hui que la seule manière de comprendre et prévoir les systèmes et leur évolution au niveau atomique est la Mécanique quantique, outil mathématique aux résultats entachés d'imprécisions statistiques et d'indéterminations : c'est la seule vérité qui nous soit accessible ; et John Bell a démontré que c'est une vérité *complète*, sans variable cachée possible.

8.4 Evolutions non déterministes

Voir d'abord *Système conservatif ou dissipatif – Force conservative ou dissipative*.

A l'échelle macroscopique beaucoup d'évolutions sont *dissipatives*, c'est-à-dire accompagnées de frottements et/ou d'échanges d'énergie divers impossibles à connaître avec précision ; de telles évolutions ne peuvent être déterministes, parce qu'on ne connaît pas avec précision leurs conditions de déroulement.

Le caractère déterministe s'applique donc aux évolutions de systèmes fermés, qualifiés de *conservatifs* car leur énergie totale se conserve pendant l'évolution.

- Le mouvement des planètes est donc conservatif, la vie physiologique d'un être vivant est dissipative.
- A l'échelle atomique, la décohérence d'un système en superposition d'états est nécessairement dissipative et irréversible. Son résultat est un choix, par nature imprédictible, d'un des états superposés. (Voir *Définition du déterminisme statistique*.)
- Les modèles mathématiques de systèmes sont réducteurs et déterministes par souci de simplicité, nous en verrons des exemples ; ils ne pourront donc qu'être approximatifs pour les systèmes dissipatifs.

8.5 Causalité étendue

La causalité des lois conditionnelles définit la conséquence d'une situation-cause comme une évolution (au lieu d'une situation-conséquence, comme le font Aristote et Kant). Nous l'appellerons *causalité étendue* : cette causalité-là produit une infinité d'états-conséquences conformes aux lois d'évolution qu'elle déclenche, jusqu'à ce que l'effet en prenne fin à l'initiative d'une loi d'interruption ; c'est pour cela qu'on la qualifiera d'étendue. C'est d'elle qu'il sera question chaque fois que les mots *causalité* ou *cause* apparaîtront dans la suite de ce texte. Le contenu sémantique de cette extension est complété par la définition du *déterminisme étendu*.

Contrainte d'action d'une cause efficiente : la continuité dans les limites de l'Univers

L'action d'une cause efficiente est régie par les lois de la physique. Elle se déroule et s'achève dans l'espace de l'Univers et le temps de l'Univers, aucun franchissement des frontières de l'espace-temps

ou de la vitesse de la lumière n'étant possible d'après la Relativité. Et cette action sera ininterrompue, comme nous l'avons souligné précédemment : tant que la cause existe l'évolution conséquence est certaine, elle ne peut être interrompue ; seul un changement de cause peut interrompre une évolution.

« Une évolution est nécessairement ininterrompue tant que sa cause perdure. »

« Un changement de cause entraîne instantanément un changement d'état et/ou un changement de loi d'évolution. »

Un tel changement est défini par ses conditions de survenance et ses effets, par une loi d'interruption.

Différence fondamentale de la causalité étendue avec la causalité philosophique

Traditionnellement, les philosophes définissent la causalité comme une relation entre *deux situations*, une cause et sa conséquence ; c'est, par exemple, le cas d'Aristote et de Kant. En considérant les situations conséquence de la conséquence de la conséquence, etc., ou la cause de la cause de la cause, etc., ils définissent une *chaîne de causalité*. La causalité étendue remplace cette notion par une notion de *loi d'évolution ininterrompue* jusqu'au déclenchement d'une autre loi par une loi d'interruption.

L'impasse du postulat de causalité

Connaissant la situation présente, pour prévoir une situation future ou reconstituer une situation passée, les philosophes « sautent » d'une situation à la suivante ou à la précédente ; ils ont alors un problème en remontant dans le passé (démarche appelée *régression*) : si toute situation a une cause la chaîne de causalité est infinie, il n'y a pas de cause première, et on doit postuler une des deux possibilités suivantes.

- Ou l'Univers a toujours existé, sans avoir été créé, et il y a deux cas :
  - L'Univers a un âge infini ;
  - L'Univers a été créé à une date précise du passé, comme le Big Bang, et le temps a commencé à cet instant-là.
- Ou le postulat de causalité doit être abandonné ou modifié pour admettre une cause sans cause, comme le Big Bang ou Dieu créateur de l'Univers.

Notre science a choisi le Big Bang, à la fois comme commencement de l'Univers et commencement du temps, c'est-à-dire comme début de l'espace-temps relativiste.
En plus, elle offre deux théories décrivant le Big Bang et l'époque qui le précède : la Théorie des cordes et la Théorie de la gravitation quantique à boucles.

Solution philosophique de l'impasse : la causalité étendue, remplaçant la chaîne de causalité par une loi d'évolution ininterrompue

Avec la définition du paragraphe *Définition du postulat de causalité*, la conséquence d'une situation n'est pas une autre situation mais une évolution régie par une loi de la nature. Cette loi est une fonction du temps $\boldsymbol{E}(t)$, au sens mathématique : la situation au temps t_n du passé ou de l'avenir (vecteur dont les composantes sont des valeurs de variables d'état) est la valeur $\boldsymbol{E}(t_n)$, unique pour le déterminisme scientifique et élément d'un ensemble pour le déterminisme statistique.

Le déterminisme postule alors que cette fonction $\boldsymbol{E}(t)$ est ininterrompue dans son domaine d'existence, à partir du *Big Bang*. Il partitionne ce domaine en régions d'application d'une loi d'évolution donnée à l'aide de conditions définies par des lois d'interruption.

Cette définition remplace *l'évolution discontinue par succession de situations séparées par un intervalle de temps* des philosophes par une évolution ininterrompue (on évite le terme *continue*, qui a un sens mathématique de limite) plus conforme à la continuité évidente des évolutions de la nature macroscopique, qui n'arrêtent jamais. Elle supprime le problème de la cause première et rend inutiles les considérations de Kant sur *l'inconditionné* : connaître les fonctions $\boldsymbol{E}(t)$ d'un système (les lois de la nature et leur domaine d'existence) détermine les réponses à toutes les questions d'évolution conservative sur lui.

8.6 Hystérésis

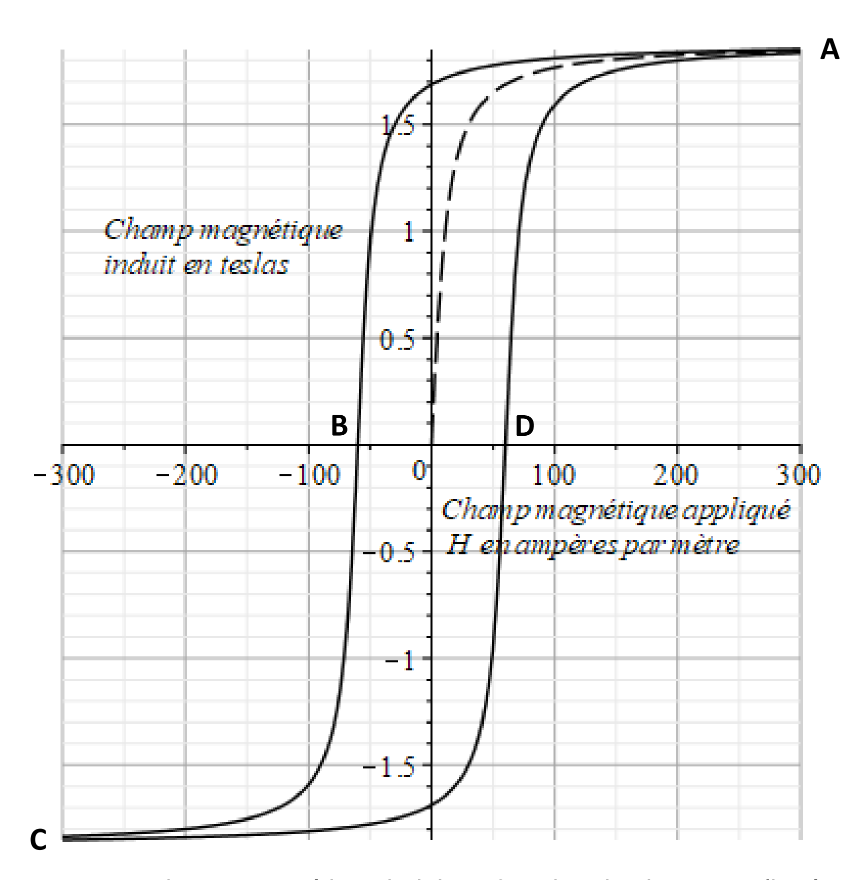
En physique on appelle *hystérésis* la persistance d'un phénomène quand cesse la cause qui l'a produit. Les sciences où l'état actuel dépend de l'historique d'évolution sont, outre la physique, la géologie, la cosmologie, la biologie de l'évolution, etc.

L'existence du phénomène d'hystérésis impose (philosophiquement) un « déterminisme spécial », prenant aussi en compte l'historique des états du système.

Pour pouvoir se ramener au déterminisme traditionnel à causalité instantanée par nature, on peut considérer que tout état à un instant donné *tient déjà compte causalement* de l'historique, ou *que l'hystérésis n'est absent que lorsque le système est* [*conservatif*](), conjecture qu'il faudrait démontrer.

Exemple 1 : hystérésis du fer pur

Lorsqu'on soumet un barreau de fer pur à un champ magnétique *H*, mesuré en ampères/mètre, celui-ci induit dans le barreau une induction magnétique (improprement appelée aussi, souvent, *champ magnétique*) *B*, mesurée en teslas. Lorsque le champ appliqué *H* croît à partir de zéro dans un barreau non aimanté, l'induction *B* varie comme la courbe en pointillés *0A* (très approximative) du graphique ci-dessous.



Fer pur : champ magnétique induit en fonction du champ appliqué

L'induction *B* augmente jusqu'en *A*, point où la saturation est maximale.

Si on diminue alors le champ *H*, le champ induit *B* ne revient pas suivant la courbe *A0*, mais suivant *AB* : il subsiste dans le barreau une aimantation résiduelle même lorsque le champ *H* est redevenu nul.

Si on inverse alors le sens du champ *H*, le champ *B* diminue rapidement, s'inverse, puis change de sens et varie jusqu'en *C*, où il est saturé dans le sens opposé au précédent.

Si on inverse alors de nouveau le champ *H*, *B* varie selon *CDA*, fermant un cycle reproductible d'aimantation.

Interprétation

Tout se passe, lorsque le champ appliqué *H* se réduit puis s'inverse, comme si le champ induit *B* « se souvenait » du champ antérieur et réagissait avec retard. Cet effet est dû à la présence dans le barreau de fer de *domaines magnétiques* multi-atomes qui ne se réorganisent que moyennant une énergie apportée par la variation du champ magnétique appliqué.

Un atome de fer (ou une molécule d'un corps ferromagnétique comme la magnétite Fe_3O_4, l'alliage aluminium-nickel-cobalt *alnico*, l'alliage nickel-fer *permalloy* et divers aciers au cobalt) se comporte comme un petit barreau aimanté. Ces petits barreaux atomiques s'organisent

spontanément en domaines où ils sont tous parallèles, additionnant l'effet de leurs champs ; un tel domaine peut contenir des millions d'atomes (de 1.26 angström chacun dans le cas du fer).

Le champ appliqué *H* apporte l'énergie nécessaire pour que les divers domaines s'organisent de façon à ce que leurs champs soient parallèles au vecteur appliqué ***H*** : l'aimantation varie comme la courbe initiale *0A*.

Mais quand le champ *H* diminue, les domaines créés pendant l'aimantation précédente ne se réorganisent pas tant que l'énergie apportée n'est pas suffisante ; et lorsqu'ils le font enfin, la réorganisation est brutale, conformément aux parties quasi-verticales du cycle *0ABCDA* ci-dessus.

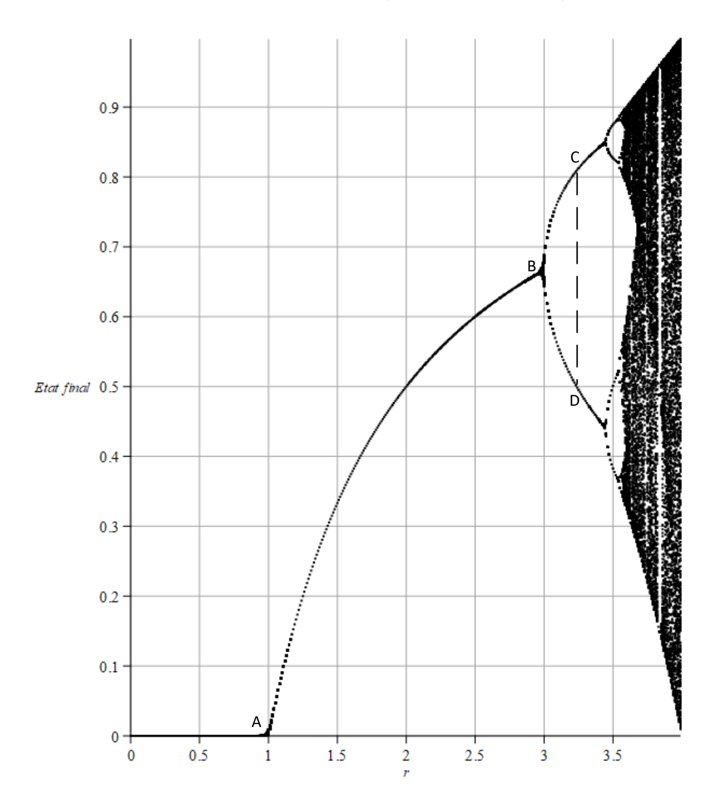
L'apport d'énergie du champ *H* aux atomes de fer est absorbé puis restitué sous forme thermique, lors des réorganisations des domaines : le cycle est donc *dissipatif* et *la loi d'aimantation de ce type d'hystérésis n'est pas déterministe*.

Le phénomène de réorganisation des domaines atomiques peut être considéré comme une sorte de changement de phase, de ceux dont nous avons vu le diagramme à propos de l'eau : il n'y a pas d'autre « mémoire ».

Exemple 2 : hystérésis diélectrique

L'hystérésis diélectrique est un phénomène par lequel la polarisation d'un isolant soumis à un champ électrique dépend, non seulement de l'intensité actuelle de ce champ, mais aussi de ses valeurs antérieures.

Lorsqu'on connaît un diagramme des bifurcations du système, qui a évolué par valeurs croissantes du paramètre *r* (voir *Constante de Feigenbaum et doublement périodique vers le chaos*), le phénomène d'hystérésis peut se manifester comme dans l'état du point *C* de la figure suivante.



Pour expliquer l'état du système en *C*, il faut expliquer qu'il est déjà passé, lorsque *r* croît, par les bifurcations successives *A* et *B* ; il faut ensuite expliquer pourquoi, pour cette valeur de *r*, l'état est *C* et non *D*.

Hystérésis et déterminisme

Le « déterminisme spécial » nécessaire pour régir les lois d'évolution des phénomènes d'hystérésis fait partie du déterminisme étendu, la logique des bifurcations étant régie par les lois d'interruption. Entre deux bifurcations la loi d'évolution est déterministe.

8.7 Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles

Selon la condition suffisante du postulat de causalité, une cause suffisante déclenche immédiatement une évolution. Mais qu'est-ce au juste qu'une évolution ?

Définition complète d'une évolution

1. *Evolutions décrites par une loi dérivable*
   Une évolution d'un système physique est un changement qui affecte des variables qui le décrivent : variables externes comme la position et la vitesse, ou variables intrinsèques comme la masse, la charge électrique ou une dimension. Cette transformation est supposée conservative. Son déroulement est supposé continu (progressif), ce qui exclut les transitions de phase, les décompositions, les fusions de plusieurs corps en un seul, bref toute modification qu'on ne peut décrire par des lois dérivables - donc continues.

2. *Evolutions par des suites dont la loi de passage est une fonction dérivable*
   Toutefois, nous considérerons aussi comme évolutions les phénomènes définis par une suite d'étapes dont la loi de passage d'un terme au suivant est une fonction dérivable : voir *Evolution itérative*.

   Cette autre définition permettra de prendre en compte comme déterministes des évolutions de systèmes artificiels, les systèmes dynamiques.

8.7.1 Evolutions dans le temps : variables et leurs dérivées

Une variable d'un système qui évolue, *x*, a une *valeur* à chaque instant *t* notée *x(t)*.

- Nous verrons au chapitre *Chaos* que cette variable peut n'être définie qu'à des instants successifs séparés par un intervalle de temps non nul, numérotés *1, 2, 3…n*. L'évolution d'un instant t_n à l'instant suivant t_{n+1} se calcule alors à l'aide d'une fonction que l'on peut itérer autant de fois que nécessaire.
- La valeur de *x(t)* doit être une fonction dérivable (donc aussi continue) du temps, hypothèse que nous ferons dans toute la suite de ce paragraphe parce que :

  « Les lois d'évolution de la physique de Newton et Maxwell décrivent les changements à l'aide d'équations différentielles. »

  Exemple : 2ème loi de Newton.

  Exemples de loi de calcul sans dérivée, qui ne décrit pas une évolution mais une cause suffisante d'une éventuelle évolution régie par une équation différentielle :
  - Force de Coulomb ;
  - *Force de Lorentz du champ électromagnétique*.

La variable *x(t)* a, par hypothèse, une *dérivée par rapport au temps,* $\frac{dx}{dt}$, qui définit son changement par unité de temps ; exemple : la position *x(t)* d'une voiture qui se déplace a pour dérivée sa vitesse *v(t)* en km/heure.

Enfin, la dérivée $\frac{dx}{dt}$ de la variable a elle-même une dérivée $\frac{d^2x}{dt^2}$ qui mesure l'accroissement (ou la diminution) de $\frac{dx}{dt}$ par unité de temps ; pour notre voiture précédente, c'est l'accélération *a(t)* en mètres/seconde par seconde, notée m/s^2.

$\frac{dx}{dt}$ est appelée *dérivée première*, sa dérivée $\frac{d^2x}{dt^2}$ est appelée *dérivée seconde*.

Connaître l'évolution temporelle d'un système, c'est décrire celle de ses variables.

Historiquement, l'évolution d'un système était la suite de ses situations

Historiquement, les philosophes se sont intéressés aux *situations* : ensemble de valeurs à un instant donné. Ils ont décrit la causalité efficace comme la relation entre une situation-cause S_0 et sa conséquence S_1. C'est ce qu'ont fait Kant et Schopenhauer, par exemple. Et cela leur a posé des problèmes de *début* d'une chaîne de causalité (par exemple pour la création du monde par un Dieu lui-même incréé) et de convergence d'une chaîne de causalité (impossibilité de terminer une chaîne infinie en comptant ses éléments, ou d'additionner une suite infinie d'intervalles de temps comme dans le *Paradoxe d'Achille et de la tortue*) : voir *Convergence d'une suite ou d'une série*.

Evolution fonction continue du temps ou suite discrète d'états
Les évolutions naturelles - décrites par des lois calculables directement ou par des équations différentielles - sont *continues*. Ne connaissant pas bien cette notion mathématique, les philosophes (notamment les Anciens, mais aussi Kant) les ont décrites comme des suites résultant d'une même loi de causalité par itérations successives. Pour nous, sachant que la causalité qui impose sa loi déterministe à la nature est la même, la différence entre une suite discrète et une fonction continue sera seulement affaire de présentation et de calcul.
Dans le reste de ce paragraphe, nous ne considérerons que des fonctions continues, conformément à notre définition complète d'une évolution.
Nous approfondirons l'étude des évolutions itératives dans la section *Déterminisme des processus itératifs*.

Une description d'évolution comprend nécessairement ses variables et leurs dérivées
Les Anciens pouvaient se contenter de décrire une évolution par une suite de situations, car leur seul but était de raisonner philosophiquement. De nos jours, nous devons tenir compte des lois physiques que nous avons créées, et ces lois exigent en général de prendre en compte une dérivée première ou seconde.

Exemples

- La deuxième loi du mouvement de Newton *F=ma* relie une force et le mouvement d'une masse en utilisant son accélération, dérivée seconde ;
- La loi de charge d'un condensateur exige la dérivée première de la tension à ses bornes. Nous allons voir pourquoi et comment.

Certaines lois descriptives de phénomènes sont représentées par des équations permettant un calcul direct d'une grandeur représentative de l'état du système.

Exemple
La charge *Q* (quantité d'électricité, en coulombs) contenue à un instant donné dans un condensateur de capacité *C* (en farads) est donnée par la formule :

$$Q = CV$$

où *V* (en volts) est la tension à ses bornes à cet instant-là.

Connaissant *C* et *V* on peut calculer directement la charge *Q* du condensateur ; il n'y a là aucune évolution.

Mais en général les lois d'évolution physique sont représentées par des équations décrivant la vitesse d'évolution d'une grandeur représentative *G*, c'est-à-dire sa dérivée par rapport au temps, notée

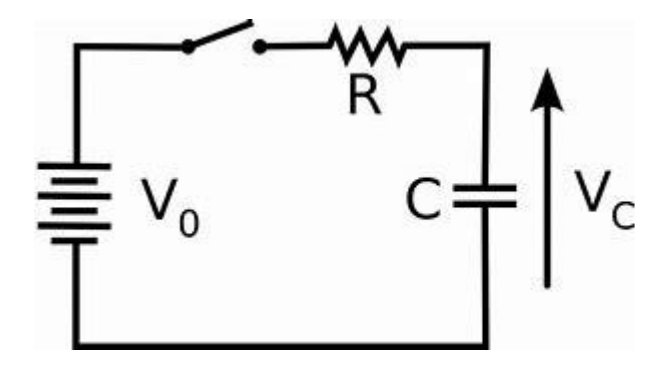
$$\frac{dG}{dt}$$

Dans le cas d'une quantité d'électricité *Q(t)* traversant un circuit, sa vitesse d'évolution (le débit) est le nombre de coulombs par seconde, connu sous le nom *d'intensité* et mesuré en ampères : 1 ampère = 1 coulomb par seconde. A chaque instant, l'intensité *i(t)* d'un courant est :

$$i(t) = \frac{dQ}{dt}$$

Les équations utilisant des dérivées sont appelées *équations différentielles*.
Exemple : quelle est la loi de charge d'un condensateur, c'est-à-dire l'évolution de la tension à ses bornes et de l'intensité du courant de charge ?

8.7.2 Charge d'un condensateur à travers une résistance



Notations

- Capacité du condensateur : *C* (en farads *F*), constante
- Résistance : *R* (en ohms *Ω*), constante
- Source de tension : V_0 (en volts) , constante
- Tension instantanée aux bornes du condensateur : $V_c(t)$, nulle à l'instant initial
- Intensité instantanée de charge : *i(t)*
  (en ampères = nombre de coulombs/seconde)
- Quantité d'électricité dans le condensateur : *Q(t)* (en coulombs) = $CV_c(t)$
- La loi de variation de la quantité d'électricité dans le condensateur et de la tension à ses bornes est donnée par l'équation différentielle :

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV_c}{dt}$$

Loi de charge

A tout instant, on a : $V_0 = Ri + V_c = RC\frac{dV_c}{dt} + V_c$, équation différentielle de la fonction V_c dont la solution est de la forme $V_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B$.

On détermine les coefficients *A* et *B* comme suit :

- Quand *t* tend vers l'infini : le condensateur est chargé, l'exponentielle est nulle et sa tension aux bornes est V_0. Donc $B = V_0$ et $V_c = Ae^{-\frac{t}{RC}} + V_0$.
- Quand $t = 0$, $V_c = 0 = A + V_0$ car l'exponentielle vaut 1 : donc $A = -V_0$ et

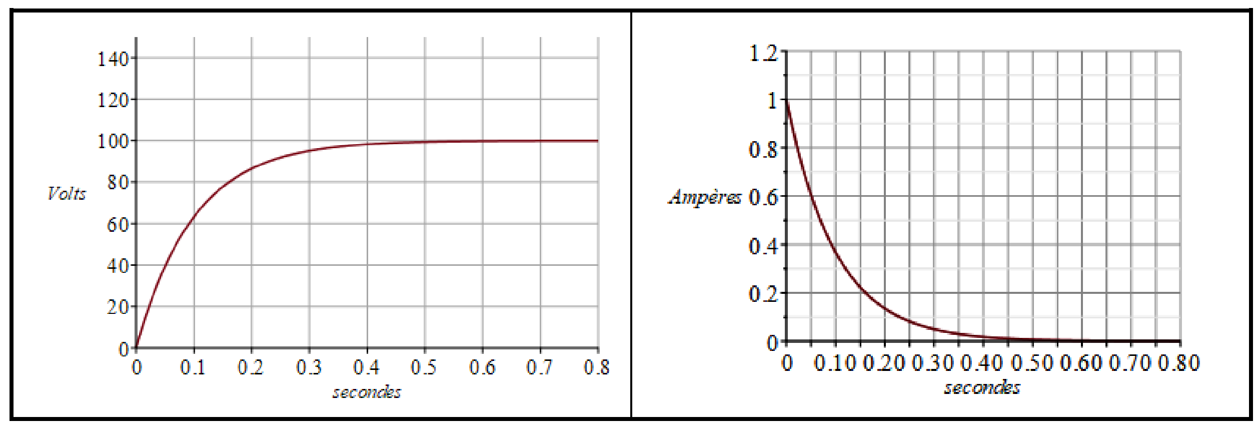
$$V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Quand on ferme l'interrupteur, la tension aux bornes du condensateur croît jusqu'à V_0 et l'intensité décroît selon la loi

$$i(t) = \frac{V_0 - V_c}{R} = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Le produit *RC* (en secondes) est appelé *constante de temps* du circuit de charge.

Exemple : si $R = 100\Omega$ et $C = 10^{-3}F$ (1000 microfarads µF) $RC = 0.1$ seconde.
Ainsi, au bout d'un temps $t = 5RC = 0.5$s, l'exponentielle vaut $e^{-5} = 0.0067$:
le condensateur est chargé à 99,33% de sa capacité.



Charge d'un condensateur de 1000 µF avec V_0=100V et R=100Ω :
les deux courbes ont des asymptotes horizontales

Conséquences pour le déterminisme des lois physiques
Le postulat de déterminisme des lois physiques a donc besoin, pour certaines lois d'évolution, des dérivées première et/ou seconde des variables. Voyons comment on résout de telles équations pour prévoir leur évolution et, si possible, en prédire des valeurs de variables d'état en fonction du temps.

8.7.3 Résolution des équations différentielles de proche en proche

Source : [107] pages 317 et suivantes

Dans de nombreux phénomènes physiques, l'évolution d'un système est représentée par une équation différentielle ou un système d'équations différentielles où les dérivations sont par rapport au temps. Lorsque c'est le cas, *la connaissance des conditions initiales permet de déterminer toute l'évolution ultérieure de ses variables d'état*, soit parce qu'on peut exprimer celles-ci comme fonctions du temps (on dit alors que le système d'équations est *intégrable*), soit parce qu'on peut calculer les valeurs successives de ces variables de proche en proche. L'évolution du système est alors déterministe au sens scientifique traditionnel et on peut même parler de *déterminisme mathématique*.

L'existence d'une description de l'évolution par équation(s) différentielle(s) implique qu'à tout instant *t* l'évolution pendant l'intervalle de temps infiniment petit *dt* suivant ne dépend que des conditions à cet instant-là, et *on peut la calculer sans tenir compte des conditions initiales ou des évolutions qui précèdent l'instant t*. Par exemple, la position et la vitesse d'un mobile à *tous* les instants qui suivent *t* ne dépendent que des conditions à l'instant *t*. L'évolution globale, depuis un instant quelconque à partir de t_0, résulte de l'application répétée du principe précédent : la chaîne de causalité est ininterrompue, *à tout instant les valeurs futures dépendent du seul présent, qui a déjà pris en compte le passé*.

On peut donc calculer la solution *f(t)* d'une équation différentielle *de proche en proche* à partir de la connaissance d'une valeur initiale $f(t_0)$ et de la dérivée $f'(t_0)$ en ce point. On postule que la valeur approchée de *f(t)* au point *t+h* très proche de *t* (c'est-à-dire *h>0* très petit) est donnée par la formule de Taylor

$$f(t+h) = f(t) + hf'(t) + \cdots$$

c'est-à-dire que l'accroissement de la fonction de *t* à *t+h* est très voisin de celui de la tangente en *t* à sa courbe d'évolution, dont la pente est égale à sa dérivée.

Exemple : *Charge d'un condensateur à travers une résistance*

La dérivée de la fonction $V_c = V_0(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ étant $\frac{V_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$ on peut calculer la tension aux bornes du condensateur 10^{-9} seconde après le début de la charge sachant qu'à *t=0* on a $V_c = 0$ et $V'_c = \frac{V_0}{RC}$ par la formule *f(0+h)=f(0)+hf'(0)*, c'est-à-dire :

$f(10^{-9})=0+10^{-9}\frac{V_0}{RC}$. Avec $V_0 = 10V$ et $RC = 2.10^{-6}$ *s* on trouve $f(10^{-9}) = 5.10^{-3}$V, alors qu'avec la fonction exacte $V_c = V_0(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ on trouve $4.999 .10^{-3}$V.

On peut ensuite recommencer le calcul aux points *t+h*, *t+2h*, etc. C'est fastidieux, mais avec un ordinateur c'est tout-à-fait pratique si on connaît la dérivée *f'(t)* de la fonction d'évolution *f(t)*, et on n'a pas besoin de cette fonction elle-même.

En résumé, les équations différentielles peuvent être résolues de proche en proche même si on ne connaît en chaque point que les dérivées ; l'évolution qu'elles décrivent est à la fois prévisible et prédictible. Cette méthode est appelée *méthode d'Euler*. Il y a des méthodes plus efficaces de recherche de solutions approchées de telles équations, notamment celles de *Runge-Kutta* [163].

8.7.4 Equations différentielles autonomes à une variable

Source : [107] pages 317 et suivantes

Hypothèse limitative

Il s'agit ici seulement d'équations différentielles de la forme $\frac{dX}{dt} = f(X)$, dont les solutions *X(t)* ont donc des dérivées dont la forme dépend seulement de *X* et pas du temps ; de telles équations sont dites *autonomes*.

- Ces équations différentielles à une variable *X* sont *déterministes* et leurs solutions sont des fonctions *continues*.
- Ces fonctions sont aussi *monotones* : il n'existe pas de valeur de *t* pour laquelle une d'entre elles passe d'une décroissance à une croissance, ou l'inverse.

  Démonstration par l'absurde : si la fonction *X(t)* pouvait atteindre deux fois une même valeur X_0 pour deux valeurs distinctes de *t* (par exemple d'abord en croissant puis en décroissant), cette fonction y aurait deux sens d'évolution différents, donc deux valeurs différentes de $\frac{dX}{dt}$ et l'équation ne serait pas de la forme $\frac{dX}{dt} = f(X)$ où il n'y a qu'une seule valeur de la dérivée pour une valeur donnée de *X*. Pour chaque valeur de *t* il n'y a donc qu'une seule valeur de *X(t)* et de la dérivée $\frac{dX}{dt}$, qui ne change jamais de signe.

  « Les évolutions autonomes sont toujours monotones par rapport au temps. »

  Une équation différentielle de la forme $\frac{dX}{dt} = f(X)$ a donc une solution monotone par rapport à *t* pour toute valeur initiale de *X(t)*. Nous en avons vu un exemple :
  la charge d'un condensateur à travers une résistance.
- Lorsque *t* tend vers l'infini ($t \to \infty$) les conséquences de la monotonie sont :
  - Ou la fonction *X(t)* → ∞ (positif ou négatif), et on dit qu'*elle diverge* ;
  - Ou la fonction *X(t)* tend vers une valeur limite fixe qu'elle ne peut dépasser, et on dit qu'elle est *asymptotique à une limite* ;
  - Ou la fonction *X(t)* est *constante*.

  La fonction *X(t)* ne peut pas devenir périodique ou chaotique (apériodique).

8.7.5 Equations différentielles à 2 variables – Modèle de Lotka-Volterra

Sources : [107] pages 321 et suivantes ; [164]).

Pour illustrer la richesse des problèmes d'évolution que ces équations modélisent, nous nous limiterons au cas où les deux variables interagissent : la dérivée de chacune dépend des deux variables à la fois. On rencontre ce genre de problème, par exemple, dans la modélisation de la dynamique des populations [1j] et l'écologie scientifique (voir [41] : *Ecology* et [164]). Voyons un exemple.

Problème des lapins et des renards

Il s'agit de définir un modèle simple de l'évolution de deux populations qui interagissent : une population de proies, les lapins (symbole *R* pour Rabbits) et une population de prédateurs, les renards (symbole *F* pour Foxes) ; on cherche donc des fonctions *R(t)* et *F(t)* – en abrégé *R* et *F* - à partir de considérations sur leurs dérivées $\frac{dR}{dt}$ et $\frac{dF}{dt}$.

Hypothèses

- La croissance de la population de lapins est d'autant plus rapide qu'ils sont nombreux : $\frac{dR}{dt} = aR$.

- Plus les renards sont nombreux, plus ils mangent de lapins : la population de ces derniers diminue en proportion du nombre de renards ; elle diminue aussi en proportion du nombre de lapins. L'équation 1 devient donc : $\frac{dR}{dt} = aR - bRF$.

  On suppose que les populations *R* et *F* sont assez nombreuses pour que la notion de dérivée ait un sens ; pour la même raison on suppose aussi que les fractions de lapin et de renard trouvées dans les calculs peuvent être négligées. On s'intéresse donc à l'évolution théorique de ces populations, sans chercher à les prédire avec précision.

- La population de renards croît d'autant plus vite qu'ils sont nombreux et que les lapins dont ils se nourrissent le sont aussi : $\frac{dF}{dt} = cRF$.

  S'il n'y a pas (ou plus) de lapins *R=0*, donc $\frac{dF}{dt} = 0$ et la population de renards ne peut plus varier : prenons en compte la mortalité des renards.

- Les renards sont mortels : leur population décroît d'autant plus vite qu'ils sont nombreux : l'équation 3 devient donc $\frac{dF}{dt} = cRF - eF$.

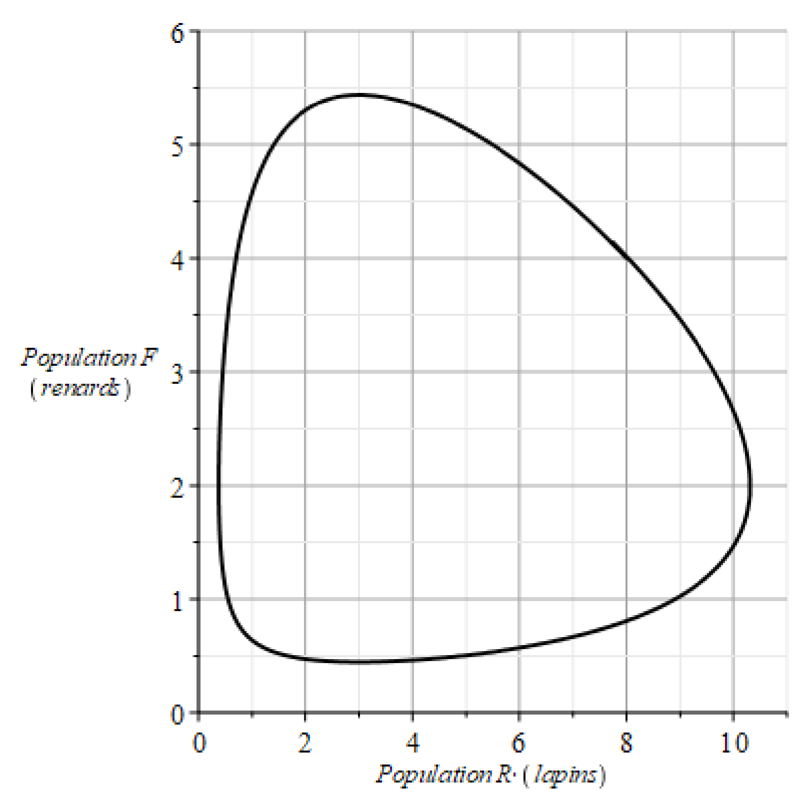
Modèle de Lotka-Volterra, compte tenu de ces hypothèses
L'évolution des populations de lapins *R* et de renards *F* est donc solution du système d'équations différentielles :

$$\begin{Bmatrix} \frac{dR}{dt} = aR - bRF \\ \frac{dF}{dt} = cRF - eF \end{Bmatrix}$$

On voit que ces équations différentielles sont interdépendantes, chacune des deux dérivées dépendant des deux variables *R* et *F*.

On peut trouver des solutions de ce système d'équations de proche en proche par la même méthode d'Euler que précédemment, pour chaque groupe de 4 paramètres *a*, *b*, *c* et *e*.

Analyse des solutions du problème des lapins et des renards
On résout le système d'équations différentielles précédent de proche en proche à partir des valeurs initiales à *t=0* : *R=8, F=4, a=1.0, b=0.5, c=0.2* et *e=0.6*, grâce à un script en langage MAPLE [145], pour 10000 incréments de valeurs du temps égaux à 0.001. En portant ensuite, pour chaque instant *t*, les nombres de lapins *R* et de renards *F* dans un diagramme des phases à deux axes (voir *Diagramme des phases d'un phénomène d'évolution*), on obtient la courbe cyclique suivante, parcourue dans le sens inverse des aiguilles d'une montre :



Evolution des populations de lapins *R* et de renards *F* :
diagramme des phases

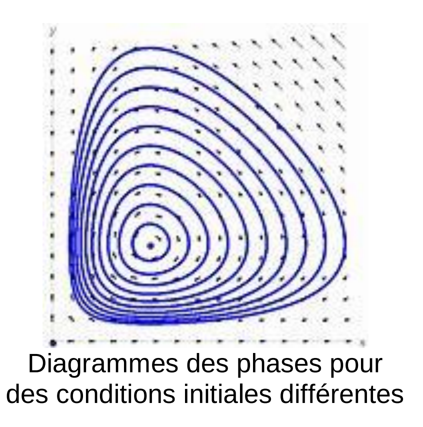
On voit qu'à partir de *t=0* (*R=8, F=4*) le nombre de lapins *R* commence par diminuer, alors que celui des renards *F* augmente. Au bout d'un certain temps *F* passe par un maximum, puis décroît, passe par un minimum, puis recommence à croître. La population de lapins passe elle aussi, alternativement, par des hauts et des bas : à force de manger des lapins, les renards se multiplient, puis leur population décroît quand ils n'ont plus assez de lapins pour compenser leur mortalité.

Ce phénomène cyclique de croissance et décroissance alternées a été constaté sur une population de poissons soumise à des prédateurs et à la pêche. Pour le comprendre, les pêcheurs ont soumis le problème a un mathématicien, et c'est le modèle Lotka-Volterra de celui-ci qui a expliqué l'observation des pêcheurs.

Sensibilité à la précision des calculs et aux conditions initiales
Il a fallu plusieurs essais de résolution du système d'équations différentielles pour trouver la taille et le nombre d'incréments de temps 0.001 qui produisent la courbe avec un début et une fin voisins :

« Ce phénomène cyclique de dynamique des populations est sensible aux paramètres et à la précision du calcul. »

En outre, si on choisit des conditions initiales différentes on obtient des courbes cycliques distinctes, emboîtées, qui ont toutes la même période (temps de parcours d'un cycle). Deux de ces courbes ne se coupent jamais, car à partir d'une situation initiale le déterminisme impose l'existence d'une évolution unique. Au « centre » d'un diagramme des phases à courbes emboîtées il y a une courbe réduite à un point décrivant une situation théorique où les populations de lapins et de renards sont stables.



Diagrammes des phases pour
des conditions initiales différentes

<u>Conclusions philosophiques</u>

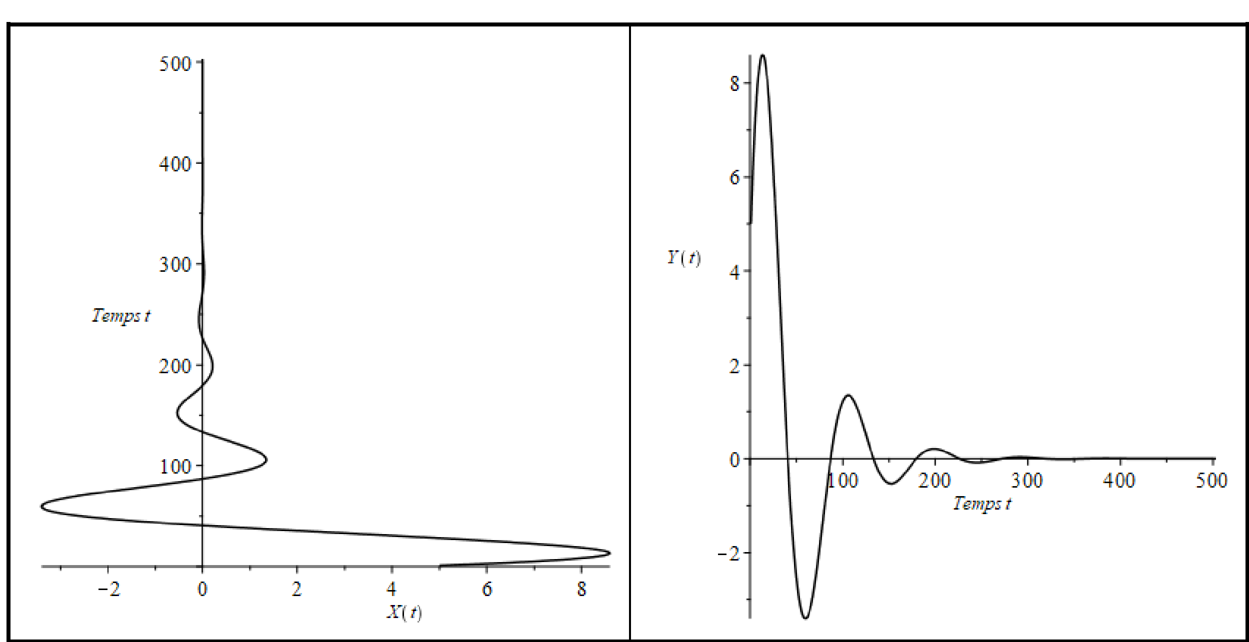
Le problème de dynamique des populations dont le modèle de Lotka-Volterra montre l'évolution théorique est intéressant par sa singularité. Aucune loi physique d'évolution ne ressemble à ce modèle itératif, qui montre la possibilité d'un cycle alternant croissance et décroissance, ainsi que l'influence de la précision des calculs et celle des conditions initiales. *Nous avons là un exemple de phénomène parfaitement déterministe et prévisible, mais dont la prédictibilité des résultats dépend fortement des conditions initiales et de la précision des calculs*.

8.7.5.1 Point fixe attracteur

Il existe des phénomènes dont la dynamique comprend une suite d'oscillations amorties se terminant par une valeur limite traduisant la stabilité du système. C'est le cas du système déterministe décrit par les équations :

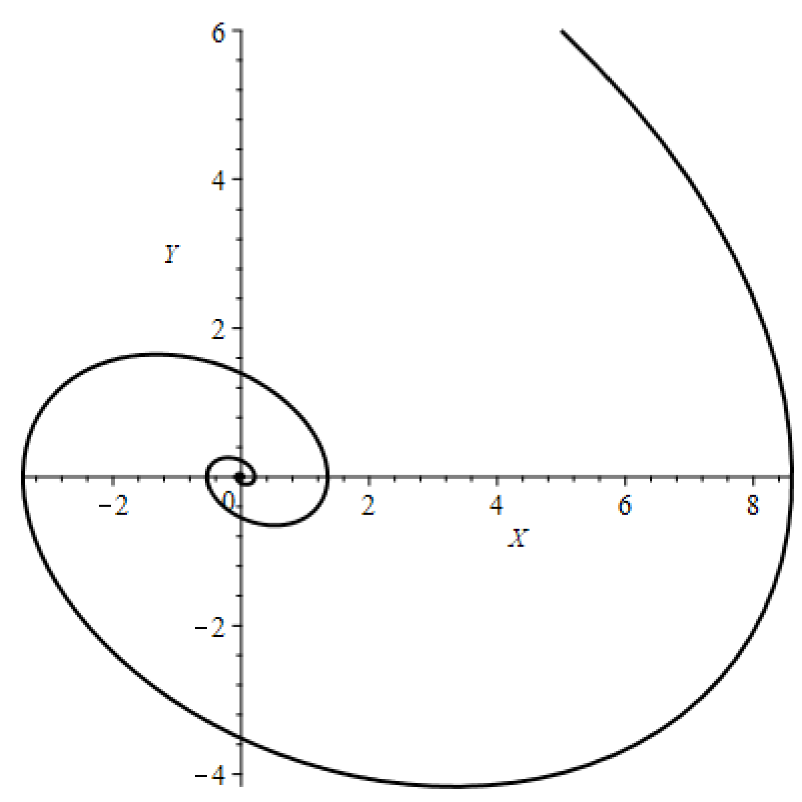
$$\left\{\begin{matrix} \frac{dX}{dt} = Y \\ \frac{dY}{dt} = -0.5X - 0.4Y \end{matrix}\right\}$$

L'évolution dans le temps de ce système montre l'amortissement de *X(t)* et de *Y(t)* :



Evolution dans le temps vers un point fixe attracteur : il y a amortissement

Dans l'espace des phases ci-dessous, l'évolution des coordonnées *X* et *Y* tend vers un *point fixe attracteur* dû à l'amortissement, ici *X=0, Y=0* :



Evolution dans le temps vers un point fixe attracteur :
diagramme des phases commençant en *X(0)=5, Y(0)=6*

L'appellation « point attracteur » de la fin de la spirale est due à ce que *ce point est le même quel que soit le couple de valeurs initiales X(0), Y(0)* : un système amorti finit par s'y arrêter quelles que soient les amplitudes initiales. (Voir la définition des *Attracteurs de l'espace des phases*).

8.7.5.2 Cycle limite attracteur de Van der Pol

Le système d'équations différentielles de Van der Pol a été introduit dans les années 1920 pour décrire des oscillations de circuits électriques ; il est utilisé depuis notamment dans des problèmes de physique et de biologie. Il s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{dX}{dt} = Y \\ \dfrac{dY}{dt} = -X + (1 - X^2)Y \end{Bmatrix}$$

Les solutions *X(t)* et *Y(t)* oscillent indéfiniment sans amortissement.
Exemple : à partir de *X(0)=0.1* et *Y(0)=0.1* leur détermination progressive par incréments de temps de 0.0001 donne le diagramme des phases suivant :

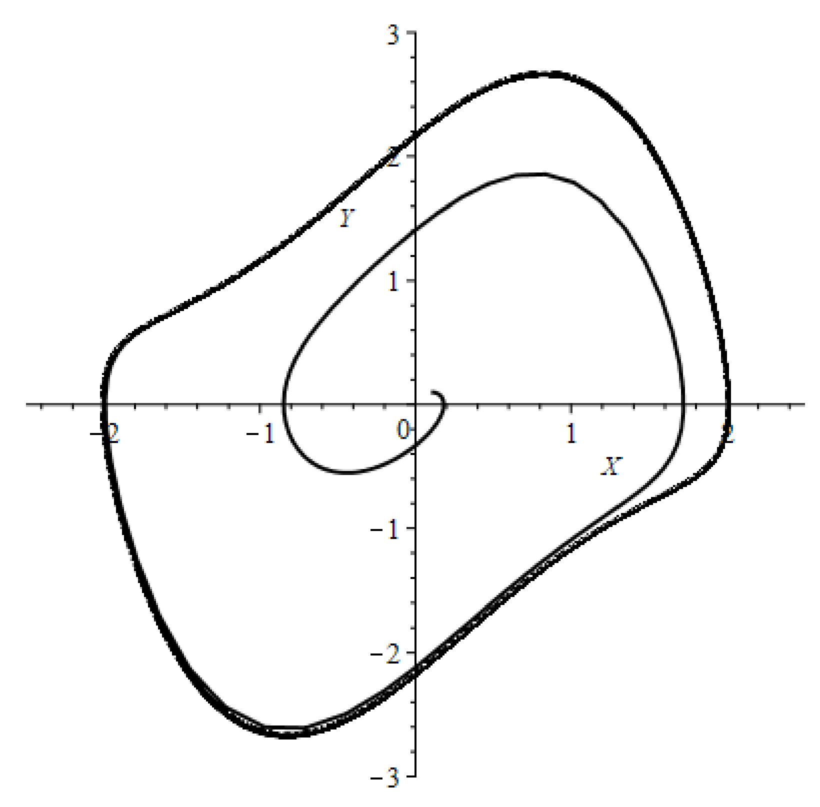


Diagramme des phases d'un système d'équations différentielles de Van der Pol :
le logiciel Maple a représenté 1 sur 1000 du million de points générés
par incréments *Δt=0.0001* à partir du point *X(0)=0.1, Y(0)=0.1*

On voit que la courbe décrite par le point (*X, Y*) lorsque *t* croît "s'enroule" autour d'un *cycle limite* fermé. Ce cycle est le même quel que soit le point initial (*X(0), Y(0)*) : c'est donc un *cycle limite* *attracteur*.

8.7.6 Equations différentielles autonomes à 2 variables

Source : [107] pages 331 et suivantes

Hypothèse limitative

Il s'agit ici seulement d'équations différentielles autonomes de la forme :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= f(X,Y) \\ \frac{dY}{dt} &= g(X,Y) \end{aligned}\right\}$$

dont les solutions (*X(t), Y(t)*) ont donc des dérivées qui dépendent seulement de *X* et de *Y* ; chaque point à un instant donné *t* détermine la totalité de l'évolution suivante : le système est parfaitement déterministe.

- Ces équations différentielles à deux variables sont *déterministes* et *continues*.
- Leur solution lorsque *t* varie n'est pas monotone.
- Elles ne peuvent devenir apériodiques à long terme.
- Deux courbes du diagramme des phases ne peuvent se croiser, car en un point donné (*X(t), Y(t)*) l'évolution n'a, par hypothèse, qu'un seul couple de dérivées.

  Deux courbes du diagramme des phases, issues de points de départ distincts, ne peuvent pas, non plus, être tangentes en un point donné tout en étant distinctes : les dérivées premières seraient alors égales. Cette possibilité théorique est exclue par l'hypothèse déterministe suivante : *l'évolution est entièrement définie par la connaissance des fonctions et de leurs dérivées premières*.

- Lorsque $t \to \infty$ les solutions (*X(t), Y(t)*) doivent tendre vers des points ou des cycles limites, attracteurs des ensembles de solutions venant de points de départ différents. Elles ne peuvent ni tendre vers l'infini, ni devenir apériodiques : ces résultats (Théorème de Poincaré-Bendixson) ont été démontrés par Henri Poincaré en 1892, et affinés par Ivar Bendixson en 1901.

Conclusion philosophique

Le comportement déterministe à long terme des systèmes décrits par des couples d'équations différentielles autonomes à deux variables est donc prévisible et prédictible, mais tout sauf évident. Des simulations numériques s'imposent.

8.7.7 Equations différentielles autonomes à 3 variables

Source : [186] pages 317 et suivantes.

Nous allons voir que lorsqu'il y a 3 fonctions du temps, *X(t), Y(t)* et *Z(t)* définies par un système d'équations différentielles de la forme :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= f(X, Y, Z) \\ \frac{dY}{dt} &= g(X, Y, Z) \\ \frac{dZ}{dt} &= h(X, Y, Z) \end{aligned}\right\}$$

l'évolution est fort différente de celle observée avec une ou deux fonctions.

8.7.7.1 Equations de Lorenz – Dynamique chaotique

Considérons l'exemple des fonctions de Lorenz, apparues lorsque le météorologue Edward Lorenz essaya de modéliser la prévision du temps et du climat au début des années 1960. En simplifiant beaucoup les équations de mouvement des gaz de Navier-Stokes, il aboutit au système suivant :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \sigma(Y - X) \\ \frac{dY}{dt} &= X(\rho - Z) - Y \\ \frac{dZ}{dt} &= XY - \beta Z \end{aligned}\right\}$$

1 - Evolution vers un point fixe attracteur

Attracteur de Lorenz

Avec les valeurs initiales suivantes : $X(0)=1$, $Y(0)=0$, $Z(0)=0$, $\sigma=10$, $\rho=8$, $\beta=2.667$, une intégration pas à pas avec des incréments de temps de 0.02 donne le diagramme des phases suivant :

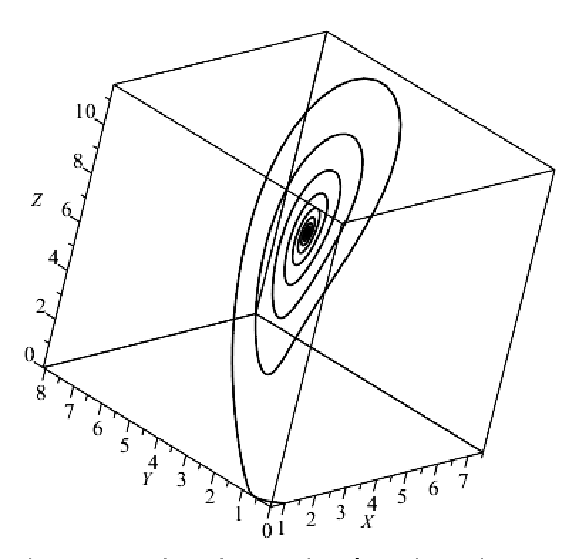


Diagramme des phases des équations de Lorenz
aboutissant à un point fixe voisin de X=4.25, Y=4.25, Z=7.0

La courbe gauche ci-dessus démarre au point (*1, 0, 0*) et forme une spirale non plane aboutissant au voisinage du point (*4.25, 4.25, 7.0*) lorsque $t \to \infty$.
Pour d'autres conditions initiales on trouve le même point final, *qui est donc un attracteur*.

2 - Evolution périodique

Avec les conditions initiales : *X(0)=50, Y(0)=50, Z(0)=50,* σ*=10,* ρ*=160,* β*=2.667*,
l'évolution des trois fonctions devient périodique à partir de t=6 (à peu près), avec des périodes assez compliquées comprenant plusieurs sommets d'amplitudes différentes. La courbe gauche du diagramme des phases ne se recoupe jamais :

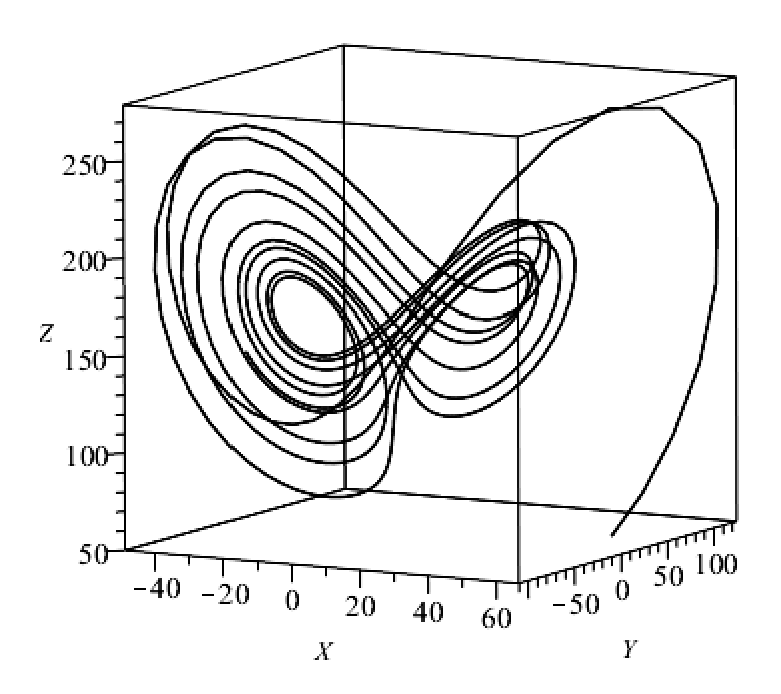


Diagramme des phases du début d'une évolution périodique
commençant en *X(0)=50, Y(0)=50, Z(0)=50*
(la partie périodique commence beaucoup plus tard)

Voilà donc un comportement surprenant si on le compare au précédent.

3 – Evolution chaotique

Avec les conditions initiales : *X(0)=50, Y(0)=50, Z(0)=50,* σ*=10,* ρ*=28,* β*=2.667*, l'évolution devient apériodique, les valeurs de *X* et *Y* basculant ensemble d'un des lobes à l'autre sans jamais repasser au même point : *l'évolution est chaotique*.

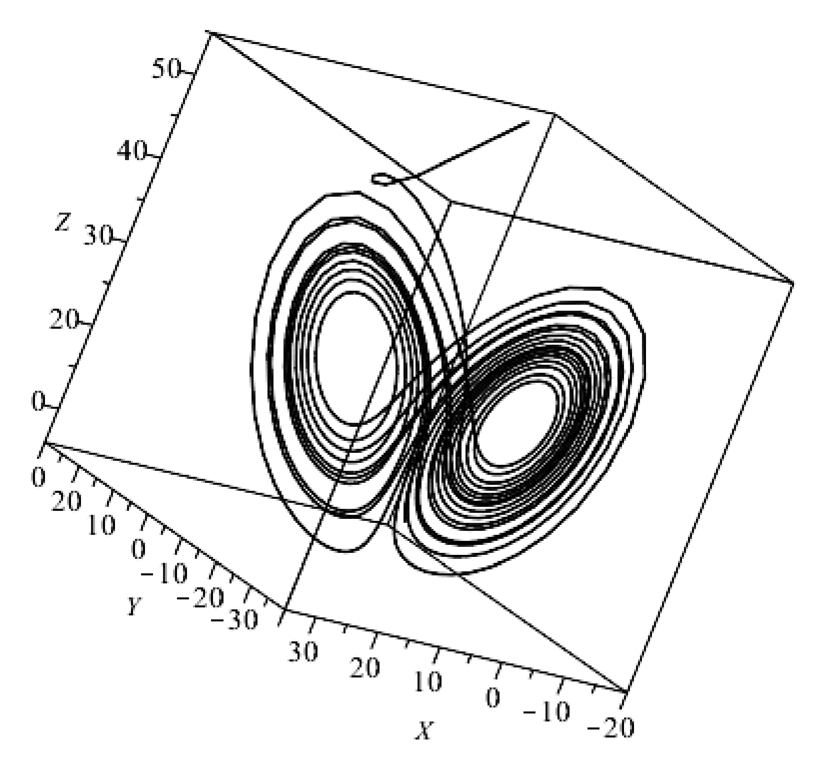


Diagramme des phases des équations de Lorenz : évolution chaotique

La trajectoire de la suite des points (*X(t), Y(t), Z(t)*) obtenus lorsque *t* croît à partir de 0 s'enroule autour d'une partie à deux lobes constituant un *attracteur* : les trajectoires issues d'autres valeurs initiales s'enrouleront aussi autour de lui. L'enroulement autour d'un des lobes est en sens opposé de l'enroulement autour de l'autre, chaque trajectoire passant d'un lobe à l'autre après quelques tours ; les trajectoires partant de points initiaux voisins peuvent se trouver, après un même nombre d'itérations, dans des lobes différents.

Ce modèle d'évolution correspond à un écoulement turbulent, où le fluide (l'air, l'eau, etc.) tourne alternativement dans un sens et dans l'autre, chaque sens correspondant à un lobe de l'espace des phases.

Attracteur étrange

L'attracteur de Lorenz précédent est qualifié d'*étrange* pour les raisons suivantes, souvent utilisées pour définir cette propriété :

- C'est un attracteur vers lequel convergent de multiples conditions initiales ;
  des trajectoires différentes restant « collées » à l'attracteur. Cet attracteur n'apparaît que dans l'évolution des systèmes dynamiques *dissipatifs* apériodiques.

  Remarque
  Les trajectoires des systèmes *conservatifs* restent confinées sur une surface d'énergie constante de l'espace des phases : elles n'évoluent pas vers un attracteur. Leur évolution, éventuellement compliquée, peut devenir apériodique, mais à dimension non fractale. [165]

- Lorsque la variable *t* croît, la suite des points sur l'attracteur étrange est elle-même chaotique, les trajectoires étant sensibles aux conditions initiales :
  pour des valeurs initiales proches elles peuvent sauter d'un lobe à l'autre (la rotation du fluide peut changer de sens).
- L'attracteur étrange est fractal, les boucles successives de la courbe présentant une auto-ressemblance. La dimension de cet attracteur a été estimée à 2.05 par [166].
- Selon [68] page 92 note 8, il n'existe pas de preuve déductive rigoureuse de l'existence d'un attracteur chaotique pour le système d'équations de Lorenz.

Compléments

- *Pourquoi la prévision météorologique à long terme est impossible* ;
- *Systèmes apériodiques dissipatifs - Attracteurs étranges - Déterminisme chaotique*.

Historique du caractère chaotique de certaines évolutions de systèmes
Les Américains ont tendance à attribuer la découverte des évolutions chaotiques à un compatriote, le météorologue Edward Lorenz, dans les années 1960. Ils ne savent pas que le premier scientifique à avoir découvert le phénomène est le français Henri Poincaré, en 1889 [167].

Nous savons aujourd'hui que le caractère chaotique apparaît dans de nombreux systèmes physiques, car c'est une propriété intrinsèque des systèmes d'équations différentielles qui les décrivent.

8.7.7.2 Conclusions philosophiques sur le déterminisme des évolutions régies par un système d'équations différentielles

Cet exemple montre qu'après un certain temps, certaines évolutions déterministes :

- *Peuvent conduire à des situations imprédictibles* : la seule façon de les connaître à une époque lointaine est de les calculer jusqu'à la date voulue ; **aucune prédiction n'est possible connaissant seulement l'état initial et les équations différentielles d'évolution**.

  Cette impossibilité de prédire un résultat sans avoir déroulé toutes les étapes qui y conduisent est analogue à celle qui concerne la prédiction du résultat d'un programme d'ordinateur : il n'y a qu'en l'exécutant qu'on peut connaître son résultat, la connaissance de son listing et des données initiales ne suffit pas. Cette analogie résulte du caractère itératif commun à la résolution de systèmes d'équations différentielles et de programmes d'ordinateur en général.

- *Ont un résultat très sensible aux conditions initiales*. Ainsi, une différence entre $X(0)=30.00$ et $X(0)=30.01$ (toutes choses égales par ailleurs) peut conduire à une différence considérable de $X(t)$ dès $t=9$.

  Les conséquences pratiques de cette sensibilité sont considérables : les systèmes physiques régis par de telles équations différentielles peuvent avoir un comportement imprévisible parce qu'on ne dispose pas d'une précision suffisante :

  - des paramètres des équations,
  - des opérations mathématiques du programme qui les résout en centaines de milliers d'étapes itératives,
  - et des données initiales.

- Selon [68] page 92, les systèmes dynamiques chaotiques ne s'étudient pas de manière déductive à partir de théorèmes généraux, on ne sait les étudier que par expérimentation numérique. Chaque expérience constitue alors une preuve dans un cas particulier, mais pas une explication causale : « c'est ainsi, mais on ne sait pas le justifier de manière déductive ».

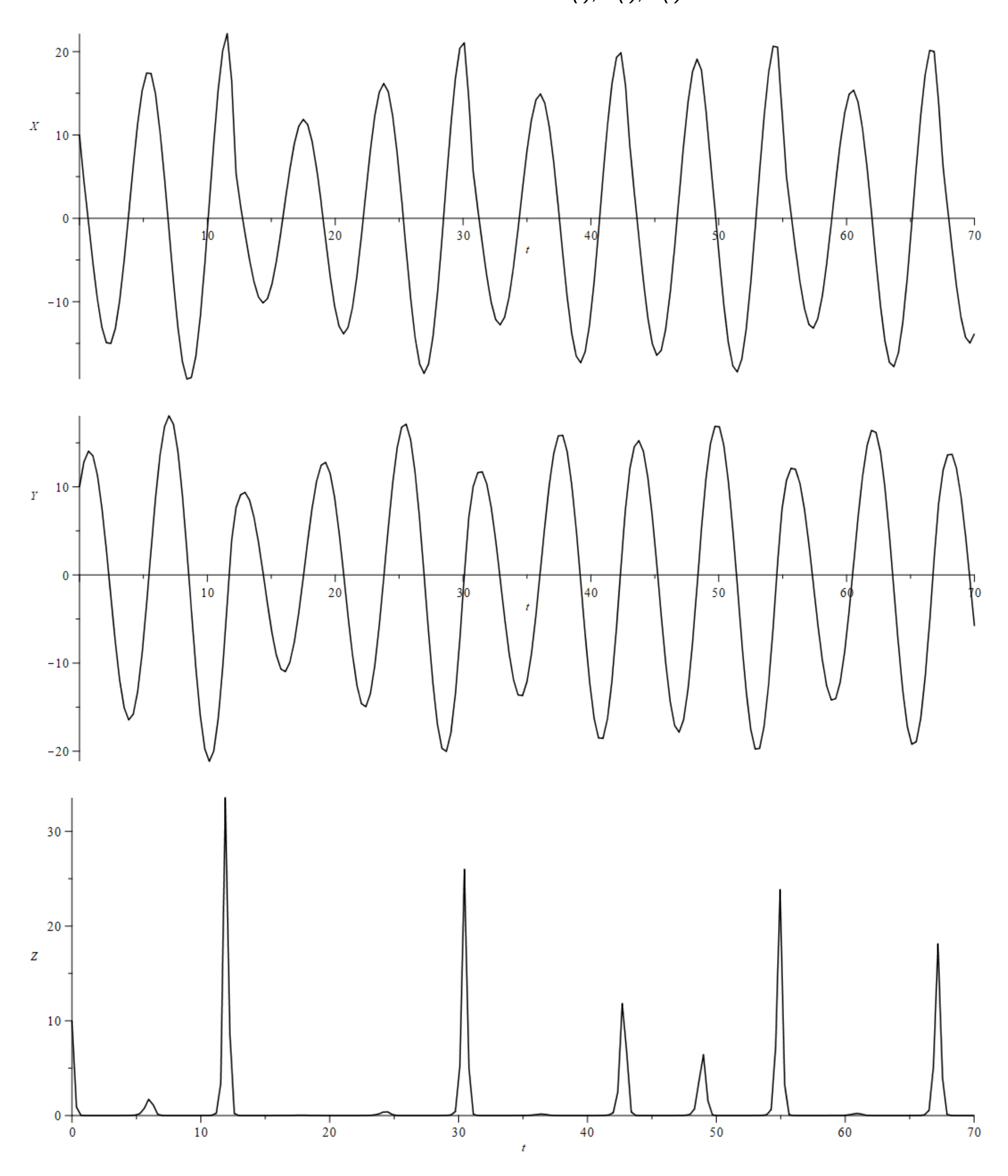
Shadowing theorem : énoncé
Bien que toute trajectoire calculée diverge exponentiellement de la trajectoire réelle (supposée calculée avec une précision infinie à partir des mêmes paramètres initiaux) il existe une trajectoire sans erreur à partir de paramètres initiaux légèrement différents qui suit « comme son ombre » la trajectoire calculée, avec une erreur aussi faible que l'on voudra. [168]

8.7.7.3 Attracteur de Rössler

En 1976, Otto Rössler proposa une version simplifiée des équations de Lorenz, dont *l'attracteur étrange* est plus facile à analyser et à représenter que celui de Lorenz.
Les équations différentielles de Rössler sont de la forme :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -Y - Z \\ \frac{dY}{dt} &= X + aY \\ \frac{dZ}{dt} &= b + Z(X - c) \end{aligned} \right\}$$

Voici les courbes d'évolution de *t=0* à *t=70* des variables *X(t), Y(t), Z(t)* :



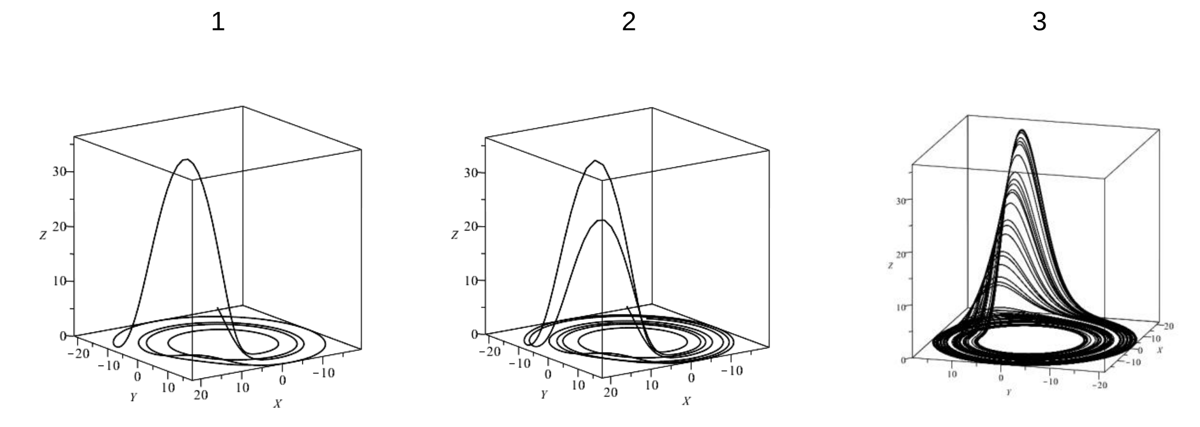
Nous avons tracé la succession d'états de ce système dynamique quand *t* augmente dans l'espace des phases (*X, Y, Z*) avec les conditions de départ suivantes à *t=0* :

a=0.1, *b=0.1,* *c=14*, à partir du point (*X(0)=10,* *Y(0)=10,* *Z(0)=10*)

en utilisant le logiciel de calcul mathématique MAPLE [145] sous Windows 10.
La solution a été si simple qu'aujourd'hui, avec un tel outil, le système de Lorenz n'est pas plus complexe à étudier que celui de Rössler.

Voici l'intégralité du "programme" MAPLE de génération de la courbe 3 :

```
with(DEtools):
with(plots):
a:=1: b:=1: c:=14:
sys:= {diff(x(t), t)=-y(t)-z(t), diff(y(t), t)=x(t)+a*y(t), diff(z(t), t)=b+z(t)*(x(t)-c)}:
DEplot3d(sys, [x(t), y(t), z(t)], t=0..300, [[x(0)=10, y(0)=10, z(0)=10]], scene= [x, y, z], stepsize=0.0001, linecolor=COLOR(RGB, 0., 0., 0.), thickness=0, maxfun= 200000);
```



3 étapes de la génération d'un attracteur de Rössler : la courbe 3 compte 3 millions de points

Comme c'était le cas pour l'attracteur de Lorenz, les trajectoires hors de l'attracteur y sont rapidement attirées, et une fois "sur" l'attracteur elles tournent dans le sens opposé des aiguilles d'une montre tout en étant chaotiques. Comme dans tout système déterministe d'équations différentielles, puisque les dérivées au point *t* ne dépendent que des coordonnées en ce point, deux courbes partant de points différents ne peuvent ni se couper ni être tangentes.

8.7.8 Equation de Navier-Stokes

L'équation de Navier-Stokes décrit l'écoulement d'un fluide incompressible en Mécanique des fluides. C'est une équation aux dérivées partielles qui tient compte de la viscosité du fluide :

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u}.\nabla \boldsymbol{u} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{u},$$ où :

- ***u*** est le vecteur vitesse du fluide ;
- *P* est la pression du fluide ;
- ρ est la densité du fluide ;
- ∇ est l'opérateur dérivatif de gradient "nabla" : $\nabla F = \{ \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \}$;
- *v* est la viscosité cinématique ;
- ∇^2 est l'opérateur laplacien : $\nabla^2 = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\}$

8.8 Déterminisme des formules, algorithmes et logiciels

Formules de calcul

Nous avons vu que le déterminisme de la nature régit, en plus de ses lois d'évolution, des lois et formules de calcul *de situation* traduisant des données initiales en un résultat final qui est leur conséquence, sans délai d'évolution.

Algorithmes de calcul

Un algorithme de calcul est écrit dans le cadre d'une axiomatique et un programme est écrit en un langage informatique. Les règles de déduction de l'axiomatique et les instructions du programme respectent les conditions du postulat de causalité et de la règle de stabilité : l'algorithme et le programme étant donc des suites de processus déterministes fournissent des résultats déterministes ; ils sont *globalement* déterministes.

Deux théorèmes importants

> **« Le résultat d'un algorithme ou d'un calcul n'est pas prédictible à la seule vue de leur texte. En particulier, on ne peut savoir s'ils produisent les résultats attendus qu'en déroulant l'algorithme par la pensée ou en exécutant le programme. »**
>
> **« Il n'existe pas d'algorithme général permettant de savoir si un programme donné s'arrêtera (donc fournira son résultat) ou non. »**

On ne peut pas, non plus, savoir si la progression vers ce résultat est rapide ou non : un programme peut se mettre à boucler, repassant indéfiniment sur la même suite d'instructions, et un algorithme peut converger très lentement ou même ne pas converger du tout ; si l'exécution d'un programme doit durer 100 ans personne ne l'attendra.

Il existe donc des processus déterministes :

- dont le résultat est imprévisible avant leur déroulement ;
- dont le déroulement peut durer si longtemps qu'on ne peut se permettre de l'attendre pour avoir le résultat.

Nous confirmons donc, sur cet exemple, que *le déterminisme d'un processus n'entraîne pas nécessairement la prédictibilité de son résultat*.

> Prédire un résultat d'évolution d'une variable consiste à prédire quel élément de son ensemble de définition résultera de l'application de la loi d'évolution, c'est-à-dire quel élément de cet ensemble la nature choisira à un instant donné. En physique atomique, la prédiction utilise la Mécanique quantique et a pour résultat un ensemble prédéterminé de valeurs ayant des probabilités ou densités de probabilité d'apparition.

8.9 Portée du déterminisme : locale ou globale

Le déterminisme *local* régit le passage d'une situation de départ à une situation d'arrivée sous l'effet d'une loi d'évolution locale (qui s'applique à la situation de départ indépendamment des situations qui l'ont précédée). Son application est de proche en proche : voir *Résolution des équations différentielles de proche en proche*.

Mais la forme locale n'est pas la seule que le déterminisme peut prendre. Il peut aussi, en agissant de manière plus *globale* :

- *Choisir une loi d'évolution parmi plusieurs possibles*, ce que nous verrons ci-dessous avec le *Principe de moindre action de Maupertuis*, le *Principe de Fermat* et les *Quasi-cristaux*.

  Mais le *Principe de correspondance* fait qu'aucune loi de portée donnée ne peut faire évoluer une même situation de manière différente de celle d'une loi d'une autre portée : la nature est cohérente et l'homme postule des lois cohérentes.
- *Grouper un certain nombre de variables*, en précisant une loi d'évolution globale qui interdit de connaître l'évolution d'une des variables prise isolément ;
  c'est le cas avec le déterminisme statistique, les variables complémentaires de la Mécanique quantique et ses particules corrélées.

8.9.1 Principe de moindre action de Maupertuis

Définition d'une action – Intégrale d'action

Maupertuis appelle *action* A_C lors du déplacement d'un point matériel dans un champ de force sous l'effet de celle-ci le long de l'arc de courbe *C*, de l'instant t_1 à l'instant t_2, le produit d'une énergie par un temps donné par l'action :

$$A_c = \int_{t_1}^{t_2} L(q_1,\ q_2, q_3;\ q'_1, q'_2, q'_3)\, dt$$

où :

- q_1, q_2, q_3 sont les coordonnées généralisées du point, fonctions du temps t ;
- q'_1, q'_2, q'_3 sont les vitesses généralisées du point, dérivées de q_1, q_2, q_3 par rapport au temps t ;

- $L(q_1, q_2, q_3 ; q'_1, q'_2, q'_3 ; t)$ est le *lagrangien* du point matériel, différence fonction du temps entre son énergie cinétique T et son énergie potentielle V.

$$L(q_1, q_2, q_3 ; q'_1, q'_2, q'_3 ; t) = T - V$$

Exemple : lorsqu'un point matériel de masse *m* se déplace sous l'action d'une force qui dépend d'un champ de potentiel où son énergie est *V*, l'application de cette loi s'écrit, pour la coordonnée *x(t)* qui a pour dérivées $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ et $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$:

$$L = T - V = \frac{m}{2}\dot{x}^2 - V(x), \quad \text{D'où :}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m\dot{x} \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m\ddot{x}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta q} &= \frac{\partial V}{\partial x} \\ m\ddot{x} + \frac{\partial V}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{(Equations de Lagrange)}$$

Remarque : la force *F* qui agit sur la masse *m* dans le champ de potentiel *V* est, selon l'axe *x*, la composante du gradient $-\frac{\partial V}{\partial x}$ de *V* selon cet axe ; elle se déduit de l'équation de Lagrange :

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = F_x = m\frac{d^2x}{dx^2}$$

Les équations du mouvement de Newton se déduisent de celle de Lagrange.

Principe de moindre action

Le « Principe de moindre action » (qui est un théorème démontrable) affirme que parmi toutes les trajectoires possibles d'un point matériel entre deux points *A* et *B*, *celle qui est choisie par la nature est celle qui minimise l'action*.

On démontre que ce principe :

- est indépendant du choix des coordonnées ;
- équivaut aux lois du mouvement de Newton, dont il remplace la détermination du mouvement de proche en proche par une approche globale.

Enoncé philosophique

> **« Parmi toutes les trajectoires possibles d'un point matériel entre deux points *A* et *B*, la nature choisit celle qui minimise l'action. »**

Avant de connaître le Principe de moindre action, nous savions que la trajectoire du point matériel était déterminée *de proche en proche* à partir de sa position initiale, qu'elle soit calculée à partir de son équation différentielle par intégration ou selon l'une des méthodes d'Euler ou de Runge-Kutta (voir *Résolution des équations différentielles de proche en proche*). La nature faisait donc comme si, en chaque point de cette trajectoire, elle en cherchait une nouvelle en ignorant à la fois le passé et l'avenir de son évolution.

Mais d'après le Principe de moindre action, la nature détermine *globalement* sa trajectoire en respectant, en plus, le critère d'intégrale d'action minimum.

Ces deux trajectoires étant identiques, nous devons en conclure que les lois du mouvement correspondantes sont deux représentations humaines de la même loi physique, vues à des échelles différentes. Cette constatation valide notre modèle du déterminisme où il y a, pour chaque système, une Loi globale d'évolution physique dont l'homme imagine des vues particulières qui doivent être cohérentes.

8.9.2 Principe de Fermat

Le principe de Fermat est l'un des deux axiomes fondamentaux de l'optique géométrique, axiomes sur la base desquels toute axiomatique de cette science doit être construite :

- 1er axiome : propagation rectiligne de la lumière (dans un espace homogène sans courbure) ;
  « Dans un milieu homogène d'un espace plat (=euclidien) la lumière se propage en ligne droite. »

- 2e axiome : principe de Fermat proprement dit :
  « Le chemin optique parcouru par le rayon lumineux qui va de *A* à *B* à travers *p* milieux intermédiaires d'indices respectifs $n_1, n_2, \dots n_p$ séparés par des surfaces réfringentes quelconques est maximum ou minimum. »

  (Et comme en général le chemin optique maximum est infiniment long, le seul chemin physiquement acceptable et constaté est le plus rapide ; dans un milieu unique et homogène, ce chemin est une ligne droite.)

  Vitesse de la lumière
  Dans le vide, la lumière se propage à la vitesse c = 299 792.458 km/s exactement (c'est une des constantes fondamentales de l'Univers).
  Ci-dessous nous appellerons v la vitesse de la lumière dans un milieu différent,
  v étant toujours inférieur à c.

  Indice de réfraction
  On appelle *indice* (absolu) d'un milieu le rapport $n = c/v$. L'indice n est donc le nombre de fois que la lumière va plus vite dans le vide que dans le milieu donné. D'après [93] page 415, l'indice du vide est (par définition) 1, celui de l'air est 1.00029 et celui de l'eau 1.333.

  Chemin optique
  En appelant $e_1, e_2, \dots e_p$ les distances respectives parcourues par un rayon lumineux donné dans les p milieux d'indices $n_1, n_2 \dots n_p$, le *chemin optique* de A à B est la longueur totale
  $L = n_1e_1 + n_2e_2 + \dots + n_pe_p$. L est donc la distance que parcourrait la lumière dans le vide pendant le temps qu'elle met à parcourir la somme des distances $e_1 + e_2 + \dots + e_p$ dans les milieux respectifs.

  Le principe de Fermat affirme que parmi tous les chemins possibles de A à B traversant les p milieux, celui qui est choisi par la lumière est celui qui rend minimale la longueur totale L (c'est-à-dire le temps de parcours théorique de la lumière dans le vide correspondant à son parcours réel dans les milieux donnés).

  Autre énoncé du principe de Fermat

  « Entre deux points donnés la lumière choisit le chemin le plus rapide. »
  (celui qu'elle mettra le moins de temps à parcourir compte tenu des indices de réfraction).

8.9.3 Lois de Descartes

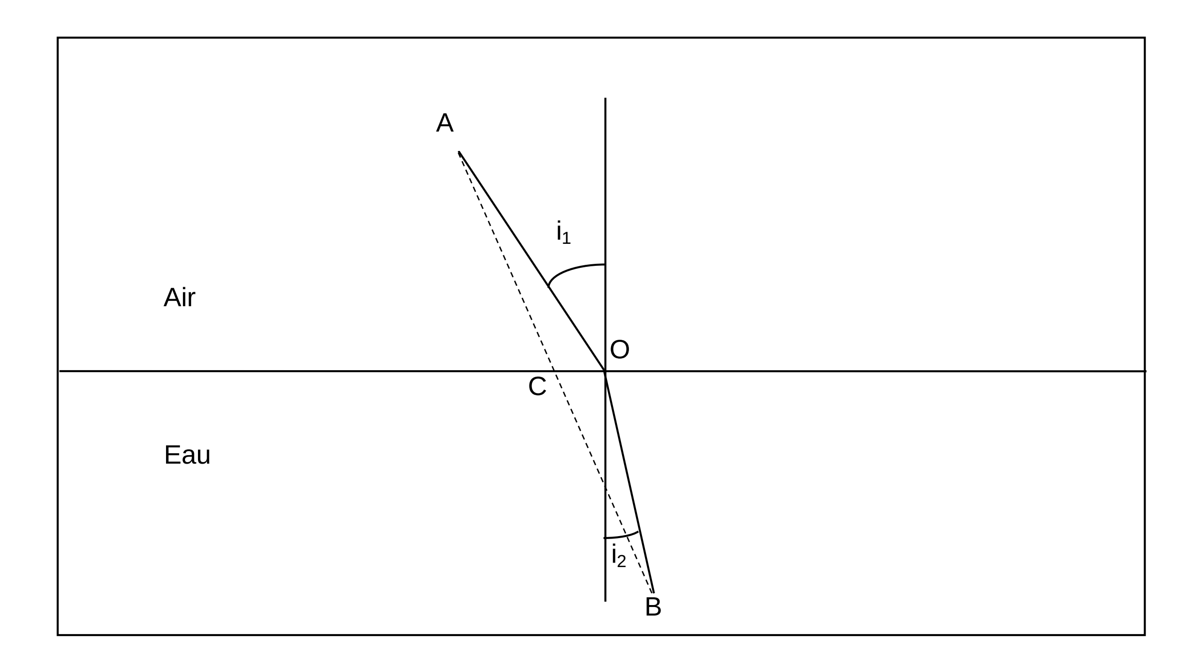
Les lois de Descartes décrivent le changement de direction (réfraction) d'un rayon lumineux qui passe d'un milieu "*1*" (d'indice n_1) à un milieu "*2*" (d'indice n_2) comme suit :

- 1re loi : le rayon réfracté dans le milieu "*2*" est dans le plan d'incidence défini dans le milieu "*1*" par ce rayon et la normale au point d'impact à la surface séparant les deux milieux ;
- 2e loi : il existe un rapport constant entre les sinus des angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 conformément à la formule :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

On démontre que ces lois sont équivalentes au principe de Fermat.

Exemple de réfraction :



Pour passer du point *A*, dans l'air, au point *B*, dans l'eau, la lumière ne parcourt pas le chemin en ligne droite *ACB*, mais le chemin *AOB* tel que les angles avec la verticale i_1 et i_2 satisfont la loi de Descartes $n_1 sin i_1 = n_2 sin i_2$, loi qui rend le chemin optique *AOB* plus court (en temps de parcours) que le chemin *ACB* compte tenu des indices de réfraction ; le temps nécessaire à la lumière pour parcourir *AOB* est plus court que pour *ACB*.

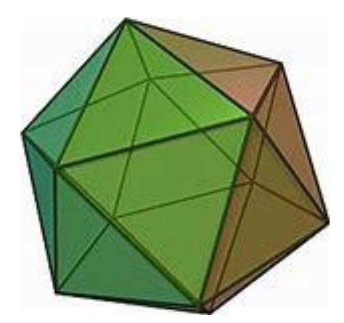
Conséquence de la réfraction : un observateur en *A* qui veut voir le point *B* doit regarder en direction de *O* et non de *C* ; un observateur en *B* qui veut voir *A* doit aussi regarder en direction de *O*.

8.9.4 Quasi-cristaux

Dernier exemple de déterminisme global (ou plus exactement « à grande distance ») : la structure atomique des quasi-cristaux, dont la découverte par Daniel Schechtman a été récompensée par le Prix Nobel de chimie 2011.

Dans un cristal « normal » la construction (cristallisation) se fait par ajout d'atomes un par un, à des emplacements compatibles avec les atomes voisins, pour respecter des motifs simples comme les symétries de rotation d'ordre 2, 3, 4 ou 6, *les seules permises par la théorie traditionnelle* [169].

Dans un quasi-cristal (forme de matière découverte fortuitement en 1984 et dont on connaît aujourd'hui plus de 100 variétés) la structure des atomes est déterministe, fortement ordonnée *à grande distance* (et non pas par rapport aux seuls atomes voisins) et avec des symétries de rotation interdites par la théorie des cristaux normaux. On trouve ainsi, par exemple, des symétries de rotation en icosaèdre, solide régulier dont les 20 faces sont des triangles équilatéraux ! [170]



Icosaèdre - © Wikipédia Creative Commons

Tout se passe dans la construction d'un quasi-cristal comme s'il existait des liaisons cristallines à grande distance caractéristiques d'un nouvel état de la matière. Nous n'entrerons pas dans le détail du phénomène complexe et insuffisamment connu des quasi-cristaux, car ce qui nous intéresse du point de vue déterminisme apparaît suffisamment dans ce qui précède :

> **« Il existe des phénomènes dont le déterminisme est global et prend en compte des éléments beaucoup plus nombreux ou plus éloignés que ceux auxquels on s'attend d'après le déterminisme classique local. »**
>
> En outre, la Mécanique quantique (qui régit les liaisons entre atomes) s'applique aussi à des phénomènes à une échelle bien plus grande que l'échelle atomique.

8.9.5 Le déterminisme étendu peut abolir les distances et les durées

L'expérience de séparabilité relatée dans [96] a une conséquence importante en matière de déterminisme étendu : *l'abolition possible des distances et des durées dans certaines circonstances*.

En effet, le devenir de deux photons intriqués *A* et *B*, produits ensemble et décrits par une fonction d'onde commune, est déterminé en commun, en ce sens que ce qui arrive à l'un ne peut pas ne pas retentir sur l'autre, *quelle que soit sa distance* : la conséquence d'une mesure du photon *A* (mesure qui le détruit obligatoirement par absorption) est propagée instantanément au photon *B*, à une vitesse infinie - donc plus rapide que celle de la lumière ; le photon *B* est détruit en même temps que le photon *A*. On peut interpréter cela comme le fait que les deux photons intriqués distants forment un système global (il y a non-séparabilité), parce qu'ils ont et conservent un état quantique commun ; *en cas de non-séparabilité, tout se passe comme si le déterminisme agissait à distance en un temps nul et avec un transfert d'énergie nul*.

> L'action déterministe à distance par non-séparabilité ne propage pas, non plus, d'information : elle ne peut servir à transmettre instantanément un message ; l'intrication préservée se constate seulement après coup.

Sachant que dans une des expériences [96] la distance entre les photons *A* et *B* a été de 144 km, chacun est en droit d'être stupéfait et de se sentir obligé de remettre en question quelques-unes de ses représentations mentales du monde et de ses lois…

La non-séparabilité est une conséquence de l'absence de variables cachées, c'est-à-dire du fait que l'état quantique d'un système décrit *tout* ce qu'on peut en savoir ; et quand un système de particules fait un tout son unité n'est pas détruite par sa déformation, mais seulement par une action irréversible sur une (ou des) particule(s).

> **« Un système de particules intriquées peut atteindre une taille immense sans perdre son unité. Les conséquences d'une action sur l'une de ses particules se propagent à toutes les autres en un temps nul, sans transfert d'énergie. »**

C'est là une loi d'interruption du déterminisme étendu.

8.9.6 Conclusion sur le déterminisme global

Le déterminisme agit donc aussi parfois globalement, comme s'il était soumis à une finalité. Les situations intermédiaires entre le début et la fin d'une évolution sont alors déterminées par celle du début (« oubliée » dès sa première conséquence dans le déterminisme de proche en proche) et celle de la fin (qui n'est pas encore arrivée). Mais, comme on le voit dans le principe de Maupertuis, ce paradoxe n'est qu'apparent :

> **« Le déterminisme des lois d'évolution a deux niveaux de portée, un global et un ponctuel. Lorsque le déterminisme choisit une loi globale, la loi ponctuelle (de proche en proche, si elle existe) complète la loi globale, qui demeure valable. »**

Ce double comportement n'est pas exceptionnel, il a une analogie en Mécanique quantique, pour une particule qui est tantôt corpuscule tantôt onde, selon l'expérience.

Le comportement global d'un mouvement, choix de trajectoire découvert par Maupertuis en 1744 *après* le comportement ponctuel $\boldsymbol{F} = m\gamma$ exposé par Newton en 1687, constitue une extension des lois du mouvement de Newton.

Philosophiquement, la notion de niveau qui peut être soit local soit global est purement humaine et résulte d'un jugement arbitraire. Il vaut mieux se représenter la nature comme régie par une Loi globale d'évolution, dont l'homme découvre des aspects (lois particulières) adaptés à des systèmes qui l'intéressent, lois régies dans chaque situation par une loi d'interruption aussi complexe qu'il faut.

8.9.7 Déterminisme global et déterminisme de proche en proche

L'approche « moindre action » de la *mécanique* (science du mouvement sous l'action de forces), proposée par Maupertuis en 1744 dans le cadre de la *Mécanique analytique*, se trouve particulièrement apte à traiter les théories qui considèrent, non un seul mouvement réel, mais une collection de mouvements possibles, c'est-à-dire la *Mécanique statistique* et la *Mécanique quantique*. Elle est donc d'une grande importance. Voir *Mécaniques rationnelle, analytique et statistique*.

Le déterminisme, postulat régissant l'évolution d'une situation (comme la trajectoire d'un objet soumis à une force) sous l'action de lois physiques, affirme que cette évolution n'est pas quelconque (imprécise, indéterminée ou soumise au hasard). L'existence du Principe de moindre action montre qu'une évolution entre un état initial et un état final peut aussi être déterminée (choisie par la nature parmi plusieurs évolutions théoriquement possibles) en fonction de ces deux seuls états, et que les états intermédiaires en résulteront.

En fait, limiter le déterminisme à une action de proche en proche est faire preuve de myopie. Il n'y a pas de raison de déduire un mouvement de la seule situation initiale au voisinage du point de départ *A*, *en ignorant l'ensemble du champ de force (s'il existe) dans lequel a lieu le mouvement*. Si on prend en compte l'ensemble du champ, il n'est pas étonnant qu'une loi globale de la mécanique, le principe de moindre action, en tienne compte et détermine une trajectoire globale qui dépend du champ tout entier. Le champ en un point *M* et la force qui en résulte ne sont que les manifestations ponctuelles, en *M*, du champ dans son ensemble.

A la réflexion, une détermination globale d'une trajectoire en fonction de conditions globales est tout aussi logique et naturelle qu'une détermination locale, de proche en proche. Du reste, l'application du principe de moindre action entre deux points très voisins d'une trajectoire est aussi valable que son application entre points lointains, et minimise également l'intégrale d'action ; et son application répétée autant de fois qu'il faut donne le même résultat qu'une application directe entre points éloignés.

Les deux approches pour déterminer une trajectoire, l'approche locale et l'approche globale, utilisent le même principe de mécanique, la *conservation de l'énergie totale d'un système isolé dans un champ de force*, mais elles l'utilisent différemment : l'approche globale calcule directement la trajectoire menant à la destination, alors que l'approche locale calcule une infinité de destinations successives de proche en proche.

> En réalité, le concept d'échelle locale ou globale est strictement humain, la nature ne s'en sert pas : dans une situation donnée, elle applique la Loi globale d'évolution, avec tous ses paramètres.

Parmi les trajectoires possibles d'un objet pesant dans un champ de force, le choix de celle qui minimise l'action est analogue au choix par la lumière de la trajectoire qu'elle parcourt entre deux points *A* et *B* d'un milieu optique (d'indice de réfraction constant ou non) : *elle emprunte toujours le chemin qui prend le moins de temps à parcourir*. Dans l'espace habituel (espace euclidien, à courbure nulle), c'est une ligne droite. A la surface d'une sphère, c'est l'arc de grand cercle le plus court passant par *A* et *B* (et dont le centre est, par définition, celui de la sphère). La courbure de la lumière provenant d'une galaxie lointaine par une galaxie située entre elle et la Terre (galaxie dont la masse déforme l'espace-temps) produit le phénomène de *lentille gravitationnelle*, prévu par Einstein dans la théorie de la Relativité générale et observé tous les jours par les astronomes.

8.10 Déterminisme, prédictibilité et précision des résultats

Nous avons vu que, dans le cas général, le déterminisme d'une loi de la nature n'entraîne ni la prédictibilité de ses résultats, ni leur précision.
Dans les définitions du postulat de causalité et du déterminisme scientifique nous avons renoncé à prédire un résultat d'évolution. Mais comme une cause déclenche l'application d'une loi de la nature, le problème de prédire un résultat d'évolution devient celui de prédire le résultat de l'application d'une telle loi.

Remarques philosophiques préalables
La nature « connaît » des situations-causes et les lois qu'elle applique automatiquement à chacune, mais elle ne connaît pas la notion *humaine* de résultat. Nous pouvons donc éliminer tout de suite une cause d'impossibilité de prévoir indépendante de la nature : l'intervention du surnaturel. Il est clair que si nous admettons la possibilité qu'une intervention surnaturelle déclenche, empêche ou modifie le déroulement d'une évolution naturelle, nous renonçons en même temps à prévoir scientifiquement son résultat.

Dans ce texte sur le déterminisme nous postulons donc le matérialisme, qui nie l'existence de faits surnaturels ou transcendants.

En outre, aucune interaction avec un éventuel extérieur de l'Univers n'est possible du fait de la Relativité, car l'expansion de l'Univers étant plus rapide que la vitesse de la lumière cette interaction violerait la contrainte de vitesse maximum. Cela exclut toute intervention transcendante de l'extérieur de l'Univers vers l'intérieur ou de l'intérieur vers l'extérieur.

Nous exclurons aussi toute intervention provenant de l'intérieur mais n'obéissant à aucune loi de la nature, car nous avons adopté le Principe de raison et précisé la notion de hasard et sa portée. *Cette nécessité de validation d'une affirmation par l'expérience, par sa falsifiabilité et par l'absence de preuve de fausseté ou de contradiction distingue une théorie scientifique d'une explication magique, surnaturelle ou fantaisiste.*

8.10.1 Autocorrélation
Une évolution quasi périodique est déterministe, comme une évolution périodique : à partir de conditions initiales données et d'un modèle d'évolution représenté par un système d'équations différentielles, on peut calculer cette évolution au moins numériquement de proche en proche, et la prédire aussi longtemps à l'avance que l'on voudra.

Il existe une méthode théorique de caractérisation de l'évolution d'un système permettant de déterminer sa prédictibilité, c'est-à-dire la possibilité de déterminer la valeur d'une de ses variables, $x(t + k)$ à l'instant $t + k$, connaissant la valeur $x(t)$ à l'instant t ; une suite ainsi autocorrélée est corrélée à elle-même, avec un décalage donné.

Cette méthode consiste à étudier la variation d'une fonction dite *d'autocorrélation temporelle*, $C(k)$, qui caractérise la similitude des valeurs de $x(t + k)$ avec ses valeurs antérieures $x(t)$. Si $C(k)\rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$ l'évolution n'est pas prédictible ; elle n'est ni périodique ni même quasi périodique, elle n'a aucune régularité. Au contraire, si $C(k)$ reste non nul à long terme, l'évolution présente une régularité qui la rend prédictible.

8.10.2 Imprédictibilité et principe d'incertitude de Heisenberg
La nature a des cas d'indétermination dus au principe d'incertitude de Heisenberg, où *des variations sans cause sont possibles parce que c'est l'absence de variation (c'est-à-dire une valeur précise, stable) qui est impossible*. Mais même lorsqu'on a la certitude d'être en présence d'un tel phénomène on ne peut l'attribuer au hasard, car les variations ne sont alors pas quelconques, elles restent soumises à la borne inférieure $\Delta E \,.\, \Delta t > ½\hbar$; et si on espace les mesures (Δt grand) on diminue l'amplitude de leur variation d'énergie (ΔE petit), éventuellement jusqu'à rendre invisibles ces variations dans la moyenne de long terme de la valeur mesurée.

Cette indétermination ne met pas en cause le déterminisme, mais la possibilité dans certains cas de définir un état précisément ou de manière stable, comme le voulait à l'origine le déterminisme.

8.10.3 Systèmes apériodiques – Attracteurs étranges
Lorsque l'évolution à long terme d'un système n'est ni périodique ni même quasi périodique, elle est dite *apériodique*. Elle ne présente alors aucune régularité permettant de prévoir un état futur connaissant un ou plusieurs états du passé, et on ne peut déterminer empiriquement l'expression mathématique de sa loi d'évolution : elle n'est alors pas prévisible et donc pas prédictible non plus. L'évolution d'un tel système n'est pas prévisible, même approximativement et à court terme, et même disposant d'un nombre important d'expériences. Enfin, tout résultat d'évolution est unique, aucune valeur n'apparaissant plus d'une fois.

On ne connaît pas d'évolution de ce type dans la nature, et si on en connaissait une on disposerait d'un cas réel de hasard ! Mais l'homme a défini des systèmes dynamiques apériodiques par leur(s) équation(s) : voir l'exemple de la fonction logistique où *r = 4*, qui montre que le déterminisme étendu régit même les évolutions à loi apériodique si cette loi est connue.

Systèmes apériodiques dissipatifs - Attracteurs étranges - Déterminisme chaotique

On démontre qu'une courbe représentant l'évolution temporelle d'un système dissipatif dans un espace des phases possédant au moins 3 dimensions (correspondant à au moins 3 degrés de liberté) converge vers un attracteur d'un type particulier appelé « attracteur étrange ».

> **« Un système dissipatif avec au moins 3 degrés de liberté évolue vers un attracteur étrange. »**

Cet attracteur a les propriétés suivantes :

- L'attracteur étrange est une courbe de dimension *fractale* (=non entière) inférieure au nombre de dimensions de l'espace des phases, comprise entre 2 et 3 dans le cas d'un espace des phases à 3 dimensions. Cette courbe a des propriétés d'auto-similitude. Voir chapitre *Fractales*.
- Deux trajectoires d'évolution sur l'attracteur, partant de points aussi proches que l'on veut, divergent : au bout d'un temps donné, parfois court, elles atteignent des points de l'attracteur qui peuvent être bien plus éloignés que leurs points de départ.

  Connaissant le point de départ d'une évolution (sur l'attracteur) *avec une précision parfaite*, cette évolution est déterministe et calculable pour un avenir aussi lointain que l'on voudra. Mais la moindre erreur ou différence sur ces conditions initiales ou le moindre arrondi dans des calculs à 10 chiffres de précision, peut entraîner des différences d'évolution importantes.

  Il y a là une *sensibilité extrême aux conditions initiales*, sensibilité qui rend imprévisible en pratique, avant son début, la fin d'une évolution commencée sur l'attracteur, faute d'une précision infinie ; on peut seulement affirmer que le point représentant son état restera *quelque part* près de l'attracteur.

  **« Deux trajectoires partant de points proches de l'attracteur divergent ;
  l'évolution est sensible aux conditions initiales : connaissant un point de départ on ne peut prédire le point final. »**

  L'évolution est alors dite « déterministe chaotique », et il ne peut exister d'algorithme *utilisable* prédisant l'état (la valeur d'une variable impactée par l'évolution) à l'instant $t + h$ connaissant l'état à l'instant t, faute de stabilité par rapport aux conditions initiales. Par contre, un instant même court *après* son début, une évolution commencée sur l'attracteur a un déroulement et une fin prévisibles et prédictibles, même quand l'état final est périodique, quasi périodique ou apériodique.

  « Connaissant le début d'une évolution commencée sur l'attracteur pendant un temps même court on peut prédire sa fin, même si l'évolution est périodique, quasi périodique ou apériodique. »

  Enfin, *la connaissance de l'état actuel ne permet de reconstituer aucun état passé* : *les systèmes dissipatifs chaotiques ne respectent pas le principe de conservation de l'information* parce que chacun des caractères dissipatif et sensible aux conditions initiales les rend non déterministes.

  **« Les systèmes dissipatifs chaotiques ne conservent pas l'information :
  connaissant l'état actuel on ne peut retrouver un état antérieur. »**

Un tel attracteur est dit « étrange » parce que la dissipation d'énergie y fait *converger* les courbes d'évolution en même temps que la sensibilité extrême aux conditions initiales y fait *diverger* des évolutions commençant en des points très voisins.
Voir la définition plus rigoureuse d'un attracteur au paragraphe *Définition rigoureuse d'un attracteur de l'espace des phases*.

Le chaos déterministe est donc un type d'évolution dont le résultat est calculable, mais seulement quand il est trop tard, ce qui le rend inutilisable. Cette évolution n'est pas quelconque (au hasard), elle respecte la position sur l'attracteur étrange (quand le système est dissipatif) et les lois physiques, notamment celles de la thermodynamique quand il s'agit d'un système physique.

Systèmes apériodiques conservatifs

**« Le phénomène de chaos déterministe peut aussi affecter des systèmes conservatifs :
la sensibilité aux conditions initiales n'est pas réservée aux systèmes dissipatifs. »**

> Exemple : *problème des trois corps* [171] de Poincaré (Soleil, planète et satellite, par exemple). L'orbite du satellite, en principe elliptique autour de la planète, est perturbée par l'influence gravitationnelle du Soleil et d'autres planètes. On calcule alors des orbites approchées prenant

en compte, par ordre d'importance décroissante, les perturbations dues aux autres planètes. voir le paragraphe *Problème des trois corps*.

8.10.3.1 Pourquoi la prévision météorologique à long terme est impossible

Exemple d'évolution vers un attracteur étrange : le système de Lorenz
(Voir les solutions de ce système dans *Equations de Lorenz – Dynamique chaotique*)

Pour tenter de comprendre pourquoi les prévisions météorologiques étaient si peu fiables, le météorologue Edward N. Lorenz modélisa la convection naturelle (air chaud qui monte, air froid qui descend) en la simplifiant beaucoup. Il aboutit au système d'équations différentielles suivant :

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = p(y-x) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{array}\right\}$$

où *x, y* et *z* sont les coordonnées dans un espace des phases à 3 degrés de liberté, *p* est le nombre de Prandtl, *b* est un facteur de forme et *r* est un paramètre de contrôle proportionnel au nombre de Rayleigh. Ce système d'équations non linéaires est déterministe, mais il est impossible à intégrer analytiquement dans le cas général, ses solutions (calculées point par point en ordinateur) sont chaotiques, les courbes d'évolution tendent vers un attracteur étrange, et une évolution commencée sur cet attracteur a une extrême sensibilité aux conditions initiales. Cette sensibilité explique l'impossibilité d'une prévision météorologique à long terme, la situation initiale ne pouvant jamais être connue avec une précision absolue.

L'imprédictibilité est même souvent plus grave encore : il arrive que la sensibilité aux conditions initiales empêche de prédire sur quel lobe de l'espace des phases le point représentatif de l'état du fluide se trouvera, c'est-à-dire dans quel sens il tournera.

Nous avons donc là un exemple d'évolution déterministe chaotique imprédictible. Nous pouvons seulement espérer que la loi d'évolution permette une prédiction de précision acceptable pendant un temps limité appelé *horizon de prédictibilité*. Celui-ci peut être satisfaisant pour des événements comme les dates d'éclipses de lune ou de soleil, prévisibles plusieurs siècles à l'avance, mais pas pour les turbulences des écoulements d'air sur les bords d'une aile d'avion.

8.10.4 Changement de loi d'évolution par bifurcation – Valeur critique

Il arrive que le changement de valeur d'un paramètre d'une loi d'évolution provoque un changement *de nature* de la solution du modèle mathématique de cette loi lorsque cette valeur franchit une certaine valeur, qualifiée de critique ; on peut ainsi, par exemple, passer d'une solution stationnaire à une solution périodique, ou sauter d'un bassin d'attraction à un autre.

Espace des états

Dans un espace des états où l'un des axes représente le paramètre à valeur critique α, et un autre axe une grandeur caractéristique *x* de la loi d'évolution considérée (voir *Diagramme des phases d'un phénomène d'évolution*), la courbe représentant *x* en fonction de α présente une bifurcation au point critique $\alpha=\alpha_c$; cette bifurcation peut présenter deux ou plusieurs branches. Le point critique est un *point singulier* du diagramme des phases. Une bifurcation correspond à la transition d'un premier bassin d'attraction avec son attracteur à un autre bassin d'attraction avec son attracteur.

Il peut ainsi arriver que, tant que $\alpha<\alpha_c$, un système dissipatif évolue **vers un point attracteur**, et dès que $\alpha>\alpha_c$ il évolue **vers un cycle limite**. La valeur $\alpha=\alpha_c$ est appelée *valeur critique* du paramètre α. Lorsque celui-ci franchit la valeur α_c, la solution des équations d'évolution change. Ce changement peut être progressif, par exemple lorsque la courbe d'évolution du système passe de la convergence vers un point attracteur à la convergence vers un cycle limite de taille ponctuelle, qui grossit à mesure que α s'éloigne de α_c. Le changement peut aussi faire passer d'une évolution stable à une évolution instable, où l'une des variables de l'espace des états grandit indéfiniment. On voit aussi sur l'exemple de la bifurcation le danger d'extrapoler ou interpoler. Au sujet des bifurcations, voir aussi la *turbulence*.

Exemple. Le diagramme des phases d'un corps pur comme l'eau ci-dessous représente les courbes de changement d'état en fonction du couple de variables température et pression :

1 – courbe de sublimation
2 – courbe de fusion
3 – courbe de vaporisation

Pour une température ou une pression au-delà du point critique, le changement de phase entre liquide et gaz se produit sa façon continue, sans qu'une surface séparatrice apparaisse. Au point triple, les trois phases coexistent.

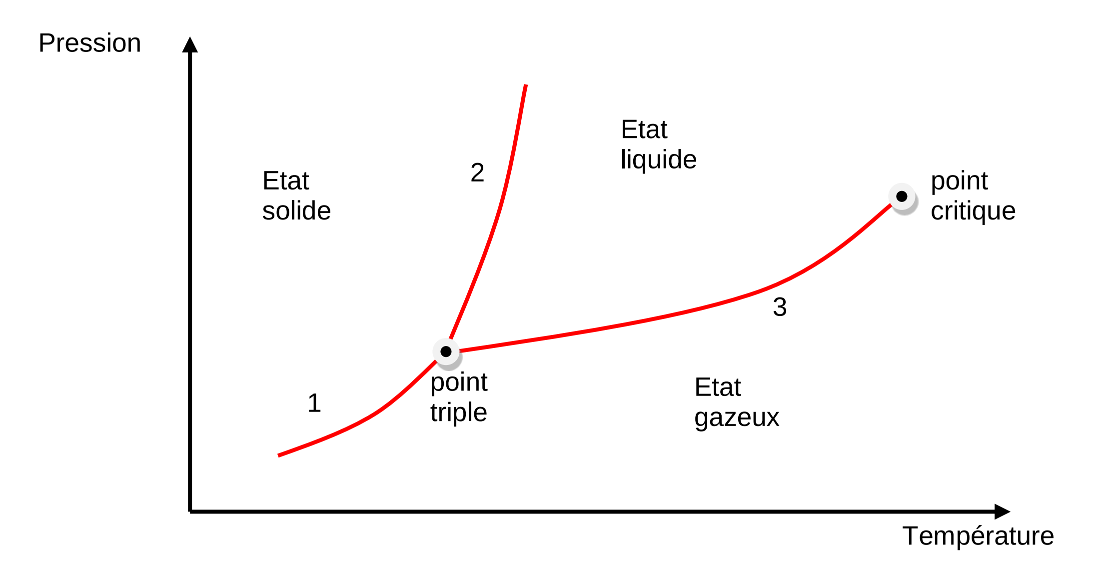


Diagramme des phases d'un corps pur : l'eau

Il peut enfin arriver que le paramètre α présente une valeur critique α_{c1} lorsque α augmente, et une autre valeur critique, α_{c2}, lorsque α diminue. Cela se produit, par exemple, lorsqu'il y a surfusion d'une eau très pure qui reste liquide à une température inférieure à sa température de solidification à la pression donnée (courbe 2 du diagramme ci-dessus) ; la surfusion cesse (l'eau se transforme brusquement en glace) lorsque la température atteint environ -40°C ou lorsqu'on agite l'eau.

Sur le plan déterminisme, retenons que le respect de la règle de stabilité de la loi d'évolution est une condition importante, qu'on ne peut négliger. Il y a un exemple d'instabilité de loi d'évolution en cosmologie : l'expansion de l'Univers accélère depuis quelques milliards d'années.

8.10.5 Réalité physique et représentation dans l'espace des états

La seule réalité physique, objective et digne de confiance pour prédire les évolutions, qui nous soit accessible lorsqu'il s'agit de l'échelle atomique, est cette représentation mathématique ; aucune représentation issue de nos sens ou de notre intuition n'est suffisamment objective et précise pour comprendre et prédire, notamment pour les échelles infiniment petite et infiniment grande par rapport à l'homme.

En somme, puisqu'il est impossible de voir un électron ou sa trajectoire, nous devons faire confiance à la représentation mathématique qu'en donne la Mécanique quantique. Puisqu'il est impossible de voir la courbure de l'espace astronomique, nous devons faire confiance aux équations de la Relativité générale. Puisqu'il est impossible de voir un trou noir, nous devons déduire sa présence et sa masse des effets qu'il a sur l'espace environnant et sa matière.

Et lorsque nous voyons que cette représentation de la réalité est souvent probabiliste, quantifiée, et plus généralement inaccessible à l'intuition née de nos sens (quand elle ne la contredit pas carrément), nous devrons l'accepter quand même, parce qu'elle a fait ses preuves par la qualité des explications de la réalité et des prédictions de son évolution qu'elle fournit, et qu'elle n'a jamais été démentie.

Polémique

En matière de connaissance scientifique, les personnes qui refusent de « croire les mathématiques » pour s'en tenir aux intuitions issues de leurs sens font preuve de rigidité intellectuelle et d'excès de confiance en leur jugement. Elles postulent que l'Univers est suffisamment simple pour que l'homme le comprenne d'instinct, ou que l'homme est suffisamment génial pour que toute connaissance puisse être basée sur ce qu'il sent ou imagine. Elles persistent dans leur erreur parce qu'elles ne mettent pas leur représentation du monde à l'épreuve de la réalité, à laquelle elles croient moins qu'à leur imagination et à leurs préjugés.

Enfin, il y a les dizaines de millions d'Américains créationnistes, qui préfèrent croire que la Terre a environ 6000 ans et que ses êtres vivants ont été créés par Dieu sous la forme qu'ils ont de nos jours ; leur raisonnement est simple : c'est dans la Bible ! [288].

9. Déterminisme des processus itératifs

Systèmes dynamiques

Les processus itératifs (qui décrivent des *systèmes qualifiés de « dynamiques »*) sont une alternative aux processus continus (ininterrompus) des lois de la nature. Cette alternative a été conçue pour modéliser des évolutions intrinsèquement discontinues, comme celle d'une population connue seulement par statistiques annuelles. Pour parler de *l'évolution d'un système dynamique* on parle de *sa dynamique*.

Définition d'un processus itératif

Un processus itératif comprend des étapes successives dont le déroulement et le résultat sont tels que :

- Le déroulement est régi par une loi calculable définie par l'homme ; cette loi définit, pour tout rang *n*, le terme de rang *n+1* connaissant celui de rang *n*. Ce terme de rang *n+1* ne dépend que du terme de rang *n* ; la loi d'évolution est donc déterministe.
- Le résultat de chaque étape est défini à la fin de cette étape (et pas pendant son déroulement) ;
- L'étape initiale se déroule à partir des conditions initiales, puis les résultats de chaque étape servent de conditions initiales pour l'étape suivante.

  Exemple

  Considérons la suite de nombres dont le 1er terme est 1 et le terme de rang n+1 est défini à partir de son prédécesseur par la formule $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{2}{x^n})$.

  Les termes successifs sont : x_1=1 ; x_2=½(1+2/1)=1.5 ; x_3=½(1.5+2/1.5)=1.4166, etc.

  Lorsque n tend vers l'infini ($n \to \infty$) $x_n \to 1.4142135…$ qui est la valeur de $\sqrt{2}$.

Un tel processus est déterministe, car son déroulement est géré par une loi et ne dépend que des conditions initiales.

> Exemple : une population a une croissance naturelle de 1.5% par an, mesurée par des statistiques annuelles. Cette croissance entraîne une consommation croissante d'une ressource naturelle limitée (comme l'eau), consommation mesurée chaque année en même temps que la population. Connaissant la limite de la ressource et la population initiale (de l'année zéro) calculer son évolution à court terme (années 1, 2, 3…) et à long terme.

Une évolution itérative bornée peut produire 4 sortes de résultats et 4 seulement

Nous verrons en étudiant le *chaos* que l'évolution d'un tel processus déterministe itératif peut, selon le cas, produire après un grand nombre d'itérations :

- un résultat unique fini,
- un résultat infini,
- une oscillation asymptotique entre un certain nombre de résultats,
- ou une suite infinie de résultats uniques.

Nous allons étudier le cas particulier important où le caractère itératif d'une évolution est dû à sa non-linéarité (définie dans *Fonction linéaire et fonction non linéaire*).

9.1 Chaos

Introduction

Le mot chaos évoque la désorganisation, l'imprédictibilité. S'agissant de systèmes physiques ou artificiels qui évoluent, le caractère chaotique vient de ce que leurs équations descriptives d'évolution *déterministes* ont pourtant des solutions imprédictibles. Nous avons abordé ce phénomène au paragraphe *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité*, et nous verrons dans celui-ci qu'une des raisons de l'imprédictibilité des systèmes chaotiques est leur *sensibilité aux conditions initiales*.

Nous verrons aussi que cette imprédictibilité n'est pas totale : les prédictions sont possibles dans le cadre de statistiques, les variables prédites étant stochastiques. Les évolutions des systèmes dynamiques sont donc régies par un déterminisme enrichi, le *déterminisme statistique* ; il y a là une

analogie avec les évolutions en Mécanique quantique, régies également par le déterminisme statistique.

Il n'y a pas de « Théorie du chaos », il y a une « Théorie des systèmes dynamiques »
Voici une première définition du sujet de l'étude du chaos due à [68] page 2 :

Définition de la Théorie des systèmes dynamiques (dite « du chaos »)
Etude qualitative du comportement apériodique des systèmes dynamiques déterministes non linéaires. (Noter le « qualitative ».)

Selon le *Dictionnaire de l'Académie* [3], « une théorie scientifique est un ensemble de lois formant un système cohérent et servant de base à une science, ou rendant compte de certains faits ».

Or, il n'y a pas d'équation du chaos, pas de méthode chaotique pour calculer un état physique ou une évolution, pas de méthodologie explicative de phénomènes physiques, économiques, etc. *Le chaos n'est pas une causalité*. C'est une absence de structure, un comportement surprenant, imprévisible.

En toute rigueur, donc, au lieu de parler de Théorie du chaos nous devrions parler de *Théorie des systèmes dynamiques*, le terme chaos ne subsistant que par habitude.

Le chaos caractérise un phénomène déterministe de manière essentiellement négative : il empêche la prédiction d'états futurs un peu lointains et il amplifie des imprécisions expérimentales. Nous en donnons des critères au paragraphe *Propriétés d'une évolution chaotique*.

9.1.1 Evolution itérative

La non-linéarité exige une solution numérique par itérations successives
Le caractère non linéaire de l'évolution d'une fonction chaotique interdit, en général, d'en donner une formule permettant un calcul en fonction du temps de la forme *F(t)*.

Le principe du calcul de l'évolution d'un tel système a été illustré dans l'exemple précédent $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{2}{x^n})$. On calcule *numériquement*, par itérations successives aux instants t_0, t_{0+h}, t_{0+2h}…, la valeur de ses variables *x(t)*, *y(t), z(t)*… et leurs variations pendant un court intervalle de temps *h* grâce à leurs dérivées : voir exemples dans *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles*. L'évolution des systèmes dynamiques est donc décrite par une suite d'étapes de calcul dont chacune a pour point de départ le résultat de la précédente. Mais rappelons d'abord quelques définitions dont nous aurons besoin.

Définition d'une suite de nombres
Une *suite* de nombres x_1, x_2, x_3… est définie par une loi de progression d'un terme au suivant ou de calcul des termes connaissant leur rang ;
exemple : la loi $x_n = 2n$, produit la suite 2, 4, 6… pour *n* = 1, 2, 3…

Exemple de progression
Considérons un pays à forte natalité : malgré les décès, les naissances sont si nombreuses que la population croît de 2% par an. Ainsi, un groupe représentatif de *100* personnes de ce pays en compte statistiquement *102* un an après, *102 x 1.02* l'année suivante, etc. Si *x* représente la population de l'année *n*, celle de l'année *n+1* sera *1.02x*, celle de l'année *n+2* sera 1.02^2x, etc.

La suite des populations sera donc telle que $x_{n+1}=1.02x_n$: connaissant la population x_n de l'année *n* on peut en déduire celle de l'année x_{n+1} en appliquant la loi de progression « multiplier par 1.02 ». Et en recommençant (on dit « en itérant ») *p-n* fois (où *p*>*n*) l'application de la loi de progression de la suite x_n on peut calculer x_p connaissant x_n.

Comparaison d'évolutions par calcul direct et par itération
Considérons la suite $x_{n+1}=1.02x_n$.

- Un *calcul direct* de x_n connaissant x_0 (l'élément initial de rang 0 de la suite) est possible : $x_n=1.02^n x_0$. Exemple : *si* $x_0=2$ et $n=3$, $x_3=1.02^3 \times 2=2.122416$.
- Un *calcul itératif* à partir de $x_0=2$ serait :
  - Etape 1 : $x_1=2 \times 1.02=2.04$;
  - Etape 2 : $x_2=2.04 \times 1.02=2.0808$;
  - Etape 3 : $x_3=2.0808 \times 1.02=2.122416$.

Un calcul direct est plus simple et rapide qu'un calcul itératif, sauf lorsque la loi de progression est si compliquée qu'il faut avoir (ou écrire) un programme informatique qu'on exécutera autant de fois qu'il faut faire d'itérations ; c'est le cas, par exemple, pour certaines lois d'évolution physiques définies par des *équations différentielles* : voir *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles.*

Les deux méthodes de calcul, direct ou itératif, sont déterministes : connaissant une donnée initiale et une loi de progression, on en déduit (on prévoit) une évolution dont on prédit avec certitude le résultat au bout d'un nombre entier de périodes.

9.1.2 Théorie des systèmes dynamiques

Source : [65] pages 74 à 79.

Système dynamique

Par définition, un système qui évolue selon une loi donnée à partir d'un état initial connu est appelé *système dynamique* ; parler de *son évolution,* c'est parler de *sa dynamique*.

En comparant cette définition à celle de la Règle de stabilité, on voit que :

- Tout système naturel déterministe est un système dynamique ;
- Tout système dynamique est déterministe.

Théorie des systèmes dynamiques

La Théorie des systèmes dynamiques est une théorie *qualitative* des systèmes d'équations différentielles. A partir de principes et sans écrire explicitement d'équation, elle étudie les propriétés générales de leurs solutions :

- Trajectoires, c'est-à-dire valeurs des variables en fonction du temps ;
- Points d'équilibre stables et instables ;
- Oscillations ;
- Evolutions apériodiques, etc.

Cette étude associe les informations de voisinages de points (états du système) particuliers avec des propriétés géométriques et topologiques générales de la forme et de la structure de la *variété* (espace des phases courbe, localement euclidien) des états possibles. Les résultats de cette étude sont calculés de manière approximative à l'aide de programmes informatiques.

Variété

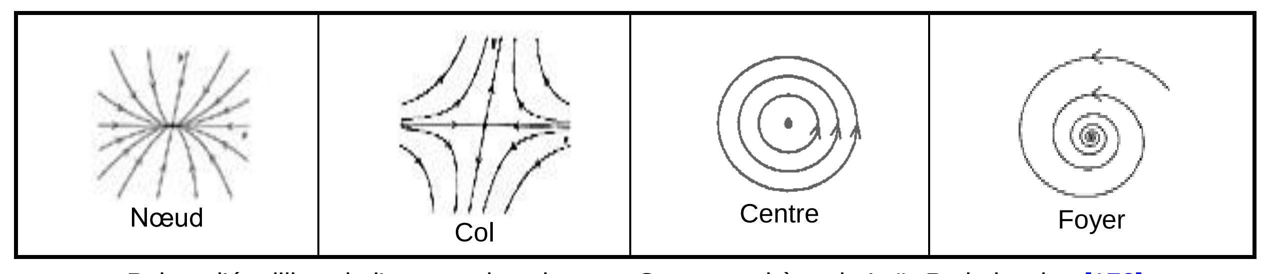
En mathématiques, une variété est une généralisation dans plusieurs domaines de la notion de courbes, surfaces ou volumes représentant localement des objets. Exemples : variétés différentielles, variétés topologiques.

Théorie des systèmes dynamiques d'Henri Poincaré

La théorie des systèmes dynamiques imaginée en 1892 par Henri Poincaré dans le cadre du « Problème des trois corps » [171], est citée ici car la dynamique du chaos en fait partie ; voir *Sensibilité aux conditions initiales*. Cette théorie fournit des outils mathématiques (analytiques, topologiques, géométriques et numériques) pour analyser qualitativement et quantitativement des systèmes régis par des équations différentielles.

Exemples de résultats fournis par cette théorie

- Dans l'espace des phases il y a 4 types de points d'équilibre vers lesquels un système dynamique peut évoluer : les nœuds, les cols, les centres et les foyers.



Points d'équilibre de l'espace des phases - Sources : thèse de Loïc Petitgirard et [172]

- Nœud : une infinité de courbes intégrales passent par le point ;
- Col : deux courbes intégrales passent par le point ;
- Centre : les courbes intégrales sont des courbes fermées entourant le point ;
- Foyer : les courbes intégrales s'enroulent en spirale autour du point.

▪ En appelant *N* le nombre de nœuds, *F* le nombre de foyers et de centres et *S* le nombre de cols, on a :
  - Pour un système dynamique dont l'espace des phases est une sphère : $N + F = S + 2$;
  - Pour un système dynamique dont l'espace des phases est un tore avec *g* trous :
    $N + F = S + 2 - 2g$.

    Ces relations sont les mêmes que celles d'Euler reliant les nombres de faces *F*, d'arêtes *A* et de sommets *S* d'un polyèdre, et ce n'est pas une coïncidence.

▪ Un système dynamique qui a un espace des phases torique peut n'avoir aucun équilibre et évoluer indéfiniment.

  Mais cette situation ne peut survenir dans un espace sphérique, car en l'absence de col le nombre total de nœuds et de foyers doit être égal à 2. C'est pourquoi un épi se forme au sommet du crâne : on ne peut se peigner en orientant toujours les cheveux dans le même sens sans qu'il y ait un point où ils forment un tourbillon (appelé « foyer » par Poincaré) ; cette restriction n'existe pas pour les crânes chauves où l'absence de cheveux au sommet produit une valeur g=1 dans la formule Poincaré !

Applications de la Théorie des systèmes dynamiques

La théorie des systèmes dynamiques est utilisée en mécanique céleste (astronomie de position), en chimie, en biologie, en économie, en sociologie, en résistance des matériaux (tenseur des contraintes et tenseur des déformations), etc.

Ouvrages traitant de Théorie des systèmes dynamiques : voir [173].

9.1.3 Caractère chaotique d'un système dynamique

Source [107] pages 85 à 87.

Définition d'un système dynamique à évolution chaotique

On dit qu'un système dynamique a une évolution chaotique si et seulement si, considérant une suite itérative d'états *i* de sa variable x_i :

1. Cette suite est telle que la fonction d'évolution soit de la forme $x_{n+1} = f(x_n)$
   où l'état $n+1$ ne dépend que de l'état précédent *n* : la fonction d'évolution (la suite des états) est donc déterministe ;
2. La suite des états est apériodique :
   (aucune partie de la suite d'états n'existe plus d'une fois) ;
3. La suite est bornée inférieurement et supérieurement :
   (les valeurs de la fonction d'évolution sont comprises entre un minimum et un maximum) ;
4. Le système dynamique est sensible aux conditions initiales :
   (une variation - même petite - des conditions initiales de la loi d'évolution du système produit, à plus ou moins long terme, des variations significatives et imprévisibles de la fonction : le système dynamique est donc non linéaire. Pour une mesure de cette sensibilité voir le paragraphe *Exposant de Liapounov*)

   Exemples :
   - Dans *La fonction logistique*, sous-titre *Sensibilité aux conditions initiales*.
   - Dans *Déterminisme des évolutions régies par des équations différentielles,* sous-titres *Equations de Lorenz – Dynamique chaotique* et *Attracteur de Rössler*.

   Définition d'attracteur : voir *Bassin d'attraction de l'espace des phases*.

Définition rigoureuse de la sensibilité aux conditions initiales d'une fonction *f*

Une fonction d'itération $f(x)$ est dite sensible aux conditions initiales si, étant donnés un nombre δ arbitrairement grand et un nombre ε arbitrairement petit, il existe pour presque toute valeur initiale x_0 une valeur initiale y_0 et un entier *n* tels que si $|x_0-y_0|<\varepsilon$ alors après *n* itérations $|x_n-y_n|>\delta$.

(Pour la définition mathématique de « presque toute » voir le paragraphe *Nombre aléatoire, nombre normal*.)

Complément : *Précisions sur la sensibilité aux conditions initiales*.

9.1.3.1 Indépendance du caractère chaotique et des lois physiques

Le caractère chaotique de l'évolution d'un système dynamique est une propriété purement mathématique (donc déterministe) de divers modèles d'évolution. En lui-même, ce caractère ne suppose aucune loi physique particulière, même si ses conséquences d'imprédictibilité régissent bien des phénomènes physiques comme la turbulence des écoulements de fluides ; il n'y a pas, par exemple, en matière de chaos, une hypothèse sous-jacente de vitesse négligeable par rapport à celle de la lumière. Les mathématiques du chaos sont aussi indépendantes des phénomènes physiques que les nombres eux-mêmes : ce sont des calculs purs.

Nous verrons que les mathématiques du chaos permettent certaines prévisions exactes et certaines prévisions statistiques ; mais elles limitent notre possibilité de prédire des résultats ou leur précision. Elles ont leur propre loi universelle, l'accélération de l'évolution des périodes vers le chaos, régie par la constante δ de Feigenbaum, et leur modèle de sensibilité aux conditions initiales régie par l'exposant de Liapounov.

9.1.3.2 Propriétés d'une évolution chaotique

A long terme (lorsque $t \rightarrow \infty$), l'évolution d'un système dynamique peut avoir une valeur unique ou un groupe de valeurs successives formant une période qui se répète indéfiniment : voir plus bas l'exemple de *La fonction logistique*.

L'évolution peut aussi être apériodique, ayant alors une infinité de valeurs uniques, phénomène chaotique que nous examinons dans la suite de ce paragraphe.

Non-linéarité

Sa sensibilité aux conditions initiales fait qu'une évolution chaotique est nécessairement non linéaire (la variation d'un résultat n'est pas proportionnelle à celle de la donnée initiale). C'est le cas dans tous les systèmes dont le nombre de degrés de liberté est fini.

Limite de la précision des résultats quelle que soit celle des données initiales

Une évolution chaotique limite la précision des résultats : accroître la précision des mesures des données initiales ne permet pas d'accroître avec certitude celle des résultats d'évolution à long terme (d'où l'impossibilité de prédire à long terme la trajectoire d'astéroïdes, perturbée par celle des grosses planètes comme Jupiter).

Imprédictibilité à long terme

L'évolution d'un système chaotique est imprédictible à long terme : une différence minuscule dans l'état initial produit des différences considérables à long terme, phénomène appelé « *Effet papillon* » ; seule est raisonnable la prédiction d'évolutions à court terme (après un nombre réduit d'itérations).

Unicité des résultats successifs d'une évolution apériodique

La suite infinie de valeurs d'évolution (position x, y, z en fonction de l'instant t_n, par exemple) est unique à long terme, aucune valeur n'apparaissant plus d'une fois.

Deux trajectoires d'évolution partant de points distincts restent totalement distinctes

Elles n'ont aucun point commun, car à partir d'un point d'une trajectoire l'évolution est unique. Leur évolution peut, cependant, devenir à l'infini aussi proche que l'on veut de points ou d'une courbe appelés *attracteurs*.

Alternance de points de bifurcation et de points d'apériodicité

Les points à l'infini de certaines trajectoires peuvent être uniques ou multiples. Des bifurcations sont possibles pour certaines valeurs de paramètres critiques, après lesquelles une trajectoire se sépare en deux, chaque branche pouvant ultérieurement bifurquer à son tour. Après un certain nombre de bifurcations il peut y avoir un nombre infini d'états finaux, pour lesquels l'évolution est apériodique.

Structure fractale du diagramme de bifurcation

Nous verrons au paragraphe *Constante de Feigenbaum et doublement périodique vers le chaos* que ce diagramme présente pour la fonction logistique une structure fractale qui se reproduit à diverses échelles : on parle *d'auto-similitude*. Cette structure fractale du comportement d'un système dynamique est très fréquente dans leurs modèles.

Le caractère chaotique est sans rapport avec la complexité de la loi d'évolution
Même des lois d'évolution simples peuvent, par une suite d'itérations, donner des résultats multiples, imprévisibles, sensibles aux conditions initiales donc chaotiques ; voir par exemple les sous-titres du paragraphe *La fonction logistique*.

Propriétés d'écartement et de rapprochement
Une fonction d'évolution chaotique :

- *Sépare deux états initiaux proches* : après un certain nombre d'itérations, la fonction d'évolution agrandit la distance entre les états de sortie correspondant à ces états d'entrée : c'est la sensibilité aux conditions initiales ;
- *Rapproche deux états successifs d'une évolution* : chaque itération prend pour valeur d'entrée de la transformation la valeur de sortie précédente, ce qui rapproche les points successifs (rapprochement indispensable pour respecter le caractère borné de l'évolution, c'est un critère de convergence de toute suite).

9.2 Déterminisme d'un processus itératif

Définition d'un processus itératif
Selon le *Dictionnaire de l'Académie française* [3], un processus est une suite ininterrompue de faits ou de phénomènes présentant une certaine unité ou une certaine régularité dans leur déroulement.

Nous avons vu au paragraphe *Evolution itérative*, qu'un processus itératif déroule la même opération à chaque étape. L'opération est une abstraction humaine qui a un déroulement déterministe entre un début et une fin. L'opération d'un processus itératif se renouvelle un grand nombre de fois, chaque résultat final servant de données initiales à l'opération suivante.

> Dans la vie d'une société humaine on trouve des processus itératifs se reproduisant à intervalles de temps fixes : mesures macroéconomiques (PIB…) ; estimations démographiques annuelles des naissances et décès (dynamique des populations) ; valeur d'un placement à taux d'intérêt fixe (progression géométrique), etc. Rien ne prouve que tous ces processus eux-mêmes sont déterministes, mais les modèles mathématiques qu'en font les professionnels le sont : nous ne nous intéresserons qu'à ces modèles, pas à leur fidélité.

Objectif essentiel de l'étude des processus itératifs : les prédictions à long terme
Dans un processus itératif on s'intéresse particulièrement à l'évolution à long terme : après un grand nombre d'itérations, c'est-à-dire lorsque le temps t tend vers l'infini ($t \to \infty$) peut-on prédire le résultat ? Si oui, avec quelle précision ?

Pour faire appréhender les particularités du déterminisme d'un processus itératif, nous considérerons des exemples tirés de l'excellent ouvrage [107] et ferons les calculs avec le logiciel mathématique MAPLE 2017 [145].

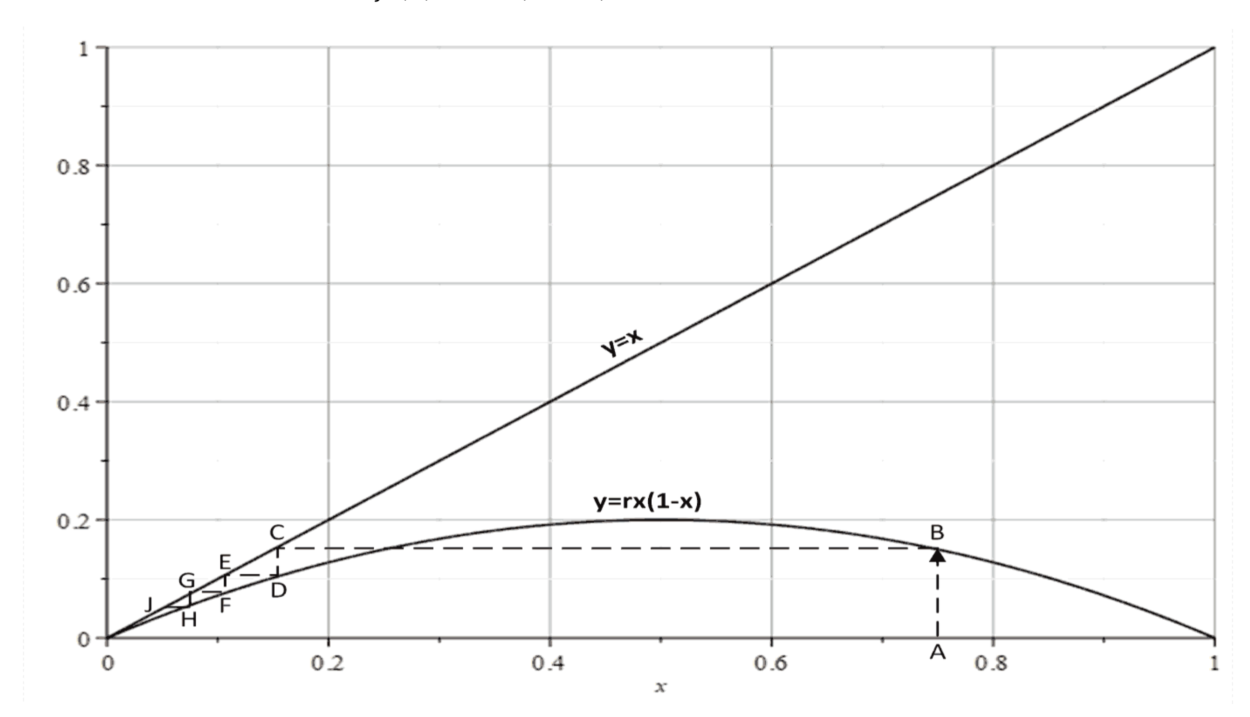
9.2.1 La fonction logistique

Selon [1k], la *fonction logistique* a été définie par Pierre-François Verhulst en 1838 en tant que modèle d'évolution des populations animales [174]. Une de ses premières utilisations a été la tentative d'explication des variations d'une population de papillons de nuit qui pullulent puis disparaissent en masse.

Dans cette fonction :

- La variable x, définie entre 0 et 1, représente le rapport entre une population effective, une année donnée, et un maximum arbitraire ;
- La fonction logistique $f(x)$ en calcule la valeur (la population) après une période de temps prise pour unité ; ce calcul se fait par itérations successives (voir paragraphe suivant).
- Le paramètre r représente la vitesse de croissance de la population. Sa valeur maximum est 4, pour que la fonction ne croisse pas indéfiniment lorsque le nombre d'itérations croît.

$$f(x) = rx(1-x),\ \ 0 \leq x \leq 1,\ \ r \leq 4$$

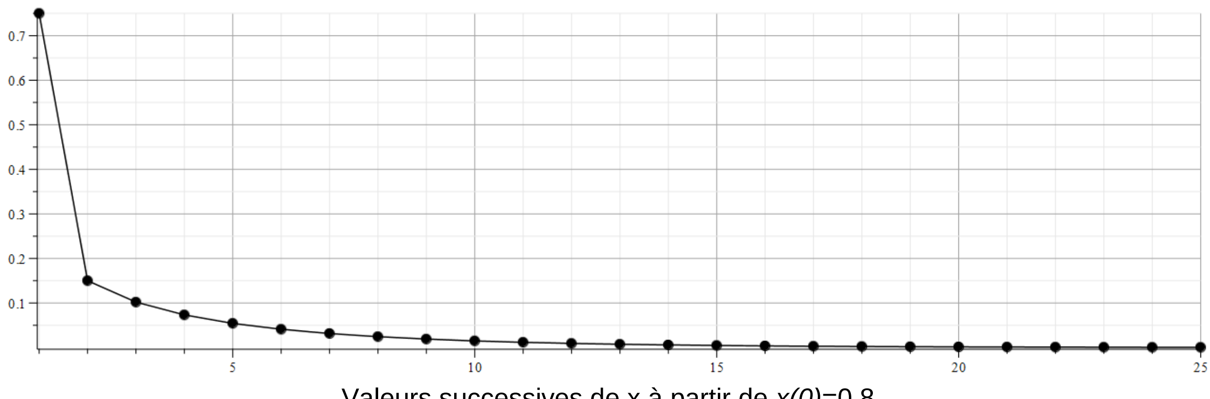


9.2.1.1 Déroulement de l'itération

Le graphique ci-dessus représente les fonctions *y=rx(1-x)* et *y=x*, pour *r=0.8* et *0≤x≤1*.

<u>Evolution « en escalier »</u>

- A partir du point *A* (*x=0.75*) on trouve la valeur *f(x)= rx(1-x)* en suivant la verticale jusqu'en *B*, sur la courbe *f(x)*.
- Pour reprendre la valeur de *f(x)* trouvée en *B* comme nouvelle valeur de *x* on suit l'horizontale *BC* jusqu'à la droite *y=x* : on y trouve la position *x* du point *C*.
- La valeur *f(x)* pour *x* en *C* est à l'intersection *D* de la verticale *CD* avec *f(x)*.
- Pour reprendre la valeur de *f(x)* trouvée en *D* comme nouvelle valeur de *x* on suit l'horizontale *DE* jusqu'à la droite *y=x* : on y trouve la position *x* du point *E*.
- Et ainsi de suite : on suit « l'escalier » ABCDEFGHJ… qui se termine en 0, à l'intersection des axes : l'itération de la fonction *rx(1-x)* au départ de *x=0.75* pour *r=0.8* tend vers *x=f(x)*=0 au bout d'un nombre infini d'étapes. (Dans le cas d'une population c'est un cas d'extinction.)



Valeurs successives de x à partir de *x(0)*=0.8

La convergence vers *f(x)*=0 était évidente par raisonnement direct, sans itération : l'équation *x=rx(1-x)* a pour solution évidente *x=0*. On la voit aussi sur le graphique à l'intersection de la courbe *f(x)* et de la droite *y=x*.

Fonction ou suite

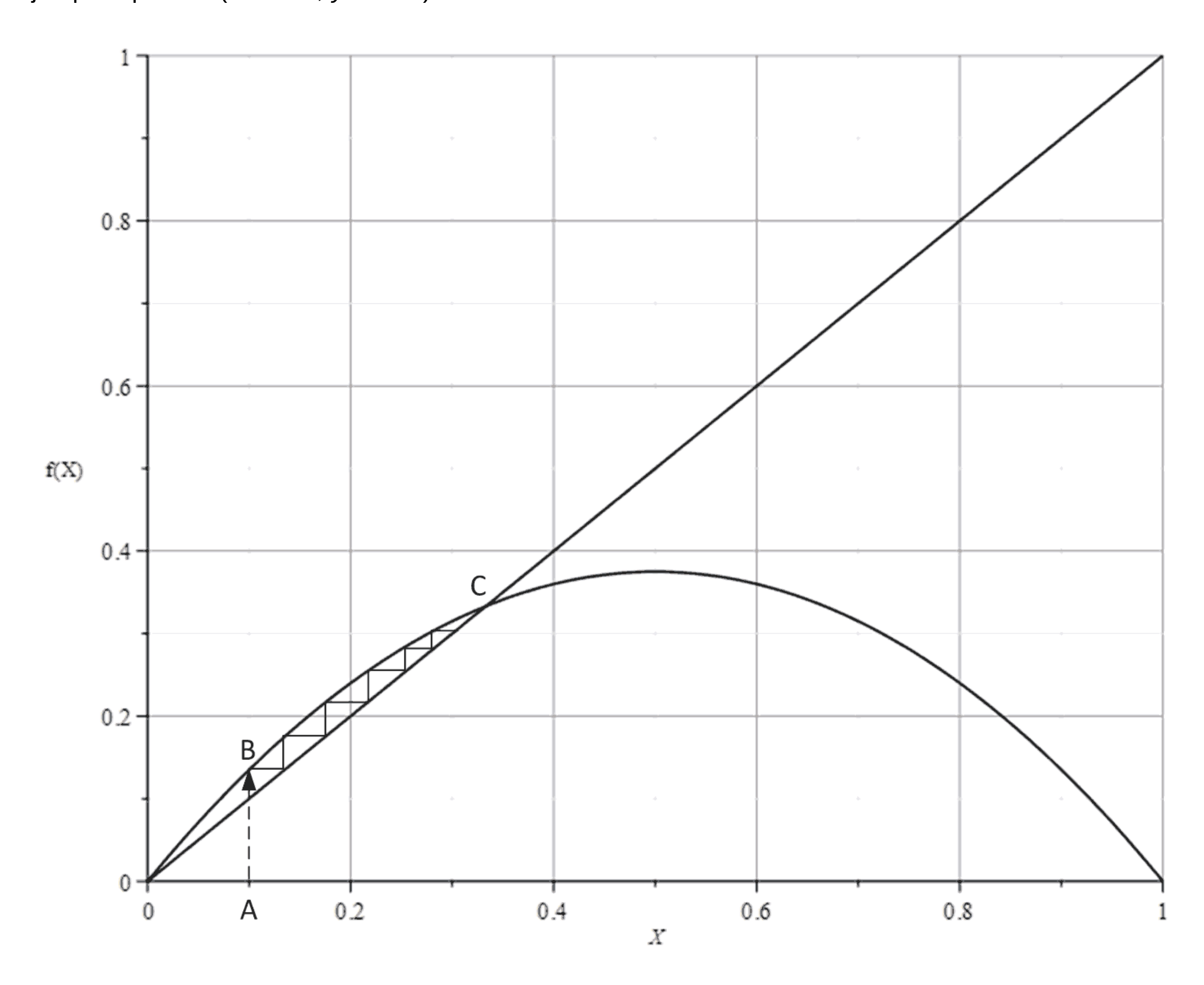
Compte tenu de son emploi itératif et de l'intérêt que présente son comportement lorsque *n* tend vers l'infini, cette fonction *f(x)=rx(1-x)* pourrait aussi être représentée en tant que *suite* (voir *Convergence d'une suite ou d'une série*) :

$$x_{n+1} = rx_n(1\text{-}x_n)$$

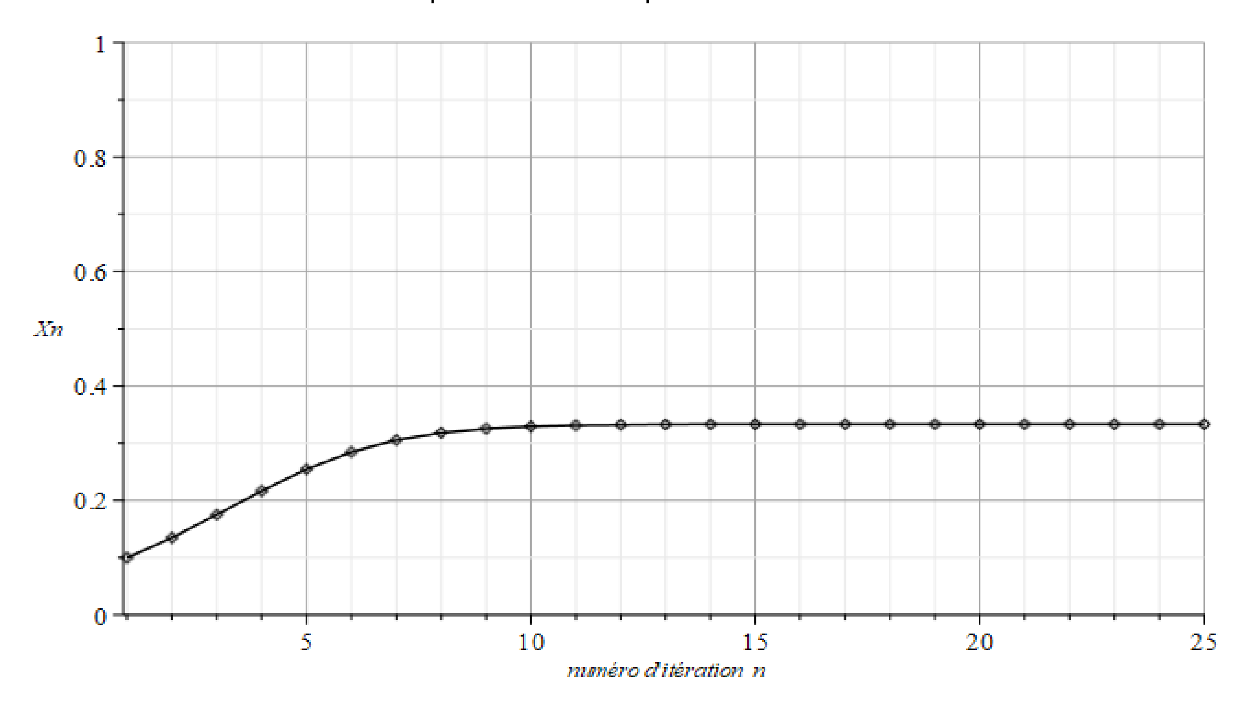
9.2.1.2 Evolution vers un point d'équilibre – Stabilité et instabilité

Reprenons la fonction logistique sous forme de suite avec $r=1.5$, $x_1=0.1$ et $0 \le x \le 1$.
En plus de l'origine $x=0$, $y=0$, la courbe de la fonction $f(x)=rx(1-x)$ coupe la droite $y=x$ au point tel que $1.5x(1-x)=x$, donc $x=0.333$ ($1/3$).

A partir d'une valeur initiale $x_1=0.1$ (point *A*), la construction itérative précédente évolue en escalier jusqu'au point *C* ($x=0.333$, $y=0.333$).



La suite des valeurs de *x* atteintes par itération est représentée comme suit :



Points fixes d'une fonction d'évolution f(x)

Les points x^* que l'itération d'une fonction d'évolution $f(x)$ laisse inchangés s'appellent des *points fixes*. On a alors $f(x^*)=x^*$.

Exemple : Pour $f(x)=rx(1-x)$, le point $x=0$ est un point fixe car $f(0)=0$.

Stabilité après un grand nombre d'itérations : points d'équilibre (attracteurs)

Avec $r=1.5$ et $x_1=0.1$, la suite des itérations converge vers $x=0.333$… ($1/3$).

Si, au lieu d'une valeur initiale $x_1=0.1$, une perturbation avait fait démarrer les itérations à n'importe quelle autre valeur de x entre 0 et 1, la valeur de convergence aurait été la même : avec $r=1.5$ la fonction logistique converge vers $x=1/3$, qui est donc un *point d'équilibre,* appelé aussi *attracteur*. Le déterminisme de cette fonction produit alors un résultat stable, capable de résister à des perturbations de la valeur initiale en finissant toujours au même point $x=1/3$.

Points fixes instables

Pour une fonction d'évolution $f(x)=x^2$, les points $x_1=0$ et $x_2=1$ sont tous deux des points fixes, mais :

- Le point $x=0$ est stable : une petite différence de valeur initiale comme $x=0.1$ ne change pas le point de convergence final, après un grand nombre d'itérations :
  la valeur de *x* décroît sans cesse et tend vers zéro.
- Le point $x=1$ est instable : une valeur initiale un peu plus petite converge vers zéro, alors qu'une valeur un peu plus grande croît indéfiniment ; ce point initial est répulsif.

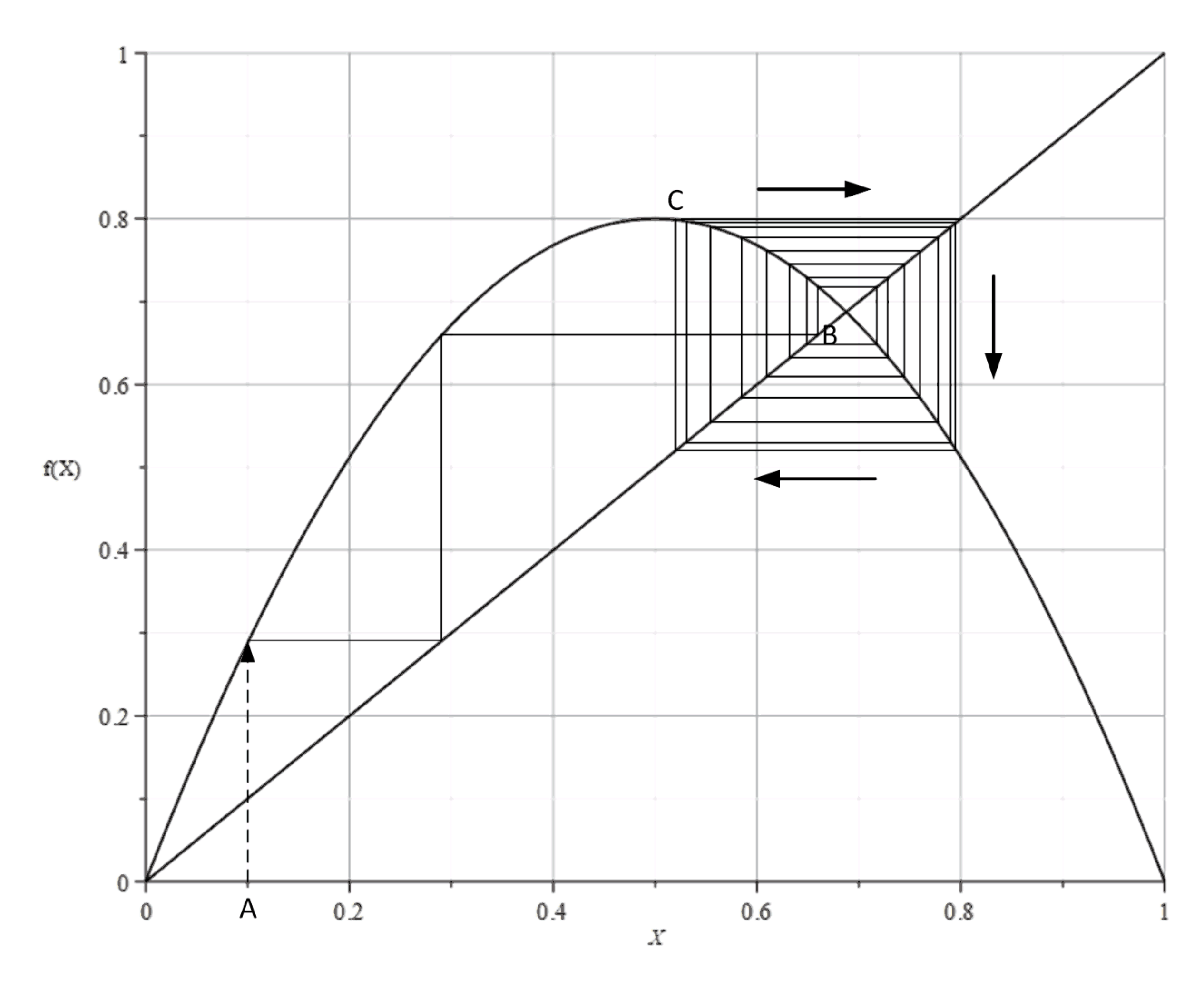
Points fixes attractifs et points fixes répulsifs

Selon les positions relatives de la fonction itérative et de la droite $y=x$ dans le graphe d'évolution, un point fixe peut être :

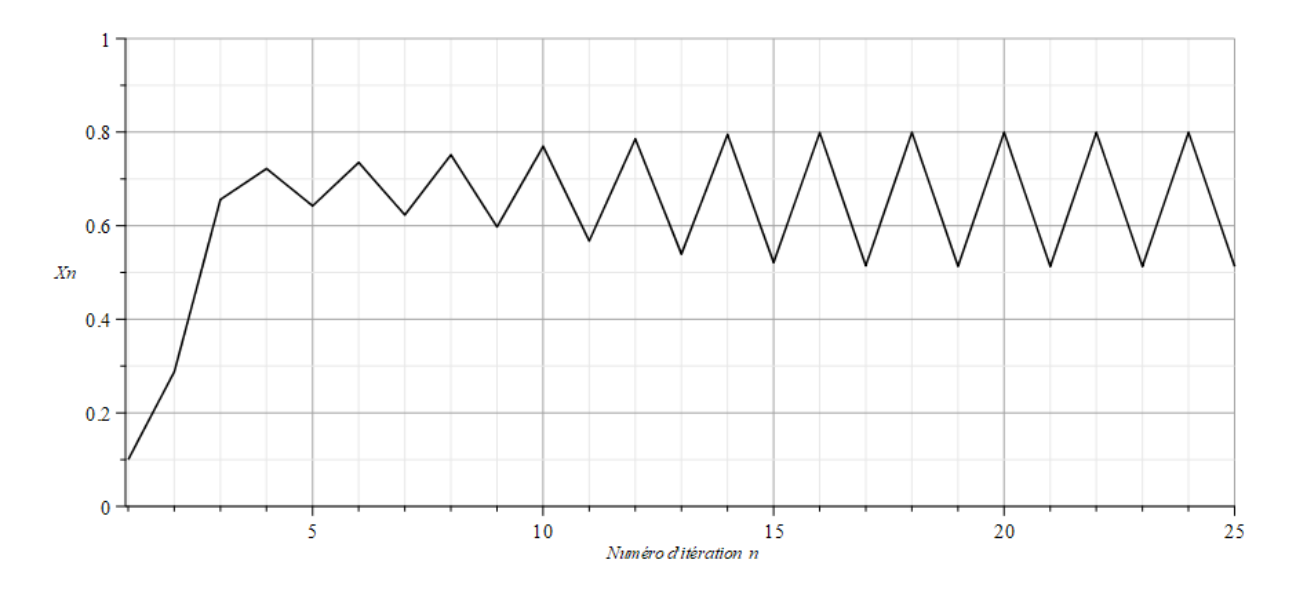
- *Attractif* : l'escalier des itérations converge vers lui, soit par valeurs supérieures, soit par valeurs inférieures ;
- *Répulsif* : l'escalier des itérations s'éloigne de lui, soit par valeurs supérieures, soit par valeurs inférieures ;
- *Attractif en spirale* : l'escalier des itérations converge vers lui, par valeurs alternativement inférieure et supérieure ;
- *Répulsif en spirale* : l'escalier des itérations s'éloigne de lui, par valeurs alternativement inférieure et supérieure :
- *Attractif d'un côté, répulsif de l'autre* : l'escalier des itérations s'approche d'un côté et s'éloigne de l'autre.

9.2.1.3 Evolution vers une oscillation entre deux points

Reprenons de nouveau la fonction logistique sous forme de suite, mais avec $r=3.2$ et $x_1=0.1$. A partir d'une valeur initiale $x_1=0.1$ (point *A*), la construction itérative précédente évolue en escalier jusqu'au point *B*, sur la droite *y=x*. L'escalier devient ensuite une spirale tournant dans le sens des aiguilles d'une montre jusqu'au point *C*, où *f(x)~0.8*. La trajectoire itérative oscille ensuite entre deux valeurs proches, respectivement, de 0.8 et 0.513.



La fonction déterministe *f(x)* saute donc, à long terme, entre deux valeurs très différentes, allant de l'une à l'autre sans valeur intermédiaire.
Voici le diagramme d'itération :



Conclusions

Notion de période

Une même fonction, *f(x)=rx(1-x), 0≤x≤1*, peut donc, selon la valeur du paramètre *r*, converger par itérations successives vers une ou deux solutions stables qui sont des attracteurs.

Lorsqu'une fonction itérative a deux attracteurs stables on dit qu'elle a une *période 2* : en matière de dynamique des systèmes, le terme période ne désigne pas, alors, un cycle répétitif qui dure un certain temps, mais un nombre de solutions à l'infini entre lesquelles la suite d'itérations converge alternativement. Bien entendu, si la *durée* d'une itération est 1 période (une année pour les papillons de Verhulst) le mot période désigne aussi bien la durée d'une oscillation que le nombre de ses valeurs.

Notion de stabilité

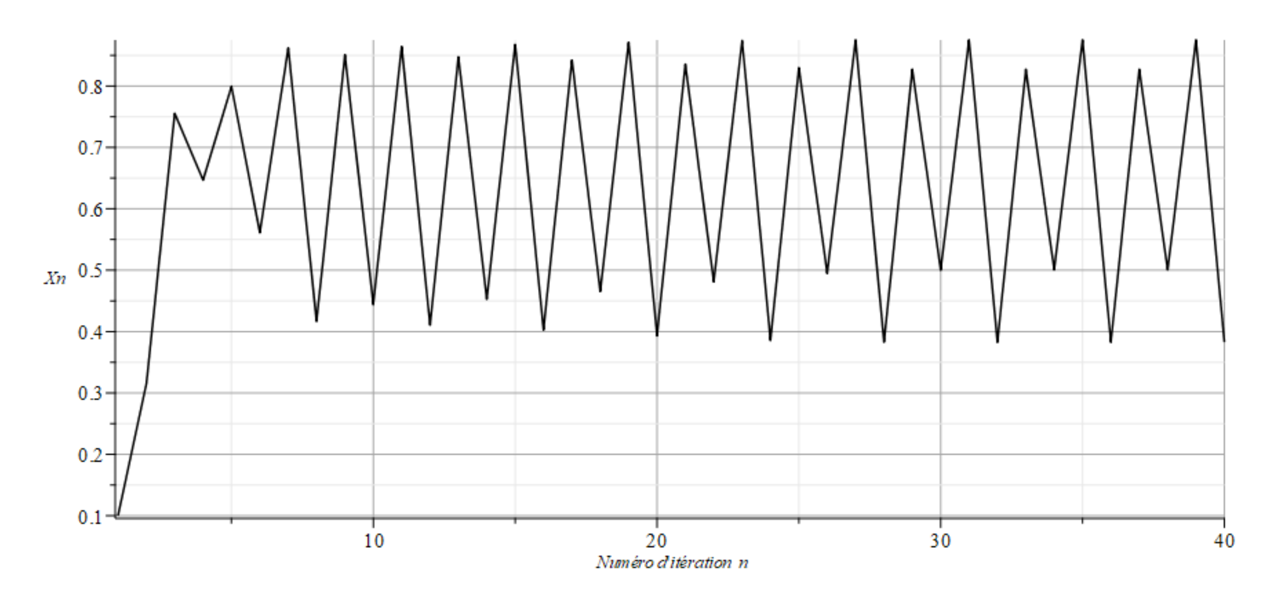
Pour une valeur donnée de *r* il existe une infinité de valeurs initiales de *x* dont l'évolution par itérations tend vers les deux mêmes attracteurs stables :

> Du point de vue déterministe, un même résultat « couple d'attracteurs stables » peut avoir pour causes une infinité de valeurs initiales ; c'est pourquoi la dynamique d'un système qui serait représenté par la fonction logistique avec *r=3.2* est réputée *stable*.

9.2.1.4 Evolution vers une oscillation finale entre 4, 8 ou 3 points

Hypothèse *r=3.5*

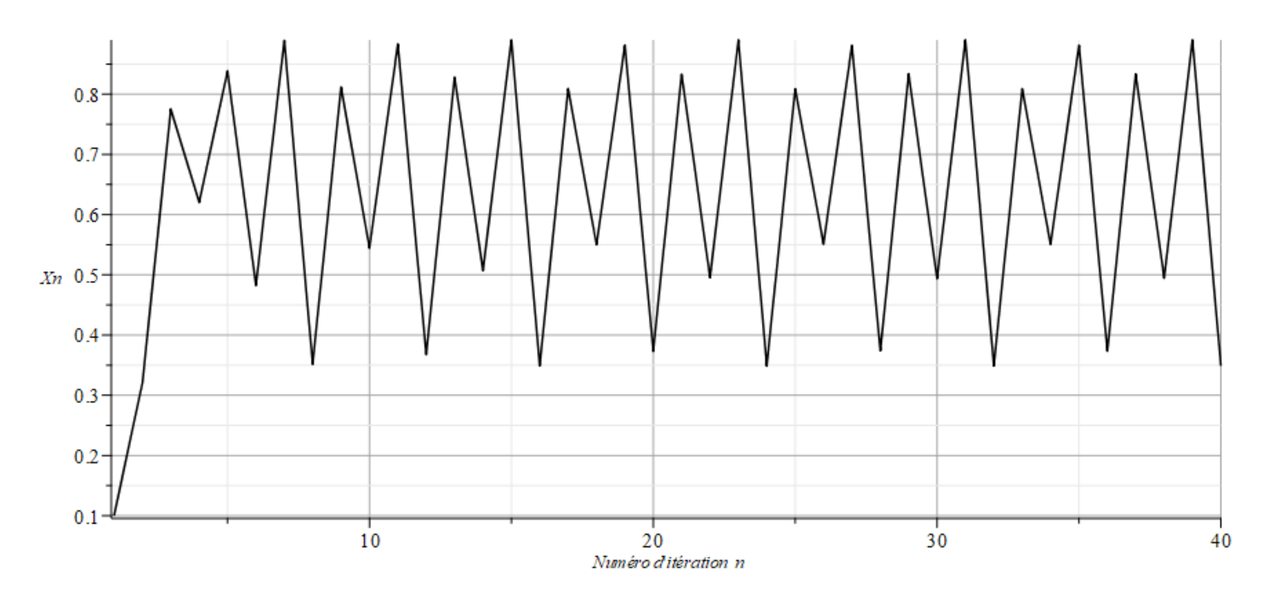
La même fonction logistique, avec *r=3.5* conduit au diagramme d'itération suivant :



On voit qu'à partir de l'itération 30 il y a une *oscillation de période 4* :
les valeurs successives de x du graphique semblent se reproduire toutes les 4 itérations. En fait, dans ce cas il y a 4 attracteurs stables vers lesquels convergent les valeurs de x_n issues de la suite $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$.

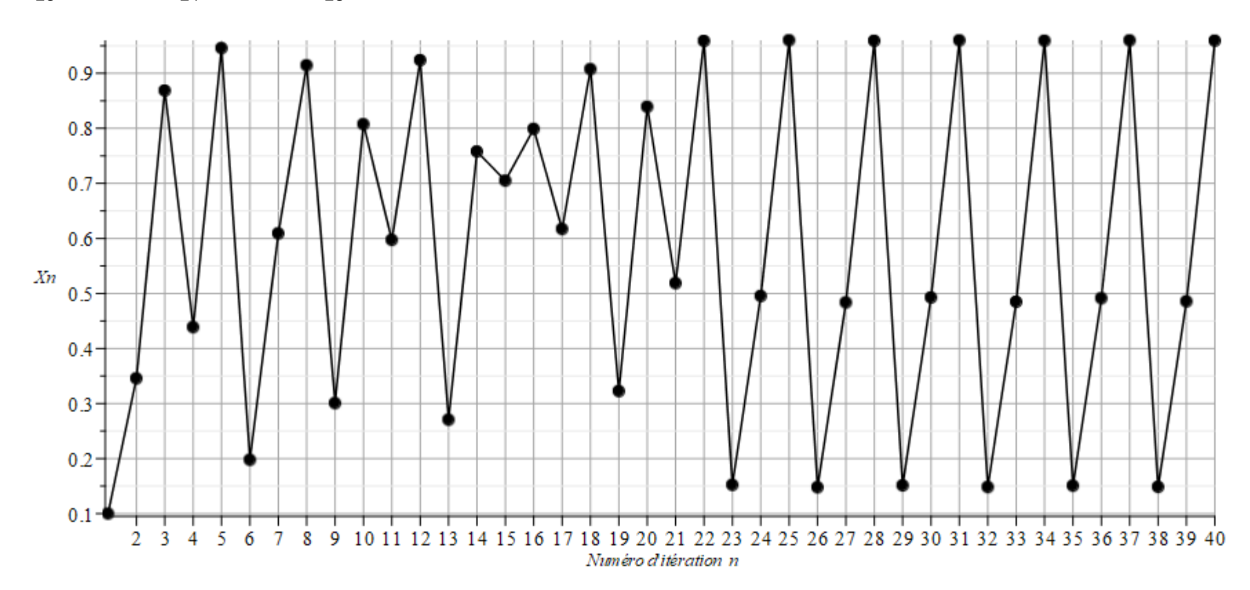
Donc cette suite peut avoir, selon la valeur de r, 2 ou 4 points attracteurs ; faisons donc encore un essai avec $r=3.56$.

Hypothèse $r=3.56$
Le choix $r=3.56$ conduit au diagramme d'itération suivant :



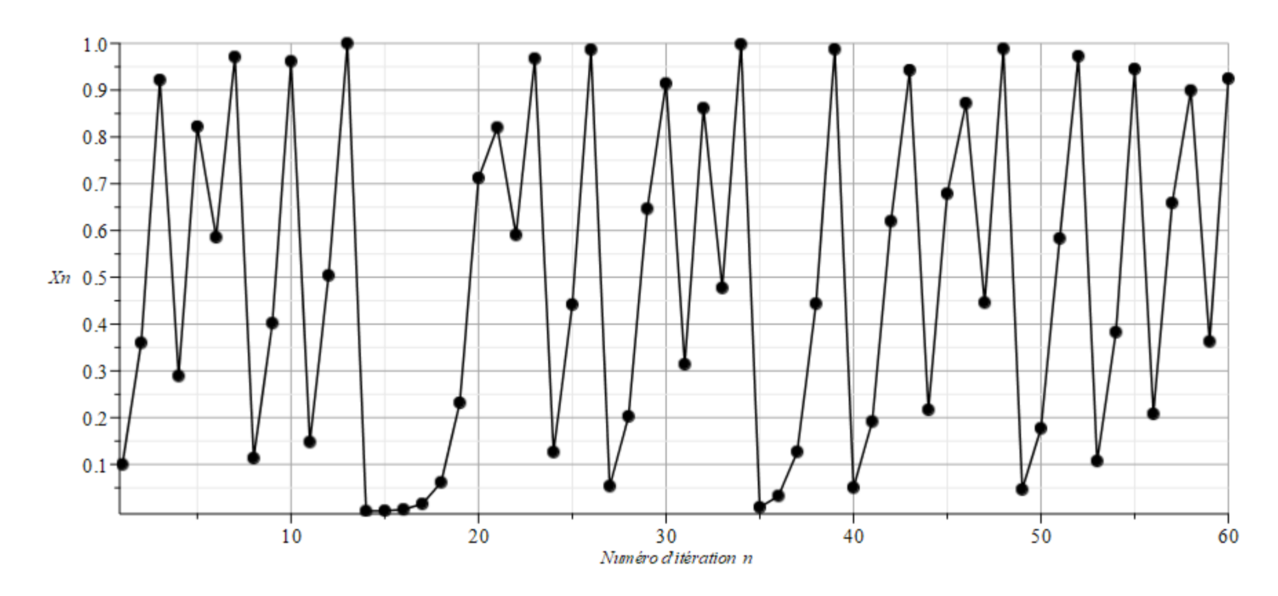
Cette fois la période est 8 : la suite oscille entre des groupes successifs de 8 attracteurs.

Hypothèse $r=3.84$
Pour cette valeur de r, on observe une période de 3 à partir de l'itération 22 :
$x_{23}=0.152;\quad x_{24}=0.495;\quad x_{25}=0.96.$



9.2.1.5 Evolution apériodique

Hypothèse $r=4.0$
Pour cette valeur de r on a beau aller jusqu'à 60 itérations, on ne voit pas apparaître de période particulière sur le diagramme d'itération :



Pour mieux vérifier l'absence de période, l'auteur de [107] a poussé jusqu'à 10 000 itérations, mais toujours sans trouver de période. Nous avons ici un phénomène nouveau : toutes les valeurs de x_n sont distinctes ! Si la précision des calculs est suffisante, une valeur rencontrée ne revient jamais : on dit qu'à l'infini l'évolution est *apériodique*.

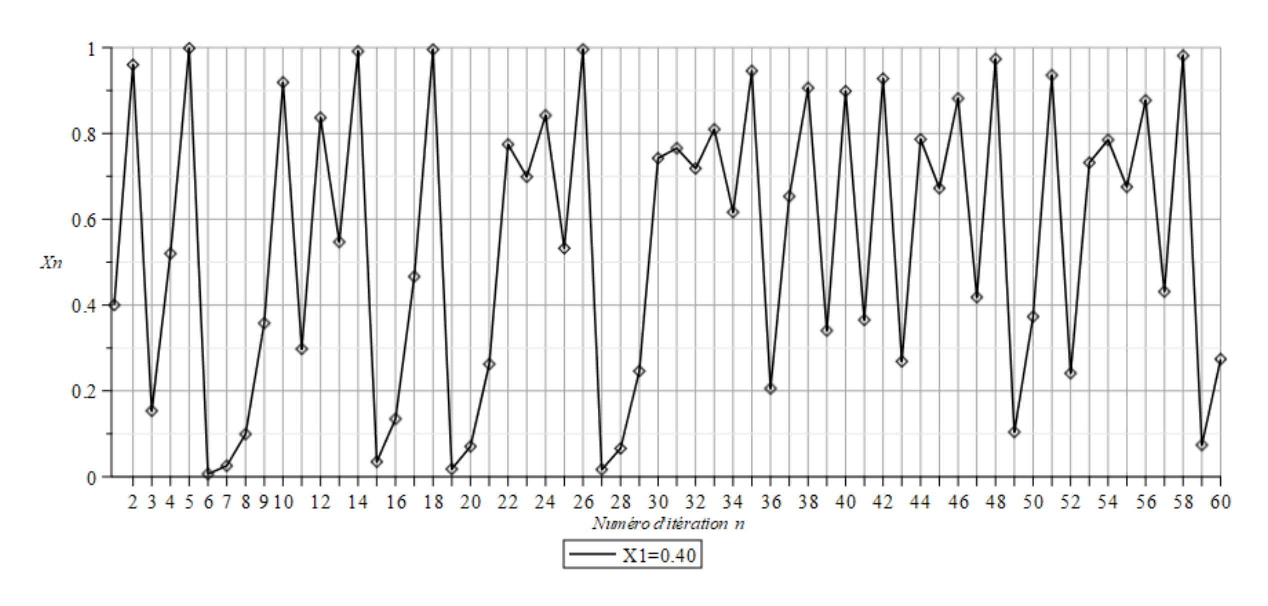
En pratique, cependant, la précision des calculs étant toujours limitée (même si MAPLE sait faire des calculs avec 100 chiffres significatifs, par exemple) on finit toujours par retrouver une valeur déjà rencontrée.

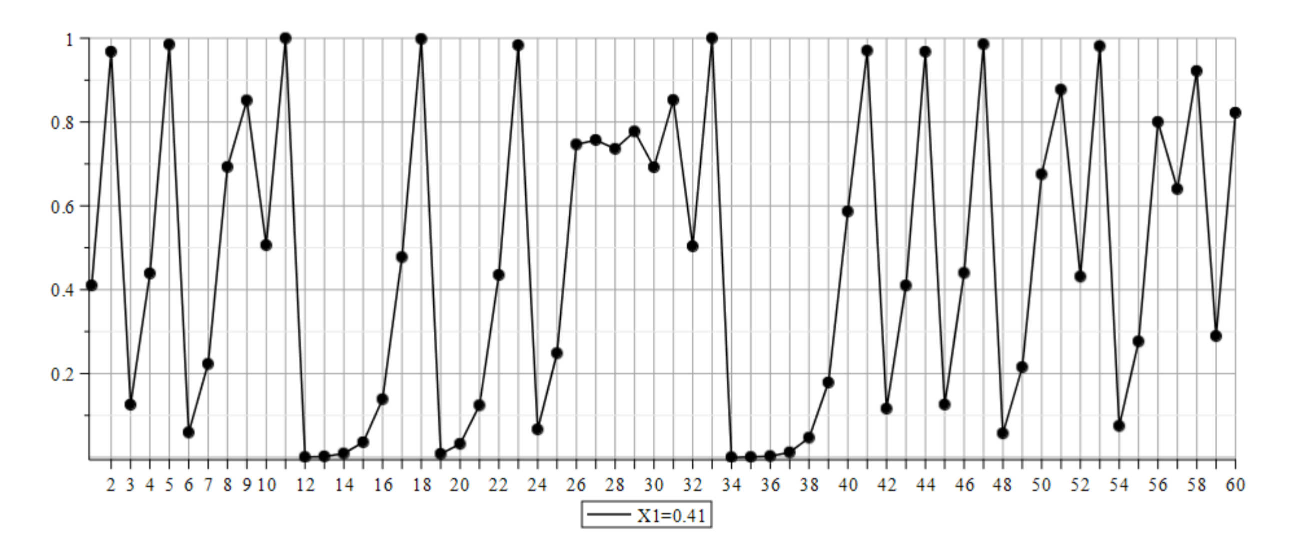
Conclusion pour la fonction logistique sur la période finale

Selon la valeur du paramètre *r*, lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini, cette fonction déterministe peut tendre vers 1, 2, 3, 4, 8 ou une infinité de valeurs de 0 à 1 : *après un grand nombre d'itérations la fonction est soit périodique, soit chaotique (apériodique)*. Et nous verrons ci-dessous que lorsque *r* évolue, la période peut doubler jusqu'au chaos : 1, 2, 4, 8, 16, 32…apériodique.

9.2.1.5.1 Sensibilité aux conditions initiales dans les systèmes chaotiques

Pour la même valeur du paramètre *r=4.0*, comparons l'évolution des suites logistiques pour des valeurs initiales proches de 0.40 et 0.41 :





On voit qu'à partir de l'itération 6 la différence est significative.

Conclusion pour la fonction logistique sur la sensibilité aux conditions initiales
Avec *r=4*, la fonction logistique est sensible aux conditions initiales : *au bout de quelques itérations elle amplifie une petite différence initiale*. On ne peut donc prédire son état final que si la précision de son état initial est infinie, ou pour un intervalle de valeurs initiales infiniment étroit ; et on ne peut prédire l'état que pour un nombre réduit d'itérations, c'est-à-dire pour un *avenir proche*.

Cette évolution apériodique se produit quelle que soit la valeur initiale de *x* lorsque *r=4*. Et les valeurs successives, apériodiques, chaotiques, sont toutes distinctes : une valeur déjà obtenue ne se reproduira jamais.

Précisions sur la sensibilité aux conditions initiales
En toute rigueur, cette condition doit être vérifiée « presque partout », le qualificatif « presque » ayant un sens précis en mathématiques. Il faut à la fois :

- Que l'ensemble des valeurs initiales pour lesquelles cette forte sensibilité n'existe pas ait une « mesure nulle » : dans notre cas, cet ensemble doit contenir seulement un (ou quelques) point(s) fixe(s) isolé(s), comme c'est le cas pour :
  - ✓ 0 et (selon le *r* choisi) les valeurs 1/3 et 0.513 ;
  - ✓ les autres valeurs de périodes 2; 3; 4 et 8,
  - ✓ et le point isolé à valeur finale instable sommet de la parabole, x=1/2.
- Que l'ensemble des valeurs initiales pour lesquelles cette sensibilité existe ait une « mesure infiniment plus grande » que l'ensemble précédent, comme c'est le cas pour l'infinité de valeurs à résultat apériodique.

Une sensibilité aux conditions initiales n'existe que si elle est vérifiée presque partout : la probabilité, après *n* itérations, de trouver alors une valeur initiale qui produit un point fixe ou une période est infiniment plus faible que celle de trouver une valeur sensible aux conditions initiales.

On peut démontrer rigoureusement que la suite logistique $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ est sensible aux conditions initiales pour *r=4*, mais on ne connaît pas de preuve de ce caractère pour d'autres valeurs de *r*.

La suite $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ est chaotique au moins pour *r=4*, car elle vérifie les 4 conditions énoncées précédemment au paragraphe *Caractère chaotique d'un système dynamique*.

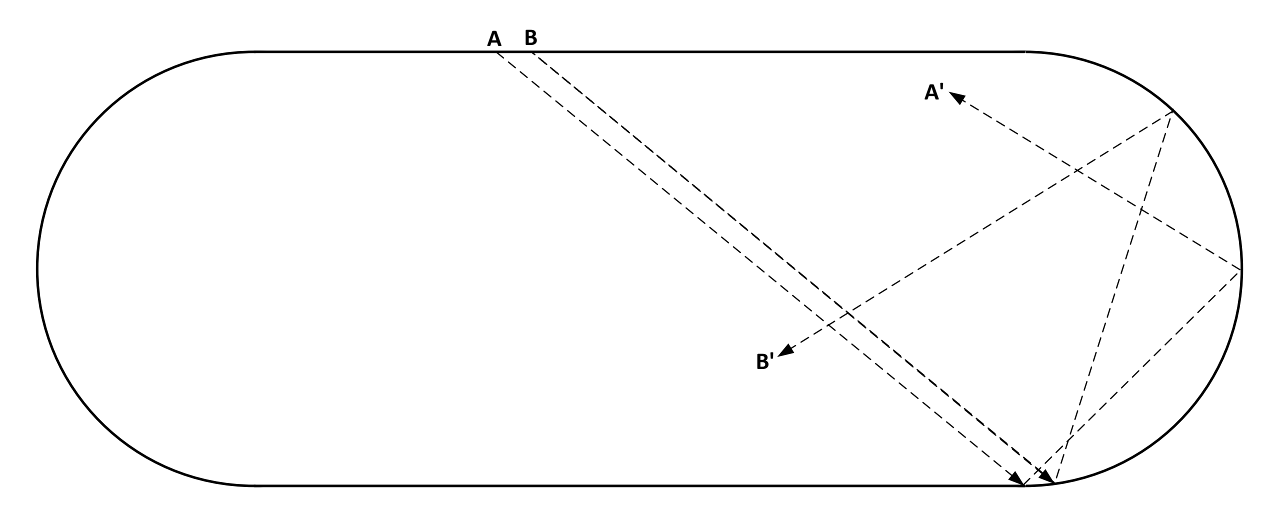
Pour une mesure de cette sensibilité voir le paragraphe *Exposant de Liapounov*.

Autres exemple d'évolution chaotique :

- Orbites planétaires chaotiques : problème des trois corps d'Henri Poincaré ;
- Ecoulements turbulents de fluides.

9.2.1.5.2 Sensibilité aux conditions initiales dans les systèmes non chaotiques
Il n'y a pas que les systèmes chaotiques qui soient sensibles aux conditions initiales : l'exemple suivant va le montrer.

Considérons un billard qui a deux côtés arrondis suivant le schéma ci-dessous. Supposons que deux billes soient lancées dans des directions parallèles de deux points voisins *A* et *B*. Lorsqu'elle rencontre une paroi, une bille rebondit en faisant un angle exactement opposé à celui qu'elle fait avec la normale à la paroi au point de contact. Or la bille partie de *A* touche la paroi opposée dans sa partie rectiligne et celle partie de *B* la touche au début de sa partie ronde. Les tangentes à la paroi de ces deux points d'arrivée n'étant pas du tout parallèles, les trajectoires finales *AA'* et *BB'* sont très différentes.



Dans cet exemple de sensibilité aux conditions initiales il n'y a pas eu d'itération, mais seulement non-linéarité.

9.2.1.6 Abandon du principe de limitation des conséquences d'une erreur
Les physiciens, les chimistes, les médecins, les financiers, les philosophes et d'autres hommes de bon sens ont l'habitude de penser qu'une erreur minime dans une valeur initiale d'une évolution ne produira qu'une erreur minime dans son résultat. Ils appliquent sans y penser le principe suivant :

> **« Un battement d'ailes de papillon ne changera pas les prévisions météo à 2500 km ».**
>
> Ce principe est justifié pour les lois d'évolution naturelles macroscopiques parce qu'elles sont dérivables : soit *f'(x)* la dérivée d'une telle fonction *f(x)* ; pour une petite variation *dx* de la variable *x* la fonction *f(x)* varie de *df=f'(x)dx,* quantité proportionnelle à dx.
>
> Mais pour une évolution décrite par une loi itérative nous venons de voir qu'il existe des cas de sensibilité aux conditions initiales : à une petite variation de la valeur x_n de l'état *n* peut correspondre, *h* itérations plus tard, une forte variation de l'état x_{n+h}.

La discussion précédente sur la sensibilité aux conditions initiales dans les systèmes non chaotiques oblige à abandonner ce principe pour les systèmes dynamiques non linéaires ou sensibles aux conditions initiales. Ces systèmes sont parfaitement déterministes, soumis aux équations de Newton pour la mécanique classique, à celle de Navier-Stokes pour la mécanique des fluides et à celles de Maxwell pour l'électromagnétisme. C'est le nombre d'itérations qui limite l'horizon de prédictibilité à cause de l'inévitable amplification d'imprécisions initiales : cela se démontre et constitue une imprédictibilité pratique.

9.2.1.7 Diagramme des bifurcations - Universalité
Nous avons vu que la période de la fonction logistique (nombre de valeurs formant un groupe répétitif après un grand nombre d'itérations) dépend de la valeur du paramètre *r*. Un programme simple MAPLE [145] permet de représenter graphiquement l'ensemble des valeurs finales de la fonction logistique en fonction de *r*.

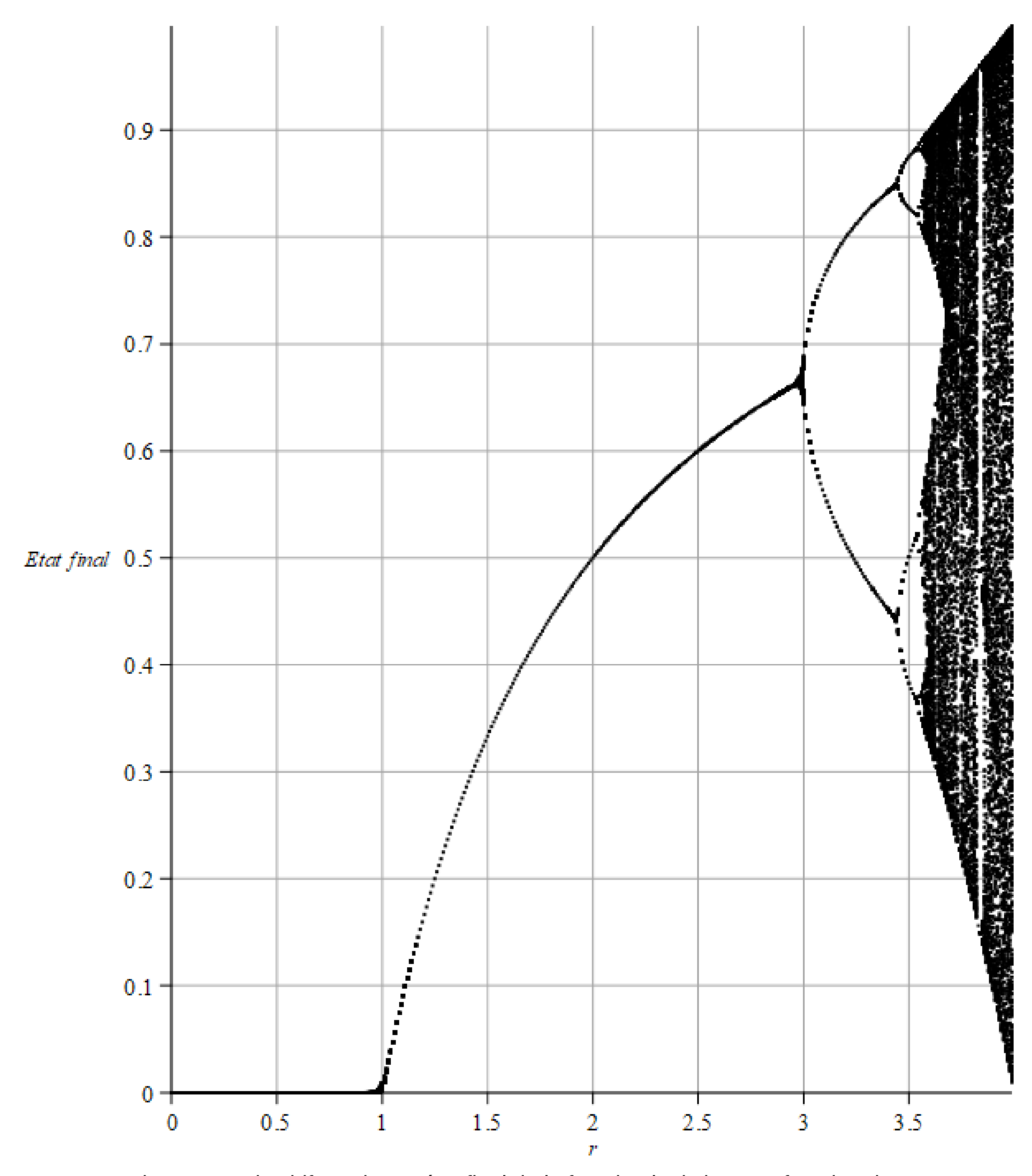


Diagramme des bifurcations : état final de la fonction logistique en fonction de *r*

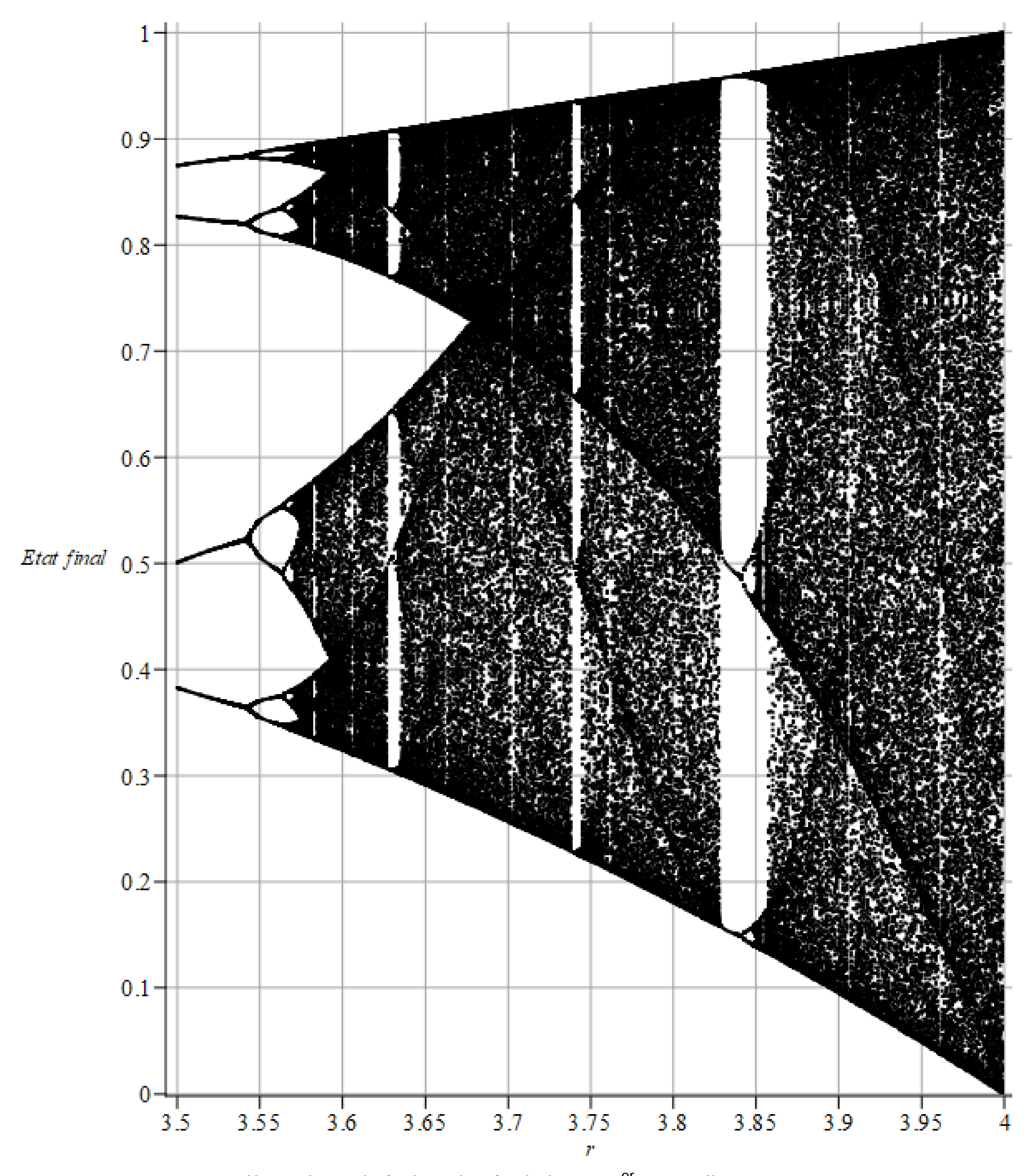
Remarques

- Pour $0 \leq r \leq 1$, la valeur finale est zéro.
- Pour $1<r<3$, il y a une seule valeur finale.
- Pour $3 \leq r<3.46$ environ, il y a une période de deux valeurs finales.
- Pour $3.46 \leq r<3.544$ environ, il y a une période de quatre valeurs finales.
- Pour $3.544 \leq r<3.5644$ environ, il y a une période de huit valeurs finales.
- Pour r>3.5644 il y a une courte période de seize valeurs finales, jusqu'à environ *3.5687* où commence une période de 32 valeurs.

- Les plages de valeurs associées à une périodicité sont de plus en plus courtes quand celle-ci croît. Cette suite de doublements est interrompue par le fait que pour *r=3.84*, il y a une période de trois valeurs dans une sorte de « fenêtre ».
- Pour *r=4*, l'état final est apériodique : il y a une infinité d'états distincts quel que soit le rang de l'itération d'observation considéré, chaque état n'étant atteint qu'une fois.

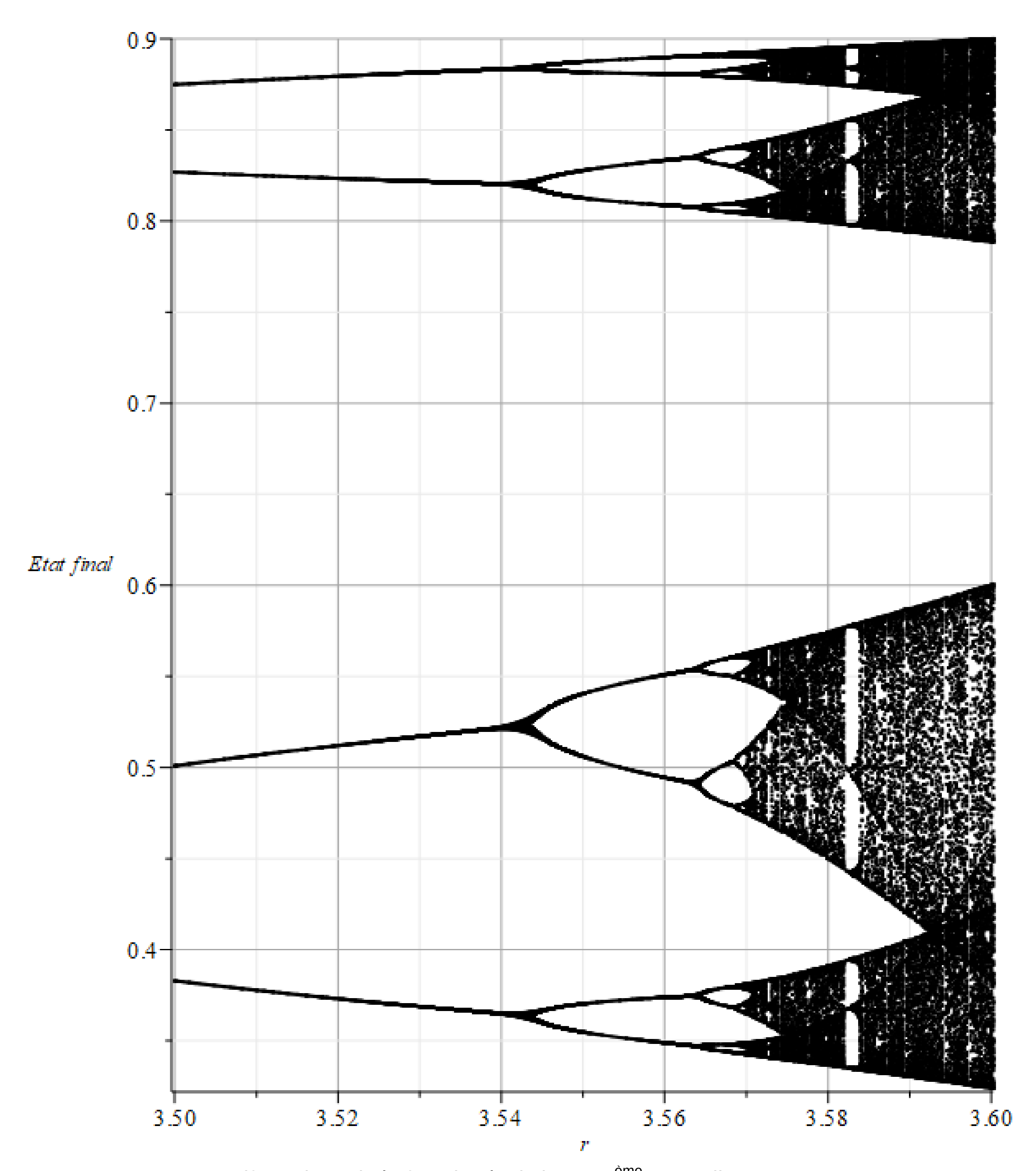
Pour les systèmes dynamiques évoluant comme la fonction logistique, la situation chaotique apparaît vers *r=3.57*, et le maximum de sensibilité aux conditions initiales se produit pour *r=4*.

Examinons les états finaux produits par *3.5≤r<4* :



Bifurcations de la fonction logistique : 1er agrandissement

Il est aussi intéressant d'examiner en détail les états finaux produits par $3.5 \leq r < 3.6$:

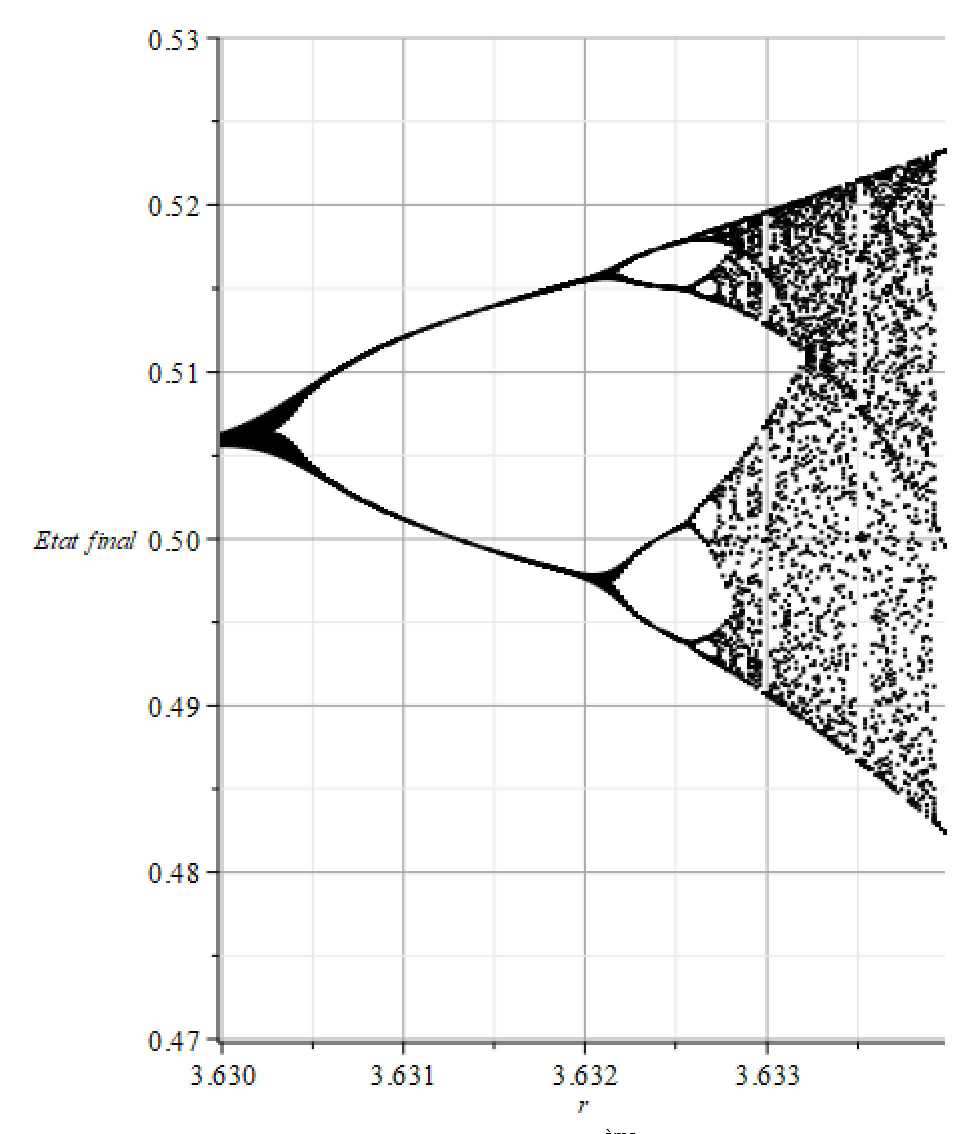


Bifurcations de la fonction logistique : 2ème agrandissement

On voit un certain nombre de bifurcations, la période passant de 4 à 8, puis à 16 : il y a un phénomène de *doublement des périodes successives*.

Ce phénomène existe pour un grand nombre de fonctions d'évolution par itération, existence qui relève de leur *universalité* (caractère défini plus bas).

En agrandissant le diagramme de bifurcation entre 3.630 et 3.634, et en limitant l'affichage aux seuls états finaux entre 0.47 et 0.53, on obtient ceci :



Bifurcations de la fonction logistique : 3ème agrandissement

Le diagramme ci-dessus ressemble aux précédents, malgré une résolution plus fine : *les bifurcations de la fonction logistique ont donc une structure fractale*.

Le doublement des périodes successives par bifurcation ne se poursuit pas indéfiniment, il apparaît des fenêtres chaotiques. Dans une telle fenêtre, on trouve des valeurs où la période change brusquement, par exemple celle à 3.84 où la période est 3. Les plages de forte sensibilité aux conditions initiales contiennent des valeurs apériodiques. Chaque plage contenant une valeur chaotique contient aussi une fenêtre périodique…

Prédictibilité de l'évolution d'un système dynamique

Au vu de cet exemple on peut conclure que le déterminisme d'une fonction permet la *prévision* de son évolution, mais pas la *prédiction* fiable de ses valeurs à long terme. De telles prédictions ne sont possibles qu'en effectuant les calculs d'itération nécessaires, et elles sont perturbées par une sensibilité aux conditions initiales.

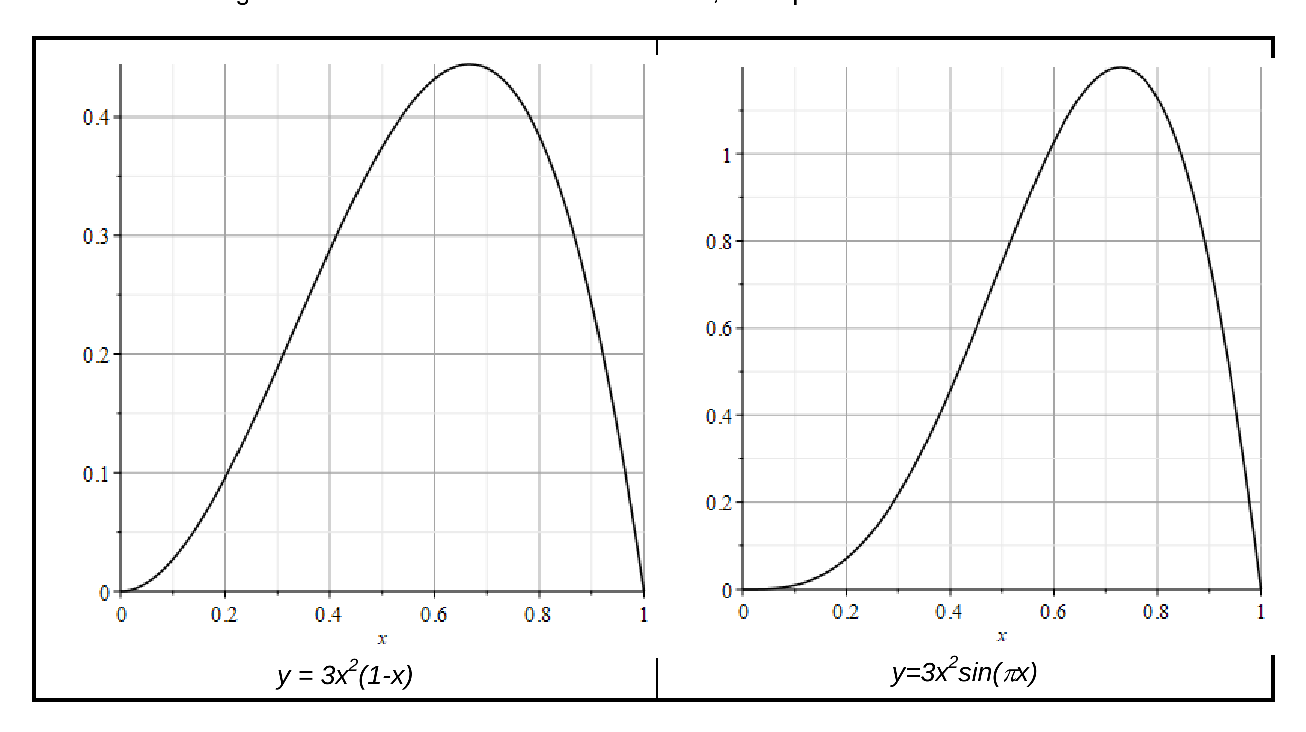
Un changement d'échelle révèle par agrandissement des détails de structure déjà notés aux résolutions plus faibles, caractéristique des systèmes dynamiques chaotiques dont nous reparlerons à propos des *fractales*.

9.2.1.8 Constante de Feigenbaum et doublement périodique vers le chaos

Nous avons constaté plus haut que la plage (l'intervalle) de valeurs de *r* du diagramme de bifurcation correspondant à une certaine périodicité rétrécit lorsque la périodicité croît par doublement lors d'une bifurcation. Pour de nombreuses fonctions d'itération cette décroissance (le rapport des longueurs de deux plages successives) tend toujours vers le nombre

δ = 4.669201…

Ce nombre est appelé *constante de Feigenbaum*, parce qu'on le retrouve dans les diagrammes de bifurcation d'un grand nombre d'autres fonctions itérées ; exemples :



$y = 3x^2(1-x)$ | $y=3x^2\sin(\pi x)$

Complément intéressant sur les nombres de Feigenbaum : voir [175].

Universalité de la constante δ de Feigenbaum : caractéristiques

Toutes les fonctions dont :

- L'itération présente des rapports d'intervalles successifs de r décroissants se terminant par une valeur chaotique (comme $r=4.0$ pour la fonction logistique) ;
- La courbe a, dans l'intervalle de x considéré pour les itérations ($0 \leq x \leq 1$ pour la fonction logistique), un seul maximum ($x=0.5$ pour la fonction logistique) et une allure parabolique semblable à celle de la fonction logistique $y = rx(1-x)$,

voient la suite de ces rapports tendre vers δ, *toujours le même* δ.

$$\delta = \lim_{n\to\infty} \frac{r_{n+1} - r_n}{r_{n+2} - r_{n+1}}$$

Ce phénomène d'universalité a été appelé ***doublement périodique vers le chaos***.

9.2.1.9 Doublement périodique vers le chaos

Ce phénomène a les *Propriétés d'écartement et de rapprochement* :

- *Séparation de deux états initiaux proches par sensibilité aux conditions initiales ;*
- *Rapprochement de deux états successifs d'une évolution :*

  Tout intervalle de valeurs d'états successifs $|x_{n+1}-x_n|$ d'une évolution finira par se contracter. L'évolution tendra vers l'attracteur, qui doit avoir un volume nul dans un espace des phases à trois dimensions.

Conditions d'un doublement de période

Dans un système dynamique donné, la variation d'un paramètre (comme le r de la fonction logistique) peut changer la fin $t \to \infty$ de l'évolution par itérations en lui faisant franchir un point de bifurcation, doublant ainsi sa périodicité ; nous en avons vu plusieurs exemples.

Une variation de paramètre de ce type se produit, par exemple, dans l'écoulement d'un fluide dont le *nombre de Reynolds* (voir *Turbulence*) varie avec la vitesse d'écoulement. Au

franchissement par croissance d'une valeur de ce nombre correspondant à une bifurcation la période double, le régime d'écoulement change, des tourbillons peuvent brusquement apparaître ou se multiplier ; après un certain nombre de bifurcations, l'écoulement devient apériodique, c'est-à-dire turbulent. Une telle croissance de la vitesse d'écoulement du fluide survient, par exemple, lorsqu'il doit contourner un obstacle, comme l'eau d'une rivière tranquille qui devient turbulente en contournant une pierre ou en franchissant un rétrécissement de son lit.

L'imprécision des calculs peut masquer des réalités mathématiques

Nous avons au paragraphe *Ensembles de Mandelbrot* des exemples de la possibilité de découvrir des détails d'un objet fractal même à des échelles minuscules ; nous avons vu aussi en étudiant la fonction logistique qu'il y a parfois de petites différences du paramètre *r* qui entraînent des différences considérables d'évolution, par exemple par franchissement d'une bifurcation.

Or, quelle que soit la précision d'un calcul

(on peut, par exemple, calculer avec une précision de 100 décimales avec le logiciel mathématique Maple par l'instruction *evalf [100] (π),* qui produit :
π = 3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406 286208998628034825342117068)

il peut arriver, après un certain nombre d'itérations, que l'imprécision inévitable du programme masque un détail de résultat, par exemple le franchissement d'une bifurcation ou le saut d'un côté à un autre d'un attracteur à deux courbes.

En outre, la précision des valeurs des grandeurs physiques d'un système dynamique a elle-même une limite…

Exemples d'application de la constante de Feigenbaum

La constante de Feigenbaum δ apparaît, par exemple, dans la fonction de calcul du débit d'un robinet coulant goutte à goutte en fonction du nombre de gouttes par minute, fonction présentant (lorsque le débit croît) un doublement de périodes successives se terminant par un régime apériodique de chaos.

Le doublement périodique vers le chaos apparaît aussi dans des phénomènes de mouvements de convection de fluides soumis à des différences de température, dans des réponses de circuits électroniques oscillants, etc.: voir [266].

Prédictibilité des périodes successives grâce à la constante de Feigenbaum

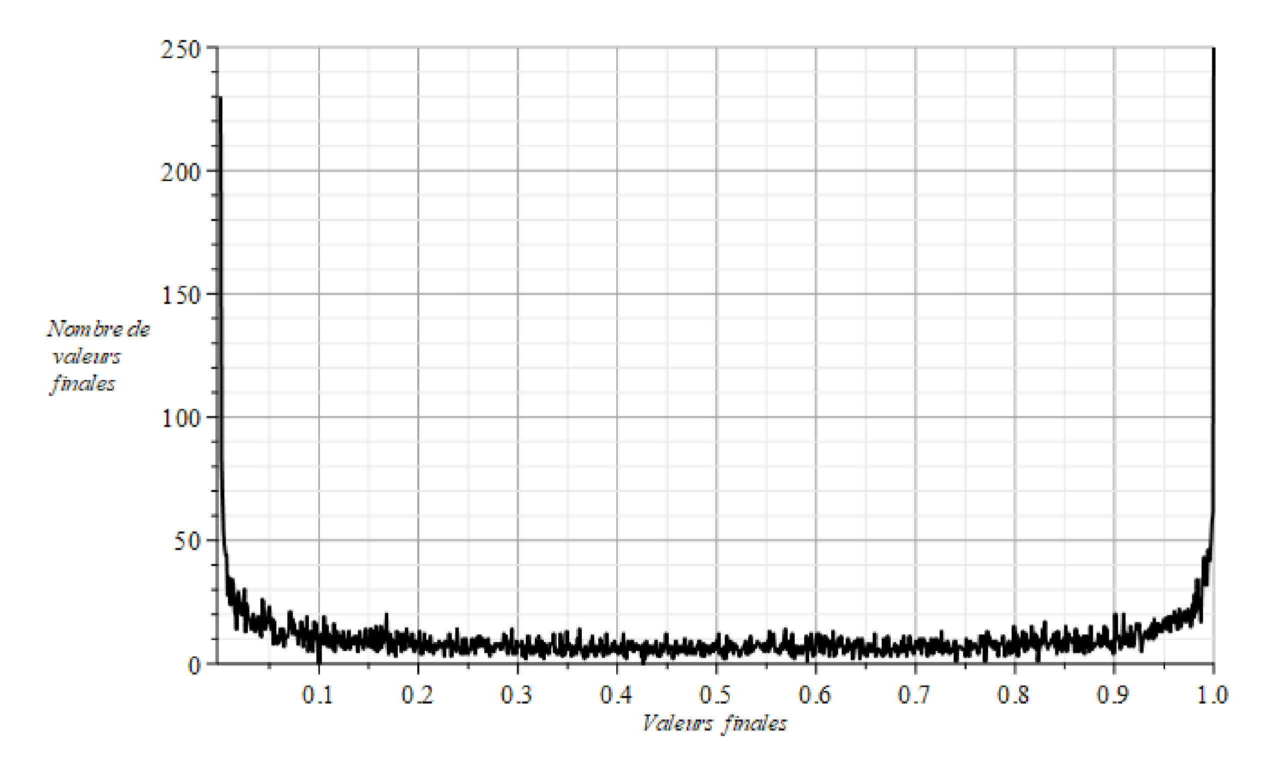
Il y a beaucoup de systèmes dynamiques dont l'évolution d'une variable *x* peut être confinée à l'intervalle $0<x<1$ par un simple changement de variable, et qui ont dans cet intervalle l'allure parabolique citée sous le titre *Universalité de la constante δ de Feigenbaum : caractéristiques*.

Pour un tel système, même si on ne connaît pas la fonction d'évolution précise, on peut prédire la suite des conditions de survenance des bifurcations connaissant une des périodes et l'intervalle de temps jusqu'à la suivante, qui la double : en divisant cet intervalle de temps par la constante de Feigenbaum on peut prédire approximativement la survenance de la bifurcation suivante, puis de la suivante, etc. jusqu'au chaos qui survient après quelques doublements, et ceci pour tout système dynamique répondant aux critères d'allure parabolique dans l'intervalle $0<x<1$.

9.2.1.10 Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique

Nous avons vu que les évolutions de la fonction logistique pour $r=4$ sont apériodiques : lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini, les valeurs successives de x_n oscillent de façon désordonnée sans jamais repasser par un point déjà atteint. Nous savons aussi que les trajectoires dues à deux valeurs initiales distinctes n'ont ni intersection ni point de contact, conformément à leur caractère déterministe.

L'ensemble des trajectoires pour les diverses valeurs initiales a pourtant en commun l'allure des histogrammes de la distribution de leurs valeurs finales : deux valeurs initiales distinctes donnent des fréquences quasi-identiques d'apparition des x_n lorsque *n* est grand. Voici un de ces histogrammes de la fonction logistique avec $r=4$, représenté pour $n=10000$ itérations à partir d'un point initial $x_1=0.3$.



On remarque le nombre considérable d'occurrences de x_n pour les intervalles $0 < x_n \leq 0.001$ et $0.999 \leq x_n < 1$, respectivement environ 230 et environ 250, contre seulement une petite dizaine d'occurrences de chacun des 998 autres intervalles.

Cet histogramme peut servir à trouver des pourcentages moyens de temps (c'est-à-dire d'itérations) que le système passe pour des valeurs finales :

- Entre 0.1 et 0.2 : 9.03% (et nous allons voir que ce pourcentage est le même quelle que soit la valeur initiale) ;
- Entre 0.6 et 1 : 43.6%;
- Entre 0 et 0.5 : exactement 50%.

Ces pourcentages de temps sont des probabilités de trouver un système dynamique dans un état donné à long terme.

Conséquences philosophiques sur la prédictibilité des trajectoires

- *A long terme il n'y a que 2 valeurs stables*
  La première conséquence de cette quasi-identité d'histogrammes est qu'*à long terme la probabilité d'occurrence d'une valeur n'est significative que pour les valeurs extrêmes, voisines de 0 et 1* : ces deux valeurs sont stables, les autres étant instables. Cette constatation contredit, pour la fonction logistique avec *r=4*, celle de la sensibilité aux conditions initiales : même si la valeur de départ est très différente, au bout d'un certain temps les deux résultats les plus probables sont les mêmes !
- *Ergodicité*
  La seconde conséquence est *l'ergodicité* de toute trajectoire chaotique de la fonction logistique. Cela veut dire qu'un point quelconque x_a entre 0 et 1 sera approché, pour un certain *n* (numéro d'itération), aussi près que l'on veut, c'est-à-dire que quel que soit ε petit et positif il existe un *n* tel que $|x_n - x_a| < \varepsilon$.
  La fonction logistique « balaye » donc tout l'intervalle ouvert]0, 1[, dont les divers points n'ont cependant pas la même probabilité d'être atteints au hasard.

  Avec *r=4*, l'intervalle]0, 1[contient une infinité de points périodiques ou situés sur une trajectoire menant à un point périodique instable ; mais *presque tous* les points initiaux mènent à une trajectoire apériodique et à un histogramme très semblable au précédent (« *presque tous* » a été

défini au paragraphe *Nombre aléatoire, nombre normal* ; voir aussi, au paragraphe *Evolution apériodique*, le sous-titre *Sensibilité aux conditions initiales*).

Une trajectoire ergodique est apériodique ; elle « contourne » les points finaux périodiques (instables) tout en s'en approchant aussi près que l'on voudra. Et deux trajectoires qui sont proches pendant plusieurs itérations le resteront encore pendant un certain temps ; c'est une des raisons qui expliquent la similitude des histogrammes.

Prédictibilités statistiques
Tout système dynamique contenant une trajectoire ergodique est statistiquement stable. Pour de nombreux système dynamiques (notamment la fonction logistique) il ne peut exister qu'une distribution de valeurs finales (et un seul histogramme) constituant un attracteur.

Il y a là des *prédictibilités statistiques* de l'évolution et de la valeur finale d'une trajectoire de système chaotique.

- Conséquence déterministe importante de l'ergodicité : toutes les trajectoires apériodiques (donc, en probabilité 100% des trajectoires) d'un système chaotique ont la même probabilité d'atteindre un sous-intervalle donné de]0, 1[.
  C'est, là aussi, une prédictibilité statistique de la valeur finale d'une trajectoire de système chaotique.

- *Pour certains systèmes dynamiques la valeur moyenne à long terme n'a pas de sens*, *seul l'histogramme décrit la distribution à long terme*
  Pour un système dynamique comme celui de la fonction logistique *la valeur moyenne à long terme* n'a aucun sens ; seul l'histogramme de la distribution des valeurs décrit celles-ci à long terme de façon utilisable.

- Tout système dynamique chaotique dont l'évolution ressemble à celle de la fonction logistique est *statistiquement prédictible*, bien que ses trajectoires ne le soient pas !

  Application à la météorologie – Effet papillon
  Le temps qu'il fait est un système météorologique notoirement chaotique : les prédictions *à court terme* sont entachées d'« effet papillon » dû à la sensibilité aux conditions initiales.

  Mais sa prédictibilité *statistique* permet des prédictions plus fiables de données météorologiques comme la pluviosité moyenne et la température moyenne sur un siècle que sur une semaine.

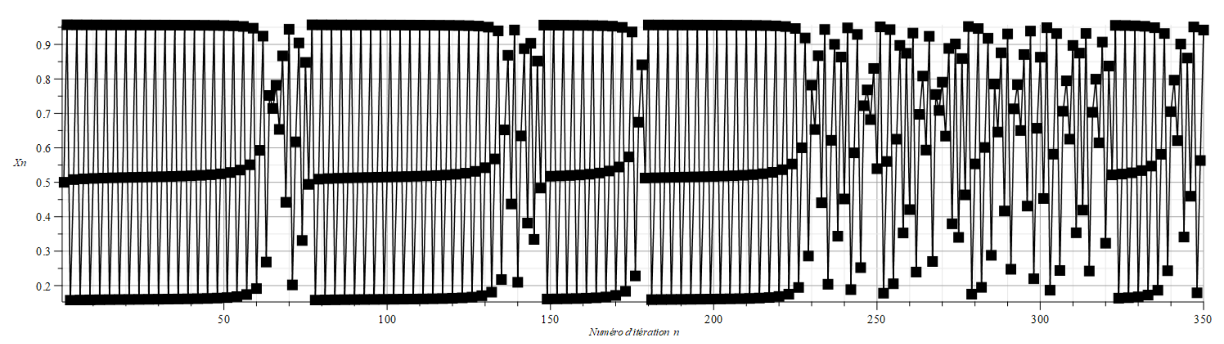
  Il ne faut pas confondre *météo à court terme* et *évolution du climat*, car elles sont régies par des lois d'évolution différentes : déterministe pour la météo, déterministe statistique pour le climat.

  > Selon [107] page 11, il est démontré que la prévision météorologique *a un horizon de l'ordre de deux à trois semaines* :
  >
  > **« Quoi que l'on fasse, quel que soit le nombre de stations météo, quelle que soit la fidélité du modèle informatique de l'atmosphère et la précision des calculs on ne pourra pas prédire le temps plus longtemps à l'avance. »**

- Tout système dynamique chaotique (et pas seulement ceux que régit la fonction logistique) apériodique a une infinité de points inaccessibles à une trajectoire apériodique, car si une telle trajectoire en atteignait un elle deviendrait périodique et ne serait plus apériodique.

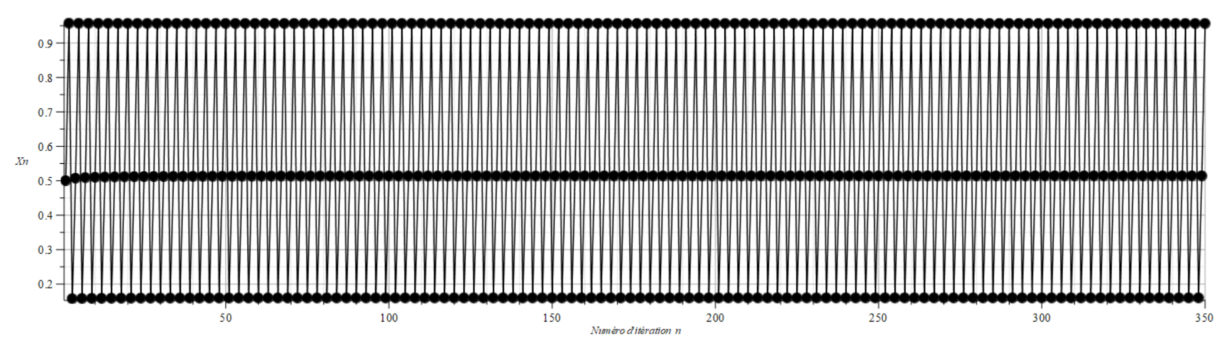
9.2.1.11 Intermittence

Les types d'évolution de $x_{n+1}=rx_n(1-x_n)$ lorsque $n\to\infty$ que nous avons vus ne sont pas les seuls. Voici, par exemple, l'évolution intermittente lorsque $x_0=0.5$ et $r=3.82812$:



Evolution de $x_{n+1}=rx_n(1-x_n)$ pour $x_0=0.5$ et $r=3.82812$

L'évolution a l'air périodique (de période 3) jusque vers $n=50$, puis elle devient chaotique jusqu'à $n=78$, puis elle est stable jusqu'à $n=120$, etc. Cette évolution, qualifiée d'intermittente, est d'autant plus surprenante qu'une valeur à peine différente de $r=3.82843$ (proche de la valeur $r=3.84$ étudiée au paragraphe *Evolution vers une oscillation finale entre 4, 8 ou 3 points*) donne :



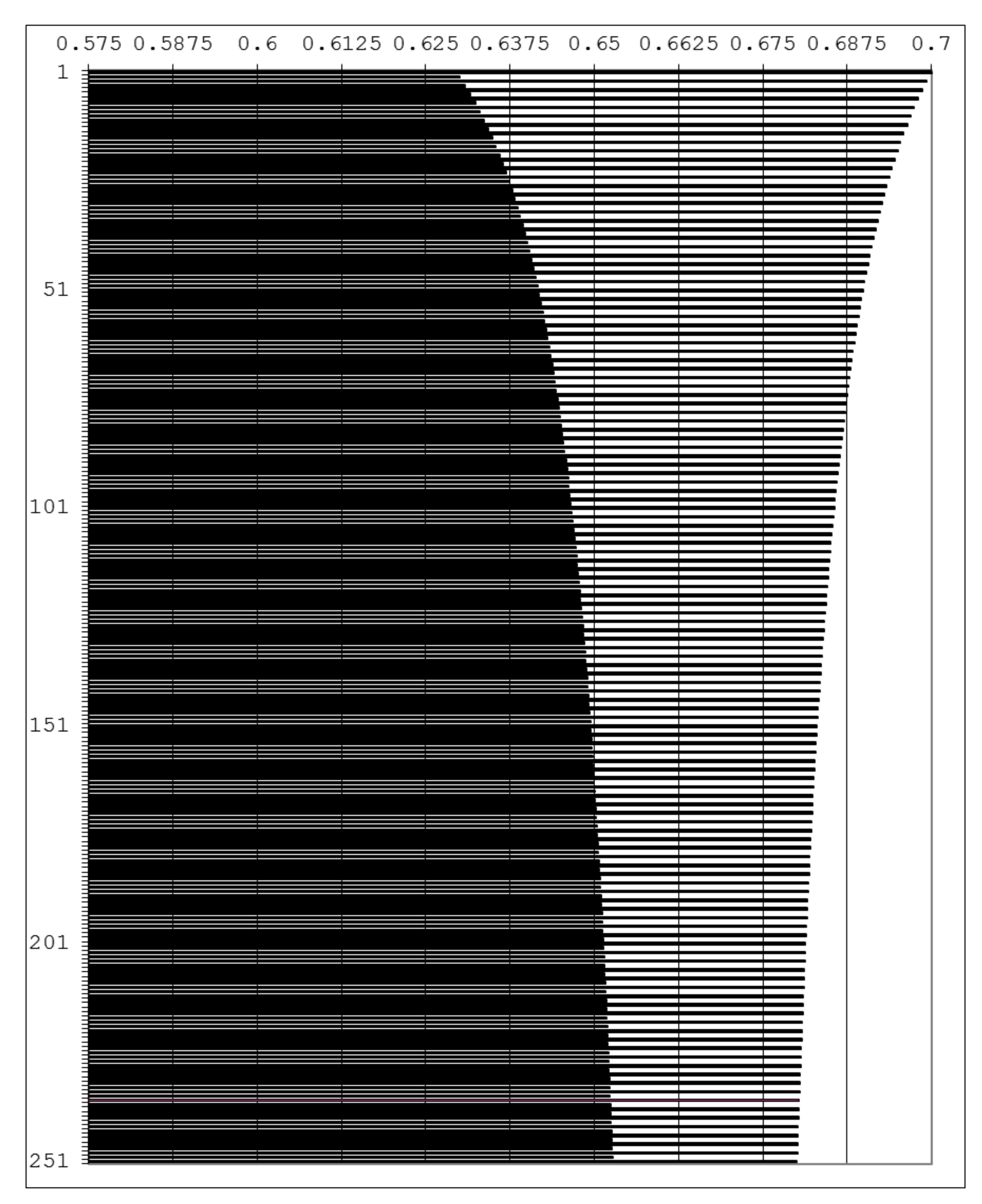
Evolution de $x_{n+1}=rx_n(1-x_n)$ pour $x_0=0.5$ et $r=3.82843$

On voit la période 3 stable de l'évolution.

9.2.1.12 Attracteurs multiples

Dans certaines conditions, les évolutions d'un processus chaotique peuvent converger, au bout d'un certain nombre d'étapes, pour se regrouper au voisinage de *plusieurs* points de l'espace des phases appelés attracteurs, notion que nous avons déjà présentée. Une fois dans le voisinage d'un attracteur, le système continue à évoluer mais ne peut s'en éloigner. C'est le cas de la suite précédente $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ pour certaines valeurs de r. Le graphique ci-dessous illustre cette suite, commençant avec $x_1 = 0.7$ et $r = 3$: après adaptation de l'échelle et de l'origine de l'axe vertical, on voit l'apparition de deux attracteurs au voisinage de $x = 0.655$ et $x = 0.678$. Les attracteurs sont des *points d'accumulation* de l'espace des phases définis comme suit.

> *Point d'accumulation d'un ensemble infini*
> Etant donné un ensemble infini tel que l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, ou l'ensemble des points d'un espace des phases, on appelle *point d'accumulation* de l'ensemble un élément de l'ensemble dont tout voisinage contient une infinité de points (éléments) de l'ensemble. Tout point de l'ensemble qui n'est pas un point d'accumulation est appelé *point isolé*.



Suite des valeurs $x_{n+1} = 3x_n(1-x_n)$ où $x_1 = 0.7$ et n varie de 1 à 251 :
on voit les attracteurs au voisinage de $x = 0.655$ et $x = 0.678$

9.2.2 Conditions d'apparition d'une évolution chaotique – Série de Fourier

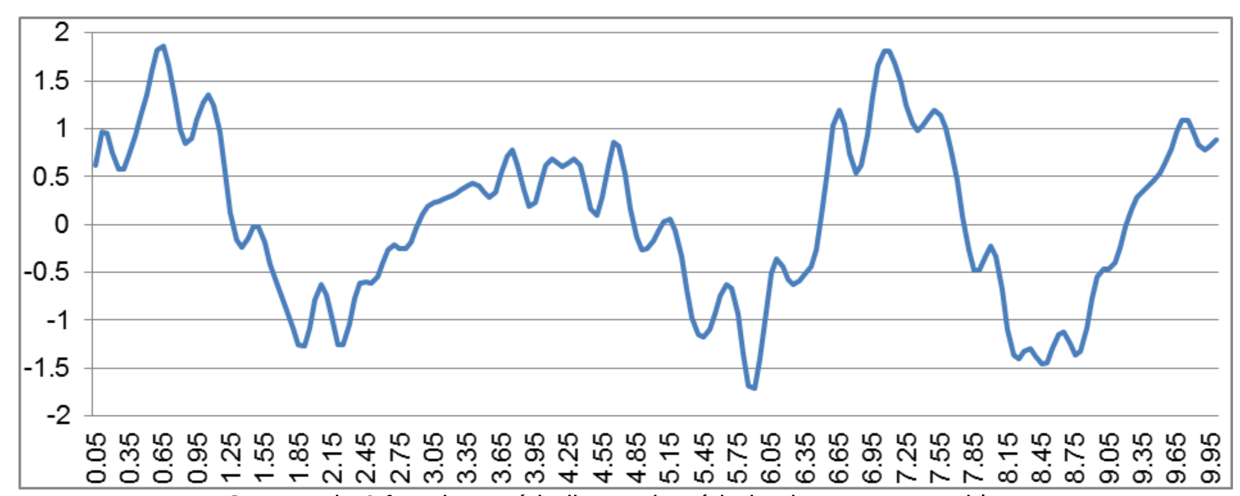
Théorème

Toute évolution dans le temps d'une variable peut être décomposée en série de Fourier, somme *f(t)* d'un nombre fini ou infini de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples d'une fréquence de base, chacune avec son amplitude et sa phase :

$$f(t) = a_0 + a_1 sin(\omega t+\varphi_1) + a_2 sin(2\omega t+\varphi_2) + a_3 sin(3\omega t+\varphi_3) +\ldots$$

L'ensemble des fréquences composantes est appelé *spectre de Fourier*.

L'exemple graphique ci-dessous montre une évolution dans le temps qui se décompose en une somme de 6 fonctions sinusoïdales. Il montre aussi que l'addition de plusieurs phénomènes oscillants sinusoïdaux, chacun avec sa fréquence et sa phase, peut avoir une allure désordonnée, chaotique.



Somme de 6 fonctions périodiques de périodes incommensurables
(le rapport des périodes des fonctions, prises deux à deux, est toujours irrationnel)

Chaque évolution périodique est un comportement régulier, prévisible. Mais la somme de plusieurs fonctions périodiques de fréquence, amplitude et phase différentes peut être apériodique si les périodes des phénomènes composants sont incommensurables entre elles (c'est-à-dire si leurs rapports deux à deux sont tous irrationnels) comme dans l'exemple du graphique. Voici trois cas d'évolution vers un régime chaotique de systèmes dynamiques *à petit nombre de degrés de liberté*.

- Un régime périodique pendant un long intervalle de temps peut se déstabiliser brusquement, devenir chaotique pendant un moment, puis redevenir périodique, avant de se déstabiliser de nouveau au bout d'un temps qui n'est pas nécessairement égal au précédent. Une telle évolution « par bouffées » a été observée dans certains cas de convection thermique et de réaction chimique évolutive.
- Un régime périodique peut évoluer par des doublements successifs de sa période sous l'effet d'un paramètre de contrôle, jusqu'à atteindre un point d'accumulation où la période est infinie et où commence l'évolution chaotique. On rencontre ce type d'évolution en dynamique des populations (fonction logistique précédente, lorsque le paramètre *r* varie).
- Un régime périodique peut devenir quasi périodique sous l'effet d'un paramètre de contrôle. L'évolution correspond alors à 2 fréquences, puis peut-être à 3, etc. Si ces fréquences sont indépendantes et incommensurables (l'une au moins n'étant une fraction exacte d'aucune autre), le régime peut devenir chaotique.
  Voir ci-dessous le paragraphe *Orbites planétaires chaotiques*.

Dans un système dynamique à nombre de degrés de liberté plus important, le chaos peut être à la fois *temporel* (c'est-à-dire *itératif* comme les cas que nous avons vus jusqu'à présent) et *spatial* (le comportement différant d'un point du système à un autre, le système ayant des régions d'évolution ordonnée et des régions d'évolution désordonnée). C'est le cas, par exemple, d'un torrent de montagne.

Conclusion : **une évolution déterministe peut passer d'un régime stable et prédictible à long terme à un régime chaotique imprédictible, sous l'influence de divers paramètres, sans cesser d'être déterministe** (et en étant toujours décrite par des équations différentielles ou des équations à dérivées partielles).

Voici une citation de [1], article *Forme – Les modèles morphodynamiques* :

> "Un système dynamique concrètement déterministe est donc un système […] dont les trajectoires sont stables. Cela n'a aucune raison d'être le cas. Il existe même des systèmes dynamiques (par exemple les systèmes géodésiques sur les variétés riemanniennes de courbure négative) qui présentent la propriété que toutes leurs trajectoires sont instables, et qui la

présentent de façon structurellement stable. Ainsi que l'a noté Arnold, « l'éventualité de systèmes structurellement stables à mouvements compliqués dont chacun est exponentiellement instable en soi est à mettre au rang des plus importantes découvertes faites ces dernières années en théorie des équations différentielles. […] dans l'espace fonctionnel des champs de vecteurs, il existe des domaines composés de champs où les courbes de phase (les trajectoires) sont plus complexes. Les conclusions qui en découlent couvrent un grand nombre de phénomènes dans lesquels les objets déterministes ont un comportement "stochastique" »"

9.2.2.1 Fluctuations faussement aléatoires d'un phénomène apériodique

Certains auteurs ont attribué à tort au hasard des effets considérables, voire catastrophiques, dus aux fluctuations d'un phénomène apériodique ou chaotique. Voici des exemples de ce qui peut arriver.

9.2.2.2 Fluctuations périodiques dont les amplitudes s'ajoutent – Vagues scélérates

Un phénomène apériodique ou quasi périodique peut comporter, dans sa décomposition en série de Fourier, une composante de période très longue et d'amplitude non négligeable. Il peut alors arriver, même si c'est rare, que cette amplitude s'ajoute à d'autres amplitudes de phénomènes composants pour donner une amplitude totale considérable, susceptible de provoquer une catastrophe.

Il peut aussi arriver qu'un nombre élevé de phénomènes composants ajoutent leurs amplitudes à des instants précis, même si ces instants sont rares.

Les vagues scélérates

Ainsi, des « vagues scélérates » océaniques peuvent atteindre des hauteurs de plusieurs dizaines de mètres, par empilement d'oscillations verticales d'eau qui se déplacent à des vitesses différentes et arrivent à se rattraper, et peut-être aussi du fait d'amplifications non linéaires encore mal expliquées. Ces vagues endommagent gravement même de très gros bateaux. Elles sont rares, imprévisibles et font l'objet d'une surveillance internationale par satellite pour avertir les navires menacés.

Le hasard n'est pour rien dans de telles fluctuations. Tous les phénomènes périodiques composant un phénomène apériodique ont une évolution calculable, donc prédictible. L'attribution au hasard vient de l'ignorance des auteurs, due en partie à la rareté des phénomènes d'amplification catastrophique, qui gêne leur étude scientifique.

Amplification d'une fluctuation par franchissement de valeur critique

Une fluctuation exceptionnelle mais d'amplitude intrinsèquement modeste (comme une fluctuation moléculaire) peut entraîner une évolution d'ampleur spectaculaire lorsqu'elle fait franchir une valeur critique à un paramètre, mettant alors en jeu une énergie importante et changeant une loi d'évolution par bifurcation dans l'espace des phases. Exemples :

- Un lac à l'eau très pure qui devrait être gelé est en surfusion à une température largement inférieure à zéro degré C. S'il n'y a pas de vent, sa surface est très calme. Si on y lance un caillou minuscule l'eau peut geler instantanément, avec une énergie de solidification des millions de fois plus importante que l'énergie apportée par la chute du caillou.
- Un rocher de plusieurs milliers de tonnes est en équilibre instable à flanc de montagne. Le gel peut déstabiliser une petite pierre située au-dessus, et cette pierre en tombant va desceller le rocher qui va tomber à son tour, avec un échange d'énergie potentielle en énergie cinétique infiniment supérieur à l'énergie cinétique de la petite pierre.

Une variable macroscopique qui fluctue du fait d'évolutions microscopiques peut donc subir :

- Soit une évolution masquée par les incertitudes sur les autres paramètres macroscopiques.
- Soit une évolution amplifiée par une sensibilité aux conditions initiales et/ou une bifurcation entraînant un changement de loi d'évolution ; des bifurcations en cascade peuvent alors changer un système stable en système chaotique, comme c'est le cas pour certaines formes de *turbulence*.

Dans ces cas d'amplification le hasard n'est pour rien : les conditions (énergie, instabilité) du déclenchement du phénomène spectaculaire existaient au départ, un paramètre à valeur critique dépendant d'un phénomène fluctuant plus modeste.

En parlant d'« effet papillon », le météorologue Edward Lorenz écrivait : "un battement d'ailes d'un tel insecte peut changer le temps qu'il fera à des milliers de kilomètres". Il voulait ainsi illustrer l'extrême sensibilité aux conditions initiales de certains phénomènes atmosphériques,

sujet que nous avons évoqué plus haut. Mais il ne faut pas prendre son affirmation au pied de la lettre, les variables météorologiques étant connues avec une précision très inférieure à l'erreur produite en considérant le battement d'ailes du papillon comme négligeable à l'échelle de l'atmosphère.

L'effet d'amplification par bifurcation en un point singulier de l'espace des phases (un paramètre franchissant une valeur critique) ou par changement de bassin d'attraction (voir les paragraphes *Attracteur de l'espace des phases ; Bassin d'attraction de l'espace des phases* et *Systèmes dissipatifs*), peut aussi intervenir lorsque d'un côté au moins de ce point l'évolution du système est fluctuante, par exemple de manière apériodique. Il suffit alors d'une oscillation un peu plus forte pour que la valeur critique soit franchie et le système évolue brusquement de manière spectaculaire. Mais comme précédemment, l'évolution du système n'a jamais cessé d'être prédictible, donc dénuée de hasard.

9.2.3 Des suites de nombres ou de chiffres sont-elles aléatoires ?

On ne peut le savoir :

- Il n'existe pas d'algorithme capable, étant donné un nombre écrit, de déterminer si on peut ou non générer sa suite de chiffres par un programme plus concis que lui. On peut malgré tout chercher s'il est *absolument normal* au sens de Borel :
  voir *Nombre aléatoire, nombre normal*.
- Il n'existe pas, non plus, d'algorithme capable de déterminer si l'ordre d'une suite de nombres est aléatoire. On peut en étudier le spectre de Fourier et le coefficient d'autocorrélation, mais cela ne donnera qu'une idée d'éventuelles périodicités, pas une preuve rigoureuse d'origine aléatoire ou non.
- Enfin, étant donné un ensemble de *n*-uples (suites de *n* nombres), on peut étudier leur éventuelle conformité à un modèle statistique, mais sans jamais avoir de certitude : un tel modèle est toujours probable (avec une probabilité calculée pour chacun de ses paramètres), jamais certain.

Toutes les affirmations précédentes sont conséquences de la définition du hasard comme absence de règles démontrée : étant donné un ensemble on peut éventuellement montrer que la suite de ses éléments est conforme à une règle, mais pas qu'elle n'en respecte aucune.

9.2.4 Orbites planétaires chaotiques

Source : [41], article *Celestial mechanics*.

Lorsqu'un système *S* en mouvement périodique de fréquence f_a (comme un pendule qui oscille ou un astéroïde sur son orbite) est perturbé par une force externe elle-même périodique de fréquence f_b, il y a des circonstances (conditions initiales où les fréquences f_a et f_b sont incommensurables entre elles) où le mouvement de *S* devient imprédictible en passant d'un état à un autre d'un ensemble *E* d'états.

Ce mouvement non périodique est chaotique (apériodique), et dans certaines circonstances il est aussi borné ; il relève alors de l'*Evolution apériodique* décrite précédemment pour la fonction logistique avec *r=4*. On a trouvé ce genre de mouvement dans les orbites d'astéroïdes tournant entre Mars et Jupiter.

Dans d'autres circonstances, le rapport entre f_a et f_b étant une fraction (ces fréquences étant commensurables entre elles) le mouvement est soumis à une résonance qui le verrouille dans un rapport fixe avec f_b : il est alors quasi périodique.

9.2.5 Turbulence

Le phénomène de turbulence est l'archétype des dynamiques non linéaires, telles qu'on les trouve dans des fluides en mouvement agité, désordonné et chaotique.
Un phénomène physique turbulent :

- A un comportement de chaos déterministe, donc ne devant rien au hasard.
  Il apparaît dans la plupart des systèmes non linéaires par franchissement de bifurcations successives dans l'espace des phases.
- Est irrégulier à petite échelle (au sens dimension ou durée), mais plus régulier à grande échelle, les comportements aux diverses échelles étant interdépendants. Cette différence de comportement entre échelles caractérise la non-linéarité.
  Voir *Histogramme des évolutions chaotiques – Prédictibilité statistique*.

- N'a pas de régularité, ce qui en rend l'évolution imprédictible malgré le caractère déterministe des équations différentielles de son modèle mathématique (qui sont parfois des équations aux dérivées partielles non linéaires). En pratique, l'intégration, même numérique, de ces équations différentielles peut être si difficile qu'on recourt à des approximations statistiques ou à une étude purement expérimentale.

Images et vidéos montrant de la turbulence : voir [176].

Le problème de la modélisation des écoulements de fluides

La Mécanique statistique est particulièrement efficace pour expliquer et prédire l'évolution de systèmes faits d'un grand nombre de particules, particulièrement lorsqu'elle fait appel à la Mécanique quantique ; mais en matière d'écoulement de fluides elle est inapplicable : son hypothèse fondamentale d'équiprobabilité de tous les états du système est fausse. Son déterminisme ne permet pas la prévision, et nous n'avons pas de théorie qui la remplace.

9.2.5.1 Théorie des bifurcations - Théorie de la stabilité

L'évolution d'un système devient turbulente du fait de valeurs de certains paramètres qui franchissent un seuil critique ; la loi d'évolution bifurque alors dans l'espace des phases. Le diagramme des phases d'un fluide turbulent présente des bifurcations successives correspondant à des valeurs critiques des paramètres de bifurcation. L'étude générale des bifurcations relève de la *théorie des bifurcations*. Les conditions d'établissement, de maintien et de disparition des états entre deux bifurcations successives relèvent de la *théorie de la stabilité*. Ces deux théories sont déterministes, dénuées de hasard.

Les facteurs qui facilitent l'établissement d'un écoulement turbulent d'un fluide sont :

- Un nombre de Reynolds grand
  (voir *Le nombre de Reynolds, paramètre critique de l'apparition des tourbillons*),
- Un nombre élevé de degrés de liberté,
- La non-linéarité du système d'équations différentielles de son modèle.

9.2.5.2 Problème des trois corps

Exemple de phénomène chaotique : une orbite planétaire perturbée

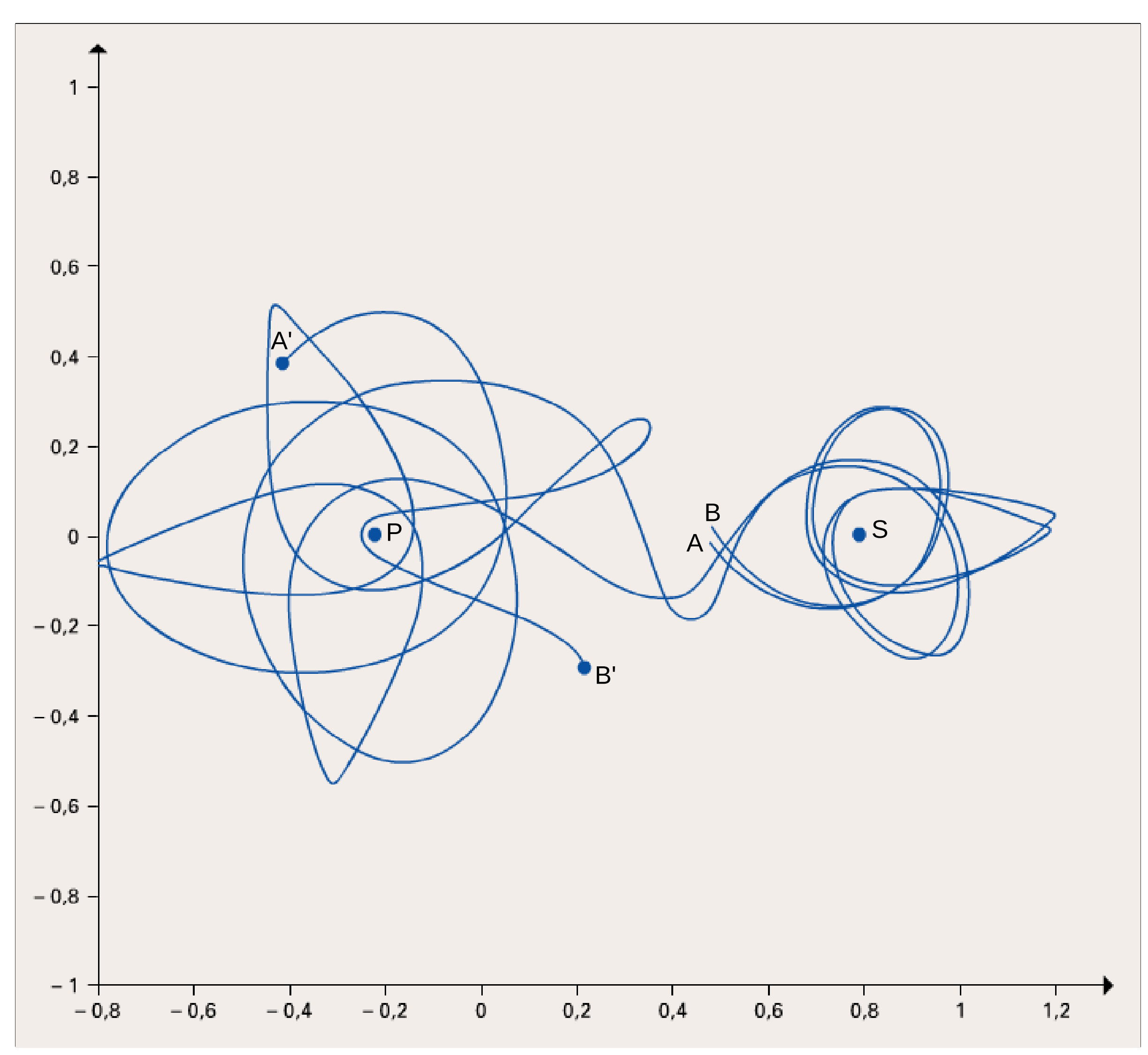
Le problème proposé en 1885 par le roi Oscar II de Suède et Norvège, avec un prix au premier scientifique qui le résoudrait, concerne un phénomène conservatif à solutions chaotiques. Il s'agissait de savoir si le système solaire était stable à long terme, sur des millions d'années, ou si un corps (planète ou astéroïde) pouvait tomber sur le Soleil, entrer en collision avec un autre corps, être éjecté hors du système, bref changer d'orbite de manière significative.

Le gagnant du prix, le mathématicien français Henri Poincaré, étudia les propriétés générales des solutions éventuelles de ce problème. Il en montra la complexité et approfondit le cas simple où il n'y avait que 3 corps - par exemple deux gros comme le Soleil et une planète et un très petit par rapport à eux comme un satellite - cas appelé depuis « Problème des trois corps ». Il montra que même dans ce cas simple *les orbites sont trop complexes pour être décrites par une formule explicite*.

> Pour résoudre ce problème, Poincaré dut approfondir une branche des mathématiques, la *topologie algébrique* ; cette science étudie les transformations continues d'objets géométriques en utilisant des structures algébriques. Il résuma les solutions générales du problème astronomique posé dans une nouvelle discipline dont il posa les bases : la *Théorie des systèmes dynamiques*, présentée plus haut.

Au XXe siècle, d'autres mathématiciens complétèrent les travaux de Poincaré, montrant que *dans certains cas l'évolution d'une orbite peut être imprévisible, découverte qui remit en cause la définition du déterminisme admise à l'époque*.

Voici un exemple d'évolution chaotique issu de [177] : le mouvement du corps céleste « petit » du problème des 3 corps. Le graphique ci-dessous représente, dans un référentiel où l'axe horizontal passe par les centres du Soleil *S* et d'une planète *P*, et l'axe vertical est une perpendiculaire quelconque au premier, deux trajectoires *A→A'* et *B→B'* du petit corps lorsque celui-ci est parti de points *A* et *B* très voisins. On voit que ces deux trajectoires divergent, la distance finale *A'B'* étant bien plus grande que la distance initiale *AB*. Ce phénomène d'amplification a été abordé au paragraphe *Propriétés d'une évolution chaotique* dans le sous-titre *Propriétés d'écartement et de rapprochement*.



Divergence des trajectoires d'un petit corps attiré par le Soleil *S* et une planète *P*

On connaît aujourd'hui des évolutions chaotiques dans de nombreux domaines : la dynamique des fluides, la météorologie, la chimie des réactions dissipatives et même la Mécanique quantique. Notons qu'une évolution chaotique peut concerner un système conservatif aussi bien qu'un système dissipatif.

9.2.6 Vie, organisation, complexité et entropie

En recourant à un dualisme simple, la vie est caractérisée par deux sortes d'organisations, dont l'ordre s'oppose au désordre du hasard ou à l'ordre plus simple de la matière inanimée :

- L'organisation *architecturale*, statique *:*
    - *du code génétique*, dont la structure constitue un programme qui détermine des fonctions comme la génération des protéinées et la spécialisation des enzymes ;
    - *des cellules*, dont il existe de nombreux types spécialisés différents (les cellules du sang sont d'un type différent de celles des neurones…).
- L'organisation *fonctionnelle*, dynamique, qui coordonne par exemple les milliers de réactions chimiques des fonctions vitales de l'être vivant. Dans cette organisation, on trouve aussi bien des rythmes réguliers, périodiques, comme celui du cœur, et des mécanismes arythmiques comme les processus neurologiques du cerveau.

Ces deux sortes d'organisations sont intimement liées, chacune agissant sur l'autre.

Tout être vivant est un système dissipatif : il échange constamment de la matière et de l'énergie avec son environnement, d'où son instabilité permanente, thermodynamique et chimique, instabilité et

échanges qui ne prennent fin qu'avec la mort. Pendant toute sa vie, des parties de cet être sont détruites et crées, l'instabilité étant une condition nécessaire du fonctionnement de ses processus vitaux et de l'auto-organisation qui lui permet de s'adapter constamment à son environnement [178].

L'élaboration d'un être vivant à partir de molécules (quand il se nourrit ou se développe) constitue une complexification, un progrès vers l'organisation de la matière. Cette complexification diminue l'entropie de l'être vivant qui s'organise, en augmentant celle de son environnement. Le deuxième principe de la thermodynamique (augmentation nécessaire de l'entropie *du système global*) est bien respecté, tandis que *la diminution d'entropie de sa partie être vivant résulte d'un processus particulier : la dissipation d'énergie et l'échange de matière par l'être qui vit et se trouve loin de l'équilibre thermique et chimique*.

En somme, la complexification des êtres vivants résulte d'une succession d'instabilités, sans lesquelles la vie ne peut subsister. *Notre conception du déterminisme doit donc tenir compte, dans ses lois d'interruption, des exigences d'instabilité et de dissipation d'énergie et de matière de la vie*.

9.2.6.1 Evolutions des espèces et auto-structuration du vivant

Les travaux de Prigogine sur les structures dissipatives *loin de l'équilibre thermodynamique* ont complété et justifié la théorie évolutionniste de Darwin, en montrant que de multiples phénomènes de diffusion peuvent conduire à des probabilités plus fortes en certaines zones de l'espace des phases appelées *attracteurs étranges*, lorsque le système qui évolue dissipe de l'énergie (comme c'est le cas pour les êtres vivants). Compte tenu des mutations génétiques, l'état du système converge alors vers ces attracteurs.

Au lieu d'évoluer en se désorganisant, comme le prévoit le deuxième principe de la thermodynamique pour des systèmes isolés proches de l'équilibre, un système qui échange de l'énergie avec l'extérieur peut évoluer, par auto-structuration, vers plus de complexité. C'est pourquoi l'évolution des espèces a produit des êtres vivants de plus en plus complexes, ce qui a priori semblait contredire la thermodynamique et servait d'argument aux idéalistes adversaires de l'évolutionnisme matérialiste de Darwin.

La *diversification* accompagne la complexification. Elle résulte du fait que chaque génome provient à parts égales du père et de la mère. La sélection naturelle produit, sur l'être vivant résultant, à la fois de la complexification *et* de la diversification.

> **« Les systèmes dissipatifs peuvent évoluer par auto-structuration vers plus de complexité et plus de diversité. »**

Détails de l'évolution d'un système dissipatif dans l'espace des phases

Au voisinage de l'équilibre thermodynamique du système dissipatif, qui se transforme en ayant des échanges de travail, de chaleur et de matière avec l'extérieur, d'éventuelles fluctuations d'état disparaissent dès leur apparition : c'est la stabilité qui correspond à l'équilibre.

> **« A l'équilibre thermodynamique, l'état d'un système dissipatif qui évolue peut avoir de brèves fluctuations. »**

Des fluctuations d'état peuvent être amplifiées

Dans la région non linéaire de l'espace des phases, en revanche, loin de l'équilibre, certaines fluctuations peuvent s'amplifier à proximité d'un premier état critique, perturber cet état macroscopique et le déstabiliser. *Le système bifurque alors vers un nouvel état stable, qui peut être plus structuré que le précédent, d'où croissance de la complexité* ; l'état précédent, devenu instable, peut alors être éliminé. Le nouvel état stable est appelé « *attracteur étrange* ».

> **« Loin de l'équilibre thermodynamique et près d'un état critique, un système dissipatif qui se transforme peut subir des fluctuations qui font basculer son état vers un autre état, stable et plus structuré que le précédent, et constituant un attracteur étrange. »**

Pour plus de détails, voir :

- Le sous-titre *Evolution chaotique* dans le paragraphe *Equations de Lorenz – Dynamique chaotique* ;
- Le sous-titre *Systèmes apériodiques dissipatifs - Attracteurs étranges - Déterminisme chaotique* dans le paragraphe *Systèmes apériodiques – Attracteurs étranges*.

Dans [79] Prigogine montre aussi que des perturbations *extérieures* au système peuvent avoir le même effet, toujours sans contredire le deuxième principe de la thermodynamique. *Il peut donc y avoir auto-organisation de la matière loin de l'équilibre sans intervention transcendante*. Le rôle du « hasard » dans l'apparition de la vie est très restreint : *il se réduit à un choix entre des possibilités d'évolution* prédéterminées par le déterminisme statistique, c'est-à-dire au choix de la valeur d'une variable stochastique. Pour plus de détails, voir :

- *Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation* ;
- Compléments sur la complexité et les attracteurs : [66]

9.2.6.2 La thermodynamique ne contredit pas la doctrine matérialiste

Certains idéalistes ont invoqué la thermodynamique pour faire triompher leur doctrine de création divine du monde contre celle des matérialistes :

> « Puisque la vie naît et se développe en s'organisant, donc en diminuant l'entropie, elle ne peut résulter exclusivement de processus matérialistes dominés par la thermodynamique, car celle-ci s'oppose à une telle organisation ; donc la création et le développement du vivant ont lieu par des processus échappant à la thermodynamique, donc non exclusivement matérialistes ; donc Dieu est nécessaire ».

Ils oublient que la thermodynamique s'applique aux systèmes *au voisinage de leur équilibre thermodynamique et fermés*. Or le système d'un être vivant est en déséquilibre permanent ; en outre il n'est pas fermé, car il comprend aussi son environnement : il n'y a pas de vie sans échanges de nourriture, de travail, de chaleur, de déchets et de gaz. L'organisation à entropie décroissante de la partie vivante est plus que compensée par la désorganisation de ce qui l'entoure.

La nourriture inerte ne se transforme pas *toute seule* en être vivant complexe, elle le fait dans le cadre d'un système être vivant + nourriture + environnement ; la complexité qui se crée dans l'être vivant (par exemple lorsqu'un bébé qui grandit devient enfant) est accompagnée de désorganisation dans son environnement, l'entropie *de l'ensemble* augmentant bien.

9.2.6.3 Accidents de réplication du génome et évolution vers la complexité

L'existence de conséquences multiples d'un état initial peut aussi produire des « accidents » (par exemple des liaisons moléculaires à probabilité faible qui s'établissent néanmoins) notamment lors du mécanisme de réplication du génome d'un être vivant. Dans l'immense majorité des cas le génome est parfaitement répliqué, mais il y a de temps en temps des accidents appelés *mutations*. Bien que rares, *ces accidents sont la première explication de l'évolution des espèces.* L'apparition d'une espèce nouvelle à partir d'une espèce précédente est si surprenante qu'elle est considérée par certains comme un phénomène non déterministe ; elle relève pourtant du déterminisme statistique, comme une mesure en physique quantique qui choisit un résultat dans un ensemble de valeurs possibles avec une certaine probabilité.

L'évolution des espèces se produit par mutations génétiques importantes

On a constaté que l'évolution des espèces se produit par mutations génétiques importantes, pas par petites variations : il y a alors discontinuité, pas continuité comme Darwin pensait à l'origine. Cette évolution est illustrée par l'évolution des hominidés :

- Une première séparation des hominidés en hommes + néanderthaliens et chimpanzés est survenue il y a 6.5 millions d'années.
- Les populations d'hommes et de néanderthaliens ont cohabité (et même se sont croisées) jusque vers -706 000.
- Brusquement, une mutation génétique a donné naissance à l'homme moderne vers -370 000.
- Les néanderthaliens ont survécu jusque vers -28 000, puis leur espèce a disparu.

Etapes qui conduisent à des mutations génétiques pérennes

Schématiquement, les étapes qui conduisent aux mutations génétiques pérennes sont les suivantes :

- Le système vivant subit les contraintes de son milieu, contraintes qui déterminent des seuils d'instabilité dans l'espace des phases de ses gènes ;
- Certaines fluctuations sont amplifiées au voisinage d'un seuil, d'où des bifurcations et des évolutions vers tel attracteur de l'espace des phases plutôt que tel autre. Il n'y a pas de hasard dans ce processus, mais seulement amplification ou non d'une fluctuation au voisinage d'un point critique.

9.2.6.4 Preuves de l'évolution darwinienne des espèces

Une théorie scientifique est considérée comme prouvée lorsque :

- Elle explique des faits constatés et non expliqués avant elle, ou mal expliqués ;
- Ou elle prédit des faits précédemment inconnus, prédictions vérifiées ;
- Et elle n'est pas contredite par des conséquences qu'on en tire ou des faits avérés, bien qu'elle ait été soumise à la communauté scientifique pour accord consensuel ou réfutation.

L'évolutionnisme de Darwin répondait aux conditions 1 et 3 depuis la publication de son ouvrage *De l'origine des espèces* [140], en 1859. Son interprétation génétique, plus récente, est basée sur des mutations génétiques accidentelles, nous venons de le voir. Ces mutations sont dues à des liaisons moléculaires au niveau du génome qui parfois s'établissent alors qu'elles ne le font pas en général, ou parfois ne s'établissent pas alors qu'elles s'établissent le plus souvent. La probabilité de ces accidents résulte directement de la Mécanique quantique.

L'article [179] montre que la condition 2 ci-dessus est remplie depuis les années 1920 : on a démontré à l'époque qu'en favorisant les perturbations accidentelles de l'énergie de liaison moléculaire du génome de l'orge au moyen de rayons X on provoquait de multiples mutations artificielles. On a ainsi obtenu des plantes de couleur blanche, jaune pâle ou à bandes de couleurs alternées. Depuis cette date, des mutations artificielles sont déclenchées dans de nombreux pays, pour obtenir des espèces nouvelles de plantes ayant des propriétés intéressantes. On a ainsi obtenu des espèces plus résistantes et d'autres donnant de meilleurs rendements.

La différence entre cette technique de mutation artificielle (par perturbation des liaisons moléculaires du génome sous l'influence de rayonnements de haute énergie) et les manipulations génétiques produisant des "organismes génétiquement modifiés" est simple : la mutation due au rayonnement agit comme la nature en modifiant un génome, alors que l'approche OGM ajoute délibérément un gène étranger à un organisme. La mutation artificielle se contente de rendre plus fréquents les accidents peu probables affectant des liaisons moléculaires ; l'homme n'a plus qu'à tester les propriétés des nouvelles espèces produites et à retenir celles qui lui sont utiles.

> C'est ainsi que, de nos jours, environ la moitié du riz cultivé en Californie provient d'un mutant artificiel appelé Calrose 76, et que les trois quarts des pamplemousses qui poussent au Texas proviennent de deux variétés mutantes de couleur rouge, Star Ruby (créée en 1971) et Rio Red (créée en 1985). La technique d'obtention de plantes nouvelles par mutation artificielle est aussi utilisée en Europe et en Asie.

Comme la création d'espèces nouvelles par mutation est un processus naturel simplement déclenché ou accéléré, cette technique n'a jamais provoqué d'incident ni fait l'objet de protestations, contrairement à celle des OGM.

9.2.6.5 L'obstination des tenants du créationnisme

Voilà donc environ 80 ans que l'apparition d'espèces par mutation génétique est prouvée et que l'homme sait s'en servir à volonté. Il est donc ahurissant de constater qu'il reste tant de personnes qui nient la réalité de l'évolutionnisme au nom du respect de la vérité biblique, qui prétend que Dieu a fait chaque espèce telle qu'elle est de nos jours.

Aux Etats-Unis il y avait en 2014 au moins 14 états où les programmes officiels faisaient enseigner le créationnisme au nom de la « validité des vérités alternatives » bien que ce créationnisme et l'évolutionnisme darwinien s'excluent mutuellement [180], [181], [288].

[182] rapporte qu'en 2005 un porte-parole on ne peut plus officiel de l'Eglise catholique, Mgr. Schönborn, cardinal-archevêque de Vienne et proche du pape Benoît XVI, a écrit au *New York Times* pour rappeler que l'Eglise catholique considère l'évolutionnisme comme une théorie fausse. Heureusement, le pape (son supérieur dans la hiérarchie de l'Eglise catholique) a admis l'évolutionnisme et affirmé seulement que *l'origine* du monde est la volonté créatrice de Dieu [61].

Kant définissait les organismes vivants par leur capacité à posséder des finalités internes, résultant d'une intelligence supérieure qui oriente les phénomènes de la vie vers des objectifs finaux. Cette explication téléologique, due à son désir de croire en Dieu et à l'absence à son époque de connaissances scientifiques contredisant le finalisme, a été démentie par les théories modernes d'auto-structuration, qui montrent comment les structures et fonctions complexes du vivant résultent de phénomènes naturels régis par le déterminisme statistique.

9.3 Conclusions philosophiques sur les systèmes dynamiques

9.3.1 La simplicité formelle n'entraîne pas la simplicité de comportement

Nous avons tendance à croire a priori qu'un système dynamique dont le modèle mathématique est simple, comme celui de la fonction logistique, a une évolution simple : quelle erreur ! Nous avons vu que des changements minimes du paramètre *r* peuvent induire des comportements très différents, certains imprédictibles.

La première raison de notre a priori erroné est le manque d'habitude de nous représenter intuitivement une évolution par itérations : autant nous savons anticiper le résultat d'un mouvement, par exemple, autant nous n'arrivons pas à deviner le devenir d'une suite d'itérations, même de logique simple.

C'est ainsi que les Grecs connaissaient le *Paradoxe d'Achille et de la tortue* et s'en étonnaient, car ils ne connaissaient pas le concept de convergence d'une suite.

C'est ainsi que l'immense Kant lui-même a mal raisonné en 1781 sur la nécessaire non-convergence d'une régression à l'infini. [20], [12].

9.3.2 La calculabilité n'entraîne pas la précision

Nous avons aussi l'intuition a priori qu'un modèle calculable donne nécessairement un résultat précis : il suffirait de faire des calculs précis. Cette erreur était si peu évidente que l'humanité a dû attendre Henri Poincaré et 1889 pour en découvrir l'existence [167].

Et une fois ce problème de sensibilité aux conditions initiales connu, la précision des prédictions dépend de celle des données initiales *de manière non linéaire* : la moindre imprécision de celles-ci est fortement amplifiée par la suite d'itérations produisant la prédiction.

9.3.3 Le caractère numérique ou vectoriel d'une grandeur n'implique pas une précision illimitée

Nous avons tendance, autre a priori, à croire que toute grandeur physique représentable par un scalaire (nombre réel ou complexe) ou par un vecteur (à composantes scalaires) est par nature infiniment précise ; nous pensons que le nombre de décimales de sa représentation n'est limité que par la qualité de nos mesures et de nos calculs.

- La Mécanique quantique nous donne des exemples déterministes du contraire :
  - Une particule en mouvement est « quelque part » dans le paquet d'ondes qui l'accompagne ; sa vitesse est une variable stochastique ayant une infinité de valeurs possible distribuées selon une loi de probabilité.
  - La mesure simultanée de certains couples de grandeurs (position et vitesse ; durée et énergie…) est limitée par le principe d'incertitude de Heisenberg : plus l'une est définie avec précision, moins l'autre l'est.
- L'évolution déterministe de certaines suites d'itérations produit des valeurs parfaitement calculables, mais affligées de sensibilité aux conditions initiales et variant à l'infini d'une itération à la suivante, variation qui empêche de mesurer ou même de définir une solution finale.

  Ce genre d'évolution oblige à compléter la définition du déterminisme scientifique par le déterminisme statistique.

9.3.4 L'aptitude à réfléchir ne garantit pas des conclusions justes

Beaucoup de personnes très intelligentes ont une culture exclusivement littéraire. Leurs raisonnements peuvent alors être faussés par l'insuffisance de connaissances scientifiques : par exemple ce qu'ils croient impossible ne l'est pas, faute de certaines connaissances mathématiques ou physiques.

Symétriquement, beaucoup de personnes de culture scientifique ignorent à peu près tout de la culture humaniste, notamment de la philosophie. Elles ne savent pas qu'un grand nombre de problèmes qu'elles rencontrent dans leur vie sociale et personnelle ont été étudiés par les penseurs du passé, qui en ont proposé des réponses.

Le problème de la culture déséquilibrée nous concerne tous, en nous empêchant de profiter de réflexions et de solutions de valeur déjà publiées ; la disponibilité du Web ne compense pas l'ignorance, et aucune personne ne peut raisonner sur des sujets dont elle ignore jusqu'à l'existence.

Ainsi, le Prix Nobel d'économie 2002 a été attribué au psychologue Daniel Kahneman pour avoir étudié en détail ce danger et proposé des solutions [183].

Les problèmes de jugement basé sur des informations incomplètes s'aggravent lorsque notre raison se base sur l'apparence du phénomène (sa représentation dans notre esprit), fausse ou surtout incomplète, pour en utiliser les informations et conclure.

Pour minimiser le risque de ne pas prendre en compte des faits importants, il faut profiter des connaissances d'autrui, donc communiquer et interagir.

Le jugement n'utilise que ce qu'il voit, comme si ce qu'il ne voit pas n'existait pas

Kant écrit dans [50] page 236 : "On se trompe, non parce que l'entendement unit sans règle les concepts, mais parce qu'on nie d'un objet le caractère qu'on n'y aperçoit pas, et que l'on juge que ce dont on *n'est pas conscient* dans une chose *n'existe pas*."

En France, Jean Tirole, prix Nobel d'économie lui aussi, a publié en 2016 un ouvrage remarquable qui aborde ce sujet, dont on trouvera un extrait intéressant dans [184].

9.3.5 Causalité naturelle et causalité géométrique

Source : [68] pages 107 et suivantes

La causalité que nous avons l'habitude d'invoquer dans nos raisonnements est celle de la nature, qui régit les évolutions des systèmes selon des lois. Mais l'étude des systèmes dynamiques a fait apparaître une autre causalité, nouvelle par sa nature comme par ses effets : qualifions-la de *géométrique*.

La causalité géométrique provient, dans le modèle mathématique d'un système dynamique, des équations d'évolution, du choix de leurs paramètres, et du caractère mathématique itératif des évolutions. On l'appelle géométrique parce que la meilleure façon de se représenter les évolutions et les conséquences de divers choix est de les représenter graphiquement, par rapport au temps, dans l'espace géométrique ou dans l'espace des états.

L'étude des phénomènes chaotiques, par définition déterministes, dont nous avons donné un bref aperçu, montre la raison principale de leur imprédictibilité : leur causalité géométrique, complètement indépendante de la causalité naturelle. Dans un système dynamique comme ceux que nous avons étudiés, il est impossible de formuler la causalité reliant l'état au temps t à l'état à un temps ultérieur autrement qu'en exécutant les calculs d'itération comprenant éventuellement des évaluations de limites lorsque $t \to \infty$; et la meilleure façon d'interpréter ensuite les résultats calculés est de les représenter graphiquement pour en faire la synthèse ; il y a un excellent ouvrage sur ce sujet : *Dynamics: The Geometry of Behavior* [185].

La causalité géométrique offre l'avantage d'expliquer la survenance de certains comportements d'un système ou de certaines de ses propriétés statistiques en expliquant le calcul qui les produit, comme la causalité naturelle les explique par leur nécessité conforme à une loi de la nature. Le paragraphe suivant décrit un exemple de ce genre d'explication.

Mais au-delà de l'explication d'évolutions autrement incompréhensibles, l'existence d'une causalité géométrique d'évolutions justifie le choix, dans la doctrine du déterminisme étendu, de distinguer lois d'interruption et lois d'évolution.

Espace des états d'un système dynamique conservateur

Nous avons vu au paragraphe *Propriétés d'une évolution chaotique* sous le titre *Structure fractale du diagramme de bifurcation* un exemple de la propriété de cette synthèse graphique des comportements du système d'avoir une structure fractale ; une telle structure est annonciatrice d'auto-similitude. Un système dynamique conservateur oscillant, perturbé par une action non linéaire, évolue selon une trajectoire qui respecte toujours la région de même énergie, mais de manière d'autant plus décousue (constituée de nombreuses portions d'orbite périodique) que la perturbation est importante : il saute d'une de ces orbites à une autre, il devient chaotique.

Voir aussi le paragraphe *Etats finaux d'un système macroscopique*.

9.4 Fractales

Source principale : [186]

De même que *chaotique* est un adjectif et que le *chaos* n'est pas une causalité, *fractal(e)* est un adjectif et le caractère fractal n'est cause d'aucun phénomène. Il n'y a pas plus de *Théorie des fractales* que de *Théorie du chaos*.

L'étude des fractales décrit des motifs et structures architecturaux (de la nature ou artificiels) qui se reproduisent à diverses échelles d'espace ou de temps (on parle à leur propos d'*auto-similitude* ou d'*autosimilarité*). Elle comprend des outils mathématiques, par exemple de calcul de dimensions fractales, utilisés dans plusieurs disciplines scientifiques ; elle a permis d'expliquer pourquoi certaines formes et structures sont si fréquentes. Nous en avons parlé à propos du *Diagramme des bifurcations* et des attracteurs, notamment celui de Lorenz.

Définition intuitive

Une fractale est une forme géométrique divisible en parties qui ressemblent (au moins approximativement) à la forme complète à une échelle réduite.

Exemple :

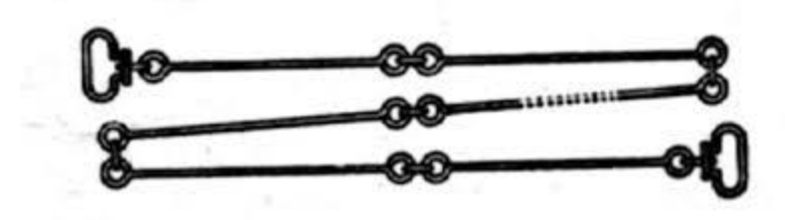


Chou Romanesco - © Microsoft Bing Creative Commons

9.4.1 Mesure et représentation d'objets complexes

Pour évaluer la longueur des côtes de la France nous pouvons, avec un compas dont les pointes sont distantes de 5 mm, parcourir la ligne de côtes d'une carte de France et compter le nombre *N* de fois où ces 5 mm y sont contenus. En supposant la carte assez détaillée, nous pouvons (en principe) obtenir une mesure d'autant plus précise que notre unité de mesure (l'écartement des pointes du compas) est petite ; nous prendrons ainsi en compte tous les caps, baies, golfes, longues plages, etc. Par rapport à la place qu'elle occupe sur la carte, la côte bretonne très découpée aura une longueur considérable, alors que la côte landaise très droite paraîtra relativement courte.

Supposons qu'on fasse cette mesure sur le terrain, avec une chaîne d'arpenteur longue de 20 mètres comme la suivante, trouvée par Google :



> (Aujourd'hui on a des méthodes plus élégantes, plus rapides et plus précises, avec des appareils optiques électroniques. Mais c'est en associant des chaînes d'arpenteur et des théodolites, simples appareils de visée, que Delambre et Méchain ont mesuré de 1792 à 1799 la longueur du méridien terrestre de Dunkerque à Barcelone, d'où on a tiré la définition internationale du mètre comme « dix-millionième partie du quart du méridien terrestre »…)

On obtiendra ainsi une certaine précision. Mais qu'aurait-on gagné en précision avec une chaîne plus petite, dont l'emploi demande plus de temps et coûte plus cher ?
Y a-t-il une relation entre la taille de l'unité de mesure et le résultat de la mesure, compte tenu de la complexité de l'objet mesuré ?

Des expériences de terrain ont montré qu'une telle relation existe et constitue une « mesure du niveau de découpage » de la côte. Si on refait plusieurs fois une même mesure, par exemple de la côte bretonne entre St-Nazaire (*A*) et le Mont-Saint-Michel (*B*), avec des unités de mesure de tailles différentes *u*, et que l'on reporte les résultats *R* sur un graphique log-log en portant en abscisses les

précisions *1/u* et en ordonnées les mesures *R*, on a un résultat remarquable : les points représentant les mesures sont à peu près alignés, il y a une relation quasi linéaire entre les logarithmes de la précision *1/u* et de la mesure *R*, c'est-à-dire :

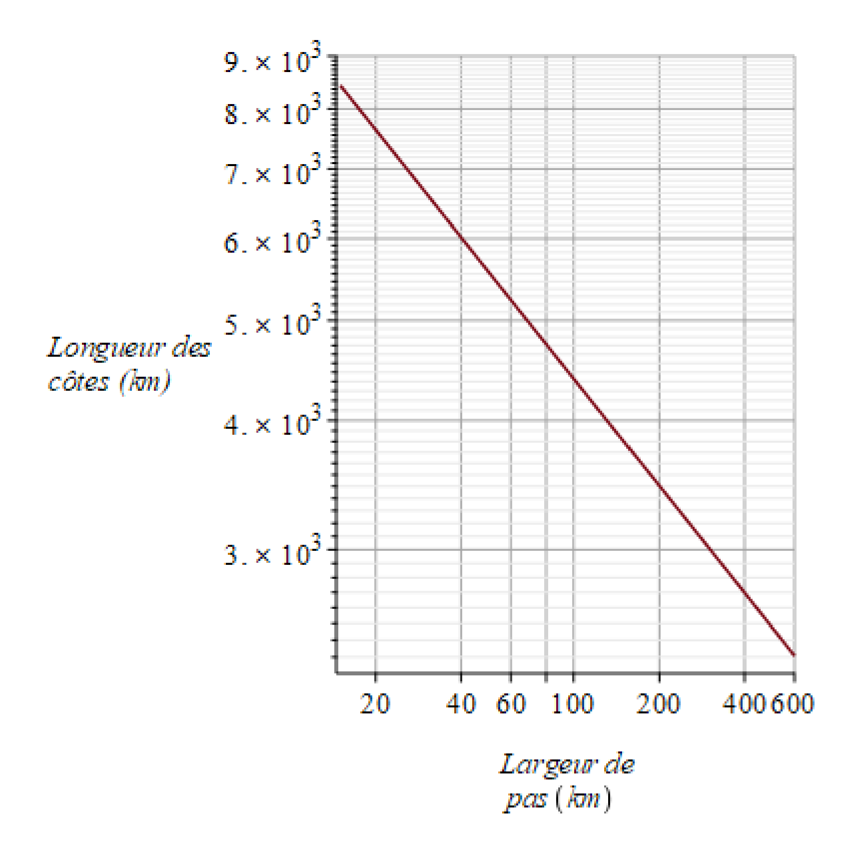
$$log\,R = \alpha\,log\left(\frac{1}{u}\right) + log\beta,\quad \text{donc } R = \beta u^{-\alpha}$$

Ce genre de relation permet d'évaluer le gain de précision de mesure d'une longueur de côte quand on change l'unité (donc la précision) de mesure.

Voici, selon [107] page 183 un exemple réel concernant la longueur des côtes de l'Angleterre, évaluée en fonction de divers écartements d'un compas qui parcourt une carte :

Largeur de pas en km	Longueur *R* des côtes (km)
500	2600
100	3800
54	5770
17	8640

Ces points donnent une équation approximative $R = 21379\,u^{-0.344}$ dont la courbe en échelles loglog est une droite :



Conclusion philosophique

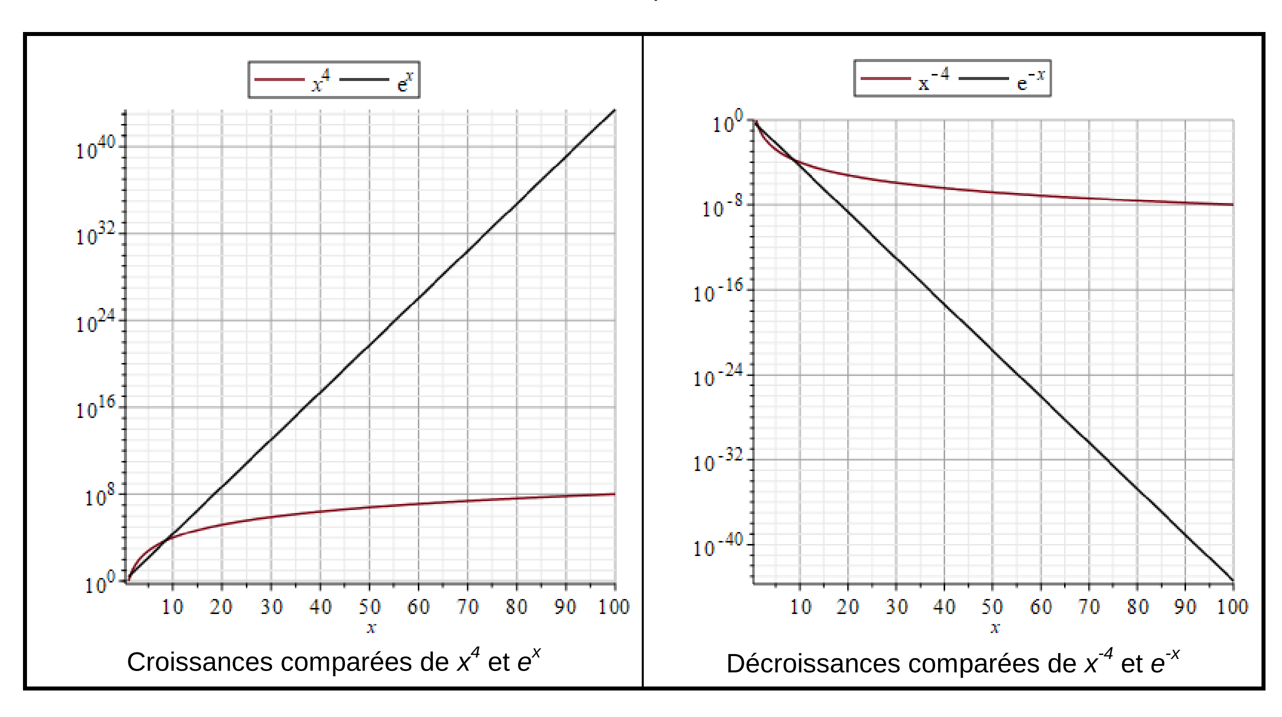
Une conclusion philosophique apparaît ici : *la longueur d'une côte dépend beaucoup de la méthode de mesure* ; et comme le fait de préciser l'unité utilisée (le pas du compas) n'est pas très parlant, il faut accepter l'évidence : la notion intuitive de longueur d'une côte ne doit pas faire l'objet d'utilisations

chiffrées prétendant à une certaine précision. Il y a aussi des surfaces et des volumes dont la dimension dépend beaucoup de la méthode d'estimation.

Ce genre de renoncement est analogue à celui qu'impose la Mécanique quantique s'agissant de la position ou de la vitesse d'une particule en mouvement : on peut les définir autour d'une valeur moyenne, avec une probabilité fonction de la distance à cette moyenne et de l'intervalle de définition qu'on se donne, mais pas avec précision.

Comparaison de la croissance ou décroissance des fonctions x^p et e^x

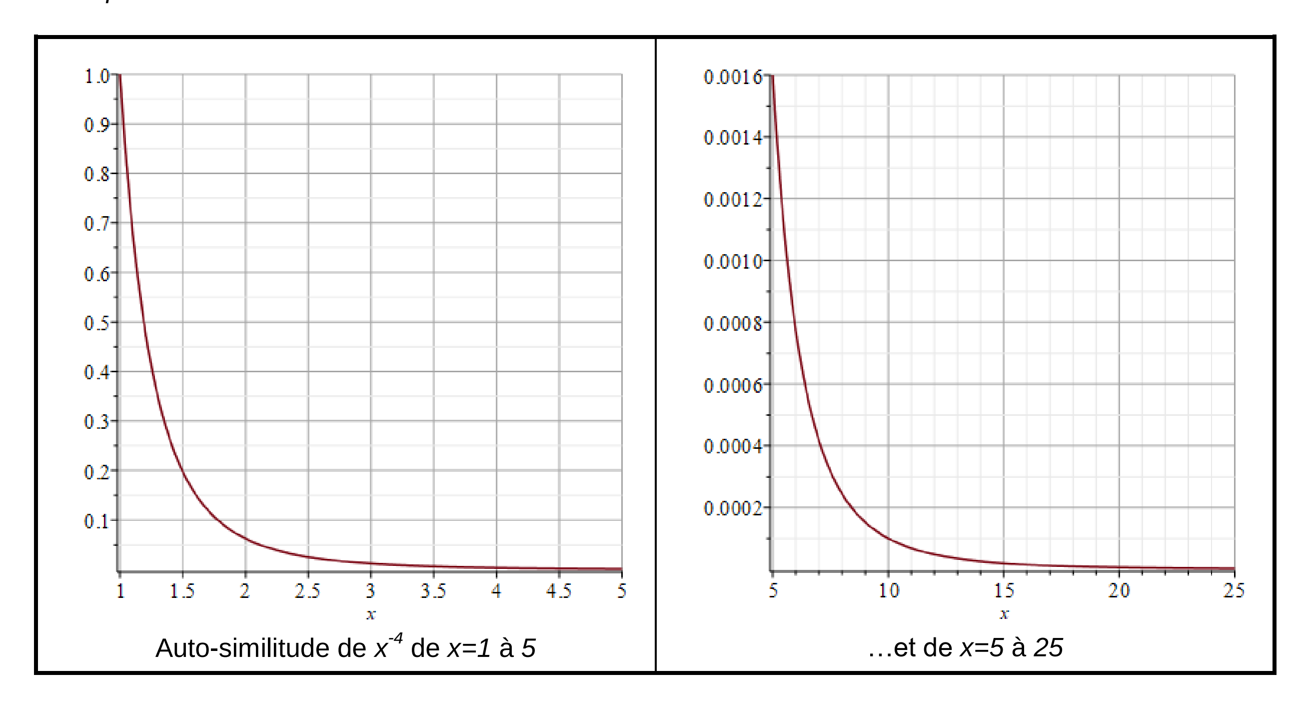
La fonction $R=21379\ u^{-0.344}$ ci-dessus est de type kx^p : c'est une « fonction puissance ». Sa croissance ou décroissance est beaucoup moins rapide, quand $|x|\rightarrow\infty$ que celle d'une « fonction exponentielle », fonction de type e^x. Cela se démontre en comparant les valeurs de leurs dérivées, mais voici des exemples de croissance et décroissance avec échelle logarithmique (les représentations de e^x et e^{-x} sont des droites, celles de x^4 et x^{-4} sont des courbes) :



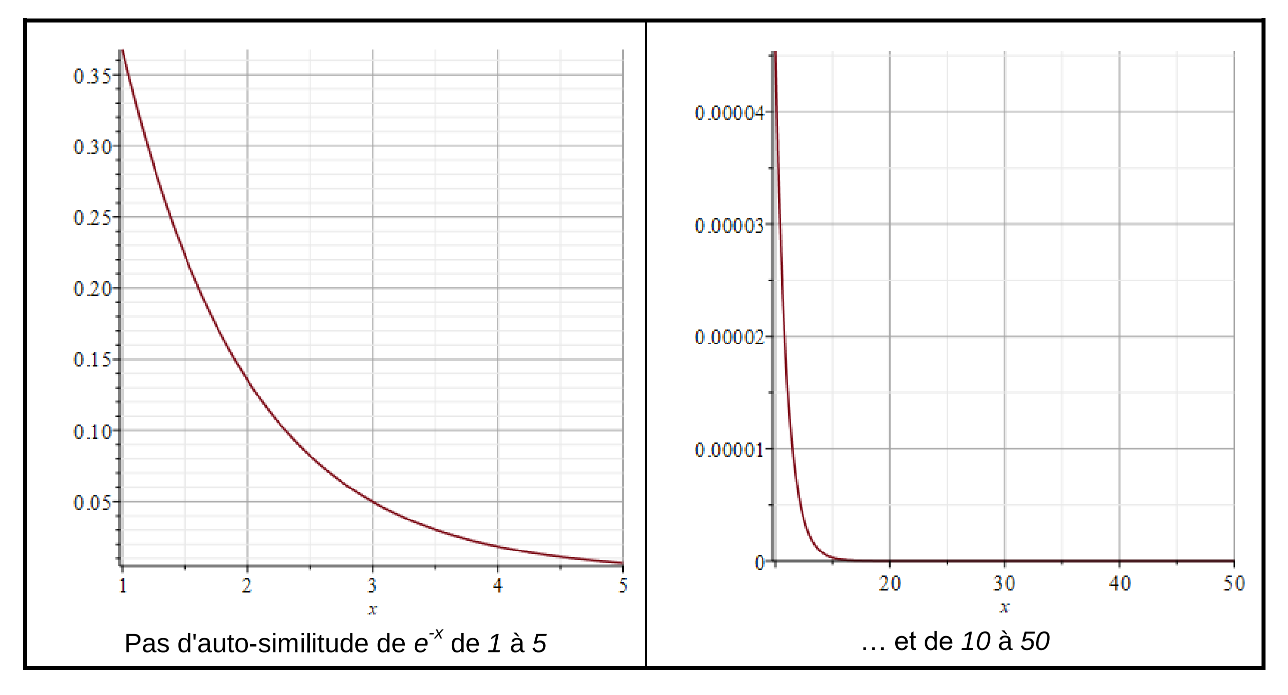
Croissances comparées de x^4 et e^x

Décroissances comparées de x^{-4} et e^{-x}

Comparaison de l'auto-similitude des fonctions x^p et e^x



Auto-similitude de x^{-4} de *x=1* à *5* | …et de *x=5* à *25*



Pas d'auto-similitude de e^{-x} de *1* à *5* | … et de *10* à *50*

<u>Approximation de lignes et surfaces naturelles par des courbes mathématiques</u>
On sait aujourd'hui créer des représentations approchées fidèles de lignes naturelles complexes (comme une ligne de côte) à l'aide de courbes mathématiques. L'avantage est qu'on peut s'en servir pour obtenir par simple calcul une vue de la courbe depuis divers endroits et à diverses distances, procédé plus simple que de la construire géométriquement ou par dessin artistique à l'échelle.

Mais on sait aussi représenter tous les points d'une photo en noir et blanc – notamment la densité de points qui donne les nuances de gris – par une courbe parcourue et générée par calcul du début à la fin. ***On sait donc créer des courbes planes passant par tous les points d'un plan, ou aussi près de tout point arbitraire que l'on veut***. Les deux premières méthodes de construction de telles courbes ont été publiées par Giuseppe Peano en 1890 [187] et David Hilbert en 1891 [188]. A nombres de points stockés et transmis comparables, les reproductions de photos obtenues par

courbes couvrantes numériques sont plus fidèles que les reproductions bitmap (pixel par pixel) selon [107] page 100.

Conséquence sur la dimension des courbes

La possibilité de décrire n'importe quelle surface plane (par son contour comme par ses nuances de gris ou ses luminosités de couleurs) au moyen de courbes parcourues une seule fois oblige à se poser la question de la *dimension* : une telle courbe couvrant la totalité d'une surface a-t-elle toujours la dimension habituelle 1 des courbes unicursales ?

Définition d'une courbe unicursale

On appelle courbe unicursale une courbe dont on peut exprimer les coordonnées des points en fonction d'une seule variable numérique (la "position"), et qu'on peut donc parcourir d'un mouvement continu. Les courbes de Peano et de Hilbert sont bien unicursales, mais celle de Peano n'exclut pas de repasser par un point déjà atteint dans une direction différente.

Dimension topologique

La définition traditionnelle de la dimension d'un point, d'une courbe, d'une surface ou d'un volume repose sur le nombre de paramètres nécessaire pour parcourir l'objet : respectivement 0, 1, 2 et 3 ; c'est la *dimension topologique*.

Le paragraphe suivant apporte une réponse moderne à la question de la dimension des courbes, en introduisant la *dimension fractale* par son cas particulier de la *dimension de similitude,* puis les *fractales*. Le concept moderne de dimension étant topologique, voici une définition succincte de cette science.

Définition de la Topologie

La Topologie est la partie des mathématiques qui étudie les formes d'un point de vue qualitatif pour traiter des notions de limite, de continuité et de voisinage. Ses notions fondamentales sont la *dimension* et *l'équivalence par homéomorphisme*.

Définition de l'adjectif homéomorphe

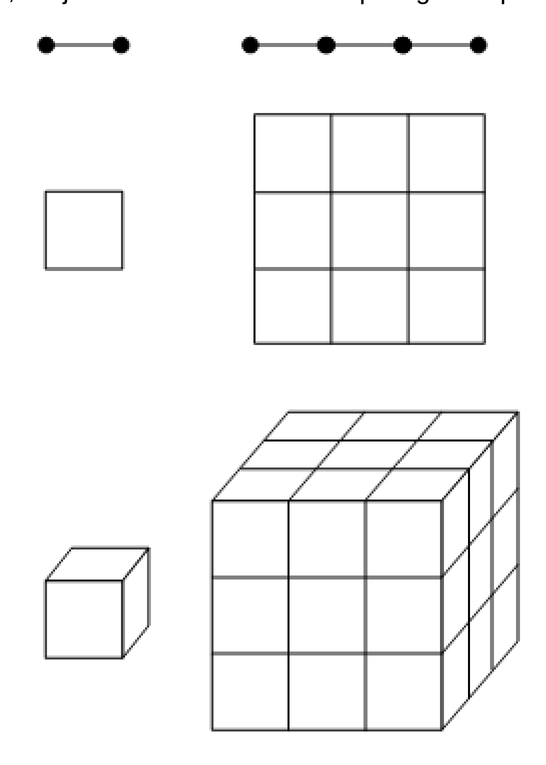
Sont homéomorphes deux courbes, surfaces ou volumes que l'on peut faire coïncider par déformation élastique, sans déchirure ni recouvrement.
L'homéomorphisme qualifie donc une équivalence.

En topologie, un cercle est homéomorphe (équivalent) à un triangle ou un carré ; une courbe de Koch représentant une ligne géographique de côte est équivalente à une ligne droite. Mais des intersections de courbes, surfaces ou volumes demeurent des intersections, car on ne peut ni en créer ni en détruire sans abandonner l'hypothèse d'homéomorphisme. Une sphère et un cube sont équivalents, mais une sphère n'est pas équivalente à un tore à cause du trou.

La notion de dimension fait l'objet de plusieurs définitions, adaptées à des problèmes différents : voir [107] ; mais dans tous les cas, la dimension fractale caractérise les propriétés d'auto-similitude d'objets géométriques.

9.4.2 Dimension de similitude

Le dessin ci-dessous représente trois groupes de deux objets : deux segments, deux carrés et deux cubes. Dans chaque groupe, l'objet de droite est trois fois plus grand que celui de gauche.



Il y a un rapport entre l'agrandissement dimensionnel d'un objet et son contenu :

- Le segment à 1 dimension agrandi 3 fois contient 3 segments initiaux, soit 3^1 ;
- Le carré à 2 dimensions agrandi 3 fois contient 9 carrés initiaux, soit 3^2 ;
- Le cube à 3 dimensions agrandi 3 fois contient 27 cubes initiaux, soit 3^3.

Cet exemple vérifie une formule. En appelant :

- *N* le nombre d'objets initiaux contenus dans l'objet agrandi,
- *A* le facteur d'agrandissement,
- *D* la « dimension de similitude », nombre réel non nécessairement entier,

$$N = A^D \quad \text{ou} \quad D = \frac{\log N}{\log A}$$

Les formules ci-dessus sont équivalentes. Exemple pour le cube : $D = \frac{\log 27}{\log 3} = 3$.

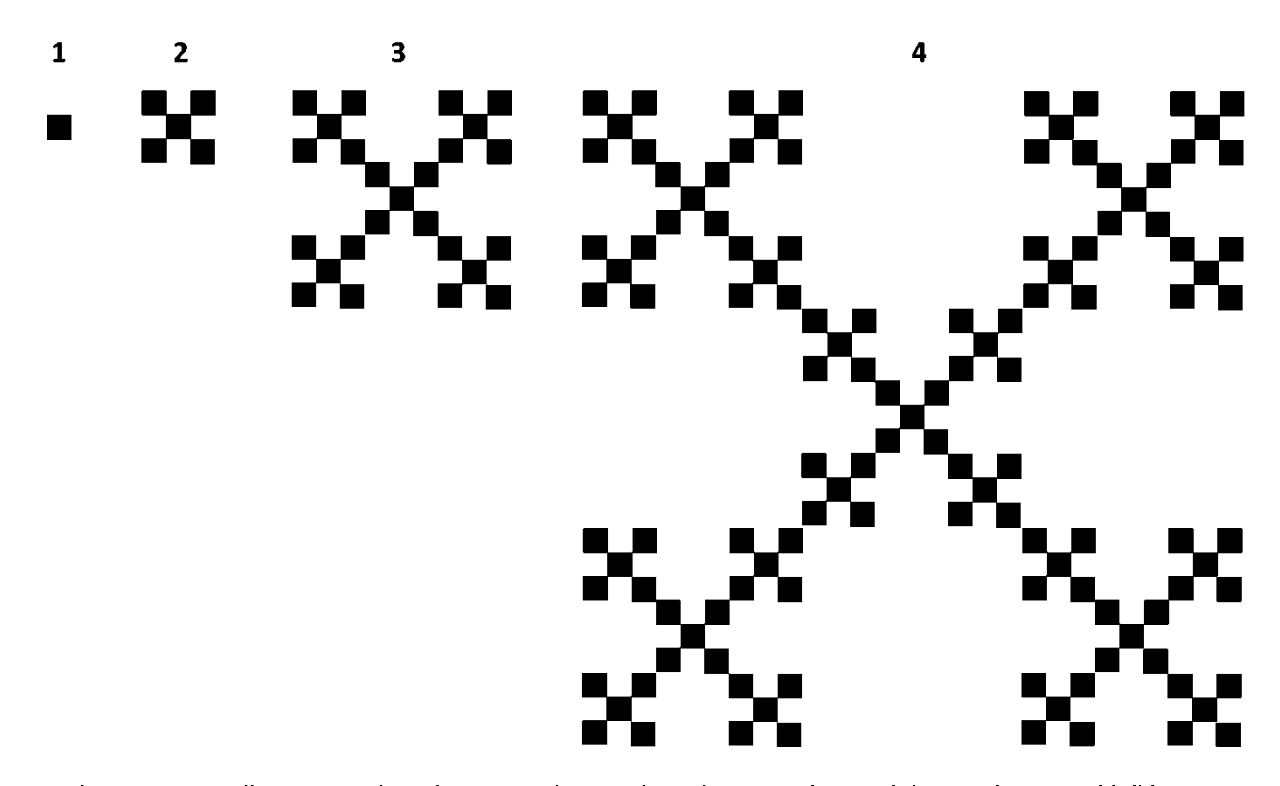
<u>Signification de cette formule</u>
Par la formule $N = A^D$, qui décrit une fonction puissance de *A*, la dimension de similitude *D* intervient en exposant de ce facteur d'agrandissement. Nous avons vu ci-dessus, sous le titre *Comparaison de l'auto-similitude des fonctions x^p et e^x* que les fonctions puissance sont auto-semblables. La formule $N = A^D$ est donc bien adaptée à la propriété d'auto-similitude des figures fractales, dont elle décrit la résolution (nombre d'objets agrandis *N*) en fonction de l'agrandissement et de la dimension. Nous en avons vu un exemple avec la formule $R = 21379\ u^{-0.344}$ qui s'applique aux mesures de la longueur des côtes anglaises.

Nous verrons au paragraphe *Exposant de Liapounov* une seconde formule d'auto-similitude caractérisant le degré de *sensibilité aux conditions initiales* d'une fonction itérative ; c'est la formule d'une fonction exponentielle dont l'exposant est celui de Liapounov [189].

9.4.2.1 Dimension du "flocon de neige"

Voyons ce que donne la formule de la dimension de similitude dans le cas d'une figure moins simple.

- Dans le dessin suivant, on part du petit carré 1, qu'on agrandit d'un facteur 3 en lui ajoutant quatre carrés comme le 1 aux quatre coins, pour obtenir la figure 2.
- Puis, considérant la figure 2 comme un tout, on l'agrandit d'un facteur 3 en lui ajoutant quatre carrés comme le 2 aux quatre coins, pour obtenir la figure 3.
- Puis, considérant la figure 3 comme un tout, on l'agrandit d'un facteur 3 en lui ajoutant quatre carrés comme le 3 aux quatre coins, pour obtenir la figure 4.
- etc.



A chaque agrandissement d'un facteur 3 le nombre de « carrés » originaux étant multiplié par 5, l'application de la formule ci-dessus donne :

$$5 = 3^D, \text{ d'où } D = \frac{log5}{log3} = 1.46497$$

Selon la définition de la dimension de similitude, celle du "flocon de neige" ci-dessus est 1.46497. En tant que dimension (dite *topologique*, nom savant de notre dimension habituelle) comprise entre 1 (celle du segment de droite, une ligne) et 2 (celle du carré, une surface) le flocon de neige est une figure tenant sur une feuille de papier à deux dimensions.

> **« Une figure de dimension de similitude *D* tient dans un espace de dimension topologique *T*≥*D*. »**

La longueur de son contour est multipliée par 5 à chaque agrandissement, comme le nombre de « carrés » originaux. Inversement, en partant d'un « grand » carré, on peut, en divisant son côté par 3, obtenir un nouveau carré semblable à lui.

A chaque opération d'agrandissement ou de rétrécissement, la dimension de similitude se conserve ; exemple :

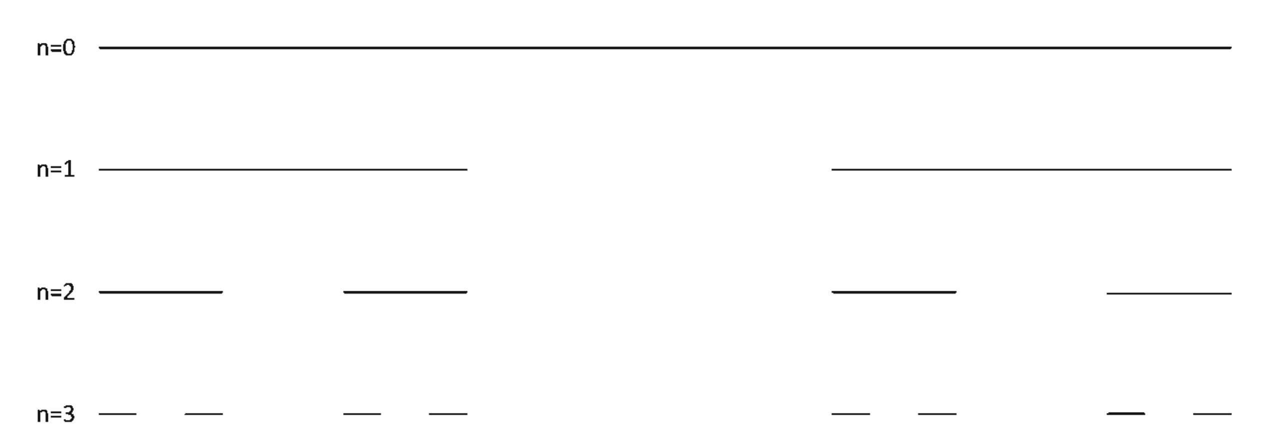
$5 = 3^D$ donne la même valeur de *D* que $25 = 9^D$.

9.4.2.2 Dimension de l'ensemble de Cantor

Dans le dessin ci-dessous, considérons un segment de droite (objet d'origine, itération *n=0*) et supprimons-en le tiers du milieu : nous obtenons les 2 segments représentés en dessous du précédent à la ligne *n=1*.

Dans chacun des 2 segments de la ligne *n=1*, supprimons le tiers du milieu : nous obtenons les 4 segments représentés en dessous du précédent à la ligne *n=2*.

Dans chacun des 4 segments de la ligne *n=2*, supprimons le tiers du milieu : nous obtenons les 8 segments représentés en dessous du précédent à la ligne *n=3*.



A chaque itération ci-dessus nous avons multiplié par 2 le nombre de « copies » du segment initial partageable et multiplié par 3 le nombre de sous-segments. Chaque copie a une relation d'auto-similitude avec le segment initial. Le calcul de la dimension de cet ensemble de Cantor est donc :

$$2 = 3^D \text{ d'où } D = \frac{log2}{log\,3} = 0.6309$$

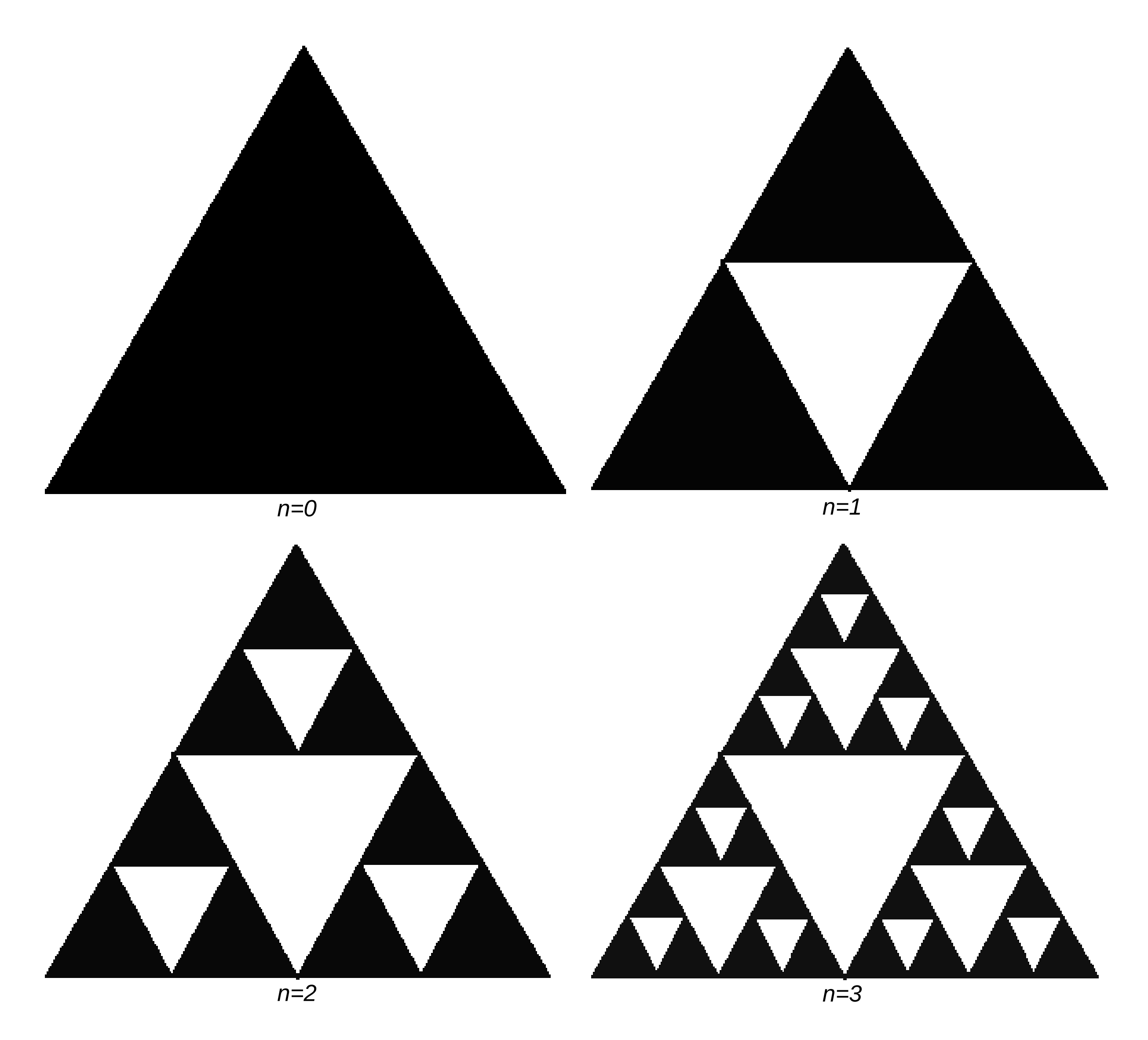
La dimension calculée est inférieure à 1, dimension d'une ligne, mais supérieure à 0, dimension d'un ensemble dénombrable de points. Tous les segments précédents sont considérés comme des ensembles de points, dont on soustrait des sous-ensembles.

Lorsque le nombre de divisions successives $n \to \infty$:

- Le nombre total de segments semblables à l'original tend aussi vers l'infini ;
- Le nombre total de points de segment de l'ensemble de Cantor reste un ensemble infini, malgré les suppressions.

9.4.2.3 Dimension du triangle de Sierpiński

Construisons une figure fractale comme suit.
A partir d'un triangle équilatéral (itération *n=0*) on en construit un autre dont les côtés sont la moitié de ceux du précédent en joignant les milieux de ses côtés, d'où la figure *n=1*. En supprimant du triangle initial ce nouveau triangle « central », on obtient 3 triangles que l'on va traiter comme le premier, d'où la figure *n=2* contenant 9 triangles. On traite ceux-ci comme les précédents, d'où la figure *n=3* contenant 27 triangles, etc. La suppression de triangle central qui subdivise le triangle de départ en trois triangles est une opération d'auto-similitude, chacun des triangles résultants pouvant à son tour être subdivisé, et ceci à l'infini.



A chaque étape, le nombre de triangles a été multiplié par 3 et la taille du triangle a été divisée par 2. La dimension de similitude de cette fractale est donc :

$$3 = 2^D, \text{ d'où } D = \frac{log3}{log2} = 1.585$$

Il y a une propriété remarquable de ce processus de définition de fractale : quel que soit le nombre *n* d'itérations, il restera toujours trois segments ininterrompus de points non supprimés : ceux des côtés du triangle *n=0*. En tant qu'ensemble de points (certains atteignables et d'autres interdits comme le centre du triangle blanc de la figure *n=1*), le triangle de Sierpiński a donc une dimension topologique de 1, celle d'une ligne.

Rapport entre la dimension de similitude et la dimension topologique

Dans nos trois exemples précédents *la dimension de similitude est plus grande que la dimension topologique*. Cette règle est assez générale, beaucoup de fractales la respectent.

Il existe d'autres définitions de dimension de similitude : voir [107].

A quoi on reconnaît une fractale

- A la similitude qui existe entre des parties et le tout, quelle que soit l'échelle considérée.
- Sa dimension de similitude est plus grande que sa dimension topologique.
- Elle n'est pas bien décrite par des formes géométriques classiques comme les segments de droite, les arcs de cercle, les calottes sphériques, les cônes, etc.

Les critères ci-dessus sont peu rigoureux, mais on n'en a pas de meilleurs pour satisfaire l'aptitude humaine à reconnaître des analogies de forme, de structure, de séquence d'événements, etc. Telles qu'elles sont, les descriptions basées sur des fractales sont utiles pour des processus itératifs, notamment ceux qui sont chaotiques.

9.4.3 Exposant de Liapounov

Nous avons vu au paragraphe *Dimension de similitude* la formule d'une fonction puissance $N = A^D$ qui caractérise la possibilité d'auto-similitude d'une figure fractale par sa dimension de similitude *D*.

Voici à présent une seconde fonction, exponentielle cette fois, qui caractérise la sensibilité aux conditions initiales d'un système dynamique par son exposant de Liapounov.

Considérons deux valeurs voisines, x_0 et y_0, d'une variable faisant partie des conditions initiales d'un système dynamique dont on décrit l'évolution par une suite d'itérations ou un système d'équations différentielles ; soit $D_0 = |x_0 - y_0|$ la différence initiale entre leurs positions sur leurs trajectoires.

Au bout d'un temps d'évolution *t* (d'un certain nombre d'itérations) ce système dynamique produit pour la variable considérée des valeurs x_t et y_t dont la différence est : $D(t) = |x_t – y_t|$.

Pour de nombreux systèmes dynamiques, on constate que la fonction différence *D(t)* est assez bien décrite (pour des temps *t* pas trop grands, car les trajectoires sont bornées), par une fonction de la forme :

$$D(t) = D_0 2^{\lambda t},$$ où λ est l'exposant de Liapounov.

Sensibilité aux conditions initiales selon la valeur de λ

- Si $\lambda>0$, $2^{\lambda t}$ croît avec *t* et les deux trajectoires s'écartent : la sensibilité aux conditions initiales produit son effet d'autant plus que λ est grand.

  Si, par exemple, $\lambda=1$, la distance *D(t)* double à chaque seconde qui passe ou chaque itération ; au bout de 10 secondes elle est multipliée par 1024.
- Si $\lambda<0$, $2^{\lambda t}$ décroît quand *t* croît et les trajectoires se rapprochent : il n'y a pas de sensibilité aux conditions initiales (au contraire, peut-on dire).

9.4.4 Fractales aléatoires

9.4.4.1 Génération de nombres pseudo-aléatoires

Il ne peut exister aucun algorithme de génération d'une suite aléatoire de nombres : comme nous l'avons vu au chapitre *Hasard*, une suite vraiment aléatoire ne correspond à aucun ordre définissable, donc descriptible sous forme d'algorithme.

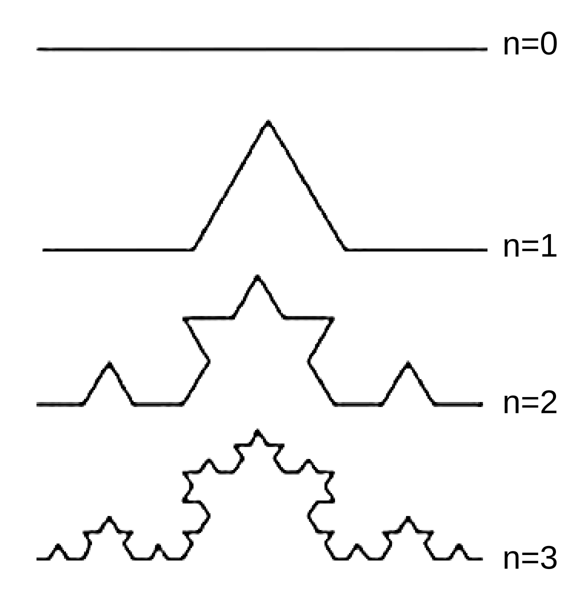
Un programme d'ordinateur ne peut pas générer de suite de nombres vraiment aléatoire, mais nous connaissons des programmes générant des suites de valeurs apparemment équiprobables sans relation d'ordre connue : décimales successives du calcul de nombres irrationnels, nombre π, résultats d'itération d'une évolution apériodique, etc. En fait, pour ne pas retrouver la même succession de nombres, il suffit de commencer une de ces suites déterministes à un rang fonction d'un événement imprévisible comme l'heure du jour exprimée en secondes ou le temps de réponse humain à une question évidente exprimé en millisecondes.

9.4.4.2 Utilité de fractales avec une dose de caractère aléatoire

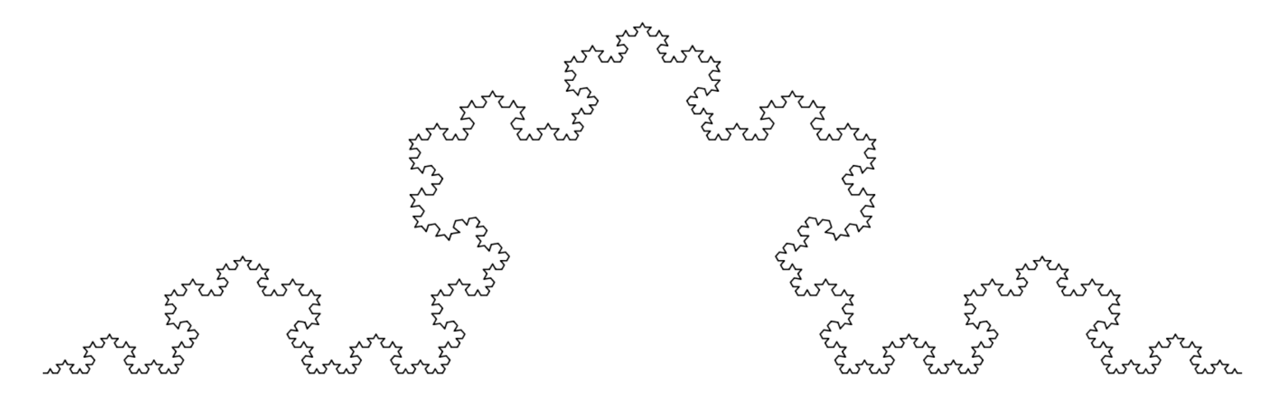
Comme tout ce qui relève du chaos, les exemples de fractale précédents sont déterministes. Mais nous allons voir que les formes fractales générées par ordinateur avec une dose de caractère aléatoire peuvent être très utiles. Commençons par définir une courbe fractale déterministe, la *courbe de Koch* (appelée aussi : von Koch).

9.4.4.3 Courbe de Koch

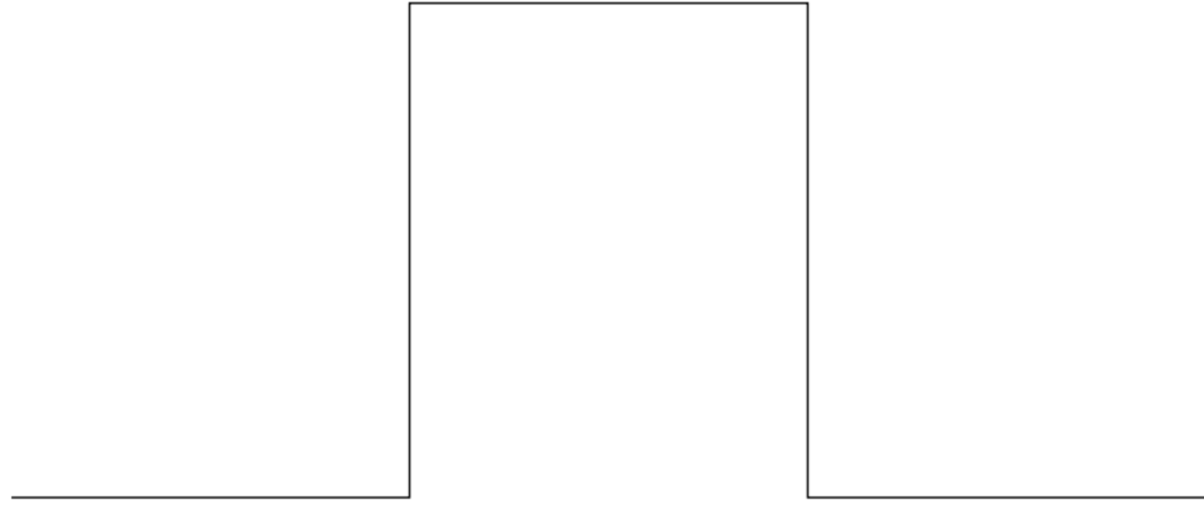
Comme on le voit dans le dessin ci-dessous, l'objet itéré initial est le segment de droite *n=0*. On remplace alors son tiers médian par les deux côtés d'un triangle équilatéral de même longueur que lui, ce qui donne la ligne brisée à 4 segments *n=1*. On remplace alors, dans chacun de ces 4 segments le tiers médian par deux côtés d'un triangle équilatéral de même longueur que lui, ce qui donne la ligne brisée à 4 segments *n=2*. On recommence le remplacement sur cette ligne brisée, d'où la ligne *n=3*, etc.



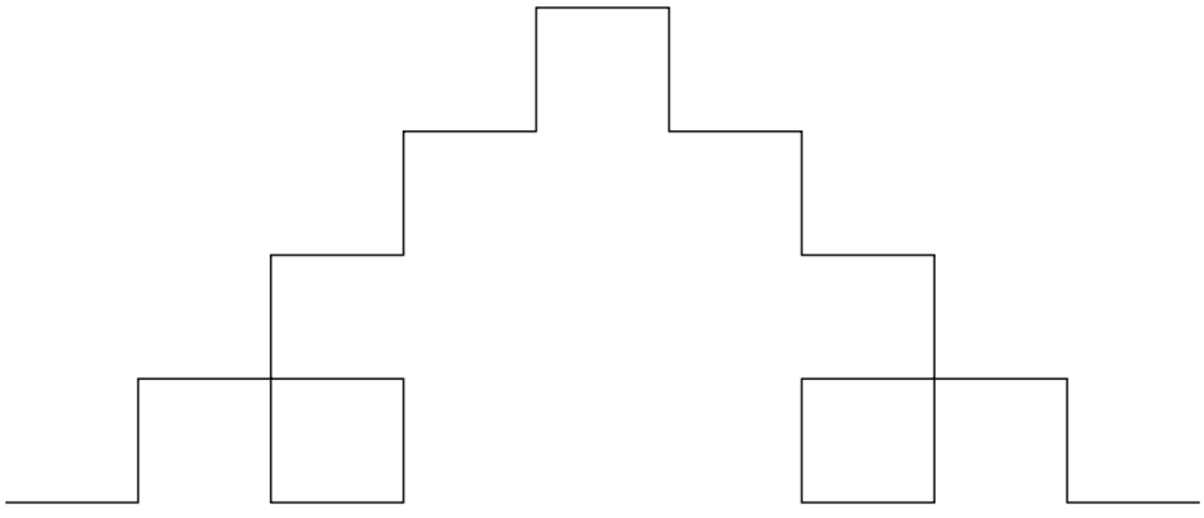
Voici la courbe obtenue après 5 itérations :

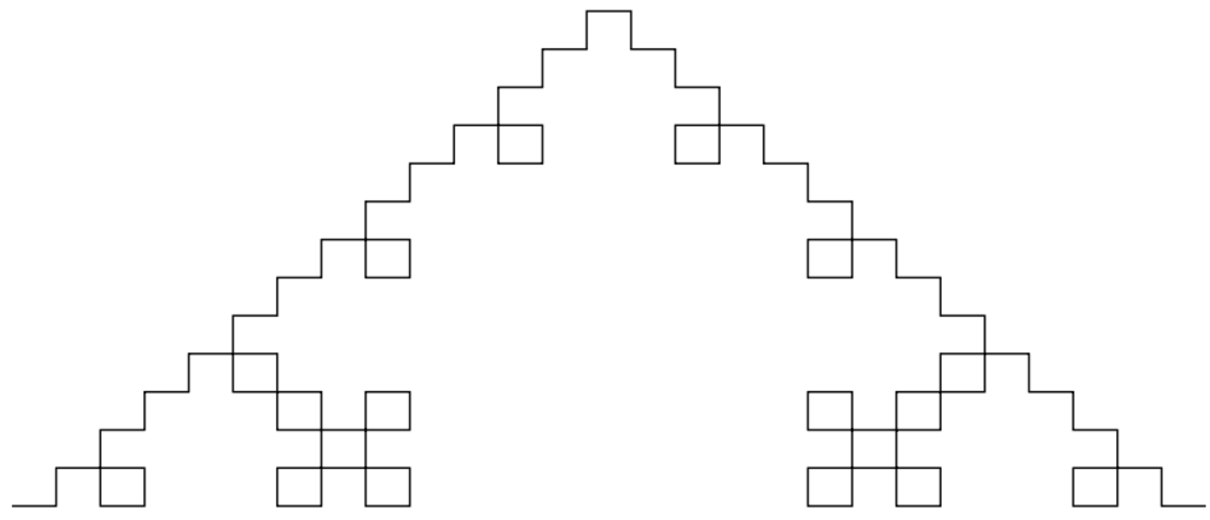


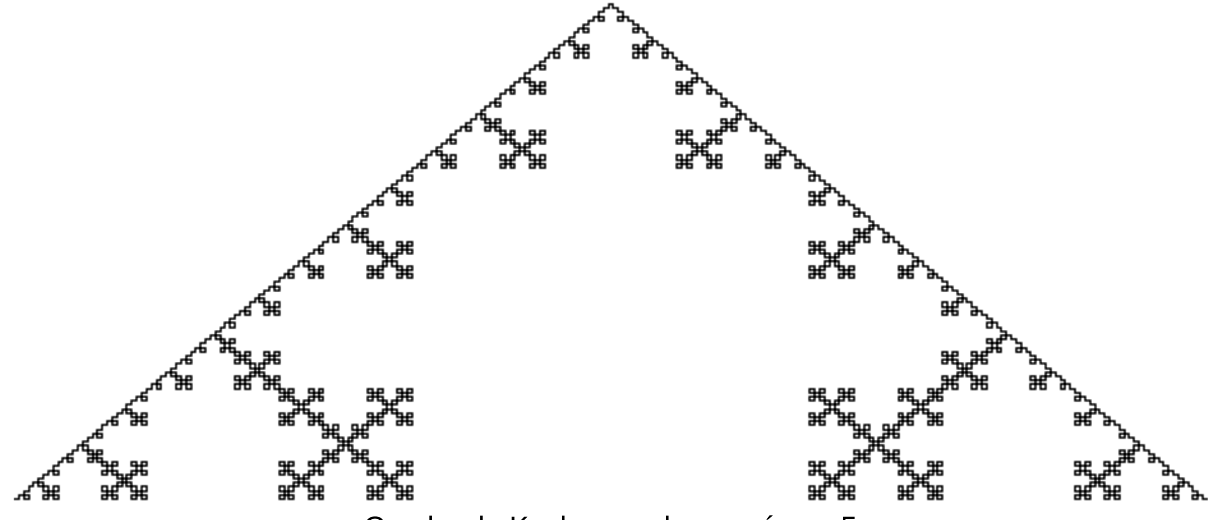
<u>Courbes de Koch avec des carrés remplaçant les triangles</u>
Si on recommence la même procédure avec des carrés à la place des triangles équilatéraux, voici ce que l'on obtient :



Courbe de Koch avec des carrés, n=1

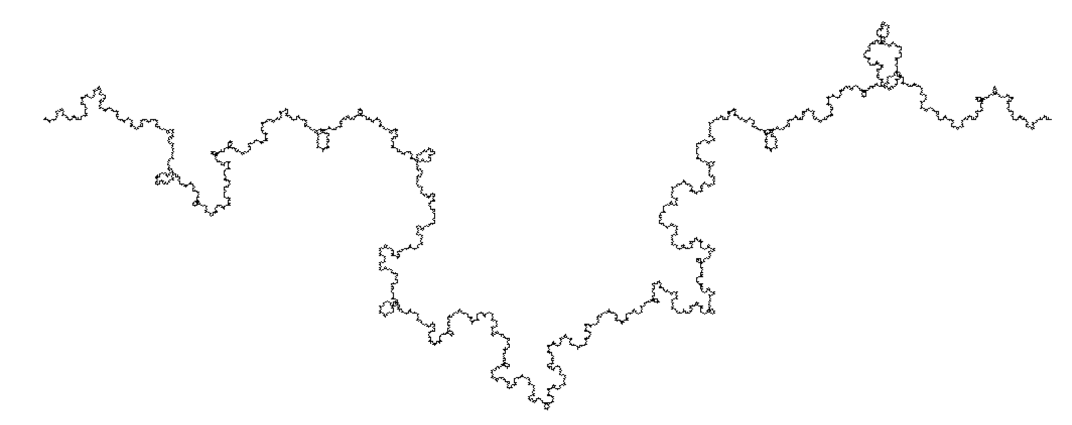

Courbe de Koch avec des carrés, n=2


Courbe de Koch avec des carrés, n=3


Courbe de Koch avec des carrés, n=5

Courbe de Koch « aléatoire » avec des triangles

Dans la procédure de substitution de 2 côtés d'un triangle à un tiers de segment, on peut introduire une variation aléatoire consistant à construire ces deux côtés tantôt au-dessus, tantôt au-dessous du segment porteur. Le caractère déterministe de la génération disparaît alors, puisqu'on n'a aucune garantie d'obtenir la même courbe lors d'exécutions successives ; et la similitude par changement d'échelle n'est plus assurée. Voici un exemple de ce qu'on peut obtenir :



Courbe de Koch aléatoire, © Microsoft Bing Creative Commons

Avec un peu d'imagination, la courbe ci-dessus rappelle vaguement une côte marine assez découpée.

9.4.4.4 Images fractales

Le procédé précédent, consistant à générer des courbes fractales en introduisant une dose de hasard artificiel dans les itérations, a été perfectionné pour faire des images virtuelles, par exemple pour des jeux informatiques en réalité virtuelle. Voici un exemple de ce qu'on peut obtenir.

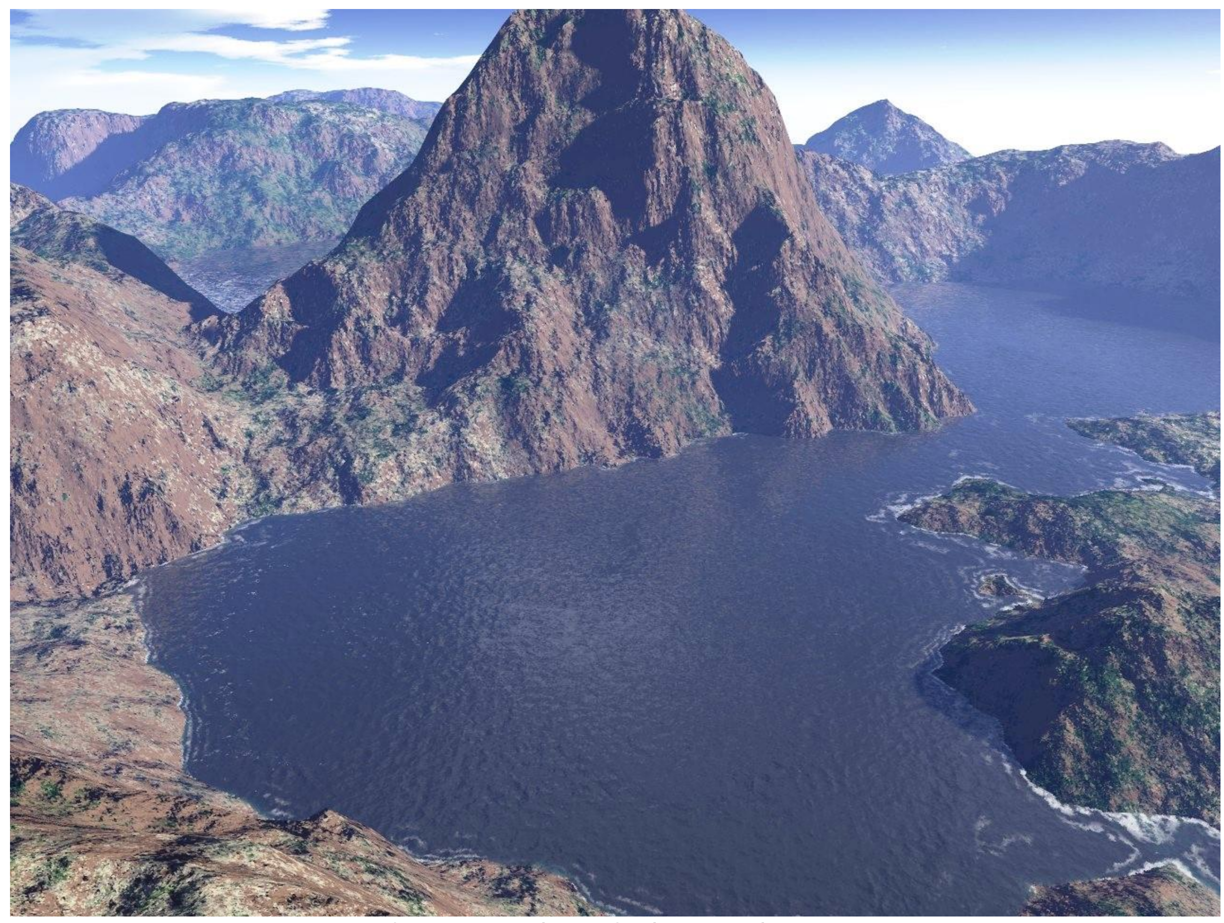
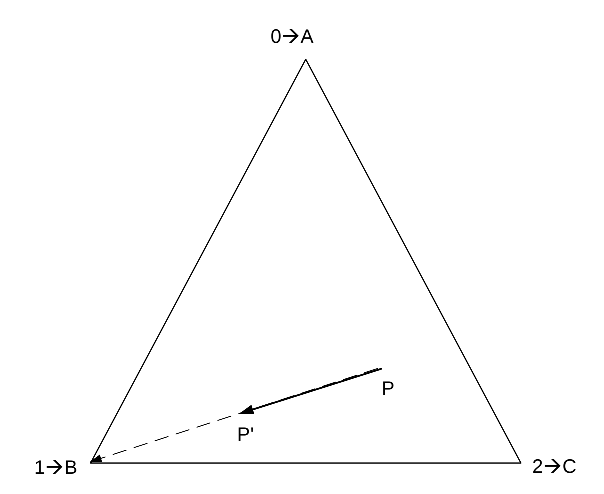


Image fractale, © Microsoft Bing Creative Commons

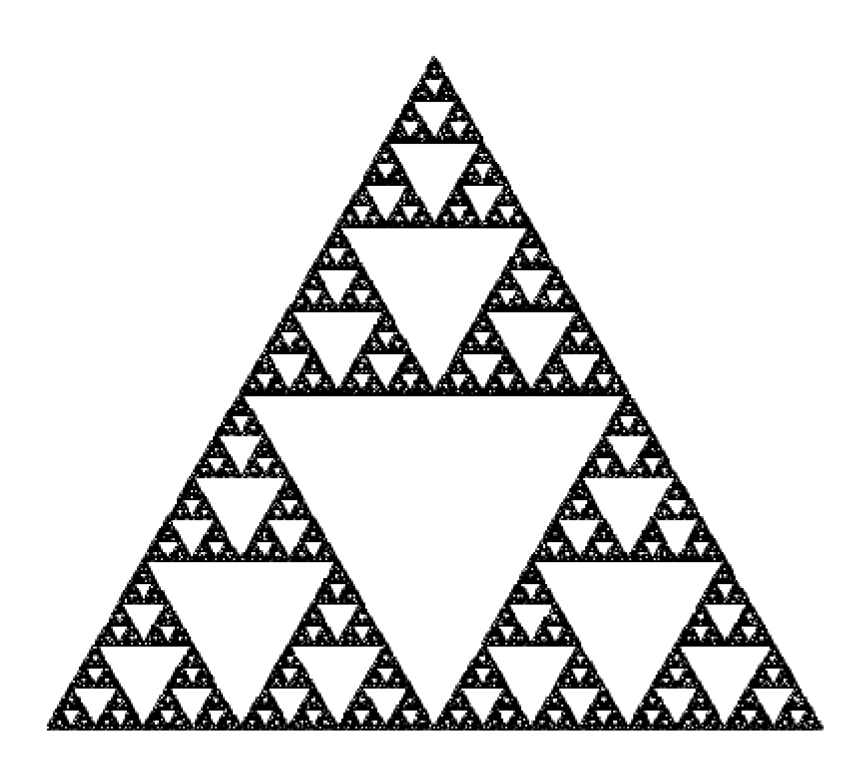
9.4.4.5 Résultats déterministes d'itérations aléatoires

Voici une procédure aléatoire qui génère une image structurée.

Considérons un triangle équilatéral *ABC* et un point intérieur *P* qui n'est pas confondu avec un des sommets. Un générateur pseudo-aléatoire génère trois valeurs, *0, 1, 2* que l'on associe par définition respectivement aux points *A, B, C*. Selon la valeur générée (1 dans l'exemple), on déplace alors *P* de la moitié du chemin vers le sommet correspondant et on imprime son image *P'* dans celle du triangle.



On recommence ensuite : nouvelle génération de valeur, attribuée au « dernier *P* », nouveau déplacement vers le sommet désigné, etc. En itérant ainsi des dizaines de milliers de fois, on génère les points autorisés d'un triangle de Sierpiński :



Triangle de Sierpiński

Le résultat de ces milliers d'itérations est exactement le même quelle que soit la position du point de départ *P* dans le triangle. Non seulement cette génération aléatoire tend vers un résultat *parfaitement déterministe*, mais il est aussi *stable* quelle que soit la position du point initial *P* !

Conclusions philosophiques

1 - Une succession d'itérations aléatoires peut tendre vers une structure déterministe

La conclusion philosophique est importante : une succession infinie de valeurs aléatoires peut générer un ensemble structuré de manière déterministe, c'est-à-dire régi par une loi : certains points du triangle seront atteints, d'autres pas, le tout dessinant une image de Sierpiński. Nous avions déjà une remarque analogue en considérant les diagrammes des bifurcations et les histogrammes des évolutions chaotiques.

« Une succession d'itérations aléatoires peut tendre vers une structure déterministe. »

On démontre même que ce procédé, appliqué à des polygones réguliers de départ à 3, 4 côtés ou davantage, et déplaçant si nécessaire une courbe au lieu du point unique *P*, peut générer pratiquement n'importe quelle forme, fractale ou non.

Exemple :



Image copyright © Microsoft Bing Creative Commons.

2 – La génération de valeurs par itération permet d'importantes économies de place de stockage et de bande passante

Le texte en un langage informatique d'un programme qui génère ainsi des centaines de milliers de valeurs ou de positions spatiales est beaucoup plus concis que l'ensemble de ces valeurs ou positions. Cette concision permet des économies de place mémoire ou disque dans un ordinateur et des économies de bande passante dans la transmission à travers un réseau.

> Ainsi, un satellite d'observation de la Terre extrêmement bavard transmettait des données correspondant à une vingtaine de mesures physiques avec un débit d'environ 1 Mbits/s. Il fallait stocker ces données pendant plusieurs années en attendant que des scientifiques aient eu le temps de les étudier, c'est-à-dire stocker environ 10 milliards d'octets par jour s'ajoutant à leur historique.
>
> Le problème fut résolu en calculant au sol, au fur et à mesure de leur réception, des fonctions représentatives de l'évolution des données : on divisa ainsi leur volume par deux ordres de grandeur. De son côté, le satellite faisait un travail analogue pour économiser de la bande passante, et permettre une redondance des données protégeant contre des coupures ou des parasites dans la transmission.

9.4.5 Fractales dans le plan complexe

Bref rappel sur les nombres complexes : voir *Nombres complexes et scalaires*.

Les nombres complexes sont des nombres qui ont une partie imaginaire multiple de $\sqrt{-1} = i$ en plus d'une partie réelle.

Exemple : $z = 0.8+2i$, où *0.8* est la partie réelle et *2* la partie imaginaire, notée *2i*.

Un nombre complexe est représenté par un point dans un « plan complexe » rapporté à un « axe des réels » et un « axe des imaginaires.

On peut itérer des fonctions de nombres complexes exactement comme les fonctions réelles que nous avons vues précédemment, et comme pour ces dernières il est important de savoir si la distance de leur point représentatif dans le plan complexe à l'origine est bornée ou si ce point s'éloigne indéfiniment.

(La distance du point $z = x + yi$ à l'origine est $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.)

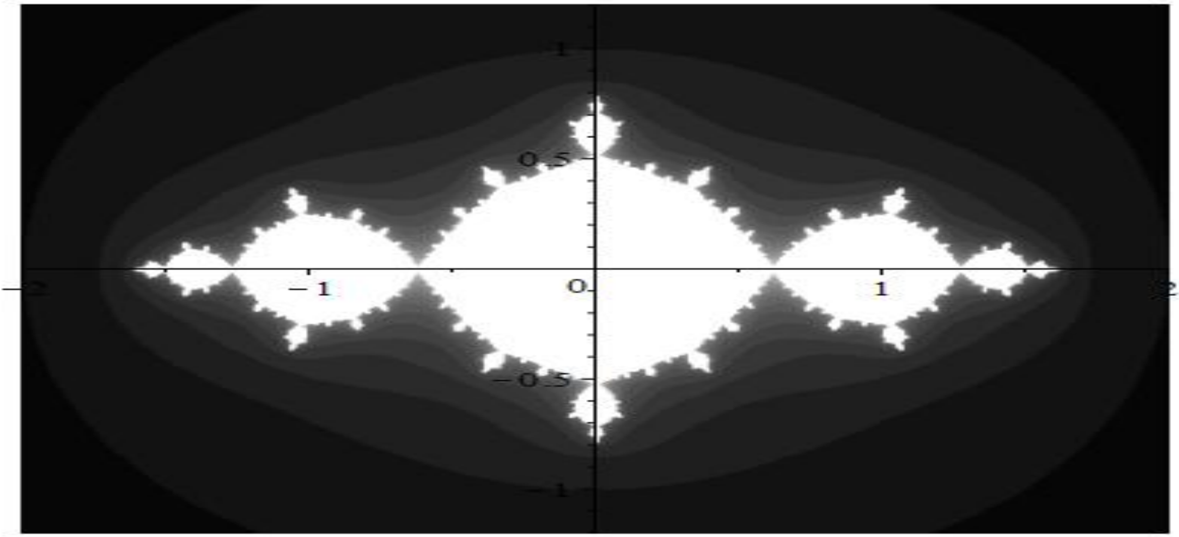
Il existe des fonctions de nombres complexes comme $f(z) = z^2+c$, où *c* est une constante (complexe elle aussi) ; exemple : $f(z) = z^2-1$ (suite $z_{n+1} = z_n^2 - 1$).

Pour cette suite il n'est pas nécessaire de faire beaucoup d'itérations pour s'assurer de l'absence d'éloignement à l'infini lorsque $n \to \infty$: il suffit de s'assurer, par exemple, que $|z_n|$ ne dépasse pas *2*. Voyons les détails.

9.4.5.1 Ensembles de Julia

Considérons une fonction itérative complexe. L'ensemble des points initiaux du plan complexe restés à distance finie de l'origine après un nombre infini d'itérations de cette fonction à partir d'une valeur initiale z_0, est appelé « ensemble de Julia », du nom du mathématicien français Gaston Maurice Julia.

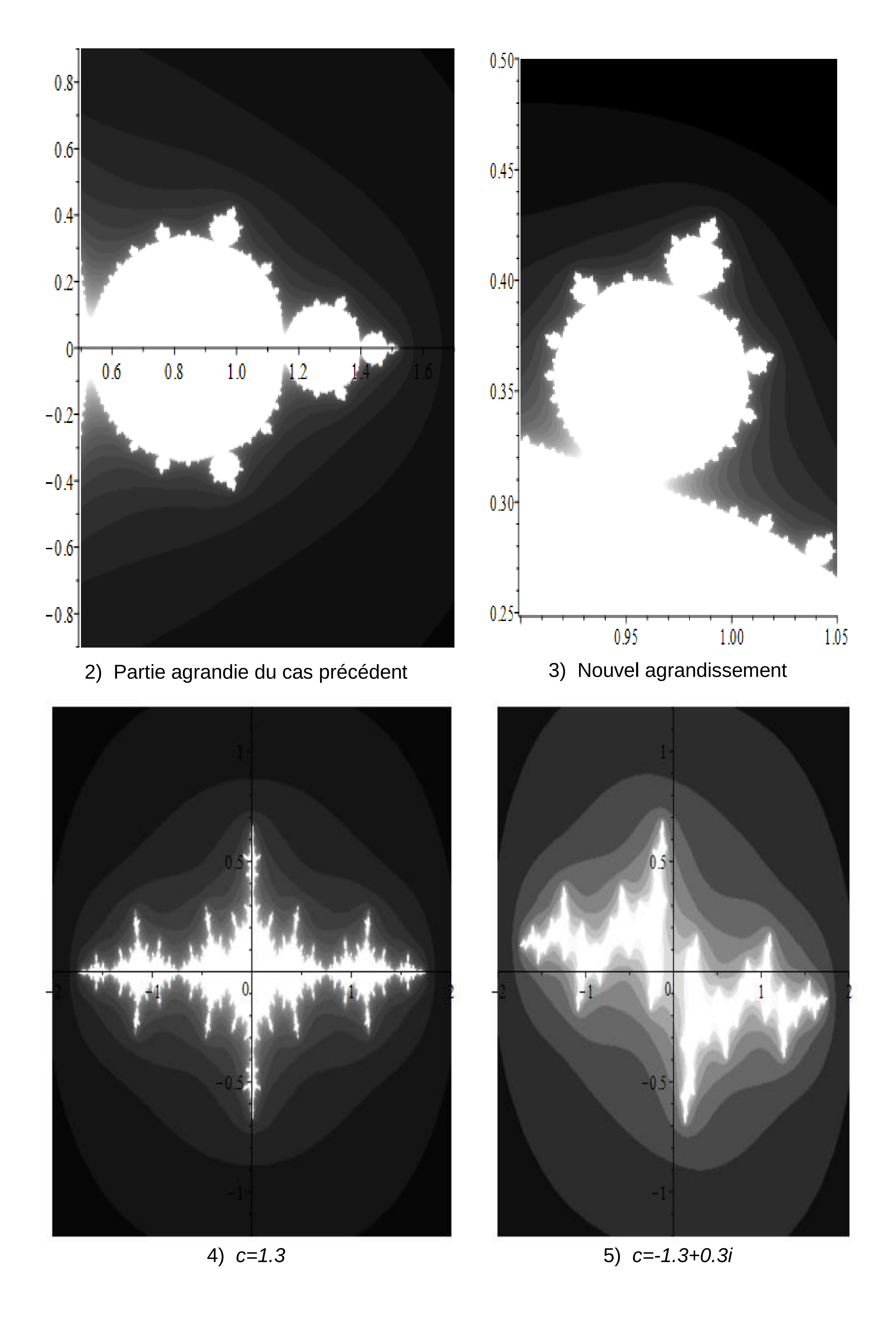
Pour avoir une idée de l'ensemble des points initiaux z_0 du plan complexe couvert par un ensemble de Julia de la fonction $f(z) = z^2-1$ nous avons un programme MAPLE [145] qui le représente en blanc entouré de points gris d'autant plus foncés qu'il faut peu d'itérations pour que la distance atteinte soit supérieure à une certaine limite représentant arbitrairement l'infini (sur certains des graphiques ces points paraissent tous noirs).



1) Points de l'ensemble de Julia de $f(z) = z^2-1$

Cet ensemble de Julia est une figure fractale du plan complexe.

Voici quelques autres ensembles de Julia avec les valeurs de *c* correspondantes.

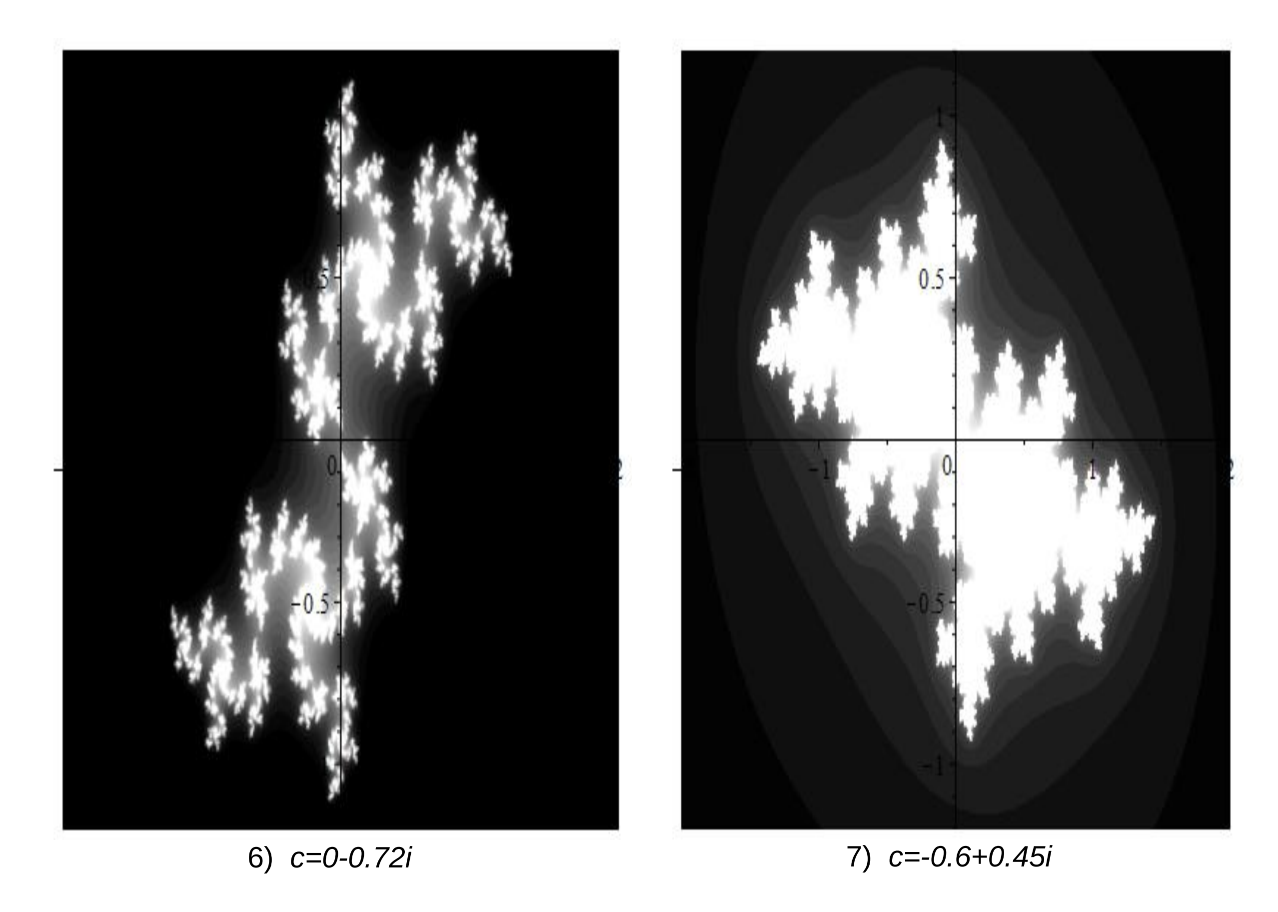


2) Partie agrandie du cas précédent

3) Nouvel agrandissement

4) *c=1.3*

5) *c=-1.3+0.3i*



6) $c=0-0.72i$ 7) $c=-0.6+0.45i$

Connexité

On remarque que les diagrammes 1, 2, 3, 4, 7 ci-dessus sont connexes (d'un seul tenant), alors que les diagrammes 5 et 6 ont des parties disjointes. En fait, si la résolution pouvait être augmentée, le diagramme 5 montrerait son ensemble de Julia comme ce qu'il est : un ensemble de points isolés.

Conclusion : *certains ensembles de Julia sont connexes, d'autres non*.

9.4.5.2 Ensembles de Mandelbrot

Définition initiale

Dans le plan complexe, on appelle *ensemble de Mandelbrot* les points (valeurs du paramètre *c*) pour lesquels l'ensemble de Julia de $f(z) = z^2+c$ est connexe.

Définition équivalente

Appelons *trajectoire critique* pour une valeur *c* donnée la trajectoire (suite des itérations de z_n) commençant en $z_0 = 0+0i$, origine des axes du plan complexe. L'ensemble de Mandelbrot est l'ensemble des points pour lesquels la trajectoire critique est bornée (reste à distance finie).

Voici un diagramme de l'ensemble de Mandelbrot dans le plan complexe :

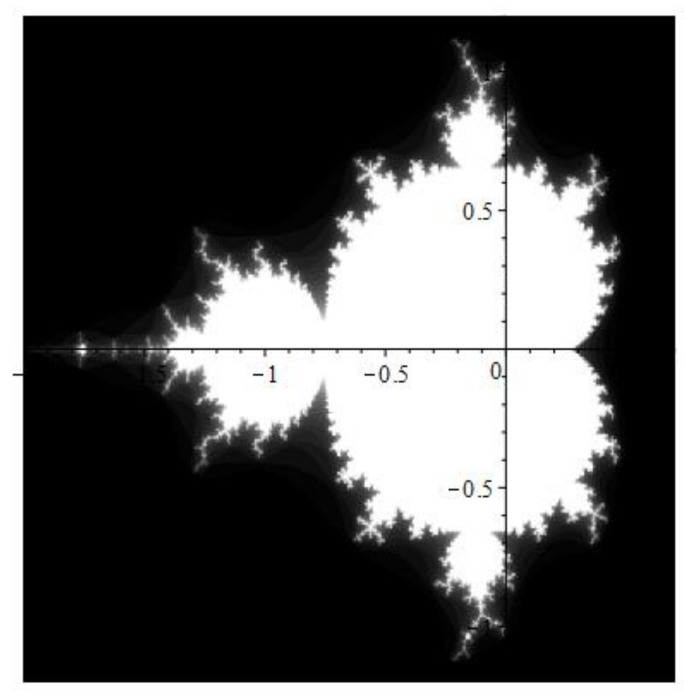
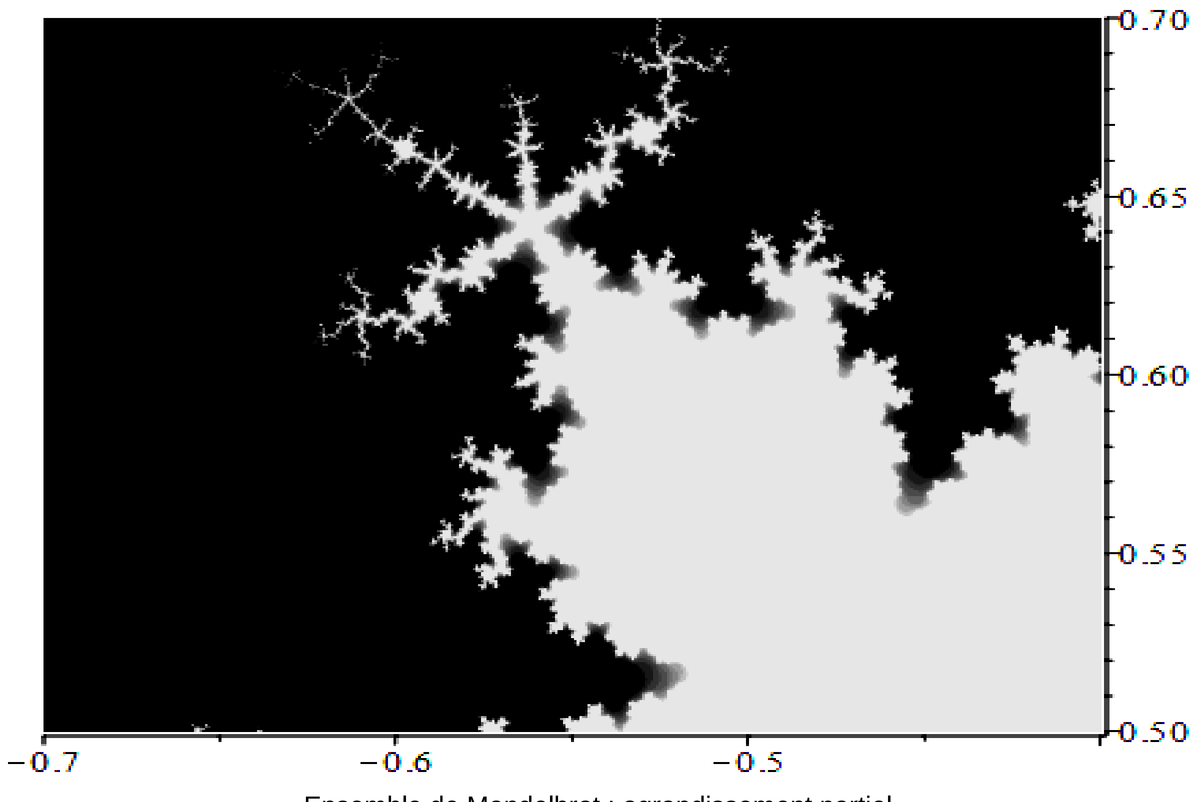


Fig. 1 - Ensemble de Mandelbrot

L'ensemble de Mandelbrot est évidemment fractal : il a au bord de ses nodules connexes des structures qui se répètent à diverses échelles. Voici l'agrandissement d'une partie :



Ensemble de Mandelbrot : agrandissement partiel

On trouve beaucoup d'images et de vidéos générées à partir de portions d'un ensemble de Mandelbrot, par exemple :

- https://www.bing.com/videos/search?q=mandelbrot+set&&view=detail&mid=F97DB3D1C2ABA4040666F97DB3D1C2ABA4040666&&FORM=VDRVRV
- https://www.mapleprimes.com/maplesoftblog/6851-Mandelbrot-Mania-With-Maple
- https://www.bing.com/images/search?q=mandelbrot+fractal&qpvt=mandelbrot+fractal&FORM=IARRSM
- https://www.youtube.com/watch?v=UuOTuFVnWv0
- http://www.madore.org/~david/math/mandelbrot.html

Propriétés surprenantes de l'ensemble de Mandelbrot

Cet ensemble a des propriétés surprenantes, dont quelques-unes sont citées dans [107] page 801. En voici une : on n'a pas démontré pourquoi, mais le nombre π apparaît dans la suite des nombres d'itérations *n* nécessaires pour que la suite de Julia $z_{n+1} = z_n^2 + c$ diverge lorsque la partie imaginaire εi de son début $z_0 = -0.75+\varepsilon i$ tend vers zéro parce que $\varepsilon \to 0$.

Voici les détails. Dans la Fig. 1 ci-dessus, en agrandissant beaucoup le diagramme, on s'aperçoit que le contact entre le gros nodule de droite et le nodule plus petit à sa gauche, sur l'axe horizontal du plan complexe, est situé à l'abscisse *-0.75*.

Ce contact paraissant très étroit dans le sens vertical, on voudrait savoir s'il se réduit à un point. Pour ce faire, on s'intéresse à la divergence d'une suite de Julia commençant en $z_0 = -0.75+\varepsilon i$ lorsque $\varepsilon \to 0$: on cherche le nombre minimum *n* d'itérations nécessaires pour que celles commençant en $z_0 = -0.75+\varepsilon i$ divergent lorsqu'on donne à ε des valeurs successives de plus en plus petites.

Voici le tableau que trouve [107] :

ε	n
0.1	33
0.01	315
0.001	3143
0.0001	31417
0.00001	314160
0.000001	3141593
0.0000001	31415928

Nombre d'itérations avant divergence

Le produit εn tend visiblement vers π. C'est une constatation numérique, pas une démonstration par déductions, mais qu'un tel changement d'échelle soit associé à une constante aussi remarquable que π est évidemment surprenant.

Il faut être d'autant plus prudent avec de genre de calcul qu'un premier programme MAPLE exécuté avec une précision de 40 chiffres significatifs trouve bien exactement les 4 premières valeurs, mais 942484 pour la 5ème, valeur qui multipliée par 0.00001 donne (à la cinquième décimale près) 3π, et non π. Un second programme Maple, écrit différemment et calculant avec 15 chiffres, trouve aussi les 4 premières valeurs, mais ne trouve pas la 5ème car il ne s'arrête pas…

10. Déterminisme humain : compléments

Voir d'abord le paragraphe *Déterminisme humain* du chapitre 1.

10.1 Le déterminisme du vivant

10.1.1 Définitions du vivant

Parmi d'autres définitions, [131] définit l'être vivant comme « *un système chimique autonome capable d'évolution darwinienne* ». Cette définition simple sous-entend la possibilité pour cet être de subsister dans son milieu, de se reproduire et d'évoluer d'une génération à la suivante sous le contrôle de la sélection naturelle. Mais elle ne rend pas compte des multiples autres caractéristiques d'un être vivant.

Définition de [1] : « Un être vivant est une structure […] constituée, pour tout ou partie, d'une ou de plusieurs molécules d'acides nucléiques (ARN et ADN) programmant le déroulement vital ; cette structure constitue le patrimoine génétique dont la propriété première est de pouvoir se répliquer. »

Un être vivant absorbe de la nourriture, la transforme en sa propre substance et en énergie thermique et mécanique. Il s'adapte à son milieu, se défend contre des agressions et se reproduit.

10.1.2 Etres vivants et déterminisme

L'évolution et la vie physique des êtres vivants relèvent-ils du seul déterminisme de la physique ? Les molécules et cellules de la vie peuvent-elles être construites à partir de molécules de chimie minérale ? Les processus vitaux se réduisent-ils à de simples processus cellulaires ? La pensée et l'instinct peuvent-ils n'être que la conséquence des mécanismes biologiques sous-jacents ou faut-il nécessairement, en plus, une intervention transcendante, un esprit, Dieu ?

Ces questions ont été posées par les hommes depuis longtemps. Ils y ont répondu à partir de deux prises de position doctrinales qui s'excluent mutuellement : le matérialisme et l'idéalisme.

Faisons d'abord le point sur ce que nous avons déjà établi dans ce texte.

10.1.2.1 Complexification naturelle

Nous avons vu au paragraphe *Vie, organisation, complexité et entropie* que la thermodynamique n'empêche pas d'évoluer vers plus de complexité par auto-organisation irréversible. Les lois déterministes de la physique et de la chimie organique ne s'opposent donc pas à la formation spontanée des molécules complexes du vivant à partir de molécules plus simples.

Causes de l'évolution des espèces

Nous avons vu aussi, au paragraphe *Accidents de réplication du génome et évolution vers la complexité* que l'évolution *à long terme* des espèces décrite par Darwin s'explique génétiquement par des accidents aléatoires de réplication du génome lorsqu'un être donne naissance à sa descendance, produisant des sujets qui ont tendance à se multiplier et à se ressembler du fait de la convergence de leurs caractéristiques vers des attracteurs étranges.

L'évolution *à court terme* s'explique par des modifications d'expression de gènes (paragraphe *Gènes et comportement humain*). Nous savons aujourd'hui ([52]) que même le psychisme des animaux (dont l'homme) a formé ses fonctions actuelles par un processus d'évolution darwinienne au cours des dernières 6 millions d'années (~300 000 générations humaines) : apparition et développement de fonctions psychiques et survie des espèces les mieux adaptées et les plus prolifiques.

La formation spontanée de molécules complexes est donc possible (on la constate), *mais à ce jour (2018) on n'a pas encore créé des êtres vivants artificiels, même aussi simples que des bactéries unicellulaires, à partir de molécules de chimie minérale.* Des chercheurs savent déjà créer un génome simple artificiellement [132].

10.1.2.2 Possibilité de créer artificiellement un comportement vivant

Une expérience de transplantation de génome a ouvert la voie à la création d'êtres vivants artificiels définis par leur seul génome : voir plus bas *Etres vivants artificiels définis à partir de leur seul code génétique* ; il s'agit d'êtres doués seulement de conscience spontanée. Nous savons déjà que la conscience fonctionne souvent de manière non déterministe, donc non algorithmique, donc non simulable par un ordinateur. Voici des exemples envisageables.

10.1.2.2.1 Synthèse d'acides aminés

Certains acides aminés constituent les briques de base des protéines de la vie. Une manière de prouver l'origine naturelle d'acides aminés est d'en trouver dans des météorites. Or d'après [133], la météorite dite de Murchison, tombée en Australie en 1969, contenait plus de 80 acides aminés différents, certains présents dans des êtres vivants et d'autres absents de tout être vivant connu. A moins de supposer que cette météorite a une origine artificielle (!), nous avons là une preuve qu'il a existé quelque part dans la galaxie - et très probablement dans notre système solaire, origine de la quasi-totalité des météorites - des processus naturels qui ont fabriqué des acides aminés à partir de molécules minérales, elles-mêmes résultant de processus astrophysiques de synthèse d'atomes et de molécules. La vie a donc pu, *peut-être*, être apportée sur la terre par des acides aminés venus de l'espace.

Pour prouver (comme les matérialistes rêvent de le faire) que la vie peut résulter de transformations naturelles de matière inanimée, il faudrait trouver au moins un procédé permettant de créer un être vivant, même très simple et incomplet comme un virus, à partir de molécules non vivantes ; des êtres plus complexes pourraient alors résulter d'une évolution darwinienne ultérieure.

La première étape consisterait à créer des molécules d'acides aminés, éléments de base de toute matière vivante. Des scientifiques y travaillent, en se représentant la vie et ses fonctions de base comme un ordinateur (le matériel cellulaire) piloté par son logiciel (le génome et son interprétation par les mécanismes cellulaires et les neurones), et en tentant de synthétiser de petites molécules qui ont une partie des propriétés de l'ARN [132], [133].

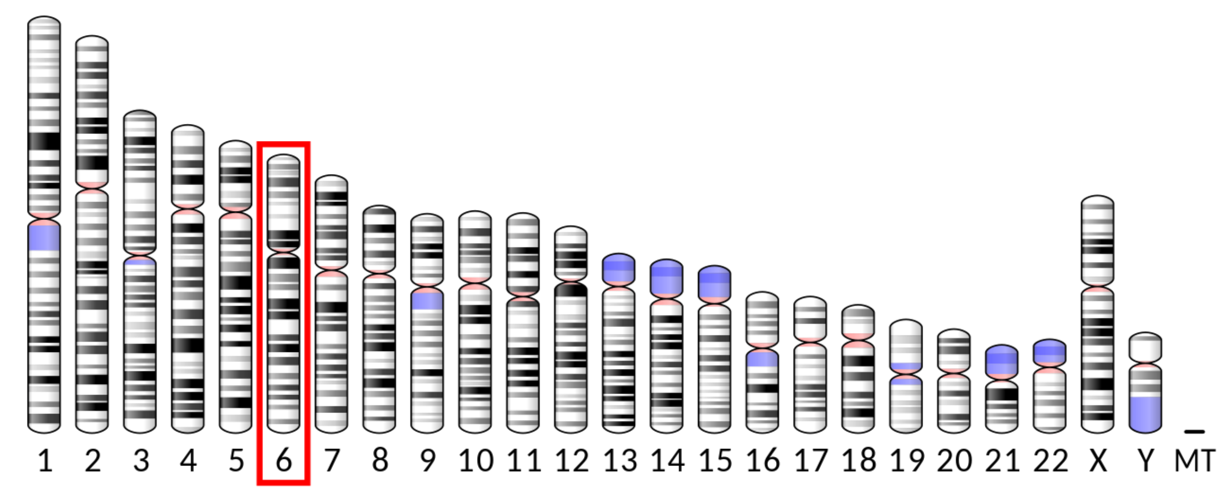
10.1.2.2.2 Génie génétique

Une autre possibilité pour créer artificiellement des êtres vivants consiste à utiliser le génie génétique. On part alors d'un être vivant existant et on modifie son génome pour obtenir des caractéristiques particulières ; c'est la base de tous les OGM (organismes génétiquement modifiés). Exemple cité par [134] : des chercheurs ont modifié le génome d'une bactérie très répandue, *Escherichia coli*, pour qu'elle cherche et trouve dans l'organisme où on l'introduit certains signaux chimiques émis par certaines cellules. Lorsqu'elle sera complètement au point, cette méthode permettra de faire parvenir un médicament directement et exclusivement à des cellules cibles ; on pourra ainsi, par exemple, envoyer aux "bons endroits" des médicaments anticancéreux. Il est également possible d'utiliser des virus inoffensifs pour introduire des gènes utiles dans les noyaux des cellules d'un organisme vivant.

Voir aussi l'édition génomique par la technique CRISPR-Cas [289].

10.1.3 Programme génétique et déterminisme

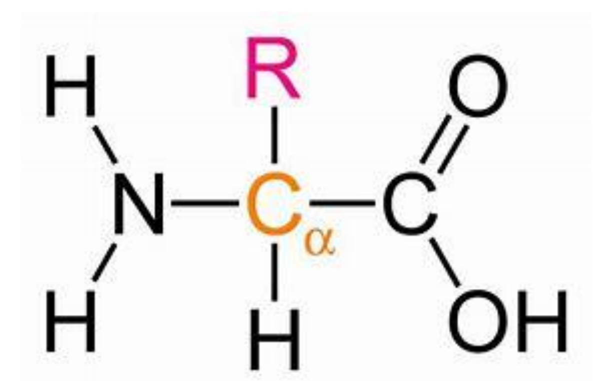
Un corps humain a entre 50 et 100 trillions de cellules (50 à 100 $.10^{12}$). Chaque cellule d'un corps humain comprend 23 paires de *chromosomes*, chaînes de molécules responsables de l'hérédité et comprenant des sous-chaînes appelées *gènes* ainsi que des protéines. Dans chaque paire, un des chromosomes provient de la mère et l'autre du père.



Génome, avec ses 23 types de chromosomes et son chromosome mitochondrial MT. Celui-ci convertit, dans les mitochondries des cellules, l'énergie chimique de la nourriture en adénosine triphosphate qui alimente les cellules. © Wikimedia Commons

Acide aminé

Un acide aminé est une molécule contenue dans la plupart des protéines. Son nom vient de ce qu'elle porte une fonction acide COOH et une fonction basique amine NH_2. Elle porte en plus un radical R qui caractérise les 20 acides aminés.



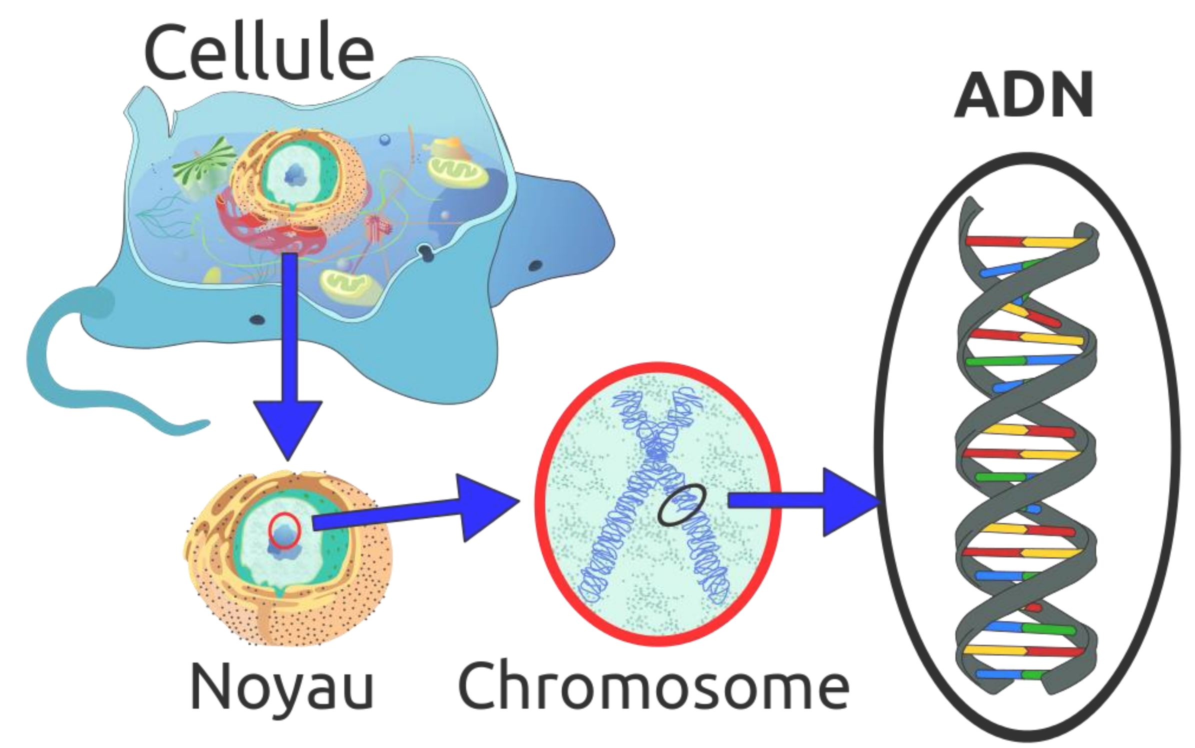
Structure d'un acide aminé (© Microsoft Bing Creative Commons)

Gènes et programme génétique

Les gènes sont des longues chaînes d'acides aminés porteurs des instructions (au sens programme informatique) de fabrication d'environ 100 000 protéines différentes intervenant dans la vie cellulaire.

Selon [267], chacun des quelque 21 000 gènes humains (chacun constitué par 6 milliards de paires de bases formant un segment d'ADN) participe à un ou plusieurs caractères héréditaires, dont il contribue à la transmission, et à une ou plusieurs fonctions de production de protéines.

La structure et les fonctions de chaque cellule sont définies par un *programme génétique* dont les instructions et données sont stockées dans les structures de molécules d'ADN des chromosomes, des plasmides, des mitochondries et des chloroplastes.



Localisation de l'ADN dans une cellule d'eucaryote - Licence Wikimedia Commons
(Les eucaryotes sont les animaux, les végétaux verts et les champignons)

Le génome peut être considéré comme un programme dont l'exécution (un informaticien préciserait : *l'interprétation*) crée des protéines et des cellules vivantes par l'intermédiaire de mécanismes

appropriés mettant en jeu l'ARN [268]. L'existence et le fonctionnement de ce programme génétique font de la création de ces protéines et cellules un phénomène déterministe.

> Il y a une analogie entre le couple de mécanismes (génération des protéines par interprétation de l'ADN + régulation par l'ARN) et le couple (lois d'évolution + lois d'interruption) : une loi physique d'évolution est régie une loi d'interruption, qui peut en lancer l'exécution en lui passant des paramètres, puis l'arrêter. Malgré l'infinie complexité des mécanismes de la machinerie cellulaire, leur logique est entièrement décrite par les codes ADN, ARN et certaines séquences du reste du génome encore mal connues : il n'y a ni magie, ni intervention transcendante. Voir [57].

Toutes les cellules d'un individu donné possèdent le même génome, provenant d'une seule cellule initiale, l'œuf. Mais un mécanisme de différenciation permet, à partir de l'œuf fécondé initial et avec ce même génome, la création d'un grand nombre de types différents de cellules, environ 200 chez l'homme : cellules de la peau, des muscles, du sang, des neurones, etc. Chaque type est spécialisé et présente une morphologie et un fonctionnement propres. Le fonctionnement des divers gènes peut être bloqué ou activé par des commutateurs logiques, dont la position dépend du programme ADN et de la position de la cellule parmi d'autres cellules, dans une partie du corps.

10.1.3.1 Déterminisme étendu des fonctions vitales

Sources : [316], [317]
A l'échelle atomique le corps humain, comme celui de tout être vivant, fonctionne en formant des molécules, par exemple celles des protéines, ou en associant des molécules par liaison chimique. Ainsi, l'attachement d'un radical méthyl (CH_3) sur un gène d'une cellule (opération appelée méthylation) peut inhiber celui-ci, l'empêcher de s'exprimer. La décision d'inhiber ou de désinhiber un gène est prise par interprétation du programme ADN et du contexte (comme la position de la cellule par rapport à des cellules voisines) ; la décision de la quantité d'une protéine qu'il faut produire est prise de la même façon.

Toute liaison chimique d'un attachement ou détachement, opération de biologie moléculaire, est régie par l'équation de Schrödinger, elle-même régie par le déterminisme statistique. A l'échelle atomique, la vie est donc régie par ce déterminisme.

> **« A l'échelle atomique, la vie est régie par le déterminisme statistique. »**

La biologie moléculaire est une science exacte, dont les prédictions d'évolution sont statistiques. Une liaison moléculaire, par exemple, a une probabilité de s'établir et une probabilité de se défaire une fois établie ; selon le contexte (température, milieu ambiant…) elle sera plus ou moins facile à établir ou à rompre.

Mais connaissant les lois de la biologie moléculaire on ne peut pas en déduire celles des fonctions vitales ; exemple : le foie a plus de 500 fonctions différentes. Le passage des lois de l'échelle atomique à des lois de l'échelle macroscopique comme celles qui régissent les fonctions du foie est régi par la logique de l'ADN et des mécanismes cellulaires, qui peut donc supporter une grande complexité. Le fonctionnement des êtres vivants est donc régi par des algorithmes, donc par le déterminisme étendu.

> **« Les fonctions vitales sont régies par des algorithmes dans le cadre du déterminisme étendu. »**

Cela ne permet pas, hélas, d'affirmer que les actions d'un être vivant sont prévisibles, même au sens de la certitude statistique, dans la mesure où les décisions d'action dépendent aussi de fonctions impossibles à décrire avec précision comme celles du subconscient humain.

Déterminisme de l'hérédité
L'hérédité fait, par exemple, que des chats engendrent des chats de la même espèce : le programme génétique est donc transmis à la fois chez un même individu à partir de l'œuf initial, et d'un individu à ses descendants par hérédité. Il y a un déterminisme inscrit dans le programme génétique qui garantit la reproductibilité de ces deux types de transmissions, ainsi que la différenciation en types spécialisés de cellules.

Le programme génétique ne peut s'exécuter correctement que dans certains contextes. Ainsi, par exemple, certaines protéines ne sont synthétisées que si certaines parties du programme se sont déjà déroulées correctement auparavant : nous retrouvons ici une loi procédurale d'interruption.

> Le programme génétique a donc pour fonction de générer des protéines. Mais cette génération elle-même exige la présence de certaines protéines. La logique de génération répond au schéma

simple acteurs + régulateurs, analogue au schéma loi d'évolution + loi d'interruption. Comme nous l'avons vu plus haut, l'expression des gènes est régie par des commutateurs. A long terme, par exemple lors de la transmission entre générations, cette expression relève de l'épigénétique.

10.1.3.2 Gènes et comportement humain

Chaque mois qui passe, les chercheurs découvrent de nouvelles propriétés des gènes concernant leur influence sur le comportement humain. Parfois un seul gène est associé à un comportement, parfois il en faut plusieurs [57]. La terrible maladie de Huntington est associée à un seul gène, la mucoviscidose aussi.

L'ouvrage [57] pages 130-131 cite le gène D4DR, situé sur le chromosome 11 : le nombre d'occurrences de ce gène sur le chromosome détermine le niveau de production de *dopamine*, un *neurotransmetteur*.

> *Dopamine*
> Les sensations *positives* de désir, d'euphorie, etc. sont régulées dans le cerveau humain par une molécule, *la dopamine* ; (ne pas confondre *désir* et *plaisir* : ce dernier utilise d'autres mécanismes que le premier).
>
> Les sensations *négatives* sont associées à *l'acétylcholine*, neurotransmetteur qui a des effets vasodilatateurs sur le système cardiovasculaire et agit sur le rythme cardiaque, des effets sur le système gastro-intestinal, des effets inhibiteurs sur l'activité du système nerveux central, etc.
>
> Retenons aussi que dans notre cerveau, la comparaison à une valeur produit la présence détectable et l'abondance mesurable d'une molécule organique. La création de valeur (agréable=bon, désagréable=mauvais) en tant que conséquence d'une perception ou de pensées, et son utilisation dans les comparaisons nécessaires aux jugements, sont des phénomènes physiques automatiques, inévitables - bref déterministes.
>
> *Neurotransmetteur*
> Message chimique d'un neurone destiné à stimuler ou inhiber l'activité d'un autre neurone. La dopamine, par exemple, est un neurotransmetteur.

La dopamine stimule l'activité de l'organisme : son absence ou un trop faible niveau entraînent la léthargie, tandis qu'une surabondance entraîne la suractivité, la recherche de la nouveauté, le désir et la prise de risques. Exemple cité par [135] : des mésanges qui font preuve de plus de curiosité que les autres ont la même forme particulière du gène D4DR que les humains particulièrement curieux.

Mais il ne faut pas penser que les séquences de gènes D4DR expliquent *à elles seules* la tendance d'une personne à rechercher ou non la nouveauté et à être ou non hyperactive ; elles n'en expliquent qu'une petite partie. Dans la plupart des expériences sur la relation entre gènes et comportement, on trouve des explications partielles, des corrélations, et il faut plusieurs gènes pour expliquer un comportement. Plus généralement, la génétique intervient pour une partie du caractère inné d'un trait de personnalité ou d'une aptitude, mettons 20 % à 60 % de la variance ([57] page 4), et l'acquis culturel pour le reste. Et la proportion varie avec le trait considéré et l'individu. (Voir les exemples [136] et [137]).

Un individu donné n'est donc que partiellement déterminé par son hérédité génétique à sa naissance. Si un savant surdoué mais laid épouse une reine de beauté sotte il n'est pas certain que leur progéniture ait l'intelligence du père et la beauté de la mère. Cela peut arriver, mais il peut aussi arriver qu'un de leurs enfants ait la beauté du père et l'intelligence de la mère, en plus de caractères hérités de grands-parents…

10.1.3.3 Evolution du programme génétique

Au fur et à mesure du développement de l'individu (*ontogenèse*) et des circonstances de sa vie, et au fur et à mesure qu'on passe d'une génération à sa descendance, certains mécanismes de création de protéines et de création cellulaire peuvent se modifier : une partie du programme génétique est capable de se modifier et de s'adapter par autoprogrammation (en fait par mécanismes d'expression/inhibition relevant de l'épigénétique).

> *Ontogenèse*
> Ensemble des processus qui conduisent de la cellule œuf d'un être vivant à l'adulte reproducteur.

Cette adaptation par autoprogrammation génétique a été mise en évidence par les recherches publiées dans [138], dont voici une citation :

> "Il ne faut que 15 générations pour que le génome de certaines mouches évolue dans un sens qui leur permettre d'apprendre plus vite. Au début de l'expérience, il faut beaucoup d'heures aux mouches pour apprendre la différence entre deux types d'aliments dont l'odeur est appétissante, mais dont l'un est nocif. Les mouches dont le génome s'est adapté à un apprentissage rapide n'ont besoin que de moins d'une heure."

Les mutations

Autre exemple d'adaptation génétique, voici des extraits de [1] article *GENOME - Le génome mitochondrial* par Roger Durand, professeur de biochimie à l'université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand) :

> "Vers les années 1946-1948, Boris Ephrussi observait qu'une culture de levure diploïde ou haploïde donne après repiquage, dans les quelques jours qui suivent, une colonie identique aux cellules mères sauf, dans quelques cas, 1 à 2 % de cellules plus petites. Les mutants « petite colonie » ne donnent que des petites colonies. La mutation est irréversible. Le traitement des cellules de la souche sauvage par l'acriflavine fait passer le taux de mutation de 1-2 % à 100 %. Ces mutants poussent lentement car ils ne peuvent respirer, leur métabolisme est uniquement fermentaire, ils ont perdu la capacité de synthétiser un certain nombre d'enzymes respiratoires."
>
> "Ephrussi devait arriver à la conclusion que la souche sauvage et les mutants « petites colonies » diffèrent par l'absence, dans le dernier cas, d'unités cytoplasmiques requises génétiquement pour la synthèse de certains enzymes respiratoires."
>
> "En 1968, on devait démontrer que la mutation « petite colonie » est due à une altération importante de l'ADN mitochondrial. Cette molécule contient 75 000 paires de bases… la mutation « petite colonie » correspondrait à une excision et amplification de fragments d'ADN terminés par des séquences CCGG, GGCC."

Ces modifications, appelées mutations, sont parfois dues à des accidents (solutions de faible probabilité de l'équation de Schrödinger décrivant la formation de la molécule). D'autres sont dues à des agressions de l'environnement, comme l'absorption de substances chimiques nocives ou l'action de rayonnements ionisants (rayons X ou ultraviolets, par exemple). Souvent, les mutations sont inopérantes et leurs conséquences néfastes sont annulées par des mécanismes réparateurs de l'ADN comme les enzymes du « système S.O.S. » [139]. D'autres mutations sont nécessaires à l'adaptation de l'individu à son environnement, comme celles qui produisent des anticorps de résistance à une infection.

Autres exemples de mutations :

- L'adaptation de nombreux insectes aux pesticides, la résistance croissante de nombreuses bactéries aux antibiotiques et les mutations de virus.
- Les habitants des pays asiatiques qui ont depuis des siècles une alimentation plus riche en amidon que celle des Européens, ont dans leur génome des copies supplémentaires d'un gène facilitant la digestion de l'amidon, alors que les Européens n'ont pas ces copies : le génome s'adapte à des habitudes de vie et ces adaptations se transmettent entre générations.

10.1.3.4 Evolution d'une population

Une population *évolue* quand des individus porteurs de certains caractères (exemple : la taille) ont une descendance plus nombreuse que les autres individus ; ces caractères deviennent alors plus fréquents dans les générations suivantes.

Lorsque les caractères génétiques d'une population se modifient avec le temps, on dit que cette population subit une *évolution biologique*. Lorsqu'une telle évolution correspond à une amélioration des capacités de survie ou de reproduction, on parle *d'adaptation* de cette population à son environnement. La sélection naturelle (étudiée par Darwin [140]) favorise la survie et la multiplication des populations les mieux adaptées et défavorise les autres.

Lorsque l'évolution d'une espèce vivante *A* produit des individus suffisamment différents de ceux de cette espèce, mais suffisamment semblables entre eux pour constituer une espèce *B*, on dit qu'il y a *spéciation*. Ce phénomène s'explique par l'existence d'*attracteurs multiples*. Les individus de l'espèce

B ont de nombreux points communs avec leurs ancêtres de l'espèce *A*. La biodiversité résulte de nombreuses spéciations successives.

Remarque : il est faux d'affirmer que « l'homme descend du singe » : la vérité est qu'ils ont un ancêtre commun.

10.1.3.5 Preuves de la théorie darwinienne de l'évolution

La théorie darwinienne de l'évolution est prouvée par :

- La paléontologie, qui montre qu'il a existé des espèces intermédiaires entre celles d'aujourd'hui et d'autres, plus anciennes ;
- Les caractéristiques physiologiques et génétiques communes à des espèces ayant un ancêtre commun ;
- L'observation de modifications génétiques dans une même population, notamment lors d'un croisement d'espèces provoqué par l'homme ;
- La séparation et la dérive des continents, qui explique :
  - L'existence d'une même espèce ou d'espèces ayant un ancêtre commun dans des masses continentales distinctes qui se sont séparées il y a environ 200 millions d'années ;
  - La présence en certains endroits seulement d'espèces ayant évolué après cette séparation.

Une des rares erreurs de Darwin a été de croire que les mutations produisant des spéciations étaient progressives : nous savons aujourd'hui qu'elles produisent des sauts assez importants. Mais cette erreur ne met en cause ni les fondements de la théorie de l'évolution que sont les mutations génétiques, ni la sélection naturelle.

10.1.3.6 Evolution due à une modification de l'expression de gènes

Sources : [316], [317]

L'article [141] décrit les résultats de recherches récentes qui montrent que l'évolution darwinienne par mutations génétiques, qui agit à long terme (sur des milliers d'années), *est accompagnée d'une évolution due à une mutation de l'expression de gènes*, c'est-à-dire de la manière dont la machinerie cellulaire interprète le programme des gènes pour fabriquer des protéines. Cette mutation de l'expression provient parfois d'un processus très simple affectant un seul gène, et produisant un résultat dès la génération suivante, voire au bout de quelques mois ; parfois la mutation concerne un ensemble de gènes ; parfois même elle agit immédiatement [142].

Le compte-rendu de recherches [143] confirme qu'il suffit parfois qu'un simple radical méthyle (CH_3 : 4 atomes seulement) se lie à un gène pour inhiber l'expression de celui-ci, produisant alors des effets considérables sur l'organisme. Il existe ainsi plusieurs types de « commutateurs chimiques » qui déclenchent ou inhibent l'expression d'un gène, avec des effets importants sur la plupart des affections non infectieuses (cancer, obésité, désordres neurologiques, etc.) Ces déclenchements ou inhibitions peuvent avoir un effet pendant toute la vie de l'organisme ou seulement pendant un temps. Ce sont des effets « tout-ou-rien », parfaitement déterministes et analogues aux effets de commutateurs logiciels sur des programmes informatiques et de l'action d'une loi d'interruption sur une loi d'évolution ou une loi de transition d'état.

Le développement d'un organisme par ontogenèse est déterminé par une hiérarchie de gènes, dont chaque niveau commande le niveau inférieur. Cette hiérarchie fonctionne en favorisant l'évolution de certaines formes d'organes et en interdisant certaines autres. Une hiérarchie de gènes donnée est le plus souvent héréditaire, conduisant à ce qu'à partir de la génération suivante tous les descendants aient la même hiérarchie, commandant la même expression de ses gènes.

Exemple 1 : les gènes de la famille PAX6 déterminent le développement des yeux dans des êtres aussi différents que l'homme et la mouche.

Exemple 2 : aux îles Galápagos, tous les fringillidés (oiseaux de la famille des pinsons, bouvreuils et chardonnerets) descendent d'un même ancêtre venu du continent. Mais ils sont très différents des fringillidés continentaux, par la forme et la taille de leur bec (adapté aux nourritures disponibles dans ces îles), ainsi que par la taille générale de certains oiseaux, nettement plus importante et procurant plus de robustesse, et par d'autres caractéristiques témoignant d'une adaptation. Extrait traduit :

> "En 30 ans, la mesure annuelle des fringillidés a montré que les tailles du bec et du corps ont toutes deux évolué de manière significative. Mais elles n'ont pas varié d'une manière

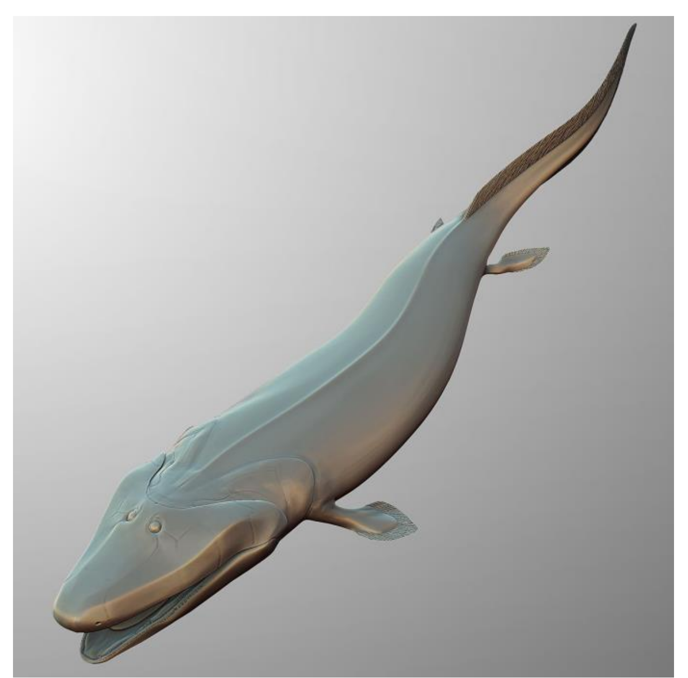
continue et progressive ; la sélection naturelle a tâtonné, changeant souvent de sens d'évolution d'une année sur l'autre."

Les chercheurs ont découvert que toutes ces évolutions s'expliquaient par une expression plus importante du gène BMP4, qui produit une quantité de protéine (appelée aussi BMP4) proportionnelle à l'expression du gène. En augmentant artificiellement la production de cette protéine dans des embryons de poulets, ils obtinrent des poulets plus grands avec des becs nettement plus forts, ce qui confirmait que c'est bien le BMP4 qui est à l'origine de ces évolutions rapides.

La découverte de l'importance de l'expression des gènes dans l'évolution, et le fait qu'une modification d'expression (parfois d'un seul gène) peut déterminer une évolution à très court terme, constituent *un développement récent fondamental de la théorie de l'évolution*, qui ne considérait jusqu'à présent que la mutation du génome, avec ses effets à long terme.

Nous savons aujourd'hui que *de nouvelles espèces d'êtres vivants peuvent apparaître à la suite d'une évolution de l'expression de gènes existants, non mutés*.

Des scientifiques ont découvert que les gènes nécessaires à l'apparition des pattes et des doigts, indispensables pour qu'un animal aquatique puisse sortir de l'eau et se déplacer sur la terre ferme, existaient depuis longtemps dans de très anciens poissons (les *Tiktaalik*) lorsqu'une évolution dans leur expression a permis la croissance de ces nouveaux types d'organes et la sortie de l'eau des nouveaux animaux, les tétrapodes.



Tiktaalik, poisson à pattes © Microsoft Bing Creative Commons

Nous savons aussi qu'une habitude de vie, un changement important de mode de vie ou un entraînement intensif conduisent à une adaptation de l'organisme par modification de l'expression de gènes chez l'individu concerné. Cette modification a des conséquences comme :

- L'adaptation de certains neurones, qui peuvent par exemple se multiplier et multiplier leurs synapses pour adapter l'organisme à une pratique fréquente (pianiste qui s'exerce 8 heures par jour, athlète qui s'entraîne fréquemment, etc.)
- L'adaptation d'organes (muscles, os, etc.).

10.1.3.7 Conclusion sur le déterminisme génétique

Le déterminisme existe bien dans le domaine du vivant sous la conduite du programme génétique. Certains mécanismes déterministes assurent la vie des cellules, d'autres la réplication héréditaire, d'autres la résistance aux agressions de l'environnement, d'autres encore l'adaptation à des conditions de vie qui changent. Le programme génétique est auto-adaptatif dans certaines limites,

cette auto-adaptation étant une caractéristique du déterminisme dans le cas des êtres vivants. Nous approfondissons ce sujet, qui impacte fortement la définition du déterminisme étendu dans *Niveaux d'information biologique et déterminisme génétique*.

Mais d'ores et déjà nous pouvons affirmer que les êtres vivants sont soumis à un *déterminisme génétique*, qui est adaptatif et agit à long terme par mutation du génome dans l'hérédité, ou à court terme par modification de l'expression de gènes dans l'adaptation aux conditions de vie [57].

Voir aussi les universaux, à l'origine d'une part importante du déterminisme humain dans le paragraphe *Les universaux, part importante de l'inné humain*.

10.1.4 Renouvellement biologique et persistance de la personnalité

Pendant la vie d'un homme la plupart des cellules de son corps se renouvellent plusieurs fois. On appelle *renouvellement biologique* le phénomène continu du vivant d'apparition, de disparition ou de modification de cellules. Selon les cellules, chez l'homme, le renouvellement peut avoir lieu, par exemple, au bout de quelques jours ou de quelques mois. Le renouvellement biologique est accompagné d'échanges de matière et d'énergie du corps avec son environnement.

Le renouvellement d'une cellule donnée peut concerner une fraction de son cytoplasme. Il peut aussi concerner la cellule entière, en remplaçant une cellule éliminée par une autre, résultant d'une mitose (division d'une cellule-mère en deux cellules).

Incapables de mitose, certaines cellules ne se renouvellent pas. C'est le cas, par exemple, des cellules cardiaques et des cellules nerveuses [144]. L'absence de mitose - qui n'empêche pas la génération ou le renouvellement cellulaire (par exemple, pour les neurones, par renouvellement du neuroplasme) - a un avantage : les cellules correspondantes ne peuvent être cancéreuses.

Le renouvellement d'une molécule complexe peut remplacer toute la molécule ou seulement un de ses constituants. Mais - et c'est là une des propriétés fondamentales de la physique - une molécule de formule et structure données (par exemple la molécule d'eau H_2O) *est exactement la même,* qu'elle soit dans un corps humain ou dans l'eau d'un lac, qu'elle ait été produite par un mécanisme biologique ou une réaction de chimie minérale. Et les constituants de la matière que sont les atomes et leurs protons, neutrons et électrons sont *exactement les mêmes* dans un être vivant terrestre ou dans la matière interstellaire ; un atome de fer ^{56}Fe est parfaitement identique dans un poisson et dans une portière de voiture. On pourrait donc changer atome par atome tous les atomes d'un être humain vivant (si on savait le faire) sans aucune modification visible de son corps ou de sa personnalité - à condition de respecter les niveaux d'énergie des atomes et les structures moléculaires.

Les caractéristiques statiques et de comportement d'un être vivant ne sont donc pas dues à des propriétés de ses atomes, mais à *la structure* de ses molécules (ordre de ses atomes et de leurs liaisons moléculaires), qui constitue l'ensemble "logiciel + données" responsable de toutes ses caractéristiques. Nous reviendrons plus bas sur la modélisation des êtres vivants par un ordinateur et son logiciel.

Malgré le renouvellement biologique et les réparations du génome (évoquées plus bas et dans [139]), malgré les divers mécanismes d'adaptation de l'organisme à son environnement et son mode de vie, beaucoup de caractéristiques externes d'un organisme sont persistantes.

Exemples : la couleur des yeux ne change que rarement après les premières années, la personnalité de l'individu est assez stable, et le renouvellement biologique ne lui fait pas perdre la mémoire.

Cette persistance illustre l'importance du code génétique, ce "logiciel" de l'homme si stable qu'il transmet les caractéristiques d'un individu par hérédité. Comme un ordinateur dont le fonctionnement perceptible de l'extérieur dépend de son logiciel et pas de son matériel (à part la performance), la personnalité de l'homme dépend (en plus de son acquis) de son logiciel génétique et pas des cellules de son corps. C'est pourquoi l'application de la doctrine matérialiste à l'homme ne peut se contenter d'expliquer son comportement dans un contexte donné à partir de ses seules cellules (correspondant au matériel d'un ordinateur), elle doit prendre aussi en compte son logiciel génétique et les conséquences psychiques de ce qu'il a appris.
Voir le chapitre *Conscience et conscience de soi*.

En matière de personnalité humaine le déterminisme est à la fois génétique (l'inné), et adaptatif (l'acquis) : voir [57].

10.1.5 Niveaux d'information biologique et déterminisme génétique

On explique de nos jours certains mécanismes vitaux, par exemple chez l'homme, par un modèle qui s'est avéré fécond : les traitements d'information qui leur sont associés.

Au niveau le plus élevé et en première approximation, notre esprit fonctionne comme un programme dans un ordinateur qui est notre cerveau : penser, c'est traiter de l'information. *Tout processus mental conscient peut être décrit sous forme du traitement d'information dont il est indissociable,* qu'il s'agisse de lire un livre, de réfléchir avant d'acheter un produit, de faire des mathématiques, d'écouter de la musique, etc. C'est là une description de première approximation, assez déterministe, que nous compléterons dans *Mécanismes psychiques non algorithmiques ou imprévisibles* par des fonctionnements non déterministes ou non prévisibles.

> Remarque : le fonctionnement du programme-esprit dans le cerveau a une certaine robustesse : dans une certaine limite, des neurones peuvent mourir ou perdre des connexions sans que le programme et ses résultats en soient affectés.

10.1.5.1 Information du logiciel génétique

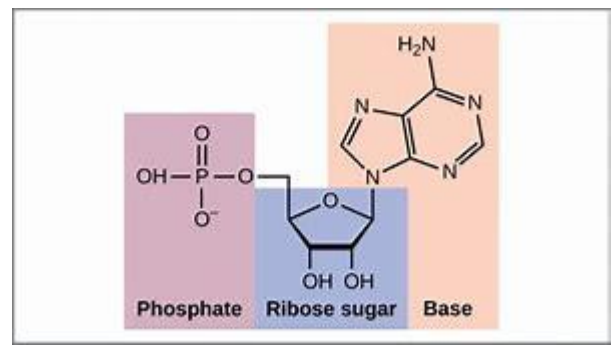
Sources : [316], [317]

Dans la constitution de l'ADN, le traitement de l'information met en jeu des structures moléculaires *complémentaires* : une molécule donnée ne peut interagir qu'avec une molécule dont la structure lui est complémentaire, c'est-à-dire qui peut former des liaisons chimiques avec elle. La structure d'une molécule définit donc avec quelles autres molécules elle peut interagir : *la structure définit la fonction, qui définit les actions* que la molécule peut exécuter. Une hiérarchie de structures et de fonctions apparaît ainsi, de haut en bas :

- Toute cellule contient un noyau (diamètre de l'ordre de 6µm, soit $6 \cdot 10^{-6}$ m) dans lequel on trouve des chromosomes (23 paires chez l'homme), dont la structure porte l'information contrôlant les fonctions biologiques. Un chromosome humain mesure environ 8µm de long pour un diamètre de 0.5µm.
- Un chromosome contient environ la moitié de son poids d'ADN (*acide désoxyribonucléique*). La molécule d'ADN, géante, a une forme de double hélice comprenant environ 3 milliards de paires de bases chez l'homme. Chacune des hélices est copie exacte de l'autre, redondance qui permet de réparer d'éventuelles "erreurs" lors de la reproduction de cellules.
- La molécule géante d'ADN contient des séquences de bases (segments) appelés gènes, molécules plus petites dont la structure (l'ordre d'apparition des bases dans un parcours de la séquence) représente l'information nécessaire à :
  - toutes les structures du corps, par exemple celles du cerveau ou de l'œil ;
  - toutes les fonctions biologiques, comme les instructions d'un programme et leur ordre définissent la logique de ce programme.

  Le langage dans lequel est codée l'information génétique est extrêmement simple : son vocabulaire n'a que 4 « mots » de base, avec lesquels on écrit les « instructions » des séquences des gènes. Ces mots sont 4 bases azotées appelées adénine ($C_5N_5H_5$), cytosine ($C_4N_3H_5O$), guanine ($C_5N_5H_5O$) et thymine ($C_5N_2H_6O_2$), représentées par les lettres *A, C, G, T*.

  Chaque brin de la double hélice de l'ADN est une chaîne d'unités élémentaires appelées nucléotides. Un nucléotide est constitué d'un sucre, d'un groupe phosphate et d'une des bases azotées *A, C, G* ou *T*.



Nucléotide (Licence CC Microsoft Bing)

Les deux brins de l'ADN sont reliés par des liaisons hydrogène entre une base de l'un des brins et une base complémentaire de l'autre. Une base *A* est toujours associée à une base *T*, et une base *C* est toujours associée à une base *G*.

Une séquence de code génétique peut, par exemple, contenir la chaîne de mots *ATTCGCA*, et une chaîne peut être extrêmement longue, suffisamment pour décrire une logique aussi complexe que l'on voudra.

- Les gènes font construire des protéines par l'ARN (*acide ribonucléique*) selon les programmes codés dans leur structure ; on peut les considérer comme de minuscules ordinateurs qui pilotent la formation de protéines par la machinerie cellulaire.
- Les protéines sont les constituants des muscles, des poumons, du cœur, des os, etc. Tous les mécanismes de notre corps mettent en jeu des protéines.

La modélisation des mécanismes vitaux non psychiques par des traitements d'information effectués par des programmes est si satisfaisante que ces mécanismes apparaissent aussi déterministes qu'un logiciel informatique.

La complexité des processus vitaux et celle d'un logiciel peuvent être considérables sans impacter leur parfait déterminisme, qui n'en dépend pas.

Dans le fonctionnement cellulaire, la biologie moléculaire nous apprend que l'information génétique est transmise dans un sens unique, des séquences ADN vers les protéines, et que ce processus est parfaitement déterministe dans sa manière d'enchaîner les événements à partir de leurs causes.

Les séquences de code génétique ne doivent pas être interprétées comme des suites de phrases ne contenant que des instructions. En effet, en informatique il n'y a pas de distinction nette entre *instructions* (exécuter telle opération) et *données* (nombres, chaînes de caractères, images, etc.), les instructions manipulant des données. Un ordinateur peut travailler en interprétant des données dans un programme ad hoc appelé « interpréteur » ; alors, si les données interprétées changent, la logique du programme qu'elles constituent change et le résultat final aussi.

Exemple d'interpréteur : logiciel de calcul scientifique MAPLE [145].

Il existe aussi des logiciels *générateurs de programmes*, qui interprètent des données qu'un homme leur fournit pour écrire à sa place un programme dans un langage de haut niveau. Ce langage sera ensuite *traduit* par un compilateur en langage exécutable par le processeur de l'ordinateur, ou *interprété* par un programme interpréteur spécifique. L'intérêt de cette approche est de simplifier au maximum ce que l'homme doit exprimer pour obtenir un programme adapté à des besoins particuliers, en adaptant cette expression à l'application (analyse statistique de données, par exemple).

Il en va de même pour l'ADN, *que l'on peut considérer aussi comme des données interprétées par la machinerie cellulaire*. C'est pourquoi, par exemple, on peut prélever un gène (donc son code) dans une espèce vivante et l'introduire dans l'ADN d'une autre espèce pour améliorer sa résistance à une maladie, ce qui produit un organisme génétiquement modifié (OGM). En fait, l'ADN et la machinerie cellulaire forment un ensemble matériel + logiciel capable d'adaptation et d'auto-organisation - tant fonctionnelle que structurale - parce qu'il fonctionne tantôt comme un interpréteur, tantôt comme un générateur de programme.

Voir aussi *Evolution due à une modification de l'expression de gènes*.

Conclusion
Il y a donc chez les êtres vivants un *déterminisme génétique* qui contrôle toutes les fonctions vitales. Le code génétique, reçu à la naissance et interprété pour générer les protéines des fonctions vitales, contient aussi l'information de structuration du cerveau, dont la conscience interprétera l'état de ses neurones dans toutes les fonctions psychiques. Le code génétique contient donc toute l'information du caractère humain : c'est un programme écrit avec les 4 lettres *A, C, G* et *T* ; tout l'héritage humain transmis entre générations peut donc être écrit sous forme de programme, sa complexité tenant dans 3 milliards de paires de bases.

> **« Chez les êtres vivants c'est un *déterminisme génétique* qui contrôle toutes les fonctions vitales. »**

Le reste du caractère humain, notamment son besoin de vie sociale et les aptitudes correspondantes, provient de ce que chaque homme apprend depuis la naissance, qui est transmis entre générations par la culture et engendre un *déterminisme culturel*.

> **« Au-dessus du niveau du déterminisme génétique il y a un déterminisme culturel acquis depuis la naissance. »**

10.1.5.2 Etres vivants artificiels définis à partir de leur seul code génétique

L'article [146] illustre la séparation entre le logiciel génétique qui régit le comportement d'une cellule et la cellule elle-même. Des scientifiques ont remplacé le génome d'une cellule de bactérie de l'espèce *A* par celui d'une autre espèce de bactérie, *B*, en transplantant la totalité de l'ADN d'une bactérie *B* dans un noyau de cellule de bactérie *A*. La bactérie *A* s'est alors mise à se comporter exactement comme les bactéries *B*. Cette expérience ouvre la voie à la propagation de génomes totalement ou partiellement synthétiques, c'est-à-dire à de nouveaux types d'êtres vivants définis à partir de leur seul code génétique.

Les comptes-rendus de recherches [147] annoncent la création du premier génome artificiel complet de bactérie, comprenant 582 970 paires de bases. Cette équipe a ensuite réussi à créer *une cellule de bactérie vivante entièrement synthétique capable de se reproduire* ; cette cellule préexistante est dopée avec un génome synthétique.

Voir aussi la modélisation logicielle complète d'un petit organisme vivant [148].

Conséquences philosophique et éthique
Ces créations artificielles d'êtres vivants simples, munis de toutes leurs fonctions vitales reproduction comprise, ne sont pas tout-à-fait des arguments contre la croyance en un Dieu seul à même de créer la Vie : à chaque création artificielle, on a introduit dans une cellule naturelle un génome synthétique. On n'a pas prouvé que l'homme peut créer scientifiquement des êtres vivants complets à partir de ses seules connaissances et de chimie minérale ; les chercheurs n'ont jamais accepté de le faire et le soulignent dans leurs comptes-rendus.

10.1.5.3 Objections idéalistes et leur réfutation

Les idéalistes refusent de croire que *la matière* biologique (cellules avec leur structure - quelle qu'elle soit - et leurs processus vitaux) peut à elle seule engendrer et supporter *la vie* sans intervention transcendante (divine ou autre, mais en tout cas échappant au déterminisme naturel). Ils pensent qu'il y a une *essence*, un *principe vital*, une sorte de *« cahier des charges »* immatériel, non déterministe et résultant d'une finalité qui préexiste à l'être vivant et en définit les caractéristiques.

La raison de leur refus est que le modèle matérialiste traditionnel, qui fait de la vie une conséquence de la matière, leur paraît incapable de rendre compte de la richesse, de la beauté et de la liberté qu'ils associent à l'essence de la vie.

> Voir *De la vraie nature du matérialisme et de la séduction légitime qu'il exerce*.

Nous savons aujourd'hui que le modèle correct *comprend du logiciel en plus de la matière biologique dans laquelle ce logiciel exécute son code génétique*, et que c'est ce logiciel à base de code inscrit dans les gènes (c'est-à-dire cette information) qui détermine toutes les manifestations de la vie :

- Echanges avec l'extérieur de nourriture, de déchets, de chaleur, d'énergie mécanique et d'informations (perception et verbalisation) ;

- Réplication et réparation de code génétique endommagé ;
- Différenciation cellulaire permettant la création de cellules spécialisées à partir de cellules souches ;
- Adaptation aux évolutions et agressions de l'environnement, etc.

C'est ce logiciel - les données et la logique du code génétique - qui constitue précisément l'essence de l'homme [57]. Une des raisons qui font que les matérialistes n'arrivent pas à convaincre les idéalistes est que, dans leur modèle du vivant, ils oublient de citer ce niveau logiciel entre le niveau de la matière biologique et celui des fonctions nobles comme l'esprit ; cet oubli leur interdit d'expliquer la richesse, la complexité et l'imprévisibilité du vivant. Nous savons aujourd'hui que les fonctions psychiques comme la conscience et la conscience de soi sont correctement décrites par des mécanismes de logiciel (voir *Conscience et conscience de soi*). De leur côté, les idéalistes, pour qui l'essence de l'homme est spirituelle – pas logicielle - n'acceptent pas de réduire l'homme à ses cellules, objets purement matériels, même pilotées par un programme génétique. Voir aussi :

- La modélisation logicielle complète d'un petit organisme vivant [148] ;
- Le paragraphe *La conscience s'explique sans invoquer de transcendance* ;
- Le paragraphe *Les universaux, part importante de l'inné humain*.

10.1.6 Mécanismes psychiques non algorithmiques ou imprévisibles

Lire *Les 3 déterminants des valeurs humaines selon la psychologie cognitive*.

> **« La raison n'a aucune influence sur les décisions humaines, ce n'est qu'une faculté au service des désirs et pulsions d'une personne. »**
>
> **« L'homme cherche souvent une bonne raison de faire ce qu'il a envie, ce n'est pas la raison seule qui lui dicte ses décisions. »**

10.1.6.1 Mécanisme psychique algorithmique

Un mécanisme psychique est qualifié d'*algorithmique* ou de *calculable* s'il peut être simulé par un ordinateur. C'est le cas, par exemple, du calcul mental arithmétique, et aussi du raisonnement déductif pur simulable par calcul des propositions ou des prédicats (qu'on enseigne en Logique). Il existe dans le psychisme [88] :

- Des nombres et des problèmes non calculables, au sens précis donné dans *Nombres réels et problèmes non calculables* ;
- Des mécanismes non algorithmiques, parfois subconscients, tels que :
  - Retrouver un souvenir dans sa mémoire ;
  - L'intuition ;
  - Les affects ;
  - La reconnaissance spontanée d'images, de sons, de symboles, de structures ou de procédures ;
  - Les associations d'idées, effectuées consciemment ou non, permettant des raisonnements par analogie, des intuitions et l'apparition inexplicable de pensées, de certitudes ou d'affects ;
  - Les représentations de réalités telles que des images ou des procédures, et les représentations d'abstractions.

  Au plus bas niveau, ces mécanismes psychiques sont déterministes, car comprenant exclusivement des mécanismes neuronaux de biologie moléculaire sous-jacents, qui sont déterministes. Mais *en pratique* ils peuvent être impossibles à décrire par un algorithme parce qu'on n'en connaît pas assez les processus d'interaction (notamment ceux qui sont subconscients), et parce que l'effort de rédaction de l'algorithme serait démesuré par rapport à son intérêt. Nous avons vu dans *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité* que le caractère structurellement déterministe d'un processus n'entraînait pas nécessairement la prédictibilité de son résultat.

  Ainsi, à partir des mêmes souvenirs d'une personne, un rapprochement d'idées, une intuition ou une certitude peuvent naître de son état du moment : santé, sensation de faim ou soif, affect

récent, etc. L'instant d'avant ou l'instant d'après, dans un contexte un peu différent, les pensées seraient autres.

Nous savons aussi que l'inconscient entretient constamment des pensées qui échappent à tout contrôle de la conscience et à toute origine rationnelle :
voir *Calculabilité, déterminisme et prévisibilité*.

- Des définitions et processus mentaux déterministes mais non calculables.

On considère comme algorithmiques les fonctionnements suivants d'un ordinateur :

- *Les logiciels d'application* : gestion, calculs scientifiques ou techniques, gestion de processus industriels, automates et pilotes automatiques, télécommunications (routeurs, autocommutateurs…), etc. ;
- *Les logiciels système et outils de développement de programmes* : systèmes d'exploitation, compilateurs, générateurs d'application et interpréteurs, etc.
- *Le calcul parallèle*, qu'il porte en même temps sur plusieurs problèmes distincts ou sur plusieurs groupes distincts de données d'un même problème, comme dans les traitements d'images ou les calculs matriciels ;

  « Un être humain ne peut pas, consciemment, réfléchir à plusieurs choses en même temps, mais son subconscient le peut et le fait. »
- *L'intelligence artificielle*, application de reconnaissance de données, de calcul des prédicats [88] et d'auto-apprentissage correspondant à une activité donnée dont l'homme fournit les axiomes et règles de déduction, ainsi que des applications spécifiques associées à certains prédicats (diagnostic médical…)
- *La logique floue et l'autoapprentissage limités à un problème précis,* avec un logiciel de réseau neuronal (reconnaissance d'images numérisées de visages, de billets de banque ou de plaques d'immatriculation…) ; Exemple : [153]
- *La génération automatique de programmes sur-mesure,* à partir de jeux de données fournis et avec un logiciel générateur écrit à l'avance par un programmeur.

Complément : [154]

10.1.6.2 Mécanisme psychique déterministe

Conformément à la définition du déterminisme scientifique traditionnel, on qualifie un mécanisme psychique de *déterministe chez une personne donnée* :

- Lorsqu'il résulte à coup sûr d'une cause connue sans laquelle il ne peut se déclencher chez cette personne ;
- Et si son déroulement à partir d'une même cause est reproductible (donc stable dans le temps).

Cette définition contraignante exclut la possibilité de conséquences multiples d'une cause donnée et la possibilité de résultats imprévisibles. En voici une critique.

Comparaison et critique

Tout mécanisme psychique *algorithmique* est déterministe, mais réciproquement, tout mécanisme psychique déterministe n'a pas nécessairement des résultats prédictibles.

La définition ci-dessus d'un mécanisme psychique déterministe est en général trop rigoureuse pour s'appliquer à une personne, notamment parce qu'elle exclut les mécanismes subconscients. Une personne utilisera plus souvent soit des mécanismes psychiques algorithmiques mis en œuvre dans des cas simples comme le calcul de 2 + 2, soit des raisonnements à résultat imprédictible. C'est pourquoi nous avons étudié des aspects du déterminisme psychique à travers quelques caractéristiques de la conscience.

10.2 Les universaux, part importante de l'inné humain

Définition

Dans ce texte on appelle « *universaux* » des concepts universels, applicables à tous les hommes, quelles que soient leur race, leur origine géographique et l'époque. Ils caractérisent la culture, la

société, le langage, le comportement et la psychologie d'une manière semblable pour toutes les sociétés humaines connues dans l'histoire.

Les universaux *moraux* sont des concepts toujours associés à des affects provoquant automatiquement, instinctivement, un jugement de valeur dans tout esprit humain. Ils concernent notamment :

- Une distinction entre le bien et le mal ;
- L'interdiction de faire violence à autrui (assassinat, torture, viol…) ;
- La honte et les tabous ;
- L'aptitude à s'identifier à autrui ;
- Les droits et les devoirs ;
- La justice, l'équité, l'honnêteté ;
- Rendre le bien pour le bien et le mal pour le mal ;
- L'admiration de la générosité ;
- L'obligation de punir le tort fait à la société, etc.

Les universaux *culturels* ne représentent pas toute la culture ; ils ne représentent que la partie de chaque culture commune à toutes (en termes mathématiques on dirait « l'intersection des divers ensembles de valeurs, croyances et coutumes constituant les cultures particulières »).

Exemples d'universaux

- Dans [149] pages 285 à 292 on trouve une liste de 202 universaux qui ont un rapport avec la morale et la religion. En voici quelques-uns :
  - *Affection exprimée et ressentie* (nécessaire pour renforcer l'altruisme et la coopération) ;
  - *Statut social des aînés* (élément vital de la hiérarchie sociale, de la dominance, du respect pour la sagesse des aînés) ;
  - *Anthropomorphisme* (base de l'animisme, des dieux anthropomorphiques des Grecs et Romains, attribution de traits moraux humains aux dieux) ;
  - *Anticipation* (vitale pour tenir compte des conséquences de la situation présente), etc.
- Liste de quelque 200 universaux parmi 373 identifiés par Donald E. Brown [150], dont voici un court extrait où les universaux sont classés par catégories :
  - time; cyclicity of time; memory; anticipation; habituation; choice making (choosing alternatives); intention; ambivalence; emotions; self-control; fears; fear of death; ability to overcome some fears; risk-taking;
  - daily routines; rituals;
  - adjustments to environment; binary cognitive distinctions; pain; likes and dislikes; food preferences; making comparisons;
  - sexual attraction; sexual attractiveness; sex differences in spatial cognition and behavior;
  - self distinguished from other;
  - mental maps; territoriality; conflict;
  - sweets preferred; tabooed foods;
  - childbirth customs; childcare; females do more direct childcare; preference for own children and close kin (nepotism)…

Origine des universaux

Les universaux résultent d'une structure psychologique commune à tous les hommes, que les divers parcours historiques et ajouts culturels n'ont pu que compléter sans en modifier les caractéristiques.

L'existence des universaux s'explique par une base biologique et génétique commune à tous les hommes et une évolution identique. A un instant donné de l'histoire de l'humanité, les universaux sont des caractéristiques d'une nature humaine universelle, et de la partie de cette nature qui n'a pas été modifiée depuis des millénaires par une culture ou des faits historiques particuliers. Ils font donc partie de « l'inné » (par opposition au reste de la culture, qui fait partie de « l'acquis »). Historiquement, les

universaux ont évolué au même rythme que l'espèce humaine, sous l'influence de la sélection naturelle puis socioculturelle, progressivement et sur une durée de l'ordre de dix à cent mille ans.

« Les universaux constituent une part importante du déterminisme humain. »

Source : [151]

Conséquence de l'existence des universaux : dignité et égalité des droits
Tous les êtres humains ont la même dignité et les mêmes droits, quels que soient leur pays d'origine ou de citoyenneté, leur couleur de peau, leur sexe, leur religion, etc. Ces droits sont inhérents au fait même d'être homme et sont inaliénables.

Cette égalité est inscrite dans la *Déclaration universelle des droits de l'homme des Nations unies* [152] adoptée le 10 décembre 1948 et reconnue aujourd'hui par *tous* les 193 états membres des Nations unies. Mais entre la reconnaissance écrite et la démocratie réelle…

11. Annexe

11.1 Rappels de philosophie

11.1.1 Principe et postulat (définitions)

Principe

Principe a deux sens :

- Loi de portée générale relative à une science, notamment la physique, non démontrée mais vérifiée par ses conséquences.
- Proposition posée au début d'une déduction, ne se déduisant elle-même d'aucune autre dans le système considéré (ou l'axiomatique), et par suite mise, jusqu'à nouvel ordre, en dehors de toute discussion : c'est donc une hypothèse.

Exemple : principe de non-contradiction

- Une chose ne peut à la fois être (=exister) et ne pas être ;
- Une proposition logique ne peut à la fois être vraie et fausse ;
- Un événement physique a ou n'a pas lieu ; a eu ou n'a pas eu lieu ; rien ne peut le changer et seule la nature a pu ou non le provoquer, en application d'une loi d'évolution ;
- Principe de conservation de l'énergie.

Définitions selon un dictionnaire philosophique

Un principe est un commencement, un point de départ :

- Au point de vue de l'existence due à une cause, un principe est l'origine d'un effet.
- Au point de vue logique, c'est une proposition posée au début d'une déduction ou une des propositions directrices d'une science.
- Au point de vue d'une action, c'est une formule qui la régit, comme dans « Procéder par principes ».

Postulat

Proposition qui n'est pas évidente par elle-même, mais qu'on est conduit à recevoir faute de connaître un principe dont on peut la déduire en tant que vérité ou qu'opération légitime.
Exemple : postulat du déterminisme scientifique.

Par extension : Règle qui est admise de façon implicite et sur laquelle se fonde un système de pensée.

Ne pas confondre avec axiome : le postulat se distingue de l'axiome en ce que son évidence n'est pas reconnue : il n'est qu'une hypothèse.

11.1.2 Canon et organon

Canon *(substantif)*

Définition du dictionnaire

Règle directrice d'une discipline intellectuelle. Exemple : canons de l'architecture.

Définition chez Kant

(Citation de [20] page 659)
"J'entends par canon l'ensemble des principes *a priori* de l'usage légitime de certains pouvoirs de connaître en général.

[Exemples]

- Ainsi la Logique générale constitue-t-elle, dans sa partie analytique, un canon pour l'entendement et pour la raison en général, mais uniquement quant à la forme, puisqu'elle fait abstraction de tout contenu.

- Ainsi l'Analytique transcendantale était-elle le canon de l'entendement pur ; car celui-ci seul est capable de véritables connaissances synthétiques *a priori.*

  [*L'analytique transcendantale* (1ère partie de la *Logique transcendantale*) est la partie de la *Critique de la raison pure* [20] qui décrit les formes *a priori* de l'entendement pur et les conditions d'une pensée juste.]

Mais là où aucun usage légitime d'une faculté de connaître n'est possible, il n'y a pas de canon.

[La raison pure spéculative ne peut pas produire de connaissance synthétique]
Or, d'après toutes les preuves produites jusqu'ici, toute connaissance synthétique de la raison pure dans son usage spéculatif est intégralement impossible.

[Un raisonnement pur (=non empirique) ne peut produire que des déductions logiques ; il est donc analytique et non synthétique.]

Donc, il n'y a nul canon de l'usage spéculatif de la raison […], mais toute logique transcendantale n'est à cet égard rien d'autre qu'une discipline.

Par conséquent, s'il y a quelque part un usage légitime de la raison pure, auquel cas il y en a aussi, nécessairement, un *canon,* celui-ci ne concernera pas l'usage spéculatif, mais l'usage *pratique* de la raison…"

[Chez Kant, le mot *pratique* désigne la morale ; il s'agit donc ici de raisonnements sur des sujets de morale.]

(Fin de citation)

(Citation de [20] page 220)
"La logique *simplement formelle*, qui fait abstraction de tout contenu de la connaissance et de son origine pure ou empirique, peut englober dans sa partie analytique *le canon destiné à la raison*. La forme de ce canon possède sa règle certaine, que l'on peut apercevoir *a priori* par simple décomposition des actes de la raison en leurs *moments*."
(Fin de citation)

Moments
Les moments sont *les parties, les phases ou les étapes* d'une activité ou d'un raisonnement. Exemples : voir Table des fonctions logiques de l'entendement.

Organon *(substantif)*
Ensemble de méthodes et directives permettant d'arriver à des connaissances certaines, par la logique comme par l'expérience. Pour Kant (qui considère que la logique générale est un canon), la philosophie de la raison pure n'est pas un organon permettant d'étendre les connaissances, mais *une discipline servant à en déterminer les limites*. Par contre *l'Esthétique transcendantale* doit servir d'organon.

(Citation de [20] page 110)
"La raison est le pouvoir [la faculté] qui fournit les principes de la connaissance *a priori.* La raison pure est par conséquent celle qui contient les principes permettant de connaître quelque chose *absolument* a priori*.* Un *organon* de la raison pure serait un ensemble [de méthodes et directives] réunissant les principes d'après lesquels toutes les connaissances pures a priori peuvent être acquises et effectivement établies. L'application détaillée d'un tel *organon* procurerait un système de la raison pure."
(Fin de citation)

(Citation de [37] pages 11-12)
"Un *organon* des sciences n'est […] pas une simple logique puisqu'il présuppose la connaissance précise des sciences, de leurs objets et de leurs sources. C'est ainsi, par exemple, que la mathématique est un excellent organon, car elle est une science qui contient le principe de l'extension de notre connaissance en fonction d'un certain usage de la raison.

11.1.3 Etre, exister : les différentes significations

Source : [46] article *logic, history of - First-order logic*
Le verbe être a plusieurs sens :

- La *prédication* : « Tarzan est blond ».
  La prédication est aussi une relation d'appartenance, ici de l'individu Tarzan à la classe (l'ensemble) des hommes blonds.
- L'*identité* (symboles « est » ou = ou Ξ)
  - « Clark Kent est Superman » ;
  - $A = B$ (valable pour toutes les valeurs de l'une de ces variables) ;
  - $x = \frac{1}{2}gt^2$ (fonction x définie pour les valeurs de g et t d'un certain domaine) ;
- L'*existence en tant qu'être, notamment en tant qu'être vivant* :
  - « Je pense, donc je suis » ;
  - « Il existe un nombre réel x tel que… » dans un théorème ;
  - "Un être doué de raison a la capacité d'agir selon des lois".
  - "La connaissance *physiologique* de l'homme vise l'exploration de ce que la nature fait de l'homme, la connaissance *pragmatique* celle de ce que l'homme, comme être agissant par liberté, fait ou peut et doit faire de lui-même." ([47] page 41)
- L'*appartenance à un ensemble ou classe* :
  - « Médor est un chien » (Médor appartient à l'ensemble des chiens) ;
  - « 8 est pair » (8 appartient à l'ensemble des nombres pairs).
- *L'inclusion d'une classe dans une autre* : « Les hommes sont mortels », parfois écrit « L'homme est mortel ».

11.1.4 Détermination

Substantif – 2 significations

- Définition ou loi établissant une existence ; cette définition contient au moins une condition d'existence de l'objet. Exemple :

  (Source : [20] page 255) - "…dans tous les phénomènes [qui évoluent], il y a quelque chose de permanent [=la substance] par rapport auquel ce qui change n'est rien d'autre qu'une détermination [=un état particulier] de son existence."

  Détermination dans le temps
  Un phénomène ayant un commencement et une fin, il n'existe qu'entre ces deux instants : son existence est alors déterminée (définie) par ce qui a changé entre « avant le commencement » et « après la fin ».

  (Source : [20] page 255) - "…si ce que l'on veut, dans le phénomène, nommer substance doit être le *substrat* véritable de toute détermination temporelle, il faut que toute existence, aussi bien dans le passé que dans le futur, ne puisse trouver que là et uniquement là ses déterminations."

  [La condition nécessaire et suffisante de l'existence d'un objet à un instant donné doit être l'existence d'un substrat matériel.]

  Substrat
  (Philosophie) Substance considérée comme support des accidents, des attributs, des *modes*, des qualités.

  (Chez Kant dans [20] page 253) "Tous les phénomènes sont dans le temps, et c'est en lui seul, comme substrat (comme forme permanente de l'intuition interne), qu'aussi bien la *simultanéité* que la *succession* se peuvent représenter."

  Mode
  - (Philosophie) Forme particulière sous laquelle se présente un fait, un objet, un phénomène. Synonymes : forme, genre, attribut, qualité.
    Exemple : l'eau se présente sous 3 modes : solide, liquide et vapeur.
  - (Logique) Forme que présente un syllogisme, dans les diverses figures, selon que les propositions qui le composent varient en qualité et en quantité.

- (Modes de prédication) On appelle *prédication* l'attribution de propriétés à des êtres ou à des objets au moyen d'une phrase prédicative
(que Kant appelle *jugement*). Les différents modes de prédication représentent les différents modes d'être des objets et des êtres animés.

(Citation de [33] §43 page 129)
"Mon principal objectif dans la *Critique* a toujours été de […]

- Distinguer avec soin les modes de connaissance […],
[On distingue les modes suivants :
  - la connaissance par expérience ;
  - la connaissance par raison pure, notamment métaphysique ;
  - la connaissance transcendantale.]

  [(Citation de [33] §2 page 30)
  (Titre) – "*Du mode de connaissance qui seul peut être qualifié de métaphysique – a) De la distinction entre les jugements synthétiques et les jugements analytiques en général*" ;
  (Fin de citation)]

  [Voir *Connaissance* dans *Ensembles d'informations (diagramme)*]
- Dériver de leur source commune tous les concepts qui relèvent de chacun d'eux, afin d'être capable
  - non seulement de déterminer à coup sûr leur usage grâce à mon information sur leur origine,
  - mais aussi de […] connaître a priori, […] par principes, la complétude dans :
    - l'énumération,
    - la classification
    - et la spécification [description complète et précise]

    des concepts.

Faute de quoi, en métaphysique tout n'est que *rhapsodie* [=décousu, désordonné] où l'on ne sait jamais si ce que l'on possède est suffisant ou bien s'il se peut qu'il manque encore quelque chose et en quel endroit."
(Fin de citation)

Détermination et expérience d'un phénomène : état à un instant donné
L'expérience effective d'un phénomène attribue à une intuition un caractère déterminé qui en fait une connaissance empirique ; la faculté mise en œuvre est la synthèse de l'entendement. Cette détermination est la première étape d'une éventuelle compréhension plus complète.

Une détermination d'un phénomène est son *état à un instant donné* ; chacun des prédicats (qualificatifs) qui le décrivent a alors une valeur précise. La représentation mentale du phénomène à cet instant-là est un certain état du cerveau (neurones et leurs interconnexions).

- L'un des trois rapports de présence dans le temps (permanence, succession et simultanéité). Ce rapport constitue une détermination de l'objet, détermination dont le caractère contingent la fait qualifier d'accident.

[Détermination logique d'un concept
Par définition, déterminer logiquement un concept consiste à établir la liste exhaustive de ses informations (de leurs noms) indépendamment du contenu sémantique de chacune ; c'est donc une définition formelle du concept, pas une *détermination intégrale*.

Détermination intégrale d'un concept
C'est son contenu sémantique + sa forme logique ci-dessus.]
(Citation de [33] §57 page 170)
"Par le simple concept d'un Être originaire [Dieu], auquel nous attribuons des prédicats uniquement ontologiques (éternité, omniprésence, omnipotence…),
en réalité nous ne pensons absolument rien de déterminé ;"
(Fin de citation)

11.1.5 Contingent (adjectif)

(Philosophie) qui peut être ou ne pas être, se produire ou non, s'être produit ou non.

- Manière d'être (situation d'existence) d'un objet, réel ou abstrait, qui peut exister ou non.
- Manière d'être d'une situation ou d'une évolution qui peut se produire ou non, s'être produite ou non.

Exemple 1

Une des démonstrations de l'existence de Dieu (hélas fausse) est basée sur la contingence de l'Univers « qui existe mais *aurait pu ne pas exister* » : « Puisqu'il existe c'est qu'il a été créé, donc il y a un Créateur, Dieu ». Mais l'hypothèse de contingence d'un objet qui existe ou a existé est absurde, car contraire au *principe d'identité* : si l'objet existe ou a existé, c'est qu'il *devait* exister, qu'il *ne pouvait pas* ne pas exister (*Principe de fatalisme*).

Exemple 2

Un jugement empirique *paraît* contingent dans la mesure où il dépend de circonstances psychiques au moins en partie inconscientes, et du libre arbitre d'un sujet qui peut juger selon ses propres valeurs subjectives et irrationnelles.

En fait, ces conditions rendent le jugement *imprévisible, mais pas contingent*. Dans la mesure où toute pensée est l'interprétation d'un état de l'esprit (résultat d'interconnexions de neurones) qui résulte exclusivement de processus cérébraux soumis aux lois de la physique, cette pensée est déterministe et soumise au Principe de fatalisme : au sens des lois physiques elle devait donc se produire, elle ne pouvait pas ne pas se produire ; elle n'est donc pas contingente.

Mais dans la mesure où toute pensée comprend une part de subconscient que le sujet ne maîtrise pas, sa survenance est contingente et son résultat éventuel imprévisible.

Voir : *Le déterminisme ne garantit pas la prédictibilité des résultats d'évolution*.

Aucun événement naturel ne peut être contingent

On peut supposer que l'erreur de Descartes dans [17] *Méditation troisième* :

> ("…tout le temps de ma vie peut être divisé en une infinité de parties, chacune desquelles ne dépend en aucune façon des autres ; […] et ainsi, de ce qu'un peu auparavant j'ai été, il ne s'ensuit pas que je doive maintenant être…")

est due à la croyance en une contingence de la causalité naturelle. Descartes nie là l'existence ou l'application des lois de la nature, qu'il remplace par une intervention divine systématique, attitude anti-scientifique par excellence.

Nous pensons aujourd'hui le contraire : la causalité naturelle régit tout le monde physique, tout le temps : aucun phénomène n'est contingent. Seul est contingent le résultat de la pensée humaine, soumise au subconscient.

Contingence et hasard

L'esprit humain confond souvent, hélas, imprévisibilité et contingence ou hasard.
Le hasard fait qu'une chose peut se produire ou non, donc être contingente : c'est ce que croient la plupart des gens lorsqu'ils ne savent pas expliquer un phénomène ou en prévoir l'évolution. Mais il n'y a pas de hasard dans les phénomènes naturels, parce que l'homme en a défini chaque loi sans exception et parce qu'il postule que tout s'explique.

Remarque sur la contingence d'un phénomène naturel

La survenance d'un phénomène naturel ne peut être contingente, car il est régi par des lois n'admettant pas d'exception : il se produit si et seulement si à un instant donné les conditions nécessaires sont réunies.

Un jugement humain peut être contingent, dans la mesure où il fait intervenir des processus inconscients, au résultat non prédictible ; cela reste vrai même si on tient compte du fait qu'au niveau des neurones les connexions et transmissions d'informations sont régies par des lois naturelles.

Contingence et probabilité

La notion binaire (vrai/faux) de contingence peut souvent être remplacée par celle de probabilité d'occurrence, plus précise et plus féconde.

11.1.5.1 La contingence des situations, appréciation spéculative

La propriété de contingence n'existe que dans les spéculations philosophiques
Par définition :

- Une chose est contingente lorsqu'elle est susceptible d'être ou de ne pas être. Mais compte tenu du principe de fatalisme, seule une abstraction (un objet ou événement imaginaire) peut être contingent ; un objet réel ne le peut pas.
- Un phénomène est contingent lorsqu'il peut se produire ou ne pas se produire. Sa réalité (son existence ou inexistence) ne résulte, alors, ni d'une nécessité causale, ni d'une impossibilité physique ; elle ne peut résulter que d'une cause échappant aux lois naturelles, cause qui n'existe donc que pour l'esprit humain dont l'inconscient est imprévisible.
- Lorsqu'une chose existe ou un phénomène s'est produit, considérer qu'elle aurait pu ne pas exister ou qu'il aurait pu ne pas se produire est pure spéculation : d'après le principe de fatalisme l'existence de la chose et la survenance du phénomène étaient inévitables.

Une situation physique que je constate en ce moment ne peut être contingente, puisque je la constate, cela violerait les principes d'identité et de fatalisme.

> Ceux qui ont voulu déduire l'existence de Dieu de la contingence du Monde (qui existe mais aurait pu, selon eux, ne pas exister) raisonnent faux : quels que soient les pouvoirs et qualités prêtés à Dieu, Son existence ne peut se déduire ni d'une contingence du Monde ni de Sa description.

Contingence des chaînes de causalité de phénomènes naturels
La chaîne de causalité ayant abouti à une situation actuelle constatée *S* relie un nombre arbitraire de situations successives S_n. *Aucune de ces situations S_n n'est contingente*. La notion de contingence a été définie pour permettre des spéculations, elle ne s'applique à aucune situation et aucun événement naturel, régis seulement par la causalité physique – qui est inévitable. Et cette causalité nécessaire satisfait elle-même le *Principe de non-contradiction*.

Les causes de la situation constatée ont pu être contingentes dans le passé si et seulement si la première d'entre elles l'était ; or toutes les causes du monde physique remontant au Big Bang, la contingence de chacune est celle de ce Big Bang, théorie admise par les scientifiques. Et puisque les lois d'évolution sont nécessaires, les conséquences de la situation constatée ne seront jamais contingentes dans l'avenir.

Contingence de la pensée humaine
Au niveau des neurones et de leurs synapses, les lois de communication de signaux sont déterministes car basées sur la biologie moléculaire, elle-même déterministe statistique. Mais au niveau supérieur de la pensée utilisant ces communications beaucoup de processus sont inconscients ou subconscients ; comme nous n'avons pas de loi pour les décrire, leurs résultats sont imprévisibles. Voilà comment la pensée, physiquement déterministe, peut produire des résultats non déterministes Voir aussi *Déterminisme humain*.

De la contingence à la probabilité
Depuis longtemps déjà, avant même qu'on parle de Mécanique quantique au XXe siècle, les hommes ont dû compléter le concept philosophique de *contingence* par celui de *probabilité*.

Les hommes se sont aperçus que le concept de contingence ne suffisait pas pour bien rendre compte de certaines situations, dont une description plus fidèle nécessitait une probabilité d'existence.

> Exemple : si je lance un dé, le fait de sortir un 3 est contingent, cela peut arriver ou non. Mais si je dis que la probabilité de sortir un 3 est d'une chance sur six, je prédis le résultat du jet de dé avec plus de précision ; si une éventuelle prédiction juste me permettrait de gagner 6€, je dois miser moins de 1€.

La Mécanique quantique utilise beaucoup les descriptions probabilistes. Elle montre, par exemple, qu'on ne peut pas parler de position d'un électron à un instant donné, mais de *probabilité de position de cet électron à cet instant-là dans un espace de dimension donnée autour d'un point précis*. Si nous n'avions que la contingence (« ou l'électron est en ce point, ou il n'y est pas ») la description de la

réalité serait si pauvre qu'elle serait inutilisable. *Le concept de position précise d'une particule n'a pas cours en Mécanique quantique, sinon en tant qu'approximation grossière*.

L'évolution d'un système est calculée, en Mécanique quantique, à l'aide de lois physiques parfaitement déterministes (au sens scientifique traditionnel) en utilisant un formalisme appelé « hamiltonien » parce qu'il est basé sur l'énergie totale du système [306]. Lorsqu'on applique ces lois déterministes, le résultat d'évolution est également parfaitement reproductible : une situation (état du système) donnée produit toujours le même *ensemble* de comportements, décrits par un même *ensemble* de résultats – ensembles qui ont en général *plusieurs* éléments, voire une infinité.

> Exemple : dans une molécule d'ammoniac NH_3 les 4 atomes sont reliés par des forces électriques, les liaisons chimiques ; celles-ci imposent une structure où l'atome d'azote N est à une certaine distance du plan des 3 atomes d'hydrogène H, et à égale distance de chacun. Les calculs de Mécanique quantique montrent qu'il y a 2 positions possibles de l'atome d'azote, de part et d'autre du plan des atomes d'hydrogène, *positions qui sont équiprobables lors de la synthèse et existent en même temps*, comme si l'atome d'azote oscillait entre elles : on dit que l'état de la molécule est une *superposition de deux états cohérents*.

L'ensemble des résultats d'évolution d'un système à partir d'un état initial ne décrit pas un mouvement précis comme en mécanique classique, c'est-à-dire une trajectoire définissant des positions successives précises à des instants précis. Il décrit seulement, à chaque instant, des probabilités de présence et de vitesse de la particule au voisinage de divers points de l'espace : la notion de trajectoire précise n'a plus cours, comme dans la physique classique régie par le déterminisme scientifique. Elle est remplacée par une région de l'espace dont, à un instant précis, chaque point est associé à une densité de probabilité de présence. A chaque instant, la position de la particule apparaît floue, elle est entachée d'imprécision ainsi que sa vitesse.

L'introduction de la notion de probabilité, mesurable par un nombre réel positif entre 0 et 1, est un progrès apporté par la démarche scientifique par rapport à la notion de contingence des philosophes et au choix trop manichéen limité à "vrai" ou "faux".

Complément important sur le hasard : voir *Théorème central limite*.

11.1.6 Valeurs

Définitions selon le dictionnaire [3]

- Evaluation d'une chose en fonction de son utilité ;
- Qualité objective correspondant à un effet souhaité, à un but donné ;
- Qualité de ce qui est désiré ou estimé, ou au contraire rejeté, redouté.

Exemples de valeurs : vérité, justice, amour, beauté, etc.

Toute valeur est en même temps objet d'un désir et objet d'un jugement : le désir est la cause, le jugement, l'arbitre ; si l'un de ces deux facteurs disparaît, il n'y a plus de valeur.

Dans l'esprit humain, chaque valeur est automatiquement associée à un ou plusieurs affects sur lesquels le jugement peut se baser.

En plus des valeurs positives précédentes, il y a bien entendu des valeurs négatives correspondant à ce qui est déteste, craint, etc.

Une valeur « secondaire » peut être créée par une réflexion ou une interprétation de situation, en respectant d'éventuelles valeurs plus fortes.

Les valeurs d'une personne qui s'appliquent à une situation donnée sont ordonnées ; en cas de choix entre deux valeurs, le jugement se base toujours sur la plus forte.

*Les valeurs d'une personne sont toujours accompagnées d'*aprioris issus de son héritage génétique, de sa culture ou de son expérience, et agissant dans son subconscient. En France, par exemple, beaucoup de gens craignent les OGM et les retombées de la science ou de la mondialisation.
Voir *Les 3 déterminants des valeurs humaines selon la psychologie cognitive*.

Chez Kant
Kant se méfie des inclinations car elles peuvent influencer la raison vers le mal
(Citation de [48] page 107)
Tous les objets des inclinations ont simplement une valeur conditionnelle ; car si les inclinations et si les besoins qui s'y enracinent n'existaient pas, leur objet serait sans valeur.

Mais les inclinations elles-mêmes, en tant que sources du besoin, ont si peu une valeur absolue, telle qu'on puisse souhaiter les ressentir, que le souhait universel de tout être raisonnable doit être bien plutôt de s'en voir totalement libéré.

Ainsi la valeur de tous les objets susceptibles d'être *acquis* par notre action est-elle toujours conditionnée.

[En effet, la valeur qu'un sujet attribue à un objet ou service achetable est le montant maximum qu'il est prêt à payer pour l'acquérir.]

[Kant distingue les choses, à valeur relative, des personnes, à valeur absolue]
Les êtres dont l'existence repose en vérité, non sur notre volonté [comme lors d'un achat], mais sur la nature, n'ont toutefois, s'il s'agit d'êtres dépourvus de raison, qu'une valeur relative, en tant que *moyens,* et se nomment par conséquent des *choses ;*

en revanche, les êtres raisonnables sont appelés des *personnes,* parce que leur nature les distingue déjà comme des fins en soi, c'est-à-dire comme quelque chose qui ne peut pas être utilisé simplement comme moyen, et par conséquent, dans cette mesure, limite tout arbitre (et constitue un objet de respect)."
(Fin de citation)

Le caractère rationnel n'est pas une valeur
Le caractère rationnel n'est pas une valeur, contrairement à l'opinion de Kant et de Descartes, ce n'est qu'un critère de jugement esthétique des pensées ; et la raison n'a pas de pouvoir en soi, ce n'est qu'un outil au service des instincts, pulsions et désirs dominants du moment.

11.1.6.1 Intériorisation
Source : Dictionnaire de psychologie [59].
Ensemble des processus par lesquels certains éléments du monde extérieur sont intégrés au fonctionnement mental d'un sujet, sous forme de représentations qui contribuent à la réorganisation des structures affectives ou cognitives antérieures.

L'intériorisation résulte souvent d'une assimilation ou d'une accommodation qui rendent spontanés des mécanismes subconscients de réponse à un événement qui a un type particulier de dimension affective ; le sujet réagit alors instinctivement, inconsciemment, d'une certaine façon.

L'intériorisation impacte particulièrement les valeurs d'un sujet, rendant par exemple moral un athée en principe amoral.

11.1.7 Sens de la vie selon Kant et Nietzsche

11.1.7.1 Les trois questions métaphysiques fondamentales citées par Kant
Dans [20] page 658 Kant cite trois questions philosophiques essentielles dont la réponse détermine le sens de la vie (notamment la raison de se donner du mal et d'accepter les souffrances). En voici des énoncés et le point de vue nihiliste de Nietzsche [53] :

Questions fondamentales	Kant [20]	Nietzsche [53]
Que puis-je savoir ?	Je voudrais comprendre le monde, en situant les faits les uns par rapport aux autres (les choses sont-elles comme elles devraient être, y a-t-il une harmonie ?) Qu'est-ce qui explique l'existence de l'Homme, de l'Univers et des difficultés que j'y subis ?	Je ne comprends pas le monde, il n'a pas de sens. La science n'existe pas, chercher la connaissance est une erreur.
Que dois-je faire ?	Qu'est-ce qui est bien, qu'est-ce qui est mal ? Où est mon devoir ? Si je suis croyant, la religion me le dit. Si je suis athée, je peux faire ce que je veux et gagner ou perdre.	Les valeurs et religions traditionnelles n'ont plus cours : Dieu est mort. Je dois vivre selon ma volonté de puissance.
Que puis-je espérer ?	Qu'est-ce qui justifie mes efforts, ma souffrance et mon respect du devoir ? Y a-t-il une vie après la mort ? Mon âme est-elle éternelle ?	N'attends rien des autres ; si tu es un Maître tu t'imposeras, si tu es un Esclave tu subiras.

Les questions dont la réponse donne son sens à la vie

La notion de sens de la vie est chargée d'émotion. Y interviennent :

- La qualité de la réponse au « Que puis-je savoir ? » : je voudrais comprendre le monde et ses lois physiques et morales, en situant les choses les unes par rapport aux autres. Qui ne comprend pas le monde où il vit ne peut pas, non plus, y trouver sa place et un sens à sa vie.

  Ce sujet est particulièrement prégnant de nos jours : par manque de culture économique, politique, scientifique et philosophique de plus en plus de gens ne comprennent pas le monde où ils vivent. Ils ont des désirs impossibles à satisfaire et des craintes impossibles à apaiser. Ils ne peuvent rien faire ni pour leur avenir, ni pour la société. Leur frustration les rend de plus en plus intolérants et violents.

  L'ignorance mène au désespoir, qui selon Nietzsche mène soit au nihilisme passif, soit au nihilisme héroïque (révolté), soit même à l'anarchie violente.

- Le problème du devoir (« Que dois-je faire »), compte tenu de ma religion ou de mon athéisme.
- Le problème des espoirs pour l'avenir : que puis-je espérer qui justifie mes efforts, et même de rester en vie ? Y a-t-il une vie après la mort ?

11.1.7.2 Le sens de la vie selon la philosophie de Nietzsche

Source : [53]

Réponse de Nietzsche à la question « Que puis-je savoir ? »

En gros, rien ! Il n'y a pas de vérité, il n'y a que des apparences multiples, et en plus chacune varie dans le temps et avec la personne qui la considère.

Il n'y a pas de connaissance scientifique, objective et stable dans le temps, permettant de comprendre une chose par référence à d'autres et permettant de prévoir les évolutions (déterminisme). Il n'y a que des cas particuliers, des connaissances personnelles, intuitives, avec des dimensions esthétique et finaliste.

Le monde est un chaos, sans structure définie reliant les objets. Les évolutions résultent d'un contexte par nécessité (causalité), mais sont imprévisibles car régies par le hasard. On ne peut donc se permettre d'énoncer des lois représentant la réalité physique ou son évolution, et il faut aborder chaque situation avec un œil neuf car c'est un cas particulier.

(Cette représentation du monde avec son chaos et ses évolutions au hasard est contredite par la physique et son déterminisme ; Nietzsche l'affirme sans preuve.)

Réponse de Nietzsche à la question « Que dois-je faire ? »
En gros, tout ce que tu désires ! Tes désirs étant régis par ta volonté de puissance, tes pulsions, tes instincts et le contexte du moment, tu ne peux en être maître, tu es leur esclave et ta raison n'y peut rien.

Il n'y a pas de morale ; tu n'as de devoir qu'envers toi-même, tu peux choisir ton attitude envers les autres. Tu peux ignorer les gens d'une classe (*"race"*) inférieure à la tienne, mais il est d'usage de respecter les gens de ta classe.

Il n'y a pas de Dieu et pas de justice ; donc il ne faut craindre aucun châtiment (« pas vu, pas pris ») et il ne faut espérer aucune récompense. L'altruisme, la pitié, la générosité, la compassion et la solidarité sont à proscrire en tant que marques de faiblesse.

Réponse de Nietzsche à la question « Que puis-je espérer ? »
Cela dépend de toi ! Si tu es un être fort, supérieur ; si tu as réussi à te débarrasser des inhibitions dues à la morale et à la religion, ainsi que des illusions diverses ; si tu acceptes sans regret le monde tel qu'il est, sans justification, désorganisé et imprévisible ; si tu prends les choses qui t'arrivent comme elles viennent, y compris la maladie et la souffrance ; si tu aimes ce monde et ton destin parce qu'ils sont régis par la vie-volonté de puissance qui permet la satisfaction des désirs ; enfin, si tu t'es donné pour mission d'essayer de convaincre les autres de se comporter comme toi, alors tu seras heureux mon fils ! Tu pourras jouir de la vie sans retenue, en artiste, et être créatif !

Sinon, tu es un être faible, subalterne : comme tu ne peux rien savoir ; comme ta liberté est bloquée de tous côtés par les lois publiques, les règles morales et ton insignifiance dans un monde déshumanisé ; comme tu ne peux donc pas faire grand-chose pour satisfaire tes désirs ; comme les autres sont indifférents ou hostiles, alors que tu as besoin d'amitié, de consolation et de solidarité ; comme tu ne peux espérer aucun progrès, la meilleure chose à faire est de quitter ce monde, pour le débarrasser de toi et mettre un terme à ta propre souffrance…

Conclusion de Nietzsche
En général, rien ne justifie un effort, ta vie n'a pas de sens, tu ne peux être que nihiliste ! Et selon ton énergie, tu seras un nihiliste héroïque ou un nihiliste réactif… si tu restes en vie.

Si tu es de la trempe de *Zarathoustra* [58], tu es fait pour conduire tes disciples vers un monde sans préjugés ni déni de réalité, après autodestruction de la morale.

11.1.8 Culture (définition)

Au niveau d'un groupe humain
Définition : la culture est l'ensemble des valeurs, croyances et coutumes partagées par les membres d'un groupe (peuple, fidèles d'une religion, etc.) depuis suffisamment longtemps pour que chacun les ait intériorisées : elles leur paraissent inconsciemment naturelles et indiscutables). Ce partage résulte :

- De l'histoire commune ;
- De l'environnement géographique et climatique où le groupe vit depuis des générations ;
- De la (ou des) religion(s) les plus répandues dans le groupe ;
- Des lois morales ;
- Des coutumes sociales ;
- De l'éducation transmise aux enfants par les parents ou l'enseignement ;
- Des informations diffusées par les médias ;
- Des formes d'art dominantes depuis des décennies (littérature, peinture, sculpture, danse, architecture, cinéma, cuisine, etc.) ;

Une culture comprend, par exemple :

- Des habitudes et préférences dans des domaines comme la manière d'élever des enfants, la nourriture et la cuisine, les expressions et gestes utilisés pour exprimer son opinion, les relations

avec les autres dans la vie familiale ou au travail, et la discipline que chacun s'impose – par exemple pour faire des efforts ou aborder un problème complexe ;

- Des valeurs comme les canons de beauté et les critères d'honnêteté ;
- Des croyances en matière de médecine, de cosmologie, de religion et de vie après la mort ;
- Des idéologies et une éthique en matière d'économie, de politique, etc.

La culture d'un groupe humain est en rapport avec *l'ethnie*, définie par son héritage génétique et socioculturel (en particulier la langue), l'espace géographique et la conscience de ses membres d'appartenir à un même groupe.

Au niveau d'une personne

La culture (l'acquis) résulte de celle de son groupe, qui lui a transmis ses valeurs, croyances et coutumes, ainsi que des connaissances et expériences issues de sa propre vie.

Mais la culture d'une personne est sans rapport avec sa couleur de peau ou d'autres caractéristiques provenant de sa naissance : *c'est une caractéristique transmise par la vie en société*.

Voir aussi, pour ses différences avec une culture : *Civilisation*.

11.1.9 Civilisation (définition)

Une civilisation est définie par

- une *culture*,
- une *société* (institutions, législation, modèle économique, etc.)
- et des *réalisations collectives* (infrastructures, sciences et techniques, architecture et autres arts, etc.).

Comparaison de civilisations

On ne peut pas parler de la supériorité d'une culture par rapport à une autre, mais une civilisation peut être supérieure à une autre dans la mesure où elle permet aux hommes une vie plus conforme à leurs valeurs culturelles et sociales.

Ainsi, des *institutions* permettant le règne de la justice, la sécurité, la solidarité, la préservation de la santé, l'enseignement et la démocratie correspondent à des valeurs désirables ; il en est de même pour des *réalisations collectives* permettant de se soigner, de s'instruire, de se distraire, de voyager, de bénéficier d'avancées technologiques et de réalisations artistiques ambitieuses.

11.1.10 Esthétique (définition)

- Adjectif : qui a pour caractéristique la beauté.
- Substantif : partie de la philosophie qui se propose l'étude de la sensibilité artistique et la définition de la notion de beau.

Comment se manifeste une impression de beauté ?

- L'œuvre trouvée belle provoque cette impression subjective :
  - instantanément,
  - sans effort de réflexion,
  - et sans choquer le bon goût acquis par la culture.
- Lors d'un examen succinct, l'impression de beauté est confirmée par des détails.
- Eventuellement, après examen approfondi, le sujet :
  - ressent une impression d'harmonie entre des caractères de l'œuvre et ses préférences sensorielles ou intellectuelles ;
  - a des pensées esthétiques suggérées par l'œuvre.

Voir aussi les définitions de Kant de l'esthétique et de l'esthétique transcendantale.

11.1.11 Les deux sortes de principes de causalité

Nous avons vu qu'il y a deux sortes de causalité : celle qui a trait aux raisonnements logiques purs et celle qui a trait aux phénomènes (ou à la réalité inaccessible qu'ils représentent dans une optique réaliste).

L'existence de ces deux types distincts explique la présence de deux types de principes de causalité : le premier pour la logique pure, le second pour les évolutions physiques déterministes.

11.1.12 Connaissances métaphysiques pour la curiosité intellectuelle et la spiritualité

Quelques citations de Kant

(Citation de [20] pages 454-455)

- "Savoir si le monde possède un commencement et une quelconque limite à son extension dans l'espace ;
  [voir dans [12] *Idées transcendantales : 1er conflit*]
- s'il y a quelque part, et peut-être dans mon Moi pensant, une indivisible et indestructible unité, ou s'il n'y a rien que le divisible et le transitoire ;
  [existe-t-il quelque chose qu'on ne puisse décomposer en parties indécomposables ? voir dans [12] *Idées transcendantales : 2ème conflit*

  La réponse du physicien consiste à citer les exemples de l'électron, du neutrino et des quarks pour la nature, et de la ligne droite indécomposable en parties elles-mêmes indécomposables pour les abstractions.]
- si je suis libre dans mes actions ou si, comme d'autres êtres, je suis conduit par le fil de la nature et du destin ;
  [voir d'abord *Libre arbitre* puis dans [12] *Idées transcendantales*]
- si, enfin, il y a une cause suprême du monde, ou si les choses de la nature et leur ordre constituent l'objet dernier auquel nous sommes tenus de nous arrêter dans toutes nos considérations
  [voir d'abord Dieu créateur de l'Univers puis dans [12] *Idées transcendantales : 4ème conflit*] :

ce sont là des questions pour la solution desquelles le mathématicien donnerait bien volontiers toute sa science ; car celle-ci, en tout état de cause, ne peut lui procurer aucune satisfaction vis-à-vis des fins de l'humanité [vie après la mort, immortalité de l'âme] qui sont les plus élevées et qui lui tiennent le plus à cœur."

[La connaissance scientifique satisfait l'intelligence et le goût de l'esthétique mathématique, mais elle ne répond pas au besoin de *spiritualité* que la philosophie métaphysique tente de satisfaire. Voir dans [12] *Fins dernières - Fins suprêmes*.]

(Fin de citation)

Difficulté de la métaphysique

(Citation de [31a])

"[La métaphysique] est une mer sans rivages, où le progrès ne laisse aucune trace, et dont l'horizon n'a pas de terme sensible à l'aide duquel on puisse déterminer l'étendue du chemin qu'on a fait pour en approcher."

(Fin de citation)

(Citation de [33] préface page 16)

"Il est de fait que dans [le domaine de la métaphysique] on ne dispose encore d'aucuns poids et mesures assurés permettant de distinguer du plat bavardage ce qui est profond et solide."

(Fin de citation)

Sources et types de jugements de la métaphysique

(Citations de [33])

[1 - Les sources de la métaphysique ne peuvent être qu'a priori]

- "Les sources de la métaphysique ne peuvent être empiriques."

  "Ses principes (propositions et notions fondamentales) ne doivent jamais être pris dans l'expérience. Cette connaissance, en effet, doit être non pas physique, mais métaphysique, c'est-à-dire dépasser l'expérience.

Par conséquent, ni l'expérience externe, qui est la source de la physique, ni l'interne, qui est le fondement de la psychologie empirique, ne peuvent lui servir de base. La métaphysique est donc une connaissance a priori, d'entendement pur et de raison pure."

« Pour dépasser l'expérience, la métaphysique est nécessairement a priori et spéculative. »

Complément important : *Précisions sur la limitation de la métaphysique à ce qui est au-delà de l'expérience*.

[2 - Les deux types de jugements de l'entendement : analytique et synthétique]
La distinction entre jugements analytiques et synthétiques est importante pour l'entendement.

- "Le principe commun à tous les *jugements analytiques* est le principe de contradiction : le prédicat d'un tel jugement affirmatif étant déjà pensé dans la notion du sujet, il n'en peut être nié sans contradiction.
- "Les jugements d'expérience sont toujours synthétiques."

  "Les jugements mathématiques (arithmétique, géométrie, etc.) sont tous synthétiques car leur synthèse fait appel à l'intuition."

  "Les propositions mathématiques sont toujours des jugements a priori parce qu'ils ne peuvent provenir de l'expérience."
- "Le principe de raison suffisante [d'Aristote] est synthétique."

(Fin des citations de [33])

(Citations de [33] §4 page 41 à 44)
Une métaphysique est-elle possible ?
[Il n'y a pas de propositions analytiques pour notre but véritable : l'extension métaphysique de la connaissance]
"On peut nous indiquer maintes propositions qui [paraissent subjectivement] certaines et qui n'ont jamais été contestées, mais elles sont toutes analytiques et elles ont trait aux matériaux et instruments permettant de construire la métaphysique plutôt qu'à l'extension de la connaissance qui doit cependant être notre but véritable en ce domaine."

[Il n'y a pas, non plus, de propositions synthétiques, même non démontrées, qui conviennent]
"Vous pouvez bien exhiber aussi des propositions synthétiques (par exemple, le principe de raison suffisante), dont vous n'avez jamais donné la démonstration à partir de la seule raison, donc *a priori*, comme c'était cependant votre devoir de le faire, et que, malgré cela, on vous accorde volontiers : quand vous voulez les mettre au service de votre fin principale, vous aboutissez cependant à des affirmations à ce point irrecevables et incertaines que de tout temps une métaphysique a contredit l'autre, soit qu'elle en conteste les thèses elles-mêmes, soit qu'elle conteste leurs preuves, et elle a par là même annulé sa prétention à être approuvée de façon durable."

[Une métaphysique rigoureuse est-elle possible ?]
"Ainsi, dégoûtés du *dogmatisme* qui ne nous apprend rien, tout autant que du scepticisme qui ne nous promet rien du tout, […] il ne nous reste plus qu'à poser une question critique dont la réponse nous serve à régler notre attitude future : *une métaphysique est-elle décidément possible ?*

[La réponse cherchée doit éviter le scepticisme et construire une définition rigoureuse]
"Mais à cette question il ne faut pas qu'on réponde en recourant à des objections sceptiques contre certaines thèses d'une métaphysique réelle (car pour le moment nous n'accordons de valeur à aucune métaphysique) ; il faut répondre en partant du concept qui n'est encore que problématique d'une telle science."

[Démarche « de bas en haut » de la Critique de la raison pure : trouver les processus de la raison pure pour en déduire par synthèse les lois de son usage pur]
"Dans la *Critique de la raison pure* [20], pour traiter cette question, j'ai procédé *synthétiquement,* c'est-à-dire que j'ai cherché dans la raison pure elle-même et c'est à cette source même que j'ai tâché de déterminer, selon des principes, aussi bien les éléments que les lois de son usage pur."

[Une science métaphysique est possible, reste à voir comment]
"La mathématique pure et la science pure de la nature […] contiennent des propositions qui sont universellement reconnues, les unes certaines par la seule raison, les autres par le consentement universel que fait naître l'expérience et comme néanmoins indépendantes de l'expérience.

Nous avons donc à tout le moins quelques connaissances synthétiques *a priori* qui ne sont pas contestées, et nous n'avons pas à nous demander si elles sont possibles (puisqu'elles sont réelles), mais uniquement *comment elles sont possibles,* pour être à même, à partir du principe de la possibilité de celles qui sont données, de dériver également la possibilité de toutes les autres."
(Fin des citations de [33] §4)

11.1.13 Logique

La logique est la science des jugements d'appréciation, en tant qu'ils s'appliquent à la distinction entre ce qui est vrai et ce qui est faux.

C'est une partie de la philosophie dont les règles de validité s'appliquent à tous les raisonnements, qu'ils concernent des abstractions comme la métaphysique ou des phénomènes physiques comme les évolutions de systèmes ; c'est à ce titre que cet ouvrage aborde la logique.
Complément : *Logique (substantif)*.

La logique est la science des processus de la pensée rationnelle et de la déduction discursive des vérités. Elle régit l'entendement et les jugements d'appréciation qui distinguent le vrai du faux. Elle s'intéresse donc à la validité des opérations intellectuelles visant la connaissance, sur le plan *normatif* comme sur le plan *régulateur*.

Logique générale
C'est la logique *élémentaire*, science des lois nécessaires de l'entendement et de la raison. Elle a deux branches :

- *La logique générale pure* fait abstraction de toutes les conditions empiriques sous lesquelles notre entendement s'exerce, par exemple de l'influence des sens, du jeu de l'imagination, des lois de la mémoire, des préférences et préjugés…

  En logique pure, nous séparons l'entendement des autres facultés de l'esprit et nous considérons uniquement ce qu'il fait par lui-même.

  La logique générale pure est basée exclusivement sur des principes a priori ; c'est une règle directrice de l'entendement et de la raison, *mais uniquement du point de vue formel de leur usage*.

  La logique générale pure constitue une doctrine élémentaire de l'entendement.

  La logique *générale* ne peut fournir de précepte à la faculté de juger, la logique *transcendantale* si : elle peut corriger cette faculté et lui fixer des règles d'usage de l'entendement pur.

- *La logique générale appliquée* régit les règles de l'usage de l'entendement dans les conditions subjectives et empiriques qu'enseigne la psychologie. Elle possède donc des principes empiriques, bien qu'elle soit en vérité générale en tant qu'elle porte sur l'usage de l'entendement sans distinction des objets. Ce pourquoi elle n'est ni une règle directrice de l'entendement en général ni un organon de sciences particulières, mais simplement un remède de l'entendement commun."

Logique transcendantale : analytique transcendantale et dialectique transcendantale
La Logique transcendantale est une science de l'entendement pur et de la connaissance rationnelle par laquelle nous pensons des objets complètement a priori. Elle détermine l'origine, l'étendue et la vérité objective de connaissances de ce type en ne considérant que les seules lois de l'entendement et de la raison appliquées aux objets a priori : elle est donc restreinte aux connaissances pures a priori ([20] page 147). Elle comprend :

- L'analytique transcendantale, qui expose les éléments de la connaissance pure de l'entendement et les principes pour penser les objets ; c'est une logique de la vérité.
- La Dialectique transcendantale.

La Logique transcendantale dispose de règles pour corriger la faculté de juger et assurer son usage rigoureux de l'entendement pur.

Différences entre Logique formelle et Logique transcendantale
La Logique *générale* est formelle : elle fait abstraction du contenu des connaissances et de leur caractère pur ou empirique, pour ne s'occuper que de la forme de la formulation et de l'enchaînement discursif des pensées ; elle englobe donc le canon de la raison.

La Logique *transcendantale* ne régit que les *connaissances pures a priori*. L'application de cette logique-là (sous le nom de dialectique transcendantale) ne garantit qu'une *apparence* de vérité, et fournit un canon de valeur objective et d'usage vrai à l'entendement et à la faculté de juger.

La Logique *générale* ne peut fournir de précepte à la faculté de juger, la Logique *transcendantale* si : elle peut corriger la faculté de juger et lui fixer des règles d'usage de l'entendement pur.

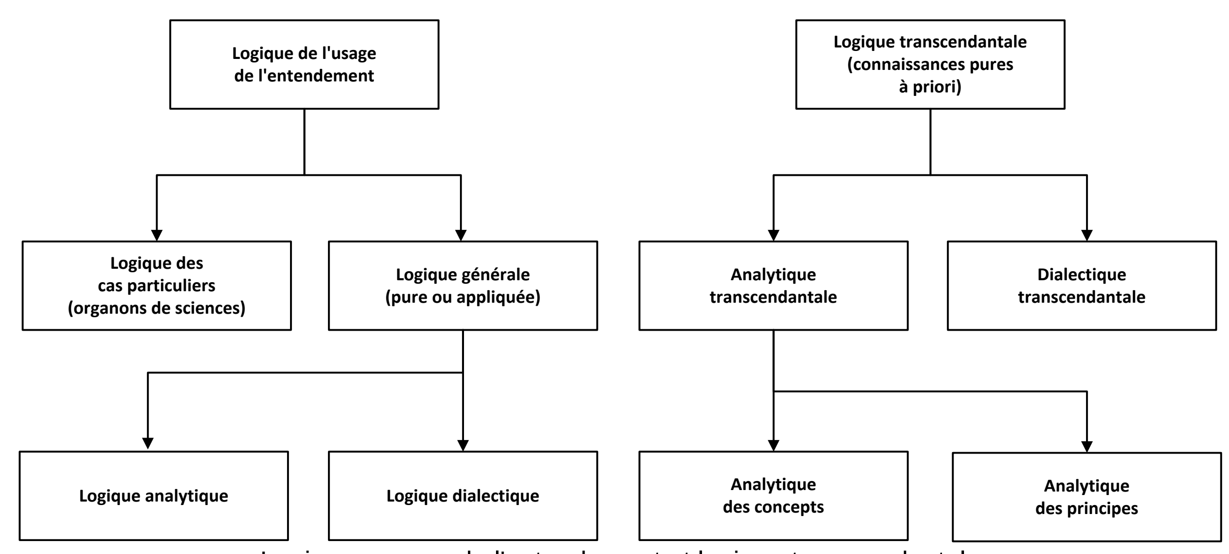
Normatif (adjectif)
Qui prescrit une norme, émet des jugements de valeur. La logique prescrit des normes de vérité d'une affirmation ; normative, la morale permet de juger si une action vise le bien ou le mal.

Régulateur (adjectif)
Qualifie un *axiome*, principe ou postulat qui gouverne l'énoncé de règles.

11.1.13.1 Rôle de la logique

(Citation de [37] pages 11-12)
[La logique sert à l'appréciation critique et à la rectification de notre connaissance]
La logique […] en sa qualité de *propédeutique* universelle de tout usage de l'entendement et de la raison en général, ne pouvant pas empiéter sur les sciences ni anticiper leur matière, est seulement un *art universel de la raison,* celui d'accorder des connaissances en général à la forme de l'entendement. Elle ne doit donc être appelée organon que dans la mesure où elle sert non pas assurément à l'extension, mais bien à l'appréciation critique et à la rectification de notre connaissance."
(Fin de citation)

> *Propédeutique*
> Éléments de connaissance constituant une préparation nécessaire à l'étude plus approfondie d'une science. Exemple : la *Critique de la raison pure* [20] en tant qu'introduction au raisonnement.



Logique : usage de l'entendement et logique transcendantale

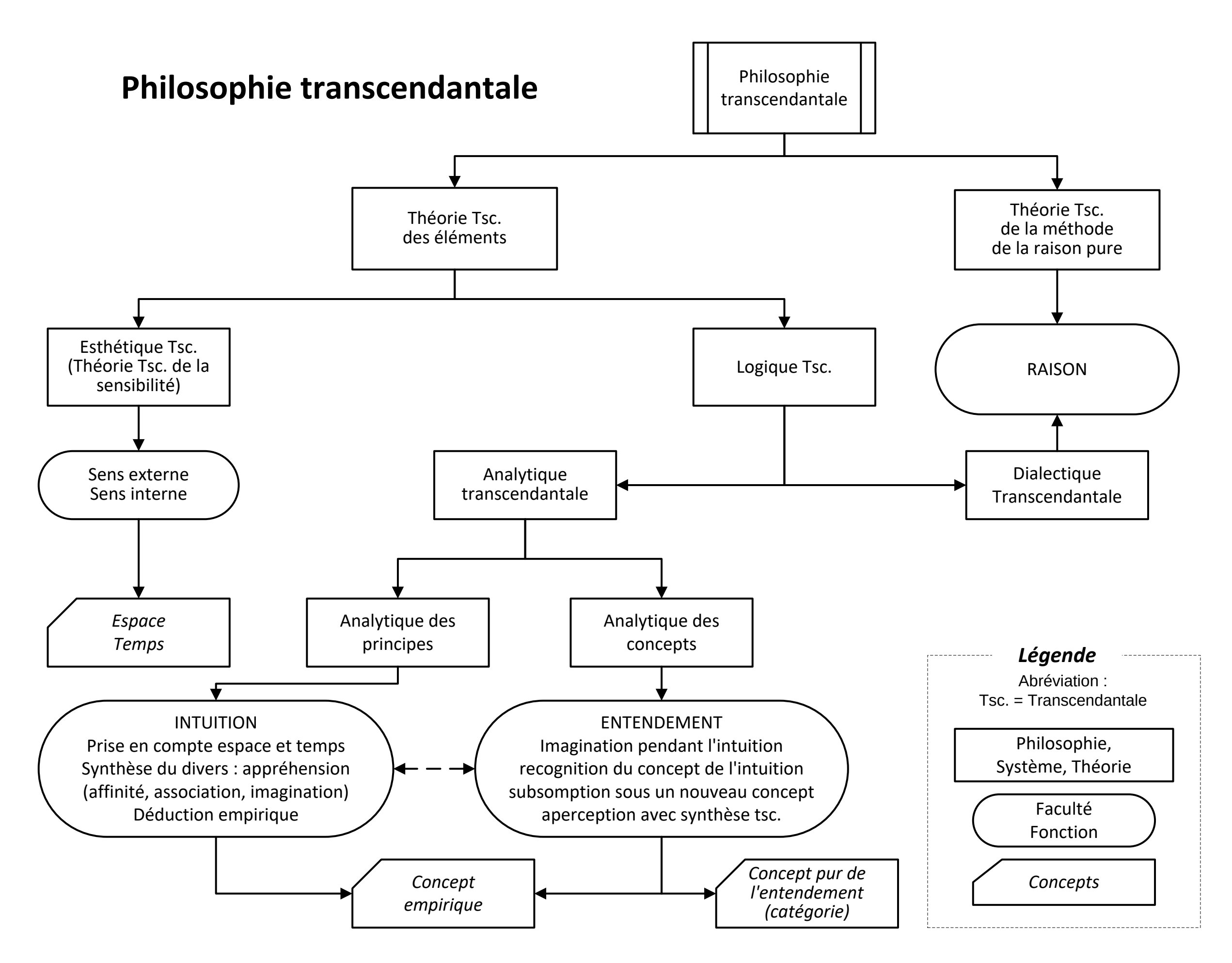


Diagramme de la philosophie transcendantale

11.1.13.2 Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles

Les symboles de cette table sont aussi ceux de la *Théorie des ensembles*.
Cette table regroupe les symboles utilisés dans ce texte. Une table beaucoup plus complète figure pages 409-412 de [72].

Opérateur logique	**Symbole**
Egal / différent par définition	= / ≠
Equivalence logique	⇔
Identité de deux éléments d'ensemble	≡
Implication	⇒
Equivalence à une relation : φx = φy $=_{x,y}$ xRy	$=_{x,y}$
Conversion de la relation xRy en y^cRx (implications xRy $\Rightarrow_{x,y}$ y^cRx et y^cRx $\Rightarrow_{x,y}$ xRy)	$\Rightarrow_{x,y}$
Produit logique (intersection d'ensembles)	∩
Somme logique (réunion, OU non-exclusif)	∪ ou ∨
Disjonction exclusive, OU alternatif (exclusif)	⊕
Ensemble vide ou classe vide	0 ou ∅
Non (opposé logique)	¬
Inclusion d'ensemble	⊂
Tel que, qui vérifie : x | (x ∈ b)	|
Appartenant, n'appartenant pas	∈, ∉
Quel que soit	∀
Il existe au moins un	∃
Conjonction ET (comme *p* ⇒ *q* ET *r* ⇒ *s*)	**.** ou ∧
Complément de la classe *a* : {x | (x ∉ *a*)}	¬*a*
Séparation mutuelle de 2 couples d'éléments	||
Fonction propositionnelle de x	φx
Valeurs logiques vrai / faux	1 / 0
Relation universelle / nulle	$\dot{V}$ / $\dot{0}$
Produit relatif des relations R et S	R * S

Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles

Les 3 principales relations et leurs symboles : égalité, équivalence et implication

Symbole "égale par définition" =

Le symbole = met en relation ce qui est défini (à gauche) avec sa définition (à droite). Ainsi, on écrit :

- *p* = vrai pour affirmer que *p* a la valeur logique vrai, ou plus simplement *p* ;
- *p* = faux pour affirmer que *p* a la valeur logique faux, ou plus simplement ¬*p* (prononcé « non-p ») ; si *p* = faux, alors ¬*p* = vrai.

Il est évident que, quelle que soit *p* : *p* = (*p* = vrai) et que ¬*p* = (*p* = faux).

Symbole d'équivalence ⇔

L'équivalence est une relation « si et seulement si » entre deux êtres mathématiques ou logiques : fonctions, ensembles, matrices, propositions, etc.

Ne pas confondre *l'équivalence* ⇔ et *l'égalité par définition* = ci-dessus.

Symbole d'implication ⇒

Le symbole ⇒ relie ce qui implique (à gauche) à ce qui est impliqué (à droite),

« *p* implique *q* » s'écrit *p* ⇒ *q*.

11.1.13.3 Principes de logique

Les principes suivants régissent des affirmations et raisonnements purs, sans rapport avec l'expérience ou la réalité physique représentée.

11.1.13.3.1 Principe d'identité

Le principe logique d'identité s'énonce : *« Ce qui est, est ; ce qui n'est pas, n'est pas ».* Une chose (objet, situation, événement) *est* (existe, a lieu ou a eu lieu), ou *n'est pas* (n'existe pas, n'a pas lieu ou n'a pas eu lieu).

L'existence physique a des conditions de possibilité dans le temps et dans l'espace :

- Une certaine permanence (existence pendant un temps non nul) ;
- L'occupation d'un volume d'espace non nul.

Si la chose est, elle est identique à elle-même, pas à autre chose : c'est la seule réalité pour cette chose. On peut toujours *imaginer* un monde différent, ou des conditions dans lesquelles un objet qui existe n'existerait pas, un événement qui n'a pas eu lieu aurait eu lieu, etc., mais ce serait pure imagination.

Dans [77] page 121, André Comte-Sponville cite l'*Ethique à Nicomaque* d'Aristote :

> *"Il y a une seule chose dont Dieu même est privé,*
> *c'est de faire que ce qui a été fait ne l'ait pas été."*

11.1.13.3.2 Principe de non-contradiction

Définition : une contradiction est une opposition entre deux faits ou affirmations incompatibles, ou le résultat logique d'une telle opposition.

Le principe de contradiction (on dit aussi : *de non-contradiction*, on devrait dire : *de contrariété*) postule qu'une chose ne peut pas à la fois être et ne pas être, qu'une proposition ne peut à la fois être vraie et fausse. Le principe s'énonce : *le contraire du vrai est faux*.

Notation en Logique symbolique : *p* **.** ¬*p* = faux (voir *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles*).

Un objet ou une situation existe ou n'existe pas ; il n'y a pas d'existence partielle.

Un événement a ou n'a pas lieu ; a eu ou n'a pas eu lieu ; rien ne peut le changer et seule la nature a pu ou non le provoquer en application d'une loi d'évolution. Toute hypothèse du type « Si l'événement *X* n'avait pas eu lieu… » est pure conjecture.

Conséquences du principe de non-contradiction

- Principe de déterminabilité d'un concept ;
- Principe de fatalisme ;
- Principe de non-contingence.

11.1.13.3.3 Principe de déterminabilité d'un concept

Ce principe est une conséquence du principe de non-contradiction.

(Citation de [20] page 518)
"Tout *concept*, vis-à-vis de ce qui n'est pas contenu en lui, est indéterminé et se trouve soumis au *principe de déterminabilité d'un concept* qui veut que, de deux prédicats contradictoirement opposés, un seul puisse lui revenir - principe qui repose lui-même sur le principe de contradiction et est par conséquent un principe purement logique qui fait abstraction de tout contenu de la connaissance et ne prend en considération que la forme logique."
(Fin de citation)

> Traduction : un concept est un ensemble d'informations ; il est indéterminé par rapport à toute information qui n'appartient pas à cet ensemble.
>
> Le principe de déterminabilité affirme que dans tout couple de jugements opposés (comme « Ravaillac a tué Henri IV » et « Ravaillac n'a pas tué Henri IV ») un seul s'applique éventuellement à un sujet donné, d'après le principe de non-contradiction.
>
> S'applique *éventuellement* : le jugement « Ravaillac a tué Henri IV » ne s'applique pas au concept « Charlemagne », qui représente un empereur mort des siècles avant Henri IV ; par rapport à Charlemagne il est indéterminé.

11.1.13.3.4 Principe du tiers exclu, aussi appelé du milieu exclu

Il n'y a que deux cas de valeur logique.
Une proposition (affirmation à valeur logique) *p* ne peut être que :

- Vraie, et alors la proposition contraire non-*p* (notée ¬*p*) est fausse ;
- Ou fausse, et alors la proposition contraire non-*p* (notée ¬*p*) est vraie.

Il n'y a pas de troisième cas (appelé « tiers » ou « milieu »).

Notation en Logique symbolique :
(voir *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles*)
$(p \vee \neg p) = vrai$ et $(p \,.\, \neg p) = faux$ (où $\vee$ = OU ; **.** = ET)

C'est sur ce principe que reposent les démonstrations par l'absurde.

11.1.13.3.5 Principe du syllogisme

Définitions : syllogisme, prémisse, conclusion, majeure, mineure

Un syllogisme est un raisonnement qui déduit une proposition certaine car nécessaire (appelée *conclusion*) de *deux* propositions tenues pour vraies (appelées *prémisses*) : la *majeure* et la *mineure*.

> Exemple
> *Un chien est un animal* (prémisse 1 : proposition majeure) ;
> *Un basset est un chien* (prémisse 2 : proposition mineure) ;
> Donc *un basset est un animal* (conclusion).

Chacune des 3 propositions (jugements) a un sujet *X* et un prédicat *Y* reliés par un connecteur *R*. Exemple : Un chien (*X*) est (*R*) un animal (*Y*).

Il y a un concept commun *M* (appelé *moyen terme*) aux deux prémisses, *chien* dans l'exemple précédent, qui est sujet dans la majeure et prédicat dans la mineure. La présence de ce moyen terme *M* permet au sujet *X* de la mineure (*basset*) d'être *subsumé* sous le prédicat *Y* de la majeure (*animal*), c'est-à-dire une synthèse entre ces deux prémisses qui entraîne nécessairement la conclusion.

> *Subsumer - Subsomption*
>
> 1 - Penser un cas particulier sous un concept (classe générale) ; exemples :
>
> - une variété sous une espèce,

- une espèce sous un genre.

2 - Considérer un fait (une expérience) comme régi(e) par une loi.

Un jugement est une *subsomption*.

Principe du syllogisme

On résume ce qui précède en disant : *Si a implique b et si c implique a, c implique b*, l'implication étant une subsomption (souvent notée $\Rightarrow_S$ pour la distinguer d'une conséquence logique notée $\Rightarrow$).

Notation d'un syllogisme en logique symbolique : ($a \Rightarrow b$ **.** $c \Rightarrow a$) $\Rightarrow$ ($c \Rightarrow b$).

Principes préalables exigés par le syllogisme

Principe du syllogisme : ($p \Rightarrow_S q$) **.** ($r \Rightarrow_S p$) $\Rightarrow$ ($r \Rightarrow_S q$), où :

- $\Rightarrow_S$ désigne une relation de subsomption sous un concept (=d'appartenance à l'ensemble désigné par ce concept) ;
- $\Rightarrow$ désigne une relation d'implication (cause logique).

Un syllogisme fait la synthèse de deux propositions : la majeure, implication $p \Rightarrow_S q$, et la mineure, $r \Rightarrow_S p$, synthèse qui est une condition logique ET notée **.** . Il faut donc qu'un principe de logique permette cette synthèse, c'est-à-dire qu'elle permette que la relation de conclusion $r \Rightarrow_S q$ relie *directement r* à *q*.

C'est ce passage direct qui constitue l'opération logique appelée syllogisme.

11.1.13.3.6 Principe de substitution de constantes dans une relation

Pour que ce passage direct soit possible, il faut d'abord que la proposition résultant de chaque relation indéterminée d'implication (*variables de* $p \Rightarrow_S q$ ou $r \Rightarrow_S p$) soit une proposition *particulière* lorsqu'on veut appliquer la synthèse ET.

Il faut donc postuler que *dans une implication formelle on peut substituer des constantes aux variables*, principe que nous appellerons « Principe de substitution de constantes dans une implication », qui ne sera qu'un cas particulier d'un « Principe permettant la substitution de constantes dans toute relation symbolique » en vue de calculs successifs en *Logique algorithmique*.

Nécessité du principe d'assertion

Dans un syllogisme donné, la conclusion $r \Rightarrow_S q$ n'est vraie que si les prémisses sont vraies, mais rien dans le syllogisme lui-même ne garantit leur vérité.

Pour que la conclusion soit vraie il faut que les prémisses le soient. Or chaque prémisse est une implication : $p \Rightarrow_S q$ ou $r \Rightarrow_S p$. Mais dans une implication comme $p \Rightarrow_S q$ la donnée de *p* en tant que vérité entraîne la certitude *q* = vrai, d'après le principe d'assertion ci-dessous, principe qui est donc indispensable au syllogisme.

Le principe du syllogisme a pour fondement un principe de logique supérieur

Le principe du syllogisme est représenté par l'implication ($a \Rightarrow_S b$) **.** ($c \Rightarrow_S a$) $\Rightarrow$ ($c \Rightarrow_S b$), où le symbole $\Rightarrow_S$ représente une relation de subsomption d'un concept du premier terme sous un concept du second.

Ci-dessus $a \Rightarrow_S b$, $c \Rightarrow_S a$ et $c \Rightarrow_S b$ sont des jugements de subsomption ; la conclusion $c \Rightarrow_S b$ (relation directe de *c* à *b*), syllogisme proprement dit, est admise sous le nom de *Principe de déduction* (ci-dessous).

11.1.13.3.7 Principe supérieur d'implication directe

Le principe du syllogisme, comme les autres, ne peut justifier une déduction particulière quelconque qu'en vertu d'un *principe supérieur* d'implication directe :

Si les prémisses d'un syllogisme sont vraies, sa conclusion est vraie et on peut l'affirmer isolément :

« Si ($a \Rightarrow_S b$ **.** $c \Rightarrow_S a$) il existe une *implication directe* de *c* à *b* : ($c \Rightarrow_S b$) » et cette implication est de type subsomption.

11.1.13.3.8 Principe de déduction

Le principe supérieur précédent est indispensable et fondamental en Logique : c'est le nerf de toute déduction, puisque seul il permet de passer des prémisses à la conclusion : de remplacer celles-là par

celle-ci, et par suite *d'avancer* par étapes dans un raisonnement. Pour cette raison, nous l'appellerons désormais le *principe de déduction*.

11.1.13.3.9 Principe d'assertion

Le principe d'assertion permet de réduire une implication à une alternative, par l'équivalence : $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \oplus q)$: « ou *p* est fausse ou (exclusif) *q* est vraie » ;
lorsque *p* est fausse on ne peut rien dire de *q*.

11.1.13.3.10 Principe d'homogénéité

Ce principe de logique est dû à Aristote, qui l'a énoncé sous forme d'interdit : "*On n'a pas le droit de conclure d'un genre à un autre*". Il voulait dire qu'une relation logique ne peut exister qu'entre deux objets du même genre, dont on peut énoncer la règle d'association. Voici des exemples.

Relation de physique

Une relation ne peut exister qu'entre grandeurs de même type. Ainsi, les relations $A = B$; $A > B$ et $A \neq B$ ne sont possibles que si *A* et *B* sont tous deux des masses (ou des longueurs, ou des durées, etc.) Même condition pour l'addition $A + B$.

Autre façon d'illustrer l'exigence d'homogénéité : il n'y a aucun moyen de mesurer une masse en unités de charge électrique ou de longueur.

Action de l'esprit sur la matière

Cette action, estimée possible par certains idéalistes, est contraire au principe d'homogénéité. Du reste, elle contredirait la physique : une action matérielle n'est possible qu'avec un échange d'énergie, et on ne voit pas comment une idée abstraite ou une pensée humaine pourraient fournir ou absorber l'énergie mise en jeu.

Autre énoncé du principe d'homogénéité

On peut aussi énoncer le principe d'homogénéité sous la forme suivante : "*Une formule logique ne doit contenir que des éléments appartenant à un même ordre*". Le mot « ordre » (utilisé par Pascal) remplace ici le mot « genre » d'Aristote pour délimiter le domaine de validité logique d'une proposition. Pascal écrit dans les Pensées [287-2] :

> *"De tous les corps ensemble on ne saurait en faire réussir une petite pensée. Cela est impossible et d'un autre ordre. De tous les corps et esprits on n'en saurait tirer un mouvement de vraie charité, cela est impossible, et d'un autre ordre surnaturel."*

Une idée n'est cause ou conséquence que par l'intermédiaire d'un esprit humain. Une réalité ne peut être cause d'une idée que dans un esprit qui peut l'appréhender et y penser.

Seul l'esprit humain peut ignorer le principe d'homogénéité

L'esprit humain peut créer des relations d'un genre vers un autre sans difficulté, sans la moindre impression d'erreur ; c'est un effet de son aptitude à associer n'importe quel concept à n'importe quel autre, car son imagination est libre.

Exemple mathématique associant des points d'une droite à des nombres :
axiome de Cantor-Dedekind (axiome de continuité)

> "Si, sur une droite *D*, on reporte les points $A_1, A_2, \ldots, A_n$, d'une part, les points $B_1, B_2, \ldots, B_n$ d'autre part, les abscisses des premiers formant une suite a_n non décroissante de nombres rationnels, celles des seconds une suite b_n non croissante de nombres rationnels, la différence $b_n - a_n$ restant positive et tendant vers zéro, les segments emboîtés $[A_nB_n]$ ont un point commun unique *M*, auquel correspond suivant les cas un nombre rationnel ou un nombre irrationnel."

Dans cet exemple, on établit une correspondance biunivoque entre l'ensemble des points d'une droite, concepts géométriques, et l'ensemble des nombres réels, concepts numériques, chacun de ces derniers étant défini comme limite commune de deux suites de nombres rationnels qui convergent en sens opposé.

11.1.14 Deux principes de déterminisme

Les principes suivants régissent des affirmations concernant des évolutions physiques déterministes. Ce ne sont pas des principes de logique.

11.1.14.1 Principe de fatalisme
Ce principe a été décrit et commenté au paragraphe *Principe de fatalisme*.

11.1.14.2 Principe de non-contingence
Le principe de fatalisme fait que la cause d'un phénomène constaté était elle-même non-contingente, et la cause de cette cause aussi, et ainsi de suite jusqu'au commencement de l'Univers :

> **« Aucun phénomène naturel, passé, présent ou futur, ne peut avoir été ou être contingent, sauf (peut-être) le Big Bang. »**
> (Le Big Bang peut avoir été contingent s'il dépendait d'une volonté libre comme Dieu).

11.1.15 Raison et rationalisme
La raison est la faculté de combiner logiquement des concepts et des propositions pour comprendre, bien juger et discerner le vrai du faux. Elle utilise l'intelligence, et redoute les réactions affectives et les instincts. Elle combine les concepts et enchaîne les propositions en respectant des principes comme ceux de la logique, ceux de Descartes [265] et le "5e précepte de Descartes" qu'on pourrait exprimer ainsi :

> **« Ne rien tenir pour faux ou impossible qui ne le soit démontré. »**

Dans ce texte (et à la différence de sa signification habituelle), le mot *rationalisme* désigne un principe de réflexion qui base la pensée sur la raison.

Le rationalisme accorde un crédit à l'expérience, c'est-à-dire aux faits, même s'il se réserve le droit d'en critiquer l'interprétation et les conséquences que le raisonnement en tire. Le *rationalisme critique de Popper* va plus loin, en ne considérant comme acceptable qu'une hypothèse falsifiable, mais en admettant en revanche qu'elle n'a pas nécessairement à être justifiée par un raisonnement.

Le rationalisme accorde aussi un crédit à la pensée formelle (mathématiques et logique formelle), à condition que ses conséquences résistent à la critique.

Le rationalisme se méfie des interprétations métaphysiques de modèles mathématiques ; exemple : méfiance à l'égard d'interprétations philosophiques du principe d'incertitude de Heisenberg, lorsque ces interprétations concernent l'essence des choses ou un caractère surnaturel.

11.2 Axiomatique

11.2.1 Algorithme, axiome et système logique

11.2.1.1 Algorithme
Suite de règles de calcul ou d'instructions de programme correspondant à un raisonnement logique décrit étape par étape. L'ordre des étapes peut varier selon des valeurs de données. Ainsi, lorsque la valeur d'un nombre *X* a été trouvée et qu'on a besoin de sa racine carrée, l'algorithme distinguera deux cas :

- Si *X* est positif ou nul, la racine est calculable et son calcul sera effectué.
- Si *X* est négatif, la racine n'est pas calculable et l'exécution de l'algorithme se poursuivra à une étape prévue pour ce cas-là.

11.2.1.2 Axiome
Dans un texte scientifique, un axiome est un énoncé :

- Considéré comme évident ;
- Non démontré ;
- Universel, c'est-à-dire applicable à toutes les significations que l'on peut raisonnablement attribuer à l'énoncé.

  Exemple : l'axiome de logique
  « Rien ne peut à la fois exister et ne pas exister à un même point de vue »
  est universel parce qu'il s'applique à tout objet susceptible d'exister.

Dans une science axiomatique, les théorèmes se démontrent à partir des axiomes en utilisant des règles de déduction. Mais ces démonstrations sont formelles (ce sont des déductions de logique pure), elles ne préjugent pas de la véracité des théorèmes démontrés.

Ne pas confondre axiome et postulat (synonyme de *principe* d'après le *Dictionnaire* [3]) ; l'évidence d'un postulat n'est pas reconnue, ce n'est qu'une hypothèse.

11.2.1.3 Axiomatique et Système logique

Définition

Une axiomatique est une organisation formelle et syntaxique (un système) d'un ensemble d'énoncés en vue de raisonnements déductifs.
Voir ci-dessous des exemples d'axiomatique.

Problématique des sciences relevant d'une organisation axiomatique

Une présentation axiomatique d'une science est faite pour savoir, pour tout énoncé :

- S'il est formellement possible (syntaxiquement correct) ou impossible (incorrect);
- Et lorsqu'il est possible, s'il est vrai ou faux.

  (Citation de [20] page 462)
  "Il y a des sciences dont la nature implique que toute question qui y surgit doit absolument pouvoir être résolue à partir de ce que l'on sait, étant donné qu'il faut que la réponse procède des mêmes sources que celles d'où provient la question : ce sont là des sciences où il n'est aucunement permis d'alléguer une inévitable ignorance, mais où la solution peut au contraire être exigée."
  (Fin de citation)

  Mais il y a des propositions indécidables
  Hélas, Kurt Gödel a démontré que tout système axiomatique est incomplet : à partir de ses axiomes et en utilisant ses règles de déduction on ne peut démontrer ni la cohérence du système, ni la véracité ou la fausseté de certaines propositions (dites indécidables). Nous verrons tout cela plus bas.

Système logique

Présenté axiomatiquement, un système logique se compose :

- D'une *syntaxe*, qui fournit les règles de formation des propositions bien formées du langage logique (c'est-à-dire la grammaire du langage) ;
- D'*axiomes* ;
- De *règles de transformation* (règles d'inférence) permettant la déduction de théorèmes (en un nombre fini d'inférences) à partir d'axiomes et de théorèmes déjà établis ;
- D'une *sémantique*, qui conditionne l'interprétation de ce langage (la signification attribuée aux propositions) et assigne leur validité aux théorèmes ;
- D'une *métalogique*, qui détermine pour le système :
  - La *cohérence* (non-contradiction : on ne peut y déduire à la fois *A* et non-*A*) ;
  - La *complétude* (tout théorème est syntaxiquement valide, et réciproquement toute proposition syntaxiquement valide est un théorème démontrable) ;
  - La *décidabilité du système* (toute proposition est évaluable à vrai ou à faux).

    Une proposition syntaxiquement correcte pour laquelle on a prouvé l'impossibilité de trouver une démonstration de sa vérité ou de sa fausseté en un nombre fini d'étapes est dite *indécidable*. La présence d'une seule proposition indécidable dans une axiomatique rend celle-ci incomplète.

Cohérence (consistance) d'une axiomatique

Une axiomatique est dite *cohérente* (ou *consistante* en franglais) si tout théorème déduit de ses axiomes (et/ou d'autres théorèmes précédemment démontrés) est lui-même non contradictoire et ne contredit aucun autre théorème ou axiome de l'axiomatique.

Gödel a prouvé l'impossibilité de démontrer la cohérence d'une axiomatique en tant que théorème de cette axiomatique, c'est-à-dire sans recourir à des axiomes ou règles de déduction externes à l'axiomatique : voir ci-dessous *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*.

Complétude d'une axiomatique
Une axiomatique est dite *complète* si on peut démontrer que toute proposition logique qu'on y déduit (théorème), ou qu'on y énonce a priori en la formant à partir de ses notions de base conformément à ses règles de syntaxe, est soit vraie soit fausse ; la démonstration éventuelle doit être de longueur finie et ne doit utiliser que des axiomes, théorèmes et règles de déduction de l'axiomatique.

Mais hélas, Gödel a montré que *toute axiomatique définissant un minimum d'arithmétique des nombres entiers permet l'énoncé de propositions indécidables*. Une telle proposition est soit vraie soit fausse, mais il n'existe pas de démonstration basée sur les axiomes de l'axiomatique et appliquant ses règles de déduction permettant de la démontrer. La démonstration de Gödel est présentée dans [35].

> **« Certaines propositions logiques qui ont un sens sont indécidables : on ne peut ni les démontrer ni les réfuter. »**

On peut enrichir une axiomatique : voir *Théorème de Goodstein - Comment compléter une axiomatique* ; on peut aussi définir un *Langage formel* associé.

Autres sujets relatifs à l'axiomatique : voir *Axiomatique et logique formelle*.

Voici deux exemples d'axiomatique : celle d'Euclide et celle de Boole.

11.2.1.4 Axiomatique de la géométrie d'Euclide
Source : les Eléments d'Euclide (IVe au IIIe siècle avant J.-C.) [36]
Les 5 axiomes à la base de la géométrie euclidienne sont :

- Par deux points on peut faire passer une droite et une seule ;
- Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment ;
- On peut construire un cercle en donnant son centre et son rayon ;
- Tous les angles droits sont égaux ;
- Par un point extérieur à une droite on peut faire passer une droite parallèle à elle et une seule.

L'abandon ou la modification du 5ème axiome a permis de définir d'autres géométries que la géométrie euclidienne, qui a une courbure nulle :

- La géométrie hyperbolique (à courbure négative) ;
- La géométrie elliptique (à courbure positive) ;
- La géométrie riemannienne (à courbure variant d'un point à un autre) utilisée par Einstein (1879-1955) dans la Relativité générale.

Exemple de postulat extrait du "Livre premier" des Eléments
« Si une droite, tombant sur deux droites, fait [la somme des] angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, ces droites, prolongées à l'infini, se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits. »

La géométrie axiomatique d'Euclide constitue une représentation remarquablement précise et complète de l'espace physique habituel, sur laquelle reposent toute la physique classique et l'ensemble des travaux de Newton.

Application d'une axiomatique à la description structurée d'une science
L'axiomatique est une méthode de présentation structurée d'une science par déductions logiques à partir des principes qui la fondent. Le résultat de cette méthode est *une* axiomatique.

Les théorèmes d'une axiomatique n'apportent donc pas de vérité nouvelle : ils sont implicitement contenus dans ses définitions ; ils en sont des conséquences logiques et n'y ajoutent que des présentations nouvelles, des rapprochements nouveaux.

Démonstration d'un théorème
Démontrer un théorème *T* dans le cadre d'une axiomatique revient à trouver la suite de déductions qui, partant de certains axiomes de base et de théorèmes déjà établis, aboutit au théorème proposé

en appliquant des règles de déduction de l'axiomatique. Cette démonstration peut être complètement automatisée en exécutant dans un ordinateur un programme dont l'algorithme combinera tous les axiomes, théorèmes déjà établis et règles de déduction connus jusqu'à ce qu'il aboutisse à *T*.

Il peut cependant arriver qu'il aboutisse à ¬*T* (non-T), la proposition contraire de *T*, montrant ainsi que *T* est faux.

Il peut aussi arriver que *T* soit indécidable et qu'aucune démonstration ne puisse aboutir à *T* ou ¬*T* en un temps fini.

Application d'une axiomatique à la physique

En tant que méthode, l'axiomatique s'applique à une branche de la physique pour permettre une certaine formalisation et l'application de mathématiques à ses problèmes.

Principe

Après adoption d'axiomes mathématiques et de règles de correspondance décrivant le passage des phénomènes physiques aux symboles des axiomes mathématiques, l'étude d'un problème physique se réduit à des déductions théoriques suivies d'une vérification expérimentale. Cette approche est analogue à celle qui décrit un phénomène physique au moyen d'une équation, pour étudier ce phénomène à travers l'équation qui en est le modèle symbolique.

Exemple

Voir en annexe un exemple de table des symboles utilisée en logique symbolique et théorie des ensembles, qui sert aussi à l'algèbre de Boole décrite ci-dessous.

11.2.1.5 Axiomatique de l'algèbre de Boole

Lire d'abord la définition d'une proposition logique.

En fondant son *Algèbre*, George Boole voulait soumettre le raisonnement logique à des règles de calcul. En fait, cette algèbre s'est révélée indépendante de la nature des propositions logiques qu'elle met en jeu, si bien qu'elle n'apparaît que comme un cas particulier de l'Algèbre des parties d'un ensemble, lorsqu'on utilise les trois opérateurs de réunion ∪, intersection ∩ et complémentation ¬.

L'algèbre de Boole sert, par exemple, à démontrer formellement des théorèmes de logique et à étudier le fonctionnement d'automatismes industriels.

Voici ses axiomes (voir *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles*) :

- Il existe un ensemble non vide de propositions logiques appelé *A*, dont les éléments sont *x*, *y*, *z*…
- Les opérateurs d'appartenance à un ensemble sont ∈ (appartient) et ∉ (n'appartient pas) ; exemple : $x \in A$;
- Les opérations logiques associatives sont "ET" notée ∧ et "OU" notée ∨ ;
- L'opérateur unaire (portant sur une seule proposition) "NON" est noté ¬ ;
- Les paires de parenthèses ou de crochets "(" et ")" et "[" et "]" entourant une proposition à considérer comme un tout, produisent une priorité d'autant plus grande que la paire est intérieure à une autre ;
- Les valeurs logiques des propositions sont 1 (vrai) ou 0 (faux) ;
- Le symbole = désigne un résultat de calcul logique.
- Le symbole ∀ signifie "Quel que soit"

Règles de déduction de l'algèbre de Boole :

- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ (x \wedge y) \vee y = y$;

  (Quels que soient *x* et *y* appartenant à *A*, la proposition $(x \wedge y) \vee y$ équivaut à *y*, ce qui est une tautologie)
- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ (x \vee y) \wedge y = y$;
- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ \forall z \in A\ x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$;
- $\forall x \in A\ \forall y \in A\ \forall z \in A\ x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$;

- $\forall x \in A\ x \wedge \neg x = 0$; (principe de non-contradiction)
- $\forall x \in A\ x \vee \neg x = 1$;
- $\forall x \in A\ x \vee 0 = x$;
- $\forall x \in A\ x \wedge 1 = x$.

11.2.2 Langage formel

Un langage est dit *formel* s'il ne définit pas la sémantique de ses mots et phrases, sémantique supposée connue, comprise et rédigée en langage naturel ou dans un langage adapté appelé *métalangage*.

Un langage formel est défini (spécifié) par :

- Une liste de *symboles primitifs* (on dit aussi *symboles de base*), comme certains caractères d'un clavier d'ordinateur et des symboles comme ceux de la *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles* ;
- Une liste de *mots*, formés par concaténation de symboles de base et considérés comme atomiques (non décomposables en leurs symboles de base) ;
- Une *syntaxe*, comprenant notamment une liste *d'opérateurs* permettant de combiner des mots en phrases (opérateurs logiques comme ET ; OU ;
QUEL QUE SOIT ; IL EXISTE ; opérateurs arithmétiques comme + ; - ;…, etc.). Plusieurs phrases peuvent aussi être concaténées pour former une autre phrase.

Certaines phrases sont appelées *axiomes* et constituent les postulats de l'axiomatique basée sur ce langage formel. On définit aussi des *règles de déduction* (appelées également *règles d'inférence*) permettant de passer d'une phrase dont la valeur logique est VRAI à une autre phrase également vraie. L'ensemble des axiomes et règles de déduction constituent une axiomatique basée sur ce langage ; inversement, à une axiomatique donnée on peut associer un langage formel ou plusieurs.

L'intérêt d'un langage formel est de permettre la rédaction d'algorithmes, puis la traduction de ceux-ci en un programme informatique calculable.

11.2.3 Proposition logique

On appelle *proposition logique*, ou en raccourci *proposition*, une affirmation qui ne peut être que toujours vraie ou toujours fausse : on dit que sa valeur logique est *vrai* ou *faux*. Cette définition repose sur le *Principe du tiers exclu*.

Critique de cette notion de proposition

Considérons la proposition "*Cette proposition est fausse*".

- Si la proposition est fausse, alors elle est vraie, ce qui est contradictoire.
- Si la proposition est vraie, alors elle est fausse, il y a aussi contradiction.

Il y a contradiction dans tous les cas, la proposition n'est ni vraie ni fausse : *elle est contradictoire*. Voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

11.2.4 Théorèmes d'incomplétude de Gödel

Une proposition vraie n'est pas toujours démontrable

Une proposition démontrable est vraie par définition, mais la réciproque ne l'est pas toujours. Le mathématicien Gödel a établi en 1931 les deux théorèmes ci-dessous, dits *d'incomplétude* (voir [73]) :

1 - Impossibilité, pour une axiomatique, de prouver sa propre cohérence

Lorsqu'une axiomatique est assez complète pour inclure l'arithmétique des nombres entiers non négatifs avec les opérations d'addition et de multiplication il n'existe pas de démonstration de sa cohérence (c'est-à-dire de l'impossibilité d'y démontrer à la fois une proposition et son contraire) qui ne recoure à des règles de déduction *externes* à cette axiomatique.

En d'autres termes et puisque la condition d'inclure une arithmétique munie des opérations d'addition et multiplication n'est guère contraignante :

1er Théorème d'incomplétude
« Aucune axiomatique raisonnablement complète ne permet d'établir sa propre cohérence ; celle-ci exige le recours à des règles sémantiques externes. »

2- Incomplétude
Proposition indécidable
Une proposition est dite indécidable si on ne peut démontrer ni sa véracité ni sa fausseté par une suite finie de déductions logiques utilisant les axiomes et règles de déduction de l'axiomatique dans laquelle elle a été formulée.

Exemples d'affirmations indémontrables

- L'affirmation "*Cette affirmation est indémontrable*" a un sens, mais elle est indémontrable. Raisonnons par l'absurde : si l'affirmation était démontrable, elle serait vraie ; mais comme elle affirme être indémontrable, elle serait à la fois indémontrable et démontrable, ce qui est contradictoire ; donc elle est indémontrable. Ce paradoxe existe pour de nombreuses affirmations qui portent sur elles-mêmes.
- Exemple dû à Bertrand Russell :
  "Il existe un ensemble R de tous les ensembles qui ne sont pas membres d'eux-mêmes" (c'est-à-dire dont aucun n'est inclus dans lui-même).
  - Si *R n'est pas* membre de lui-même, il devrait appartenir à *R*, ce qui est contradictoire ;
  - Si *R est* membre de lui-même, c'est un ensemble qui n'est pas membre de lui-même, ce qui est contradictoire.
- Autre exemple : considérons l'axiomatique ayant pour axiomes :
  1. Toute affirmation est soit vraie, soit fausse ;
  2. Quand une affirmation est fausse on l'appelle "mensonge" et l'homme qui l'affirme est appelé "menteur" ;
  3. Un menteur ment chaque fois qu'il parle, disant alors le contraire de la vérité ;
  4. Un non-menteur dit la vérité chaque fois qu'il parle.

  Cette axiomatique permet à un homme d'énoncer l'affirmation "*Je suis un menteur*", mais cette affirmation est indémontrable : s'il existait une démonstration, l'affirmation serait vraie, l'homme serait un menteur, donc il aurait menti, donc il aurait dit l'opposé de la vérité, donc "*Je suis un menteur*" est l'opposé de la vérité, donc la vérité est que l'homme n'est pas menteur, ce qui contredit l'hypothèse initiale que l'affirmation "*Je suis un menteur*" est démontrable.

La solution linguistique pour interdire l'expression de tels paradoxes est dans le paragraphe voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

2ème Théorème d'incomplétude
« Dans toute axiomatique comprenant l'addition et la multiplication des nombres entiers non négatifs on peut formuler des propositions indécidables. »

L'existence de l'indécidabilité n'empêche pas certaines des propositions formulées d'être vraies et d'autres fausses, mais elle empêche un ordinateur ou un homme de les démontrer au moyen d'une suite finie de déductions logiques partant d'axiomes du système, c'est-à-dire d'un algorithme.

Des propositions sans cause identifiable !
Au sens du déterminisme, de telles propositions sans justification algorithmique n'ont pas de cause identifiable, donc pas d'origine logique puisqu'elles ne découlent pas des axiomes par un raisonnement logique. Si on découvre dans l'esprit d'un homme une telle proposition (ce qui arrive, voir l'important complément *Théorème de Goodstein - Comment compléter une axiomatique*) on peut qualifier sa présence dans le psychisme de non déterministe ; elle résulte souvent, par l'intermédiaire de l'inconscient, d'intuitions, d'analogies ou d'inductions. L'inconscient fabrique comme cela des représentations sans tenir compte d'aucune logique, d'aucune contrainte de temps ; seules y entrent en jeu des considérations de rapprochement neurologiques que l'esprit interprète ensuite.

Ainsi, je sais que j'aime la musique de Mozart. J'en suis sûr, aussi sûr que 2 et 2 font 4, car j'ai plaisir à l'écouter. Mais je sais parfaitement aussi que je ne peux donner aucune justification de ce plaisir,

aucune explication logique : ma certitude est inexplicable car elle concerne un affect ressenti par l'intermédiaire de mon inconscient. Du reste la plupart des certitudes qui concernent un de mes sentiments ou jugements de valeur sont inexplicables.

Je suis sûr, aussi, que mon cerveau a été fait pour pouvoir ainsi se doter de certitudes - et même de valeurs - sans passer par l'effort nécessaire à un raisonnement logique. Cela va même plus loin : ces certitudes arrivent sans effort dans mon inconscient, alors que raisonner est un acte volontaire !

« Le cerveau génère spontanément des propositions indécidables. »

Le cerveau d'un être vivant contient de nombreuses "certitudes" de ce type, qu'il accepte et utilise bien qu'elles n'aient été ni démontrées ni vérifiées, comme il accepte certaines intuitions si prégnantes qu'il n'a nulle envie de les remettre en question. Une telle certitude peut aussi provenir des sens, comme celle d'aimer le chocolat, ou être incorporée à l'inconscient parce qu'elle fait partie de la culture.

Un homme peut aussi construire ses certitudes personnelles, par exemple en généralisant par induction des constatations qu'il a faites, ou en leur appliquant un raisonnement par analogie, ou encore en laissant courir sans critique une imagination débordante, *c'est-à-dire d'une manière non rationnelle*. Mais rien ne garantit qu'à partir des mêmes constatations ou dans la même situation il aboutira aux mêmes intuitions le lendemain, ou que d'autres hommes partageront ses certitudes, ce qui les rendrait plus objectives. Donc :

« L'homme peut avoir des certitudes inexplicables et indémontrables. »

Les intellectuels doivent donc connaître ce risque, et s'entraîner à détecter de telles certitudes en se remettant en question chaque fois qu'ils sont conscients de penser quelque chose sans savoir pourquoi.

Rapprochements de pensées

Les processus mentaux qui construisent les intuitions, les analogies, les inductions et autres "certitudes" non démontrées sont mal connus. Ils ne relèvent pas du déterminisme parce qu'ils ne satisfont pas sa définition par condition nécessaire et suffisante et règle de stabilité ; du reste, le déterminisme s'applique aux lois de la nature et aux calculs algorithmiques, mais pas à la pensée humaine (où intervient l'inconscient) et dont seuls les mécanismes cognitifs sous-jacents sont déterministes car basés sur des phénomènes biologiques (la biologie moléculaire est une science exacte).

Je suppose qu'une "certitude" de l'esprit peut résulter du rapprochement de deux ou plusieurs connaissances ayant abouti, chacune, à des "certitudes" préexistantes ; l'esprit effectue inconsciemment un rapprochement puis une synthèse de ces certitudes dès qu'il estime qu'elles peuvent interagir et que le résultat prévisible de cette interaction a une valeur. Mais le processus psychique d'attribution de valeur, qui rendra pertinente ou non une rencontre, est lui-même entaché d'incertitudes : il y a des jours, par exemple, où l'on voit tout en noir, alors que d'autres fois on est euphorique…

Un matérialiste qui veut faire triompher sa doctrine déterministe affirmera alors qu'en considérant *l'ensemble* d'une situation de départ la rencontre de diverses chaînes de causalité était prévisible, donc que *tous* les processus psychiques sont bien déterministes, y compris les rapprochements surprenants et improbables. Mais son raisonnement, vrai au niveau physiologique des mécanismes neuronaux, sera globalement faux s'il oublie de prendre en compte les "couches logicielles" psychiques complexes au-dessus des mécanismes neuronaux, c'est-à-dire les interactions subconscientes ou inconscientes.

11.2.5 Cohérence d'une axiomatique

Parmi les affirmations indécidables d'une axiomatique, Gödel a trouvé celle-ci :

« Les axiomes de cette axiomatique sont cohérents »
(ils ne permettent pas d'en déduire deux théorèmes contradictoires.)

Il est impossible de démontrer *à partir des axiomes et règles de déduction logique d'une axiomatique* que ses axiomes sont cohérents ! La cohérence d'une axiomatique doit être établie à l'extérieur (avec des hypothèses englobantes suffisamment larges) ou postulée ; Gödel a montré qu'elle nécessitait l'emploi de notions impliquant *la signification,* en plus des propriétés formelles seules décrites dans l'axiomatique, et Tarski a trouvé comment formuler les conditions nécessaires (voir *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*).

Conclusion philosophique sur une limite de la logique axiomatique

Du point de vue philosophique, ces théorèmes de Gödel confirment le principe selon lequel on ne peut appliquer la logique axiomatique à des concepts transcendants comme Dieu, l'âme, la liberté, etc. ; des propositions comme « Dieu existe » sont donc indémontrables.

En effet, aucune des deux sortes de déduction causale ne s'applique à des concepts issus de jugements et/ou d'affirmations transcendantes.

La philosophie, cadre moins restrictif et rigoureux que celui d'une axiomatique, permet de formuler des affirmations indécidables (voir exemples dans *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*).

Conclusions

- Pour être rationnelle, toute réalité physique doit être déduite et décrite :
  - à partir de vérités de base non démontrées, acceptées comme axiomes et constituant de ce fait une réalité ultime artificielle ;
  - à l'aide de règles de déduction portant sur ces vérités et leurs conséquences, règles admises elles aussi sans démonstration.
- Il existe des affirmations non contradictoires (dont la véracité ou la fausseté est certaine) indémontrables par un algorithme calculable par un ordinateur ou un esprit humain.

  L'homme acquiert une certitude indémontrable à la suite d'expériences estimées suffisamment nombreuses ou prégnantes, de sensations, d'affects, d'analogies, intuitions ou imaginations, processus inconscients non rationnels ou non reproductibles dont il prend le risque de tenir le résultat pour vrai. C'est là « l'esprit de finesse » que Pascal opposait à « l'esprit de géométrie » rationnel [287-3].
- Le cerveau de l'homme contient et utilise des propositions non démontrées, voire indémontrables, en plus de propositions prouvées, le plus souvent issues de son inconscient. Il utilise aussi des règles de raisonnement « à risques » (intuition, analogie, induction). C'est là un effet de son esprit de finesse.

Compléments :

- [74], [75] ;
- *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

11.2.6 Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage

Les exemples d'affirmations indémontrables mettent en évidence le besoin d'un langage permettant d'exprimer la vérité sans permettre des affirmations indécidables. Nous évoquerons aussi l'impossibilité de prouver un énoncé qui se décrit lui-même ou se compare à lui-même au paragraphe *Un énoncé ne peut ni se décrire lui-même ni se comparer à lui-même*.

La solution a été trouvée par le logicien Alfred Tarski, en complément des théorèmes d'incomplétude de Gödel. Une axiomatique ne peut contenir les axiomes et règles de déduction permettant de vérifier sa cohérence, qui doit être vérifiée par des considérations sémantiques externes à cette axiomatique.

Tarski a trouvé les règles à satisfaire par un langage pour qu'il puisse exprimer une correspondance entre un énoncé et les faits réels, *c'est-à-dire une vérité*. Il a montré qu'*aucun langage ne peut contenir son propre prédicat de vérité*, sous peine de permettre des propositions indécidables et paradoxales comme :

« Cette affirmation est fausse. »

Nécessité d'un métalangage

Pour pouvoir qualifier une proposition *du langage courant*, représentée par la variable logique X, de vraie ou de fausse, il faut donc *un autre langage*, appelé *métalangage*, c'est-à-dire un langage permettant à la fois de citer X et de comparer sa valeur logique à la réalité. Par exemple, si dans le langage courant (appelé par Tarski langage *objet*) on désigne par X l'affirmation « Nous sommes jeudi » et que nous sommes effectivement un jeudi, alors on écrira dans le métalangage que X est vraie comme ceci :

X ⇔ nous sommes jeudi

qui veut dire « X est vraie si et seulement si nous sommes jeudi », c'est-à-dire :
« L'affirmation « Nous sommes jeudi *» est vraie si et seulement si nous sommes jeudi ».*

Non-existence d'un critère général de vérité
Tarski a aussi démontré que *l'existence d'un critère général de vérité applicable à n'importe quel énoncé dans un langage donné est impossible*, aussi impossible que l'existence d'un algorithme universel permettant de savoir si le calcul d'un programme donné s'arrêtera et fournira son résultat en un temps fini.

Il n'existe donc pas de critère général permettant de savoir si un énoncé est vrai au vu de cet énoncé. La vérité est donc inaccessible parce que :

- On ne peut savoir si elle est atteinte, faute de critère absolu.
  [55] cite Tarski page 102 :

  "Nous ne pouvons même pas fournir un critère de vérité pour les énoncés arithmétiques, bien que nous puissions évidemment décrire des séries infinies d'énoncés arithmétiques vrais."

- La recherche scientifique est toujours susceptible de faire progresser la connaissance, rapprochant ainsi les descriptions des faits et phénomènes de la réalité, les rendant donc de plus en plus « vraies ».

La vérité scientifique absolue n'est pas un non-sens. Elle doit rester une norme, un objectif, mais on doit abandonner l'espoir de la trouver.

Voir aussi *Logique et inférence*.

11.2.7 Logique et inférence
(Citation de [55] pages 102-103)
"Une des conséquences les plus importantes de la théorie de la vérité de Tarski, c'est de permettre de définir l'inférence logique en termes de vérité, et donc de donner une « théorie réaliste de la logique ». Les thèses [de Karl Popper] concernant la logique peuvent être résumées ainsi :

Les thèses de Karl Popper

- La logique n'est ni la description des lois naturelles de la pensée [comme le croyait Kant], ni celle des lois conventionnelles d'un langage symbolique vide de sens [comme le prétendent les *conventionnalistes*]. Elle est la théorie de l'inférence valide. Et cette inférence valide se définit en termes de vérité et de fausseté, dans un langage qui cherche à décrire les faits : elle est celle qui transmet la vérité des prémisses aux conclusions.

  Conventionnalisme
  Doctrine qui considère tous les principes comme des conventions.
  « Convention » est un terme (employé initialement par Henri Poincaré) qui désigne les principes des sciences qui ne sont ni des évidences, ni des généralisations expérimentales, ni des hypothèses posées par conjecture en vue d'en faire la vérification.
  (Citation de [76] 2ème partie, chapitre III)
  "Les axiomes géométriques ne sont donc ni des jugements synthétiques a priori, ni des faits expérimentaux. Ce sont des conventions ; notre choix, parmi toutes les conventions possibles, est guidé par des faits expérimentaux ; mais il reste libre et n'est limité que par la nécessité d'éviter toute contradiction."
  (Fin de citation)

- S'il n'y a pas de critère général de la validité d'une inférence (voir Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage), on peut dans de nombreux cas prouver la validité d'une inférence en recourant à la méthode critique [de Karl Popper], en montrant qu'il n'y a pas de contre-exemple, pas de cas où de prémisses vraies on parvienne à une conclusion fausse.

  Les règles d'inférence ont deux usages : en mathématiques, elles servent à démontrer ; dans les sciences de la nature elles sont un instrument de critique. Aussi les exigences de ces deux types de disciplines doivent-elles être inversées : en mathématiques, on a besoin d'une logique réduite, éliminant les risques d'incohérence et de paradoxe - c'est pourquoi *l'intuitionnisme* a, par exemple, tenté de supprimer la règle du tiers exclu ; mais, dans les sciences empiriques on a besoin d'une logique forte pour ne pas se contenter de critiquer des impossibilités, et il faut condamner toute tentative pour atténuer la rigidité des règles logiques, comme témoignant d'un affaiblissement de l'exigence critique.

Intuitionnisme
Doctrine qui accorde à l'intuition une place de premier ordre dans la connaissance. C'est la base du rationalisme. Mais pour un intuitionniste un concept impossible à penser par intuition n'existe pas, ce qui est parfois inacceptable.

- Il faut distinguer, d'une part les règles d'inférence [d'une axiomatique, par exemple], qui sont inconditionnelles et portent sur des énoncés, et d'autre part les calculs logico-mathématiques, conditionnels et portant sur des individus et des relations.

  Certains demandent pourquoi les calculs logiques sont applicables à la réalité. La réponse est, en premier lieu, que ces calculs sont faits pour décrire certains faits particuliers, et qu'il est donc normal qu'ils atteignent ce but, mais qu'ils ne le sont pas pour tous les faits. Des instruments arithmétiques différents permettent de décrire des réalités différentes - il en est ainsi, par exemple, pour les nombres réels et les nombres naturels. En deuxième lieu, en tant que les calculs sont appliqués à la réalité, ils deviennent des théories descriptives empiriquement réfutables : deux plus deux peuvent empiriquement ne pas toujours donner quatre - dans la Relativité restreinte, par exemple [notamment lorsqu'il s'agit d'additivité des vitesses] -. En tant qu'ils sont irréfutables, ils ne s'appliquent pas à la réalité, et sont seulement des *truismes* logiques."

(Fin de citation)

Truisme
Vérité trop évidente pour devoir être énoncée.

11.2.8 Construction empirique d'une axiomatique

L'homme a de la mémoire et des facultés de rapprochement d'informations qu'il utilise pour définir des lois de comportement. A force d'observer qu'une situation *A* est toujours suivie du phénomène *B*, l'homme postule par induction que *A* est la cause de *B*, et que le passage de *A* à *B* est une loi de la nature. L'existence de telles lois satisfait les besoins de l'homme de vivre dans un environnement connu, moins inquiétant qu'un environnement imprévisible, et de prévoir ce qui arrivera chaque fois que les circonstances font partie de son expérience acquise.

Une loi de la nature se construit par induction et se vérifie par rationalisme critique

Un raisonnement par induction ne donne aucune certitude : en toute rigueur ce n'est pas parce que depuis que l'homme existe il voit le Soleil se lever chaque matin que celui-ci se lèvera encore demain. Mais notre démarche scientifique, *le rationalisme critique de Karl Popper*, affirme que *dans la mesure où un énoncé est falsifiable, qu'il a été soumis à la communauté des gens en mesure de le juger, et qu'aucune erreur ou insuffisance n'a été détectée, on peut le considérer comme vrai même s'il ne résulte d'aucune démonstration formelle ou vérification expérimentale*. C'est pourquoi à force de n'avoir trouvé aucun matin où le Soleil ne s'est pas levé, on peut admettre jusqu'à preuve du contraire qu'il y a une loi de la nature qui fait qu'il se lèvera encore demain et tous les jours suivants.

> Les méthodes de la médecine et de la pharmacopée chinoises n'ont jamais résulté d'essais scientifiques, par exemple en double aveugle [290]. Mais elles ont été validées par 2500 ans de tradition et beaucoup s'avèrent efficaces.

Les lois de la nature peuvent donc être construites par induction à partir d'une ou plusieurs observations empiriques, ou en tant qu'hypothèses ou conjectures à partir de raisonnements par analogie et de déductions diverses. Elles sont tenues pour vraies dès qu'il y a un consensus suffisant et aucun contre-exemple. Ces lois décrivent *des faits* (ou des valeurs de variables constituant par exemple des constantes de la nature) et *des règles d'enchaînement* permettant de prévoir les conséquences d'une cause ; un système de lois de ce type concernant un domaine donné constitue alors une axiomatique. Et une axiomatique peut être complétée ultérieurement.

On voit donc que dans le cadre du rationalisme critique il n'y a pas de différence de vérité entre un axiome et une loi empirique, dans la mesure où la falsifiabilité et l'absence de contre-exemple ont été vérifiées par suffisamment de gens compétents.

11.2.9 Théorème de Goodstein - Comment compléter une axiomatique

Le livre [25] décrit dans sa préface (pages xviii à xx) un exemple de théorème vrai mais non démontrable dans une certaine axiomatique, le théorème de Goodstein [73]. Dans une axiomatique ayant pour règle de déduction la récurrence, on ne peut démontrer ce théorème, qui nécessite une autre règle de déduction, la *récurrence transfinie*, règle utilisée par Goodstein pour prouver son théorème.

Tirons les conséquences de ce qui précède. Soit une axiomatique où l'on ne dispose que de certaines règles de déduction. Supposons que l'on constate - par exemple à l'aide de nombreux exemples - qu'une certaine affirmation *A* est vraie mais non démontrable avec les règles dont on dispose. Alors notre intuition nous incite à admettre que l'affirmation *A* est *toujours vraie jusqu'à preuve du contraire* ; nous recourons alors à une induction, c'est-à-dire à une généralisation sans démonstration, et nous ajoutons l'affirmation indémontrable *A* à la liste des axiomes de notre axiomatique.

Généralisons cette approche consistant à compléter une axiomatique par ajout de toute affirmation que nous estimons pouvoir admettre, parce que :

- Elle est vraie dans tous les cas que nous connaissons ;
- Nous ne connaissons ni cas où elle est fausse, ni conséquences qui contredisent des vérités admises.

Nous obtenons ainsi une axiomatique plus riche, dont nous avons *admis* la validité des axiomes comme dans toute axiomatique, *et que nous pouvons désormais utiliser comme base de déductions formelles, donc déterministes*.

C'est ainsi que procèdent les sciences expérimentales : elles considèrent comme vraies les conclusions de quelques expériences reproductibles non contredites par d'autres expériences ou conséquences, et en tirent (par raisonnement, interpolation, extrapolation, calcul exact ou statistique…) des lois considérées comme générales ; ces lois seront supposées vraies jusqu'à ce que de nouvelles connaissances amènent à les remettre en question ou à les préciser. Cette méthode *n'explique pas* les phénomènes constatés, elle les pose comme vérités admises (c'est-à-dire comme axiomes) et fournit avec ses lois *une méthode de prédiction*.

11.2.10 Un énoncé ne peut ni se décrire lui-même ni se comparer à lui-même

Lire d'abord *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*.

Une description *complète* de l'Univers (sous une forme physique comme un texte écrit) se comprendrait elle-même, *ce qui est impossible*.

Cette contrainte d'impossibilité est très générale : *aucun énoncé ne peut se décrire lui-même ou se comparer à lui-même,* par exemple pour se juger par rapport à la vérité. Toute description d'une notion (autre qu'un concept de base) doit se faire à partir *d'autres* notions ; toute comparaison d'un objet a besoin de faire référence à au moins un *autre* objet.

Cette impossibilité ne concerne pas, bien évidemment, les descriptions *internes* de l'Univers. On peut énoncer des lois de l'Univers :

> Exemple : la relation fondamentale de la dynamique $\boldsymbol{F} = m\gamma$ qui relie entre elles 3 variables définies dans l'Univers, la force $\boldsymbol{F}$, la masse m et l'accélération γ.

Lorsqu'une telle description interne constitue une loi scientifique, celle-ci est basée sur des hypothèses formant une axiomatique, elle aussi interne à l'Univers (voir *Axiomatique et Système logique*). Le caractère universel d'une loi n'est jamais prouvé, il est postulé jusqu'à ce qu'un contre-exemple éventuel le remette en question.

La connaissance scientifique de l'Univers est nécessairement incomplète et basée sur des postulats

L'impossibilité d'auto-description complète a une conséquence fondamentale en matière de connaissance *scientifique* de l'Univers : celle-ci n'existe - pour nous qui sommes *dans* l'Univers - que sous forme d'énoncés (de lois, de valeurs de constantes, etc.) écrits dans des langages d'axiomatiques dont les axiomes sont supposés connus, compris sans autre description et admis. Ces axiomes ne peuvent pas se décrire eux-mêmes ; ils ne peuvent pas, non plus, se comparer à eux-mêmes ; description et comparaison nécessiteraient des énoncés à axiomatique *externe* à l'Univers (hypothèse inconcevable pour nous, êtres de l'Univers) ou faisant référence à une vérité *absolue* (à supposer que celle-ci existe, débat que nous abordons dans *Langages et vérité. Complétude d'un énoncé et d'un langage*).

L'ensemble des énoncés basés sur les axiomes est donc nécessairement incomplet : *notre connaissance scientifique de l'Univers ne peut ni être complète, ni contenir des connaissances*

externes à cet Univers, ni comparer des concepts scientifiques de notre Univers à des concepts ou des vérités qui seraient externes ou absolus comme Dieu, Ses qualités et Ses pouvoirs.

Pourtant chaque homme a conscience de lui-même et peut se décrire : voir les paragraphes *Conscience de* et *Conscience de soi* ; il peut se comparer à d'autres hommes, ou comparer ses qualités et possibilités à des valeurs morales et aux possibilités d'autres êtres vivants, ou à celles de machines, etc. Nous en conclurons simplement que *la conscience de l'homme ne fonctionne pas souvent de manière scientifique*.
Voir aussi : *Le rationalisme critique de Karl Popper*.

11.2.11 Problèmes insolubles. Théorème de Fermat. Equations diophantiennes

On dit qu'un problème mathématique est insoluble lorsqu'*on a démontré* qu'il n'existe pas d'algorithme permettant de le résoudre. C'est le cas, par exemple, du problème de savoir si l'exécution d'un programme donné se termine en un nombre fini d'étapes, permettant d'obtenir son résultat (on parle de savoir *s'il converge*).

Etant donné un problème, tant qu'on n'a ni trouvé de solution, ni démontré qu'il n'y en a pas, on ne peut rien affirmer en dehors d'éventuels cas particuliers. L'exemple le plus célèbre d'un tel problème, qui a fait le désespoir de nombreux mathématiciens depuis 1630 jusqu'en 1994, est le théorème de Fermat. En voici l'énoncé.

En 1630, Fermat avait affirmé - sans donner de preuve - que l'équation

$x^n + y^n = z^n$, où les quatre variables *x, y, z* et *n* sont des entiers naturels

n'a pas de solution non nulle pour $n>2$.
(Pour n = 2, une solution connue est par exemple $3^2 + 4^2 = 5^2$).

Cette affirmation, appelée "théorème de Fermat" ou "grand théorème de Fermat" ou "dernier théorème de Fermat" n'a été démontrée qu'en 1994 par Andrew John Wiles [24]. Pendant 364 ans on ne l'a vérifiée que dans des cas particuliers : certains mathématiciens obstinés l'avaient même vérifiée pour certains triplets *x, y, z* jusqu'à une puissance *n* voisine de 125 000, selon [25] page 135.

Cette équation est un cas particulier d'équation *diophantienne*, nom qui désigne toute équation de la forme $f(x_1, x_2,\dots, x_p) = 0$, où *f* est un polynôme à coefficients entiers dont on cherche les solutions, ensemble de *p* variables $x_1, x_2,\dots, x_p$ qui sont aussi des nombres entiers.

Nous avons depuis 1970 une démonstration du fait qu'*il n'existe pas d'algorithme universel permettant de savoir en un nombre fini d'opérations si une équation diophantienne donnée a ou non une solution en nombres entiers*.

Il existe donc des problèmes qui ont à coup sûr une solution calculable et d'autres qui n'en ont pas. Parmi ces derniers, certains ont une solution dont l'existence est prouvée, même si on ne sait - ou on ne peut - la calculer.

Exemple : voir *Nombres réels non calculables*.

Lorsqu'un problème a été « mis en équation », tous les cas précédents peuvent se produire.

11.2.12 Certitude de l'existence d'une démonstration dans une axiomatique

Dans une axiomatique, soit une proposition *P* formée selon les règles (donc dite « syntaxiquement correcte »). Tous les théorèmes possibles dans cette axiomatique peuvent être générés automatiquement en combinant les divers axiomes et théorèmes précédemment démontrés selon les règles de déduction.

En pratique, il faut se fixer une limite au nombre de d'étapes déductives permettant la construction de théorèmes, car rien ne permet de limiter a priori la longueur d'un raisonnement déductif. On doit aussi vérifier, dans le processus de génération de déductions, qu'on ne génère pas une sous-arborescence déjà construite. Le raisonnement qui suit est donc théorique.

Avec cette génération automatique, s'il existe un théorème (enchaînement déductif de propositions) prouvant que la proposition *P* est vraie ou qu'elle est fausse, il sera trouvé et démontré. *S'il existe*, car nous savons d'après les *Théorèmes d'incomplétude de Gödel*, que certaines propositions sont indécidables, c'est-à-dire indémontrables parce qu'il n'existe pas (et ne peut exister) de théorème pour en prouver la véracité ou la fausseté.

11.3 Rappels de mathématiques

11.3.1 Nombres complexes et scalaires

Les définitions ci-après ne sont que des rappels si simplifiés qu'ils ne prétendent pas à la rigueur mathématique.

Nombres complexes

Nous supposons connue la notion de nombre réel, élément de l'ensemble $\mathbb{R}$.
A partir d'un couple quelconque de nombres réels (a, b) on peut définir un nombre complexe $z = a + ib$ où la constante i est elle-même un nombre complexe tel que $i^2 = -1$. La partie a du nombre complexe z est appelée *partie réelle* et la partie b, qui est toujours multipliée par i, *partie imaginaire*.
L'ensemble des nombres complexes est noté $\mathbb{C}$.

Nombre complexe conjugué

Etant donné le nombre complexe $z = a + ib$, on appelle nombre complexe conjugué de z (noté $\bar{z}$) le nombre $a - ib$.

Les nombres complexes peuvent être additionnés et multipliés, la somme ou le produit étant aussi des nombres complexes. C'est ainsi que :

- La somme (a, b) + (c, d) vaut ($a+c$, $b+d$) = $a+c + i(b+d)$
- Le produit (a, b) x (c, d) vaut ($ac-bd$, $ad+bc$) = $ac-bd + i(ad+bc)$

Un nombre complexe z_1 peut aussi être divisé par un nb complexe z_2 non nul, c'est-à-dire $z_2 \neq 0+i0$ (noté simplement 0).

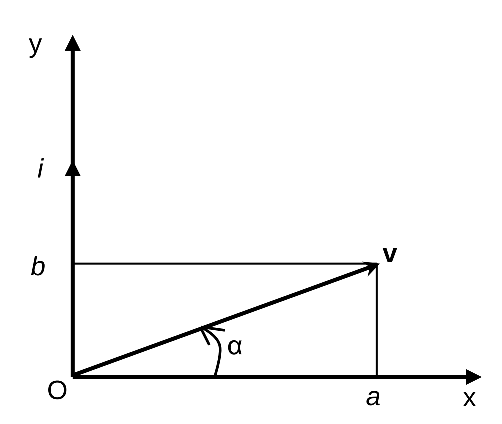
Un nombre complexe $z = a + ib$ est équivalent à un vecteur **v** du plan rapporté aux axes Ox, Oy (voir graphique ci-dessous) dont :

- La longueur (on dit aussi *le module* ou plus rarement *l'amplitude*) est

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- L'angle α avec l'axe Ox a pour tangente $tg\alpha = b/a$: ***v*** est incliné d'un angle α par rapport à l'axe Ox. L'angle α est parfois appelé *argument* ou *phase*.

Sur le graphique ci-dessous on a aussi représenté le nombre complexe i, de module 1 et dont le vecteur correspondant fait avec Ox un angle droit.



Correspondance entre nombre complexe *a*+i*b*, vecteur ***v*** associé et argument *α*

Un nombre réel r équivaut au nombre complexe (r, 0) = $r + i0$ et son vecteur associé est porté par l'axe Ox.

Un vecteur ***v*** équivalent à un nombre complexe $a + ib$ est donc aussi défini par un couple (v, α) où v est le module de ***v*** : $v = |\boldsymbol{v}|$ et $\alpha = Arctg(b/a)$ (arc dont la tangente est b/a). Cette définition d'un nombre

complexe par module et angle de rotation par rapport à Ox est aussi appelée définition par *module et argument* ou définition par *amplitude et phase*.

Avec cette définition, le produit de deux nombres complexes $z = (v, \alpha)$ et $w = (w, \beta)$ vaut $zw = (vw, \alpha+\beta)$ (produit des deux modules "incliné" de la somme des deux inclinaisons).

Le nombre i = (0, 1) dont le vecteur associé est porté par l'axe Oy et a pour module 1, est donc tel que son carré vaut i^2 = (1, 180°) : c'est le nombre réel -1.

Scalaire

Nombre

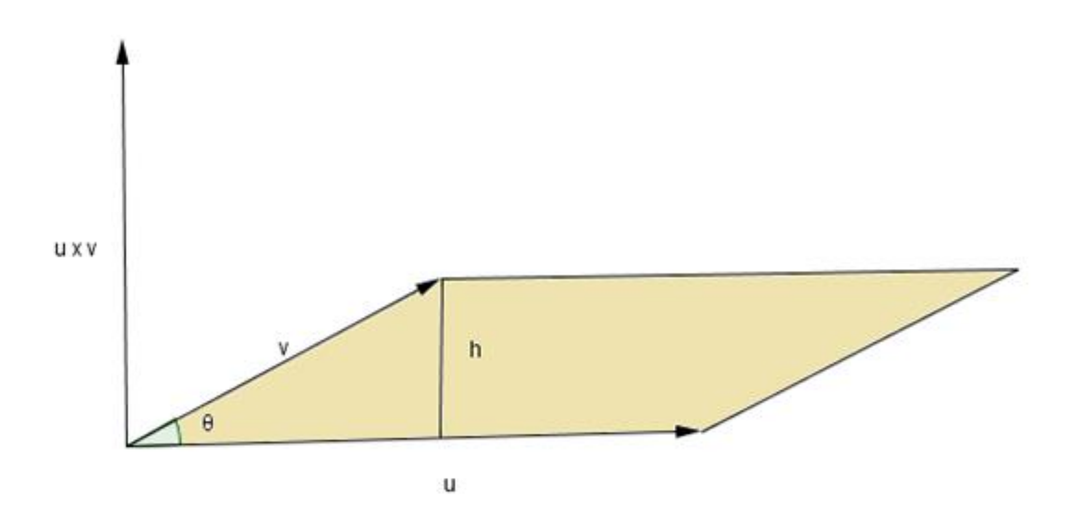
On appelle *scalaire* un nombre réel ou complexe, par opposition à des vecteurs, des opérateurs, des matrices, etc.

Adjectif

Une *grandeur scalaire* est représentée par un scalaire.

11.3.1.1 Produit vectoriel

Le produit vectoriel de deux vecteurs ***u*** et ***v*** (dans cet ordre) est un vecteur ***w*** noté $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$ (ou plus rarement ***u* x *v***), perpendiculaire au plan de ***u*** et ***v***, dont le module |***w***| (nombre réel signé) est le produit des modules de ***u*** et ***v*** par le sinus de l'angle orienté $\theta = (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$. Sur la figure ci-dessous $|\boldsymbol{v}| sin\theta = h$.



11.3.1.2 Nombre aléatoire, nombre normal

Question : Les suites de décimales de π, de $\sqrt{2}$ ou de *e* (*e* = 2.71828…) sont-elles aléatoires ? Pour préciser la notion de suite *aléatoire* des chiffres d'un nombre qui présente déjà une absence de régularité connue (comme $\sqrt{2}$), le mathématicien Emile Borel a défini la notion de *nombre normal* comme suit dans [264].

Un nombre est dit *normal dans une base b* si :

- Chacun des *b* chiffres possibles apparaît, dans le développement du nombre selon cette base, avec la même fréquence 1/*b* ;
- Chacun des b^2 groupes de 2 chiffres successifs possibles apparaît, dans le développement du nombre selon cette base, avec la même fréquence $1/b^2$;
- Chacun des b^3 groupes de 3 chiffres successifs possibles apparaît, dans le développement du nombre selon cette base, avec la même fréquence $1/b^3$;
- Etc.

Un nombre est dit *absolument normal* s'il est normal dans toute base *b*.

11.3.1.3 Ensemble de mesure nulle
Voici quelques définitions dont nous avons besoin dans ce texte ; leur exposé est réduit au minimum nécessaire.
Lire d'abord, plus haut, *Définitions mathématiques relatives à un espace métrique*.

Ensemble ouvert de nombres réels

Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, soient *a* et *x* deux nombres et $d=|a-x|$ leur distance. On appelle *ensemble ouvert de centre a et de rayon r*>0 l'ensemble des *x* tels que $d<r$. Un tel ensemble est appelé « *ouvert* de $\mathbb{R}$ ».

Longueur et mesure d'une partie ouverte et bornée d'une droite

Par définition, une telle *partie* est la réunion disjointe d'intervalles ouverts $]a_n, b_n[$ indexée par des entiers 0, 1, 2,…n… Si le nombre de ces intervalles est fini, la longueur est la somme finie des différences $b_n- a_n$. S'il est infini, la longueur est la somme d'une suite. La longueur ainsi définie est une *mesure* de la partie ouverte.

Partie de mesure nulle d'un ensemble de nombres réels

Dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, une partie *A* est dite *de mesure nulle* ou *négligeable* si, pour tout $\varepsilon>0$, il existe un ouvert *U* contenant *A* de mesure inférieure à ε.

11.3.1.4 Sens de « presque tous » en mathématiques
Emile Borel a démontré en 1909 que

> *presque tous* les nombres réels sont absolument normaux.

« Presque tous » a un sens précis en mathématiques : une propriété de points qui n'est fausse que sur un ensemble de mesure négligeable de points est dite « presque partout vraie ».

Dans n'importe quel intervalle donné, la probabilité de trouver un réel non absolument normal est infiniment faible, alors que la probabilité de trouver un réel absolument normal est aussi proche de 1 que l'on voudra ; cela vient de ce que l'ensemble infini des nombres non absolument normaux de l'intervalle est de mesure nulle.

Mais bien que *les constatations* sur de longues suites de décimales montrent que $\sqrt{2}$, π et *e* sont normaux en base 10, *nous ne connaissons pas de démonstration de cette propriété*. Ce sont pourtant des nombres calculables.

11.3.1.5 Algorithme déterministe générant une suite stochastique de valeurs
Pour la définition d'un algorithme, voir *L'exigence d'un raisonnement algorithmique*.

Un algorithme est par nature déterministe, car le résultat de chacune de ses étapes ne dépend que de sa logique et des données qu'elle traite.

Mais *ce processus déterministe a un résultat imprédictible a priori* : au vu du code et des données initiales de l'algorithme on ne peut déduire le résultat, il faut passer par toutes les étapes de calcul de l'algorithme, dans l'ordre que celui-ci détermine au fur et à mesure de ses résultats intermédiaires.

Lorsque ce processus génère une suite non répétitive de valeurs (exemple : la suite infinie des décimales d'un nombre calculable irrationnel, comme $\sqrt{2}$) on ne peut prévoir la décimale de rang *n* ni directement, ni connaissant un nombre quelconque de décimales précédentes : c'est une suite stochastique de chiffres appartenant évidemment à l'ensemble {0, 1, 2…9}. Les essais numériques effectués avec des calculs d'un nombre important de décimales ont trouvé des distributions équiprobables de ces chiffres, mais nous n'avons pas de preuve déductive de cette équiprobabilité.

Conclusion : *un processus déterministe peut générer des résultats apparemment aléatoires*.
On voit au chapitre *Chaos* que les évolutions chaotiques ont en général des résultats imprévisibles de type stochastique, bien qu'elles soient déterministes.

Suites de nombres "aléatoires" générées par ordinateur

Ces résultats aléatoires générés étant imprévisibles (tout en faisant partie de l'ensemble des valeurs possibles de la distribution stochastique) semblent donc aléatoires, alors qu'ils ne sont que pseudo-aléatoires. Dans la suite de ce texte, nous suivrons donc l'usage général qui qualifie d'*aléatoires* les nombres de ces suites.

Intérêt de la génération de suites aléatoires de nombres
Source [263]
Cette possibilité est utilisée dans des logiciels informatiques de jeu, de cryptographie, de protocoles réseau TCP-IP, de tests par la *méthode de Monte Carlo*, etc.

La méthode de Monte Carlo cherche des solutions approximatives de problèmes physiques ou mathématiques complexes par des essais aléatoires. Elle fut utilisée initialement pour des simulations de résultats de chocs de neutrons avec des noyaux atomiques dans le cadre du Manhattan Project américain des années 1940, qui créa les premières bombes atomiques.

Nous avons aussi besoin de considérer le caractère aléatoire de l'ordre d'une suite de valeurs à propos des phénomènes de chaos.

11.3.2 Continuité absolue du domaine d'une variable au voisinage d'une valeur

Définition
Une variable numérique x définie dans un domaine D est continue au voisinage de $x=x_0$ (valeur qui appartient ou non à D) si et seulement si quel que soit ε réel, petit et positif, il existe une valeur x de D telle que $|x-x_0|<\varepsilon$.

Signification : cette continuité au voisinage de $x=x_0$ est celle du domaine D
Quelle que soit la petitesse d'une différence $\varepsilon>0$ avec la valeur x_0, il existe dans D un nombre x dont la différence en valeur absolue avec x_0 est inférieure à ε.

En somme, quelle que soit la petitesse de la distance envisagée à x_0, il existe dans D un point encore plus proche.

Cette continuité-là est qualifiée *d'absolue*, pour la distinguer de la *continuité ordinale*, hors sujet pour nous.

Remarque sur les domaines D
L'ensemble des nombres rationnels (fractions) $\mathbb{Q}$ est continu : quelles que soient une fraction x_0 et la petitesse d'une différence rationnelle $\varepsilon>0$ avec la valeur x_0, il existe une fraction x telle que $|x-x_0|<\varepsilon$.
Les nombres irrationnels, et les nombres réels dont ils font partie, n'ont été définis que pour représenter correctement les résultats d'opérations comme l'extraction de racine, la limite d'une suite convergente de fractions, les valeurs des racines d'équations polynomiales, etc.

11.3.3 Continuité et ininterruptibilité

- La continuité est, pour nous, une propriété de fonction d'évolution.

  Une fonction numérique $f(x)$ définie sur un intervalle I est continue au point x_0 si $f(x)\to f(x_0)$ quand $x\to x_0$. (Le symbole $\to$ signifie « tend vers »).

  Une telle fonction n'existe que lorsque l'évolution est soumise à une loi, mais lorsqu'elle existe son application est ininterruptible tant que sa cause existe.

- L'ininterruptibilité décrit la conséquence d'une cause suffisante : tant que la cause existe sa conséquence est certaine, elle ne peut être interrompue.

Affirmer l'ininterruptibilité c'est donc affirmer l'existence d'une conséquence, mais pas nécessairement que cette conséquence est une évolution soumise à une loi ; il pourrait, par exemple, s'agir d'un changement d'état qui se poursuivra tant que sa cause existera. Tant que la température de l'eau est 100°C l'eau bout et n'arrêtera pas de bouillir tant que sa température sera celle-là.

Ininterruptibilité d'une fonction
Une fonction numérique $f(x)$ définie sur un intervalle I est ininterrompue sur cet intervalle s'il n'y existe aucune valeur de x pour laquelle $f(x)$ n'est pas définie.
Cette définition, qui paraît évidente, n'est rappelée que parce qu'en français on a souvent tendance à appeler *continue* une fonction qui n'est qu'ininterrompue.
Exemple de fonction $f(x)$ ininterrompue qui n'est pas continue :

$$f(x) = 0 \;\text{ si }\; x \leq 0, \quad f(x) = 1 \;\text{ si }\; x > 0$$

Une fonction de ce type, appelée « Marche de potentiel », apparaît en Physique quantique.

11.3.4 Equation différentielle

- Définition simple : c'est une équation où interviennent à la fois une fonction et une ou plusieurs de ses dérivées.
- Définition mathématique : Soit une fonction F de n+2 variables réelles ou complexes.
  - On appelle *équation différentielle* une relation de la forme $F(x, y, y', y'',\ldots y^{(n)}) = 0$, où $y', y''\ldots y^{(n)}$ sont les n premières dérivées de la fonction y par rapport à x.
  - On appelle *solution de cette équation différentielle* une fonction y réelle ou complexe de la variable réelle x, admettant, pour tout x d'un intervalle ouvert, des dérivées $y^{(h)}$, d'ordre $h \leq n$, vérifiant la relation $F(x, y, y', y'',\ldots y^{(n)}) = 0$.

Solution déterministe d'une évolution représentée par des équations différentielles

L'évolution du système a nécessairement une solution unique, la nature n'évoluant que d'une façon à la fois à l'échelle macroscopique :

« Une situation donnée ne peut évoluer que d'une seule façon. »

Voir *Unicité de l'évolution - Lignes de force d'un espace des phases*.

11.3.5 Ensemble – Théorie des ensembles

La Théorie des ensembles a pris une place considérable en mathématiques, et apparaît de plus en plus comme la base indispensable de l'Analyse : elle a d'ailleurs été inventée tout exprès pour préciser et généraliser les notions fondamentales du calcul intégral et de la théorie des fonctions. Ces notions (comme celle du continu, par exemple) n'avaient pas encore été logiquement analysées, on les acceptait encore dans le sens vulgaire et naïf que leur donnaient l'usage et la tradition, et pour cette raison on les attribuait à tort à l'intuition.

La théorie des ensembles est, par ses concepts de base et par ses principes, une branche ou une application de la Logique.

Les quatre parties de la Théorie des ensembles

- *La Théorie des ensembles abstraits*, qui considère des ensembles d'objets quelconques, de nature indéterminée, sous la seule condition que chacun de ces objets constitue un individu (élément) reconnaissable.

  Contenu d'un ensemble : un ensemble est déterminé, si l'on a le moyen de décider, au sujet d'un objet (individuel) quelconque, s'il appartient ou n'appartient pas à l'ensemble considéré. On reconnaît déjà là les notions logiques *d'individu* et de *classe,* et la relation *d'appartenance* d'un individu à une classe.
- *L'étude des puissances et équivalences d'ensembles*. Par définition, deux ensembles ont *même puissance* lorsqu'ils sont équivalents, c'est-à-dire lorsqu'on peut établir entre tous leurs éléments une correspondance biunivoque.

  La *puissance* ainsi définie par abstraction est celle de *nombre cardinal d'un ensemble*, qui est le nombre de ses éléments. La Théorie des puissances d'ensembles est la Théorie des nombres cardinaux en général, arithmétique générale où on définit la somme, le produit et la puissance des nombres cardinaux, finis ou infinis.
- *La Théorie des ensembles ordonnés, des types d'ordre et des nombres ordinaux.* Tout ordre est défini par une relation d'une certaine espèce. Deux ensembles ordonnés sont *semblables,* lorsqu'il existe entre leurs éléments une correspondance biunivoque telle que, si dans l'un l'élément a précède l'élément b dans l'autre l'élément correspondant à a précède l'élément correspondant à b, quels que soient les éléments a et b de départ.
- *La Théorie des ensembles de points*, où l'on considère les éléments des ensembles étudiés comme des points situés dans un espace à une dimension (droite), à deux (plan), à trois ou même à n dimensions.

  Peu importe que cet espace soit géométrique ou arithmétique, c'est-à-dire que les éléments soient conçus comme des points géométriques ou comme des nombres. L'essentiel est qu'ils sont « pris » dans un ensemble préexistant, et que celui-ci peut contenir d'autres éléments ou points « situés » entre ceux de l'ensemble considéré.

Cette partie de la théorie des ensembles est la plus compliquée ; néanmoins c'est celle qui est apparue la première et qui est la plus développée, parce que c'est celle qui se rapproche le plus du domaine des applications : l'Analyse et la Géométrie.

Elle a pour objet, au fond, les ensembles relatifs à d'autres ensembles, desquels ils sont pour ainsi dire extraits, ou dans lesquels ils sont situés et plongés. C'est dans cette théorie qu'un ensemble peut avoir des points-limites qui ne lui appartiennent pas, et par suite un dérivé qu'il ne contient pas nécessairement.

C'est à cette branche de la théorie des ensembles qu'appartient donc toute la théorie des ensembles dérivés, avec les notions « métriques » des ensembles *fermés, denses en soi* et *parfaits,* et les notions d'ensemble *partout dense ou nulle part dense* dans un intervalle (ou ensemble) donné.

C'est à elle également qu'appartient la théorie de l'étendue ou du contenu des ensembles, dans laquelle les ensembles sont rapportés à un réceptacle commun, l'espace continu.

Conclusions sur la Théorie des ensembles

La théorie des ensembles, dans sa partie la plus générale, se confond avec la Logique des classes ; et, dans ses autres parties, elle dépend entièrement de la Logique des relations.

En particulier, la théorie des ensembles de points se ramène à la théorie des ensembles relatifs (c'est-à-dire situés dans d'autres ensembles). C'est la théorie des ensembles relatifs à l'espace continu ; et puisqu'on peut définir l'espace continu par ses propriétés ordinales, les fondements de cette théorie sont empruntés exclusivement à la théorie de l'ordre.

Cette conclusion ne repose pas seulement sur les considérations théoriques, forcément sommaires et un peu vagues, qui précèdent. Bertrand Russell a effectivement réalisé la théorie des ensembles bien ordonnés à partir de la Logique des relations, et retrouvé ainsi la plupart des propositions de cette théorie, découvertes par Georg Cantor et d'autres mathématiciens. Le rattachement de la théorie des ensembles à la Logistique (science de la logique) est un fait accompli.

Définitions relatives à un ensemble et à ses éléments

Une collection d'objets, concrets ou abstraits, considérés ensemble constitue un *ensemble*, appelé aussi *classe* ou *collection*.

C'est le regroupement de ces objets par l'esprit qui crée l'ensemble, groupe toujours abstrait qui n'existe qu'accompagné d'une *règle de groupement* : ces objets sont, par exemple, l'ensemble des Français, l'ensemble des nombres entiers, l'ensemble des couleurs de l'arc-en-ciel, l'ensemble des objets sous un concept, etc.

Les différents objets regroupés dans un ensemble constituent ses *éléments*.
Un même ensemble, *E*, peut comprendre un nombre fini ou infini d'éléments.

- *E* = {Sylvie, Laurent, François} est l'ensemble de mes trois enfants ;
- *F* = {Liste de 66 millions de noms} est l'ensemble des résidents en France ;
- *D* = {*E, F*} est l'ensemble des deux ensembles précédents : la notion *d'ensemble d'ensembles* a un sens.

  De même, la notion *d'ensemble P des parties d'un ensemble* de *n* éléments a un sens, et puisque *P* comprend 2^n éléments on dit que son cardinal est 2^n.

Obligation de non-redondance

Par définition, les éléments d'un ensemble doivent être *distincts* : il n'y a aucun doublon. Dire que l'élément *x* appartient à l'ensemble *E*, affirmation notée $x \in E$, c'est dire que *E* contient un élément *x et un seul*. Ils doivent être distincts pour que les notions d'unité, pluralité et totalité aient un sens précis.

Critères d'appartenance à un ensemble

Définir un ensemble *E*, c'est définir le(s) critère(s) d'appartenance d'un objet *x* à *E*.
« *x* appartient à *E* » est noté $x \in E$. Les symboles de la Théorie des ensembles comme $\in$ sont dans la *Table des symboles de la Logique symbolique et de la Théorie des ensembles*.

La non-appartenance de l'élément *x* à l'ensemble *E* s'écrit $x \notin E$.

Affirmation de l'existence d'un ensemble *E*

Cette affirmation (qui n'est pas par elle-même une démonstration, mais peut résulter d'une démonstration) s'écrit $\exists E$ où le symbole $\exists$ se lit « il existe au moins un ».

Egalité de deux ensembles

Deux ensembles *E* et *F* sont égaux si et seulement si tout élément *x* de l'un appartient aussi à l'autre. Cela s'écrit : $(E = F) \Leftrightarrow ((x \in E) \Leftrightarrow (x \in F))$.

Ensemble vide

Un ensemble vide est un ensemble qui ne contient aucun élément. Il n'existe qu'un seul ensemble vide, et on le note 0 ou $\emptyset$.

Ensemble singulier

C'est un ensemble qui ne contient qu'un seul élément.

Inclusion d'un ensemble *E* dans un ensemble *F*

L'ensemble *E* est inclus dans l'ensemble *F* si tout élément *x* de *E* appartient à *F* :

$$((x \in E) \Rightarrow ((x \in F)) \Rightarrow E \subset F$$

(si ($x \in E$) entraîne que ($x \in F$), alors *E* est inclus dans *F*)

On dit alors que *E* est un *sous-ensemble* de *F*, ou que *E* est une *partie* de *F*.

L'inclusion est *transitive* : $((E \subset F) \,.\, (F \subset G)) \Rightarrow (E \subset G)$, où le symbole **.** se lit ET.

L'égalité de *E* et *F* est, en fait, une double inclusion : de *E* dans *F* et de *F* dans *E*.

Complémentaire *C* d'un ensemble *E* inclus dans un ensemble *F*

L'ensemble *C* comprend tous les éléments *x* de *F* n'appartenant pas à *E* :

$C = \{x \mid (x \in F) \,.\, (x \notin E)\}$ où le symbole **|** se lit *tel que*.

La complémentation est parfois notée comme la soustraction : $C = F - E$.

Ensemble fermé ou ouvert

Un ensemble *ordonné* qui a à la fois un premier et un dernier élément est dit *fermé* : un parcours des éléments successifs toujours dans le même sens ne peut alors s'éloigner à l'infini.

Si un tel parcours infini est possible l'ensemble est dit ouvert ; il n'a alors pas de dernier élément dans le sens du parcours.

Plus généralement, un ensemble même non ordonné est ouvert s'il ne contient pas d'élément limite.

Exemples

- L'intervalle $0 \le x \le 1$ constitue un ensemble fermé de valeurs du nombre réel *x*.
- L'intervalle $0 < x < 1$ constitue un ensemble ouvert de valeurs du nombre réel *x*, car $x = 0$ et $x = 1$ ne lui appartiennent pas.
- L'intervalle $0 < x \le 1$ constitue un ensemble ouvert de valeurs du nombre réel *x*, car il n'a pas de borne atteignable côté 0.
- Les valeurs $x \ge 4$ où *x* est un entier constituent un ensemble ouvert à droite, car *x* n'a pas de maximum.
- L'infinité des points d'un cercle constitue un ensemble fermé, car un parcours d'une succession de ses points toujours dans le même sens finit par revenir au point de départ, situé à distance finie de lui.

Opérations sur les ensembles

Réunion

Soient deux ensembles *E* et *F*. On appelle réunion $\cup$ de ces ensembles l'opération qui produit l'ensemble $R = (E \cup F)$ comprenant tous les éléments appartenant à *l'un au moins* des deux ensembles *E* et *F* : $R = \{x \mid (x \in E) \cup (x \in F)\}$.

Cette définition pose problème si certains éléments *x* appartiennent *à la fois* à E et F, car tous les éléments d'un ensemble doivent, par définition, être distincts. On prendra donc, dans la définition

précédente, les éléments de chacun des ensembles qui n'appartiennent pas à l'autre, plus les éléments appartenant aux deux ensembles :

$$R = \{x \mid (x \in E) \,.\, (x \notin F)\} \cup \{x \mid (x \in F) \,.\, (x \notin E)\} \cup \{x \mid (x \in E) \,.\, (x \in F)\}$$

Intersection

Soient deux ensembles *E* et *F*. On appelle intersection $\cap$ de ces ensembles l'opération qui produit l'ensemble *J* des éléments appartenant à la fois à *E* et à *F* :

$$J = \{x \mid (x \in E) \,.\, (x \in F)\}$$

11.3.5.1 Structure de groupe

Un ensemble *E* est dit « muni d'une structure de groupe pour la loi de composition (opération) *R* » si ses éléments satisfont les 4 axiomes suivants :

- Quels que soient *x* et *y* appartenant à *E*, le résultat de *x R y* appartient aussi à *E*.
  Exemple
  - *E* est l'ensemble des entiers algébriques {…*-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2*…}
  - *R* est une addition notée + : *x+y* appartient à *E*.
- L'opération *R* est associative : $x+y+z = (x+y)+z = x+(y+z)$
- L'opération *R* a un élément neutre *n*, laissant tout élément *x* inchangé : $xRn = x$.
  Exemple : l'élément neutre de l'addition étant zéro, $x+0 = x$.
- Tout élément *x* a un élément inverse $\bar{x}$, dont l'association avec lui par l'opération *R* produit l'élément neutre *n* : $xR\bar{x} = n$: $x + (-x) = 0$.

Si l'ordre des éléments associés par l'opération *R* est sans importance, le groupe est dit *commutatif* ou *abélien* (du nom du mathématicien Abel). On a alors $xRy = yRx$.

Exemple d'utilisation : une structure de groupe de transformations de variables est utilisée dans les *Théories de jauge*.

11.3.5.2 Distributivité

Si sur un ensemble *E* on a défini deux lois de composition notées *R* et *S*, la loi *R* sera dite distributive par rapport à la loi *S* si on a, quels que soient *a, b, c* :

$$aR(bSc) = (aRb)S(aRc).$$

Ainsi la multiplication des scalaires est distributive par rapport à l'addition car
$a\,.\,(b + c) = a\,.\,b + a\,.\,c$. Mais l'addition n'est pas distributive par rapport à la multiplication car on n'a pas, quels que soient a, b, c : $a + bc = (a + b)(a + c)$.

11.3.5.3 Structures d'anneau et de corps

Anneau

On appelle *anneau* un groupe commutatif *A* possédant une deuxième loi de composition interne qui est associative et distributive par rapport à la première.
Cet anneau est dit commutatif si la deuxième loi est commutative.

Exemple : l'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$ (…-2, -1, 0, 1, 2,…) est un anneau commutatif, la loi de groupe étant l'addition et la deuxième loi la multiplication.

Corps

Un anneau *K* tel que l'ensemble des éléments de *K* privé de l'élément neutre de la première loi est un groupe relativement à la deuxième loi, s'appelle un *corps*.
Si la deuxième loi est aussi commutative, le corps est dit commutatif.

Exemple : l'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels (fractions) et l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels sont des corps commutatifs.

11.3.6 Vecteur, espace vectoriel, base, produit scalaire, module

Les définitions ci-après ne sont que des rappels simplifiés qui ne prétendent pas à la rigueur mathématique.

Vecteur

On appelle ***vecteur*** à n dimensions $\boldsymbol{v}$ l'ensemble ordonné de n scalaires (c'est-à-dire nombres réels ou complexes) $\{v_1, v_2 \ldots v_n\}$ appelés composantes de $\boldsymbol{v}$, ensemble qui a les propriétés suivantes :

- Deux vecteurs $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$ de même dimension peuvent être additionnés, le résultat étant alors un vecteur $\boldsymbol{s}$ dont les composantes sont $(v_1+w_1, v_2+w_2 \ldots v_n+w_n)$.
- Un vecteur $\boldsymbol{v}$ peut être multiplié par un scalaire λ, le résultat étant un vecteur $\boldsymbol{w}$ noté $\lambda\boldsymbol{v}$ tel que $\boldsymbol{w} = \lambda\boldsymbol{v}$ a pour composantes $(\lambda v_1, \lambda v_2 \ldots \lambda v_n)$.

Espace vectoriel

On qualifie *d'**espace vectoriel** à n dimensions* un ensemble $\boldsymbol{E}$ de vecteurs à n composantes scalaires muni de deux lois de composition :

- Une application de groupe additif abélien de $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}$ dans $\boldsymbol{E}$ notée $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \mapsto \boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}$;
- Une application de $\mathbb{K} \times \boldsymbol{E}$ dans $\boldsymbol{E}$ (où $\mathbb{K}$ est un corps commutatif) appelée multiplication par un scalaire, notée $(k, \mathbf{x}) \mapsto k\mathbf{x}$, vérifiant les propriétés suivantes (avec k et $l \in \mathbb{K}$, et $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y} \in \mathbf{E}$) :

  $k(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}) = k\boldsymbol{x}+k\boldsymbol{y}$; $(k+l)\boldsymbol{x} = k\boldsymbol{x}+l\boldsymbol{x}$; $(kl)\boldsymbol{x} = k(l\boldsymbol{x})$; $1\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}$

Base d'un espace vectoriel

Un tel espace vectoriel a une ***base***, ensemble de n vecteurs $\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \ldots \boldsymbol{a}_n\}$ de $\boldsymbol{E}$ dits "linéairement indépendants", c'est-à-dire tels que toute combinaison linéaire $\boldsymbol{v} = \lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\ldots+\lambda_n\boldsymbol{a}_n$ où les λ_i sont des scalaires est un vecteur nul si et seulement si tous les λ_i sont nuls :

$$\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\ldots+\lambda_n\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{0} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0$$

Tout vecteur $\boldsymbol{v}$ de $\boldsymbol{E}$ est alors nécessairement combinaison linéaire des vecteurs $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \ldots \boldsymbol{a}_n$ de la base, c'est-à-dire qu'il existe un ensemble unique de scalaires $(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n)$ tels que $\boldsymbol{v} = \lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\ldots+\lambda_n\boldsymbol{a}_n$. Les n scalaires λ_i sont alors appelés *composantes* de $\boldsymbol{v}$ dans la base $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \ldots \boldsymbol{a}_n$.

Produit scalaire de deux vecteurs

On appelle ***produit scalaire*** des deux vecteurs $\boldsymbol{v}(v_1, v_2 \ldots v_n)$ et $\boldsymbol{w}(w_1, w_2 \ldots w_n)$ le scalaire noté $\boldsymbol{v}.\boldsymbol{w}$ ou $<\boldsymbol{v}|\boldsymbol{w}>$ tel que : $<\boldsymbol{v}|\boldsymbol{w}> = v_1w_1 + v_2w_2 + \ldots + v_nw_n$.

Cas particulier : on appelle *carré scalaire* ou ***carré du module*** d'un vecteur $\boldsymbol{v}(v_1, v_2 \ldots v_n)$ le produit scalaire de $\boldsymbol{v}$ par lui-même, noté $|\boldsymbol{v}|^2$ tel que $|\boldsymbol{v}|^2 = <\boldsymbol{v}|\boldsymbol{v}> = v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2$.

Une composante v_j du vecteur $\boldsymbol{v}$ peut être *une variable* ou *une fonction d'une ou plusieurs variables* comme $v_j(x, y, z)$.

Dimension d'un espace vectoriel

Enfin, le nombre de dimensions d'un espace vectoriel peut être *infini*. Cela peut être utile, par exemple, pour représenter l'infinité des composantes fonctions du temps d'un vecteur à 1 dimension scalaire fonction périodique du temps $\boldsymbol{f}(t) = f(t)$, vecteur développé en série infinie de fréquences harmoniques (dite *de Fourier*) de la forme :

$$f(t) = a_0 + a_1\sin(\omega t+\varphi_1) + a_2\sin(2\omega t+\varphi_2) + a_3\sin(3\omega t+\varphi_3) + \ldots$$

11.3.7 Fonction linéaire et fonction non linéaire

Par définition, une fonction *linéaire* $F(x)$ de la variable x est telle que si x est multiplié par k, $F(x)$ l'est aussi. Cela s'écrit :

$$F(kx) = kF(x)$$

Bien entendu, si x est divisé par k, $F(x)$ l'est aussi : $F(\frac{x}{k}) = \frac{F(x)}{k}$.

Une fonction *non linéaire* met en jeu une puissance de la variable, un produit de variables comme xy ou certaines fonctions comme $\cos(x)$.

Exemples de fonctions non linéaires : x^2, $\cos(x)$, xy, e^x (où $e = 2.71828\ldots$).

11.3.8 Combinaison linéaire

On appelle combinaison linéaire de deux variables de même nature X et Y (par exemple toutes deux nombres réels) une fonction F de ces variables calculée en multipliant chacune par un coefficient et en sommant. Avec les coefficients scalaires (nombres réels ou complexes) a et b, une combinaison linéaire est $F = aX + bY$.

On peut étendre cette définition à un ensemble de n variables $X_1, X_2 \ldots X_n$ et n coefficients $a_1, a_2 \ldots a_n$ en définissant $F = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$.

On peut étendre encore cette définition en remplaçant les variables X par des vecteurs $\boldsymbol{V}$ à p dimensions de composantes $V_1, V_2 \ldots V_p$, toutes définies sur le même ensemble (par exemple le corps des réels ou des complexes), et où chaque composante V_j est une fonction, par exemple une fonction du temps $V_j(t)$.

Par définition, un vecteur $\boldsymbol{V}$ est dit combinaison linéaire des k vecteurs $\boldsymbol{V_1}, \boldsymbol{V_2} \ldots \boldsymbol{V_k}$ s'il existe k scalaires $a_1, a_2 \ldots a_k$ tels que

$$V = \sum_{j=1}^{j=k} a_j V_j$$

Considérons enfin une suite *infinie* de fonctions de plusieurs variables comme $F_1(x; y; z)$, $F_2(x; y; z)$, $F_3(x; y; z) \ldots$ On peut définir une combinaison linéaire F, elle-même fonction des mêmes variables, qui est combinaison linéaire à l'infini des fonctions $F_1, F_2, F_3 \ldots$ par l'intermédiaire de coefficients $a_1, a_2, a_3 \ldots$

$$F(x; y; z) = a_1F_1(x; y; z) + a_2F_2(x; y; z) + a_3F_3(x; y; z) \ldots$$

11.3.9 Application linéaire, opérateur linéaire, valeur propre, vecteur propre

Les définitions ci-après ne prétendent pas à une rigueur mathématique absolue, mais simplement à éclairer suffisamment des termes utilisés dans cet ouvrage. Elles sont basées sur la notion et les propriétés des espaces vectoriels.

Application linéaire

On appelle application linéaire L dans l'espace vectoriel A une transformation qui à tout couple de vecteurs $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ de A et tout couple de scalaires a et b associe un vecteur de A noté $L(a\boldsymbol{x} + b\boldsymbol{y})$ tel que $L(a\boldsymbol{x} + b\boldsymbol{y}) = aL(\boldsymbol{x}) + bL(\boldsymbol{y})$.

Opérateur linéaire

On appelle opérateur linéaire L dans un espace vectoriel E un être mathématique qui transforme un vecteur $\boldsymbol{v}$ de E en un autre, noté $L(\boldsymbol{v})$, en respectant l'addition vectorielle et la multiplication par un scalaire, c'est-à-dire tel que, si $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ sont des vecteurs quelconques de E et λ est un scalaire, on ait toujours :

$$L(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}) = L(\boldsymbol{x}) + L(\boldsymbol{y}) \text{ et } L(\lambda\boldsymbol{x}) = \lambda L(\boldsymbol{x}).$$

On simplifie souvent la notation des opérateurs en supprimant les parenthèses lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté sur la quantité sur laquelle porte l'opération :
au lieu de $L(\boldsymbol{x})$ on écrit alors $L\boldsymbol{x}$.

Exemple 1 : opérateur de dérivation

L'opérateur de dérivation par rapport à une variable scalaire u, noté D_u ou ∂_u, transforme un vecteur $\boldsymbol{v}(u)$ dont les composantes sont des fonctions de u en un vecteur $D_u\boldsymbol{v}(u)$ dont chaque composante est la dérivée par rapport à u de la composante correspondante de $\boldsymbol{v}(u)$. Cet opérateur est bien linéaire, car la dérivée d'une somme est la somme des dérivées et la dérivée du produit par un scalaire est le produit de la dérivée par ce scalaire.

Exemple 2 : opérateur de rotation dans le plan d'un angle x

Soit dans un plan le vecteur $V = \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ et un angle X.

L'opérateur $R = \begin{vmatrix} cos(x) & -sin(x) \\ sin(x) & cos(x) \end{vmatrix}$ fait tourner le vecteur ***V*** d'un angle *x* en produisant un vecteur $\boldsymbol{W} = R\boldsymbol{V} = \begin{vmatrix} acos(x) - bsin(x) \\ asin(x) + bcos(x) \end{vmatrix}$.

Le produit ***W*** = *R****V***, dit « produit du vecteur ***V*** par la matrice *R* », se calcule ainsi :

- Pour la ligne 1 de ***W*** en faisant la somme des produits des éléments de la ligne 1 de *R* par les éléments de même rang de ***V*** : acos(x) - bsin(x) ;
- Pour la ligne 2 de ***W*** en faisant la somme des produits des éléments de la ligne 2 de *R* par les éléments de même rang de ***V*** : asin(x)+bcos(x).

L'opérateur de rotation inverse R^{-1} de *R* est $R^{-1} = \begin{vmatrix} cos(x) & sin(x) \\ -sin(x) & cos(x) \end{vmatrix}$ et on a le produit :

$$RR^{-1} = R^{-1}R = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{(matrice identité, notée } \mathbb{1}\text{)}$$

Opérateur auto-adjoint

Par définition, les observables associées en Mécanique quantique à des grandeurs physiques mesurables sont des opérateurs linéaires particuliers appelés *opérateurs auto-adjoints*.

Opérateur adjoint d'un opérateur linéaire

Considérons un opérateur linéaire *A* qui transforme le ket $|\psi\rangle$ en ket $|\psi'\rangle$:

$$|\psi'\rangle = A|\psi\rangle$$

$\langle\psi|$ étant la fonctionnelle linéaire ("vecteur horizontal") correspondant à $|\psi\rangle$ ("vecteur colonne"), on appelle *opérateur adjoint* $A^\dagger$ de *A* l'opérateur qui transforme le bra $\langle\psi|$ en bra $\langle\psi'|$ tel que :

$$\langle\psi'| = \langle\psi|A^\dagger$$

Opérateur unitaire

Un opérateur *U* est dit unitaire si son inverse U^{-1} est égal à son adjoint $U^\dagger$, c'est-à-dire si $U^\dagger U = UU^\dagger = \mathbb{1}$.

Exemples d'opérateurs unitaires :

- L'identité $\mathbb{I}$.
- La matrice unité $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$.
- Le déplacement (rotation ou translation, qui ne change pas la longueur d'un vecteur ou la valeur d'un angle).
- Dans le corps des nombres complexes $\mathbb{C}$ le produit par un nombre de module 1 ($e^{i\theta}$).
- Un opérateur *U* est unitaire si et seulement si il transforme les vecteurs d'une base orthonormée est une autre base orthonormée.
- L'évolution d'un système de l'instant t_0 à l'instant *t* selon l'équation de Schrödinger est unitaire :

  $$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0)\,|\psi(t_0)\rangle$$

  où $U(t, t_0)$ est un opérateur unitaire. La norme du vecteur d'état ne change pas au cours du temps.

Valeurs propres et vecteurs propres

Etant donné un opérateur linéaire *L*, on appelle *vecteur propre* ***v*** de *L* un vecteur tel que $L\boldsymbol{v} = \lambda\boldsymbol{v}$, où λ est un scalaire appelé *valeur propre associée au vecteur propre* ***v***. En somme, pour un vecteur propre, l'opérateur ne fait que le multiplier par sa valeur propre associée.

L'ensemble des valeurs propres d'un opérateur linéaire est appelé *spectre* de cet opérateur.

11.3.10 Observable

C'est une grandeur physique mesurable (énergie, position, composante du vecteur moment cinétique, etc.) représentée par un *opérateur linéaire* *auto-adjoint* défini sur l'espace des vecteurs d'état du système physique. Lors d'une mesure, une observable ne peut prendre que des valeurs qui sont valeurs propres de l'opérateur. Voir aussi *Principe de correspondance*.

Pour les tenants de l'interprétation de Copenhague une observable résulte d'une mesure ou d'un calcul : voir *C'est la mesure qui crée son résultat ; avant il n'existait pas*. Leur doctrine s'oppose à celle de réalistes naïfs qui pensent que la réalité existe, qu'on la mesure ou la calcule, ou non.

11.3.11 Opérateur vectoriel nabla (symbole ∇)

Définition

L'opérateur de dérivation nabla, représenté par le caractère **∇**, est de type vecteur à 3 composantes :

$$\nabla = \left\{\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right\}$$

Ces trois composantes représentent symboliquement les dérivées partielles d'une fonction *F(x, y, z)* dérivable par rapport à *x, y, z*.

Gradient d'une fonction scalaire

Ainsi, l'écriture **∇***F* (où *F* est une fonction scalaire de *x, y, z*) représente le vecteur de composantes $\nabla \mathbf{F} = \{ \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \}$, également connu sous le nom de *gradient de F* :

$$\nabla \mathbf{F} = \mathbf{grad}\, F$$

(par convention, les variables de type vecteur sont en caractères gras).

∇ est ici un vecteur dont le produit par une fonction scalaire dérivable donne le vecteur gradient de la fonction.
Voir aussi le paragraphe *Potentiel et gradient*.

Divergence d'une fonction vectorielle

Soit ***V*** un vecteur, fonction vectorielle des 3 composantes *X, Y, Z*, chacune fonction des 3 coordonnées *x, y, z*, c'est-à-dire :

V {*X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)*}

L'opérateur **∇ .** (noter le point, symbole de produit scalaire) transforme le vecteur ***V*** en une fonction scalaire comme suit :

$$\nabla . \mathbf{V} = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z},$$ également connu sous le nom de *divergence **V*** :

$$\nabla . \mathbf{V} = \mathrm{div}\, \mathbf{V}$$

Rotationnel d'une fonction vectorielle

L'opérateur de dérivation rotationnel **∇∧V** transforme le vecteur ***V***{*X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)*} en vecteur **rot V** de coordonnées :

$$\mathbf{rot\ V} \left\{\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right\} = \nabla \wedge \mathbf{V}$$

∇∧ est le *produit vectoriel* du vecteur **∇** par un autre vecteur : voir *Produit vectoriel*.

11.3.12 Opérateur laplacien delta (symbole Δ) = ∇^2

L'opérateur laplacien Δ est le produit scalaire de l'opérateur **∇** par lui-même :

$$\Delta = \nabla.\nabla, \text{ noté } \nabla^2, \text{ qui calcule } \nabla^2 = \left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}$$

Exemple : $\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ où *V(x, y, z)* est une fonction scalaire.

11.3.13 Transformées de Fourier et de Laplace

Une transformation de Fourier ou de Laplace est une opération mathématique qui transforme une fonction *F(x)* en une fonction *f(y)* en intégrant le produit *F(x)*.*K(x, y)* entre deux limites appropriées ; la fonction *K(x, y)* que l'on se donne pour cette transformation est appelée *noyau* et on prend :

- Pour la transformation de Fourier : $K(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-ixy}$
- Pour la transformation de Laplace : $K(x,y) = e^{-xy}$

La transformation est alors : $f(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(x,y)F(x)dx$.
Exemple : voir paragraphe *Paquet d'ondes de probabilité de présence accompagnant une particule*.

11.3.14 Convergence d'une suite ou d'une série

Définitions mathématiques d'une suite et d'une série
Une *suite* de nombres x_1, x_2, x_3… est définie par une loi de progression d'un terme au suivant ou de calcul des termes connaissant leur rang.
Exemple : $x_n = 2n$, qui produit la suite 2, 4, 6… pour n = 1, 2, 3…

Une *série* est une suite de sommes des termes d'une suite. Ainsi, la série $S_n=x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n$ construite à partir de la suite x_n précédente a pour termes :
$S_1=2$, $S_2=(2+4=6)$, $S_3=(6+6=12)$…

La suite $x_n = 2n$ et la série $S_n= x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n$ tendent vers l'infini avec *n* :
on dit qu'elles ne convergent pas, elles *divergent*.

Les philosophes appellent souvent "série" les suites mathématiques
C'est le cas de Kant, par exemple, et celui des mauvaises traductions de l'anglais où la *suite mathématique* est appelée "*series*", nom aussi utilisé pour la *série*.

Exemple de série convergente
Considérons la suite $x_n=1/2^n$: $x_1=½$, $x_2=1/2^2=1/4$, $x_3=1/2^3=1/8$…
Lorsque *n* tend vers l'infini, la série correspondante *S* tend vers 1. Voici pourquoi.
Posons $½=a$. La série des *n* premiers termes est : $S_n=a^1+a^2+a^3+\ldots+a^n$.
En multipliant S_n par *a* puis en soustrayant S_n on trouve : $S_n(a-1)=a^{n+1}-a$, d'où :
$S_n=(a^{n+1}-a)/(a-1)$. Lorsque *n* tend vers l'infini $a^{n+1}=(½)^{n+1}$ tend vers zéro et S_n tend vers $(-½)/(-½)=1$: la série S_n converge vers 1, elle s'approche de 1 aussi près que l'on voudra en choisissant *n* assez grand.

Voir aussi : *Paradoxe d'Achille et de la tortue*.

Critère de convergence d'une suite
Définition d'une suite convergente
Une *suite* de nombres x_1, $x_2 \ldots x_n$… est dite *convergente* lorsque son élément x_n tend vers une valeur finie *L* (appelée limite ou valeur de convergence) lorsque *n* tend vers l'infini. « Tend vers » signifie que quel que soit ε petit et positif il existe un rang *r* au-delà duquel la différence (en valeur absolue) entre x_n et *L* est inférieure à ε :
si $n>r$ alors $|x_n - L|<\varepsilon$.

> Exemple : lorsque *n* tend vers l'infini, la suite $x_n=2+1/n$ tend vers 2. Si $\varepsilon=0.001$ il faut prendre $n>1000$ pour avoir $(1/n)<0.001$ donc $|x_n-2|<0.001$.

Critère de convergence d'une série
La *série* de sommes S_n des *n* premiers termes d'une suite x_1, $x_2 \ldots x_n$… ($S_n = x_1+x_2+\ldots+x_n$) est dite *convergente* lorsque son élément S_n tend vers une valeur finie (appelée limite ou valeur de convergence) lorsque *n* tend vers l'infini.

> Exemple : la série correspondant à la suite $x_n=1/2^n$: $\{x_1=½,\ x_2=1/2^2=1/4,\ x_3=1/2^3=1/8\ldots\}$ tend vers 1 lorsque *n* tend vers l'infini. (Démontré ci-dessus.)

Conclusion
La somme d'un nombre infini de termes qui décroissent peut tendre vers un nombre fini, 1 dans l'exemple précédent. Contrairement à ce que croyaient certains Grecs et Kant, une telle somme ne

tend pas nécessairement vers l'infini quand le nombre *n* de termes additionnés dans une somme S_n grandit indéfiniment.

« La somme d'une infinité de termes n'est pas nécessairement infinie. »

11.4 Rappels de physique macroscopique

11.4.1 Energie

Définition : l'énergie est la capacité d'un corps ou d'un système à produire du travail.

« Toute action ou évolution physique suppose un échange d'énergie. »

mais : **« Tout échange d'énergie suppose une évolution ou un changement d'état. »**

L'énergie peut prendre plusieurs formes, toutes mesurées avec les mêmes unités : le joule (*j*) ou l'électronvolt *eV* (1eV = 1.6 $\cdot 10^{-19}$ j). Ainsi :

- L'énergie *mécanique* se manifeste lorsque le point d'application d'une force *F* (en newtons (N) se déplace de *L* (en mètres). L'énergie mise en jeu *E* (le travail de la force) est alors $E = F.L$ (produit de la force par le déplacement).

  Elle se manifeste aussi lorsqu'une masse *M* poussée par une force *F* présente une inertie : la masse subit alors une accélération γ telle que $F = M\gamma$.
- L'énergie *cinétique E* est celle d'un corps de masse *M* se déplaçant à la vitesse *v*. On a alors $E = \frac{1}{2}MV^2$. La vitesse *v* est supposée très petite par rapport à la vitesse de la lumière, *c*, sinon tenir compte du fait que la masse augmente avec la vitesse : elle devient la *masse relativiste* M_R selon la formule :

$$M_R = \frac{M}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

11.4.1.1 Température

La température est une manifestation de l'énergie de la chaleur (dite énergie *thermique*). Celle-ci n'existe que sous forme d'énergie cinétique : dans un liquide, un gaz ou un plasma les molécules se déplacent sans cesse, et dans un solide les atomes vibrent et oscillent autour d'une position moyenne. L'énergie cinétique ε de chaque molécule est donnée par $\varepsilon = (3/2)k_BT$, où *T* est la température en degrés Kelvin (abréviation °K) et k_B est la constante de Boltzmann ($k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ joule par degré Kelvin).

Il est remarquable que cette formule s'applique à toutes les molécules, quelle que soit leur masse, les petites comme les grosses ; à une température *T* donnée, une petite molécule de masse *m* se déplacera plus vite (vitesse *v*) qu'une grosse molécule de masse *M* (vitesse *v*), car : $(3/2)k_BT = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV^2$. Au zéro absolu ($T = 0$, soit -273.15 degrés Celsius) – température dont une molécule peut s'approcher mais pas l'atteindre - sa vitesse serait nulle.

11.4.1.2 Conversion de l'énergie mécanique en énergie thermique

L'énergie mécanique et l'énergie thermique sont deux formes de l'énergie, l'une pouvant se convertir en l'autre avec un rapport constant :

1 calorie = 4.187 joules

(la calorie est l'énergie nécessaire pour élever de 1 degré la température de 1 gramme d'eau à 14.5°C)

11.4.1.3 Energie potentielle

L'énergie *potentielle E* est celle d'un objet qui subit l'action (la force) d'un champ de force (électrique, gravitationnel, etc.) dans lequel elle est plongée.

Exemple : une masse $M = 2$ *kg* située à $H = 1.5$ *m* au-dessus du sol subit une force verticale de haut en bas *P* (la force de la pesanteur, son poids) due à l'attraction qu'exerce le champ gravitationnel de la Terre.

La pesanteur exerce sur cette masse *M*, à la surface de la Terre, une force $P = Mg$, où le coefficient *g* est l'accélération de la pesanteur, $g = 9{,}81\ m/s^2$; donc $P = 2*9.81 = 19.62\ N$ (newtons).

Si on lâche la masse, elle tombe jusqu'au sol en un temps t tel que :
$H = ½ gt^2$, c'est-à-dire $1.5 = ½ * 9.81 * t^2$, d'où $t = 0.55$ s. Au moment de l'impact, sa vitesse v est $v = gt = 5.42$ m/s et son énergie cinétique $E = ½ Mv^2$, d'où $E = ½*2*5.42^2 = 29.4$ joules.

Cette énergie cinétique acquise par la masse M provient d'une diminution E' de son énergie potentielle initiale donnée par $E' = HP = 1.5*19.62 = 29.4$ joules.
Donc $E' = E$: *l'énergie potentielle s'est transformée en énergie cinétique*.

11.4.1.3.1 La baisse d'énergie potentielle est une cause d'évolution

En thermodynamique la baisse de température d'un corps chaud en contact avec un corps plus froid est une cause d'évolution : le corps chaud se contracte (en général) et le corps froid se dilate ; il y a un transfert d'énergie thermique du corps chaud vers le corps froid accompagné parfois par une variation d'énergie mécanique.

Dans un champ de potentiel, de gravitation ou électromagnétique, la variation spontanée de potentiel est une cause d'évolution. Une bille placée sur un plan incliné roule vers le bas, transformant du potentiel de gravitation en énergie cinétique. De même, une charge électrique placée dans un champ électrique se déplace dans la direction qui transforme du potentiel électrique en énergie cinétique : elle va vers la charge de signe opposé ou s'éloigne de la charge de même signe.

Nous avons là une loi générale d'évolution analogue à celle de la chaleur en thermodynamique :

« Un objet sous l'influence d'un champ de potentiel évolue dans le sens qui diminue son énergie potentielle en créant de l'énergie cinétique. A l'échelle atomique il y a émission d'un ou plusieurs bosons. »

Le type de boson dépend du champ : pour un champ électromagnétique, c'est un photon ; pour un champ de force nucléaire, c'est un gluon ; pour un champ de Higgs, c'est un boson de Higgs ; pour un champ de force faible, c'est un boson W ou Z.

Inversement, un objet que l'on déplace dans le sens opposé à un champ absorbe de l'énergie en créant de l'énergie potentielle.

« Il y a une tendance naturelle des systèmes à évoluer dans le sens de la stabilité, vers un état d'énergie potentielle minimum. »

Cette loi se traduit, en thermodynamique, par une tendance à évoluer vers l'entropie maximum, situation d'équilibre thermodynamique.

11.4.1.3.2 Energie potentielle négative

« L'énergie potentielle d'un champ de gravitation est négative. »

[112] pages 289, 290… l'explique (schématiquement) en montrant que la création d'un champ dans une région de l'espace où il était nul produit une énergie récupérable.

L'énergie potentielle négative d'une planète, due à la gravité, provient d'une diminution de la masse totale des objets qu'elle a rassemblé dans l'espace en se formant dans leur chute, masse qui était un peu plus grande avant sa formation qu'après. L'énergie perdue lors des chocs s'est transformée en chaleur de la planète et rayonnement émis.
Voir *Energie négative en physique*.

11.4.1.4 Principe de conservation de l'énergie

Un corps en chute libre et une planète sur son orbite ont à la fois une énergie cinétique E_c et une énergie potentielle E_p, l'énergie totale $E_c + E_p$ étant constante pendant le déplacement du fait du principe de conservation de l'énergie :

> **« Quelles que soient les formes d'énergie intervenant dans un système fermé et leurs transformations, l'énergie totale est constante. »**
>
> En particulier : **« Rien ne peut être créé à partir de rien. »**

Energie potentielle d'un atome

L'énergie d'un atome est quantifiée par niveaux successifs des couches électroniques. Plus la couche est proche de l'atome, plus son énergie est négative (à l'infini elle est nulle) ; la couche la plus proche est celle du maximum de stabilité.
Voir les paragraphes :

- *Energie négative en physique* ;
- *Atome de Bohr*.

11.4.1.5 Energie *de masse* d'une masse *M* immobile – *E=Mc²*

Elle est donnée par la célèbre équation qu'Einstein a établie dans sa théorie de la *Relativité restreinte : E = Mc²*, où *c* est la vitesse de la lumière dans le vide, *c* = 299 792 458 m/s (un peu moins de 300 000 km/s).

11.4.1.6 Equivalence des formes d'énergie – Transformations entre formes

L'équation *E* = *Mc²* affirme que :

« Une masse M équivaut à une énergie E »

en laquelle elle peut se transformer ; inversement, une énergie *E* peut se transformer en une masse *M*, par exemple lorsqu'un photon de rayonnement gamma se décompose en une particule et une antiparticule. Entre un kilogramme et des joules le rapport n'est qu'un choix d'unités.

Exemple : si on comprime un ressort avec une force constante *F* en déplaçant son extrémité de *L*, on fournit au ressort une énergie *E* = *FL*, qu'il peut restituer en se détendant. Lorsqu'il est comprimé, le ressort a une énergie potentielle égale à *E*, énergie qui se traduit par un accroissement de sa masse de *M* = *E/c²* : si on pesait avec une grande précision le ressort comprimé, on le trouverait plus lourd de *M* qu'avant compression.

« L'énergie potentielle peut se transformer en masse et réciproquement. »

Portée du principe de conservation de l'énergie

Considérée simultanément sous toutes ses formes (matière, rayonnement, énergie potentielle du vide) :

« L'énergie totale d'un système fermé se conserve dans toute évolution ou transition de phase. » (C'est un principe fondamental de la physique).

En thermodynamique ce principe décrit l'équivalence de la chaleur et du travail : voir le sous-titre *1er principe* au paragraphe *Principes de la thermodynamique*.

Compléments importants :

- *Energie négative en physique* ;
- *L'Univers a peut-être été créé à partir de rien !*

11.4.2 Plasma

Après les états solide, liquide et gazeux, le plasma est un quatrième état de la matière fait de gaz ionisé. Il comprend approximativement autant de particules positives (principalement des atomes ionisés) que de particules négatives (surtout des électrons). Conducteur de l'électricité, le plasma est sensible aux champs électrique et magnétique en plus de la gravitation.

Exemples de plasmas

- Les tubes fluorescents d'éclairage ;
- Les éclairs et les arcs de soudure à l'arc ;
- La partie de l'atmosphère terrestre appelée ionosphère ;
- L'Univers visible (étoiles et gaz interstellaire).

On obtient un plasma en chauffant de la matière à des températures de l'ordre de 10 000 degrés. L'agitation thermique des atomes est alors telle qu'ils perdent des électrons : il se forme alors un mélange d'ions positifs et d'électrons.

11.4.3 Pression

La pression *P* (en N/m² = pascals Pa) résulte de l'action d'une force *F* s'exerçant sur une surface *S*. Sur une surface *S*, la pression moyenne est *P* = *F/S*. En un point entouré d'un élément de surface *dS* sur lequel s'exerce une force *dF*, la pression est *dF/dS*.

Considérons un espace plein d'air fermé par une enveloppe, comme l'intérieur d'un pneu. Par convention, on attribue à la pression *de compression* s'exerçant sur le pneu de l'extérieur (due au

poids de la voiture) un signe positif ; on attribue à la pression *de dilatation* s'exerçant de l'intérieur du pneu sur son enveloppe un signe négatif.

La notion de pression négative est utile à propos de l'expansion de l'Univers.

La pression d'un fluide sur une surface est due aux chocs des molécules du fluide sur cette surface, chocs dus aux mouvements d'agitation incessants de ces molécules qui résultent de leur température.

Une telle pression existe même dans l'espace intergalactique où règne un vide poussé. On n'y trouve, en moyenne, qu'environ 6 atomes d'hydrogène par mètre cube : la température *T* d'un de ces atomes étant supérieure au zéro absolu, il a une énergie cinétique, donc aussi une vitesse capable de pousser une surface atteinte.

De même, au centre d'une étoile où la température (de l'ordre de 10 à 100 millions de degrés *K*) décompose les molécules et ionise les atomes, l'agitation thermique de la matière (ou les déplacements de l'énergie équivalente) crée une pression sur toute surface.

11.4.3.1 Pression de rayonnement

Le choc sur une surface d'une particule animée d'une certaine vitesse lui communique une impulsion *p* :

- $p=mv$ si c'est une particule de masse *m* se déplaçant à la vitesse *v* ;
  l'impulsion est alors aussi appelée *quantité de mouvement* ;
- $p=h/\lambda$ si c'est un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde λ,
  h étant la constante de Planck.

Si la particule rebondit sans perte d'énergie, l'impulsion est doublée.

De telles impulsions provoquent une pression sur une surface donnée :

- En 28 mois, l'orbite du satellite artificiel Vanguard 1 ("Pamplemousse"), de 16 cm de diamètre, a été déplacée de 1600 m par la pression du rayonnement solaire, selon [93] page 823.
- L'une des méthodes envisagées pour protéger l'humanité contre un astéroïde qui risquerait de percuter la Terre consiste à y envoyer une équipe qui en recouvrirait une partie d'un matériau réfléchissant comme une feuille de plastique aluminisé, changeant ainsi la poussée de la lumière solaire sur lui, donc sa trajectoire.

11.4.4 Mécaniques rationnelle, analytique et statistique

La Mécanique est la science des forces et des mouvements. Elle comprend deux disciplines :

- La Cinétique, qui décrit l'espace et le temps ;
- La Dynamique, qui étudie les mouvements dus à des forces.

On peut également subdiviser la Mécanique en ensembles d'outils comme suit.

Mécanique rationnelle

C'est un ensemble d'outils mathématiques de description et calcul des mouvements des corps dérivée de la Mécanique de Newton, décrite dans *Principia* [9].

Mécanique analytique

C'est une présentation de la Mécanique rationnelle basée sur le *Principe de moindre action de Maupertuis*. Ses applications sont importantes en Mécanique statistique, Mécanique relativiste et Mécanique quantique.

La Mécanique analytique a bénéficié des travaux de Lagrange, William Rowan Hamilton, Joseph-Louis Bertrand et de Benjamin Peirce.

Mécanique statistique

Source : [1i]

La Mécanique statistique a pour but d'expliquer les propriétés de la matière, en particulier ses propriétés thermiques, à partir des lois de la mécanique auxquelles obéissent les atomes et molécules dont elle est formée - et, plus généralement, d'expliquer les propriétés des systèmes composés d'un grand nombre de particules.

Exemple : la Mécanique statistique explique et calcule l'énergie thermique à partir de l'énergie de particules atomiques animées de mouvements désordonnés ; elle déduit la température de l'énergie d'ensemble de ces particules.

Pour éviter de calculer à partir des propriétés individuelles des milliards de particules d'un système liquide ou solide, la Mécanique statistique utilise des lois de probabilité pour trouver les valeurs moyennes pour des particules de même type. Ainsi, elle interprète l'énergie cinétique moyenne des molécules sous forme de température moyenne du système, et déduit les lois de la thermodynamique de telles propriétés statistiques. Elle contourne donc la difficulté de calculer séparément l'évolution dans le temps (position, vitesse) de chaque molécule en ne s'intéressant qu'aux moyennes des vitesses dans leur population.

11.4.4.1 Principe d'additivité des vitesses

Enoncé

Deux trains qui roulent l'un vers l'autre sur des voies parallèles à des vitesses respectives v_1 et v_2 par rapport à ces voies se rapprochent à la vitesse $v_1 + v_2$.

En d'autres termes, si un repère *R'* parallèle à un repère *R* se déplace par rapport au repère *R* à la vitesse *v* parallèlement à son axe des *x*, et si un mobile se déplace à la vitesse *v'* par rapport à *R'* parallèlement à cet axe *x*, le principe d'additivité des vitesses (valable dans tout repère galiléen) affirme que le mobile se déplace par rapport à *R* à la vitesse $V=v' + v$.

$$V = v' + v$$

Mais la Relativité restreinte nous apprend que lorsque les vitesses *v'* et/ou *v* sont importantes, et que l'une au moins n'est pas négligeable par rapport à la vitesse de la lumière *c*, la vitesse *V* du mobile par rapport à *R* est :

$$V = \frac{v' + v}{1 + \frac{v'v}{c^2}}$$

La vitesse *V* n'est donc plus $v'+v$. Si par exemple $v'=v=c/2$, alors $V=0.8c$, et non *c*.

Le principe d'additivité des vitesses est une propriété des seuls espace et temps

En démontrant le principe, ci-dessus, on n'a fait aucune hypothèse physique mettant en jeu, par exemple, la matière ou l'énergie : seuls y interviennent l'espace et le temps. Ce principe est donc un principe métaphysique auquel sont soumises toutes les lois d'un mouvement où il n'y a pas de relation entre la vitesse et l'espace, c'est-à-dire où la vitesse est constante (la même en tous les points de l'espace que le mobile peut atteindre).

11.4.5 Unités fréquemment utilisées - Système International

Toutes les unités et constantes ci-dessous sont dans le Système International (SI) : voir brochure [271] (2019).

- Angström : 1 Å = $.10^{-10}$ m
- Fermi (femtomètre) : 1 fm = 10^{-15} m
- Electronvolt : 1 eV = $1.602189 .10^{-19}$ joule
  - 1MeV = 10^6 eV = $1.602 .10^{-13}$ joule
  - 1GeV = 10^9 eV = $1.602 .10^{-10}$ joule

Unités de base

Un certain nombre de constantes et d'unités sont fondamentales, d'autres s'en déduisent. Voici un tableau des unités de base du Système International.

Unités	Abréviation	Définition	Dimension
mètre	m	Distance parcourue par la lumière dans le vide en 1/299 792 458ème de seconde	L (longueur)
kilogramme	kg	Masse d'un cylindre en platine iridié déposé au Bureau International des Poids et Mesures de Sèvres	M (masse)
seconde	s	Durée de 9 192 631 770 périodes du rayonnement de la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état d'énergie minimum de l'atome de ^{133}Cs (césium)	T (temps)
ampère	A	Intensité constante d'un courant traversant deux conducteurs linéaires distants de 1 mètre dans le vide qui génère une force de 2 .10^{-7} N par mètre de longueur	I (intensité)
kelvin	K	1/273.16ème de la température thermodynamique du point triple de l'eau	Θ (thêta)
mole	mol	Quantité de substance contenant autant d'éléments qu'il y a d'atomes dans 0.012 kg de carbone ^{12}C	N (nombre d'Avogadro)
candela	cd	Luminosité dans une direction donnée d'une source lumineuse monochromatique de fréquence 540 .10^{12} Hz et d'une intensité rayonnée dans cette direction de 1/683 watt par stéradian	J (joule)

Unités de base du Système International

La longueur du mètre étalon en platine iridié du Pavillon de Breteuil à Sèvres, ancienne base internationale de comparaison de toutes les longueurs, est aujourd'hui déduite des unités de base *c* (vitesse de la lumière) et *s* (seconde) que l'on sait définir avec une plus grande précision.

11.4.6 Système d'unités RG

Le système d'unités RG (RG=Relativité générale) est le même que le Système International (SI) sauf que son unité de temps est le mètre, distance parcourue par la lumière en 1/299 792 458e de seconde (environ 3.34 ns), où 1 ns = 10^{-9} s.
Donc : 1 µs= 299.8m ; 1 s = 299 792km ; 1 an = 9.461 .10^{15}m.

Dans le système RG :

- La vitesse de la lumière est c = 1 et les vitesses sont mesurées en tant que fraction de c, c'est-à-dire v/c - ou v (en mètres/s) divisé par c (299 792 458 m/s).
- Le rapport v/c étant sans dimension, la masse m, la quantité de mouvement mv et l'énergie mc^2 ont la même unité : le kg.
- 1 joule (dimension mètres x vitesse^2) s'exprime donc en mètres, car la vitesse (fraction de c) est sans dimension.
  Donc 1 joule = $(1/299\ 792\ 458)^2$ = 1.112 .10^{-17}kg.

11.4.7 Principales constantes de l'Univers

- Charge de l'électron : -1.602189 .10^{-19} coulombs
- Constante de Coulomb $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
  où ε_0 est la permittivité du vide 8.854 .10^{-12} coulombs par (volt .mètre)
- Masse au repos de l'électron : m_e = 0.910953 .10^{-30} kg = 0.511 MeV
- Masse au repos d'un proton : M_p = 1.67265 .10^{-27} kg = 0.938 GeV

- Diamètre d'un proton (de sa charge électrique) : 1.7 $.10^{-15}$ m
- Masse au repos d'un neutron : M_n = 1.67495 $.10^{-27}$ kg = 0.940 GeV
- Vitesse de la lumière dans le vide : c = 2.99792458 $.10^8$ m/s
  - 1 année-lumière= 9461 $.10^{12}$ m (près de 10 000 milliards de km)
- Constante de Planck : h = 6.62618 $.10^{-34}$ joule .seconde
  et $\hbar = h/2\pi$ = 1.054589 $.10^{-34}$ joule .seconde
- Constate universelle de gravitation : G = 6.67259 $.10^{-11}$ Nm^2/kg^2
- Constante de Boltzmann : k_b = 1.38066 $.10^{-23}$ joules/degré K

11.4.8 Nombre d'Avogadro

Une quantité d'un élément chimique de masse (en grammes) égale à sa masse atomique contient le même nombre d'atomes quel que soit l'élément. Ce nombre est appelé *nombre d'Avogadro* et vaut N = 6.02205 $.10^{23}$. Exemples :

- L'hydrogène a pour masse atomique 1 ; donc 1 gramme d'hydrogène contient 6.0221367 $.10^{23}$ atomes.
- Le fer a pour masse atomique 56 ; donc 56 grammes de fer contiennent 6.0221367 $.10^{23}$ atomes.
- L'eau H_2O a pour masse moléculaire 18 ; donc 18 grammes d'eau contiennent 6.0221367 $.10^{23}$ molécules, etc.

11.4.9 Potentiel et gradient

Lire d'abord les définitions Vecteur, espace vectoriel, base, produit scalaire, module.

Définitions

Considérons un espace où règne un champ électrique ***E****(x, y, z)* fonction des coordonnées *(x, y, z)* de chacun de ses points. Ce champ est représenté, en chaque point, par un vecteur dont les composantes sont (E_x, E_y, E_z), fonctions de *x, y, z*.
Voir la figure dans Onde électromagnétique.

Circulation

On appelle *circulation* du champ ***E*** le long d'une courbe *C* entre les points *A* et *B* la somme intégrale des produits scalaires $\int_A^B \boldsymbol{E}.\boldsymbol{ds}$ où ***E.ds*** est le produit scalaire de ***E*** par ***ds***, vecteur déplacement élémentaire de composantes *(dx, dy, dz)*.

Différence de potentiel entre deux points

Cette circulation étant indépendante du chemin choisi (la forme de la courbe) entre *A* et *B*, on peut l'utiliser pour définir une quantité scalaire $V_{AB} = -\int_A^B \boldsymbol{E}.\boldsymbol{ds}$ appelée *différence de potentiel* entre *A* et *B*.

Lorsque ***E*** est un champ électromagnétique,
V_{AB} est le *travail* nécessaire pour amener une charge positive unitaire de *A* à *B*.

Si le champ électrique *E* est mesuré en volts par mètre (V/m) et les longueurs sont en mètres, la différence de potentiel V_{AB} est en volts.

Si on amène de *A* à *B* une charge électrique positive de *Q* coulombs, le travail nécessaire (en joules) est $W = V_{AB}Q$, où $W < 0$; si la même charge va de *B* à *A*, elle fournit un travail $W = - V_{AB}Q$ positif car $V_{AB} < 0$.

Potentiel

En prenant le point *A* comme origine, la différence de potentiel d'un point *B* (x, y, z) quelconque par rapport à *A* est appelée *potentiel de B* (en ne rappelant plus, pour chaque point de l'espace, qu'il s'agit du potentiel par rapport à *A*) ; on mesure ce potentiel en volts. Le potentiel est une fonction scalaire *V(x, y, z)*.

Attention : le potentiel d'un champ de vecteurs n'est pas son énergie potentielle !

« Toutes les évolutions naturelles sont dirigées vers l'énergie potentielle minimum. »

C'est le cas, par exemple :

- De l'évolution en chute libre dans un champ gravitationnel : en tombant de haut en bas, vers le centre de la Terre, un objet lâché évolue vers son énergie potentielle minimum.
- L'état énergétique le plus stable d'un atome est celui où ses électrons sont sur les couches les plus proches du noyau, celles dont l'énergie potentielle est minimum. Un atome dont l'énergie potentielle est ainsi devenue minimum est dit « dans son état fondamental ».

  Un électron peut « tomber » sur une couche plus basse (s'il n'est pas déjà sur la première couche) en cédant de l'énergie potentielle par émission d'un photon.

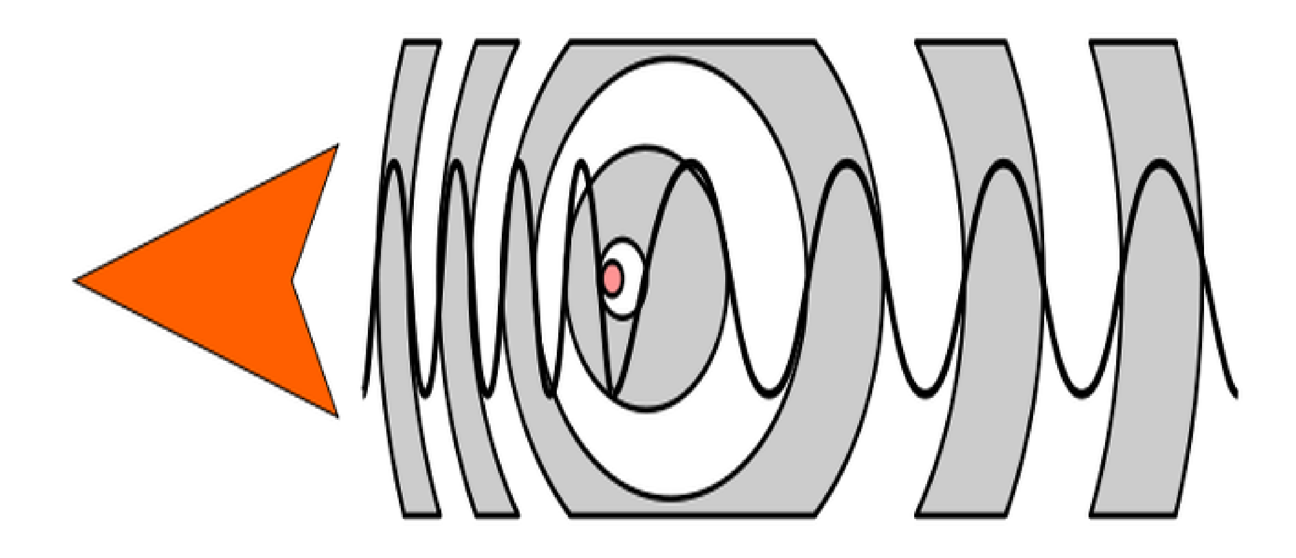
Gradient
A partir d'un champ ***E****(x, y, z)* nous venons de définir sa fonction potentiel *V(x, y, z)*.
On peut faire l'inverse : à partir d'un champ de potentiel *V(x, y, z)* on définit le vecteur *gradient* par ses composantes $\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}$, dérivées partielles de *V(x, y, z)* par rapport aux variables, que l'on note **grad** *V* ou ∇V, où ∇ est l'opérateur vectoriel $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$.
En un point donné, la direction du gradient est celle qu'il faut suivre pour voir la fonction *V(x, y, z)* varier le plus : c'est la "ligne de plus grande pente" pour "descendre" ou "monter" à partir de ce point.
Voir aussi gradient.

11.4.10 Effet Doppler

Lorsqu'un observateur regarde une source de vibrations (ondes sonores ou électromagnétiques, par exemple) en mouvement par rapport à lui, il observe une fréquence f_{obs} différente de la fréquence f_{src} émise par la source.

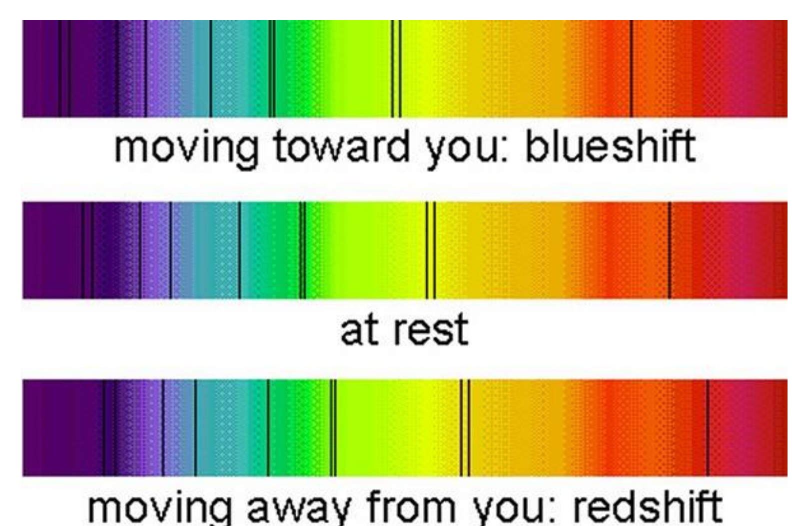
Exemple : le bruit d'un avion qui se rapproche paraît plus aigu que celui perçu lorsqu'il est juste au-dessus ; lorsqu'il s'éloigne le bruit devient plus grave.

L'explication est simple : les ondes qui se rapprochent d'un observateur subissent une compression de longueur d'onde augmentant leur fréquence, alors que celles qui s'éloignent subissent une dilatation diminuant la fréquence.



Effet Doppler : la source se déplaçant vers la gauche par rapport à l'observateur, les ondes qui se rapprochent lui paraissent comprimées, alors que celles qui s'éloignent lui paraissent dilatées. © Wikipédia Creative Commons.

Application : l'effet Doppler décale les longueurs d'onde reçues d'une étoile. En décomposant sa lumière à l'aide d'un prisme, le spectre de raies [118] reçu est décalé vers le rouge ou le bleu selon le sens et la vitesse du déplacement relatif de l'étoile par rapport à la Terre. Cette méthode permet une mesure précise de la vitesse relative même si l'étoile ou la galaxie est lointaine. Elle permet aussi à des radars de police de mesurer la vitesse de véhicules.



Décalage d'un spectre de raies par effet Doppler - © Microsoft Bing Creative Commons

11.4.11 Thermodynamique

Définition

La thermodynamique est une branche de la physique macroscopique qui traite :

- des échanges entre les diverses formes d'énergie ;
- des états et des propriétés de la matière ;
- des changements d'état, appelés aussi transitions de phase ;
- des phénomènes de transport.

La thermodynamique étudie les corps et les fluides en tenant compte de l'influence de la température. Science de la physique macroscopique, la thermodynamique ne régit pas les causalités électriques ou électromagnétiques, avec leurs notions de charge électrique, de potentiel, de champ électrique, de rayonnement, etc.

Les trois types de systèmes

- Un système *ouvert* échange de la matière et de l'énergie avec son environnement ;
- Un système *fermé* n'échange que de l'énergie avec son environnement ;
  L'équilibre thermodynamique est atteint lorsque le système n'échange avec l'environnement ni chaleur ni déplacement, et qu'il ne s'y produit aucune réaction chimique : l'équilibre est alors thermique, mécanique et chimique ;
- Un système *isolé* n'échange rien avec son environnement.

11.4.11.1 Equilibres thermodynamiques

Définitions

- Un système est dit « en équilibre thermodynamique » :
  - Si ses propriétés thermiques, mécaniques et chimiques ne changent pas avec le temps ;
  - Et si un changement n'est possible que par une interaction avec un autre système, accompagnée d'un échange d'énergie.
- L'entropie d'un système en équilibre thermodynamique est plus grande que celle de tout autre état de même énergie de ce système.

Les trois types d'équilibre thermodynamique

- *Equilibre mécanique*
  Deux objets sont en équilibre mécanique lorsque les pressions exercées par l'un sur l'autre sont équilibrées de façon à ce qu'aucun déplacement n'en résulte. Les variables de position et d'orientation du système sont alors constantes. Dans un fluide la pression est la même partout.

- *Equilibre thermique*
  Un objet isolé est en équilibre thermique lorsque sa température est homogène.
  Deux objets sont en équilibre thermique lorsqu'ils ont la même température ; cette température est constante et ils n'échangent aucune chaleur.

  Un déséquilibre thermique peut, dans certaines conditions, déclencher une transition de phase à température constante ; exemples : changement de l'eau en glace ; décomposition radioactive. Une telle transformation n'est pas une évolution comme les autres ; elle n'est pas régie par une loi d'évolution dépendant des lois de Newton ou de Maxwell, bien qu'elle respecte une loi d'interruption et le déterminisme étendu.
- *Equilibre chimique*
  Un système est en équilibre chimique lorsqu'il n'y a pas de transformation d'un corps pur (comme l'eau ou le carbonate de chaux CaCO3) en un autre.

Signification philosophique de l'équilibre thermodynamique

A l'échelle macroscopique l'absence d'équilibre thermodynamique est la condition nécessaire et suffisante de déclenchement d'une évolution ou d'une transition de phase.

11.4.11.2 Température absolue

C'est une température mesurée à partir du zéro absolu, -273.15 degrés Celsius. On la mesure en degrés kelvin (abréviation °K). La relation entre température Celsius T_C et température absolue T_K est donnée par la formule :

$$T_K = T_C + 273.15$$

C'est ainsi que la température absolue d'une chambre à 20°C est 293.15°K.

11.4.11.3 Entropie thermodynamique

Variation d'entropie

Soit un système matériel que l'on met en contact avec plusieurs sources de chaleur, de températures absolues T_1, T_2,.., etc. Il échange alors avec ces sources des quantités de chaleur Q_1, Q_2,…, etc. Chacune de ces quantités est positive lorsque le système reçoit de la chaleur ou négative lorsqu'il en perd.

Lorsque l'échange de chaleur du système se fait de manière réversible, on définit la *variation d'entropie ΔS* du système par la somme des rapports :

$$\Delta S = Q_1/T_1 + Q_2/T_2 + \ldots \text{ en joules par degré Kelvin.}$$

Dans un échange de chaleur non réversible, l'égalité ci-dessus devient *l'inégalité de Clausius* :

$$\Delta S \geq Q_1/T_1 + Q_2/T_2 + \ldots$$

Cette inégalité : « **L'entropie d'un système isolé ne peut que croître »** exprime de façon concise le 2ème principe de la thermodynamique.

Voir aussi ci-dessous les paragraphes *Entropie de Boltzmann* et *Entropie statistique*.

Transformation adiabatique d'un système

Considérons un système matériel isolé. Une transformation (par exemple une compression) de ce système est dite *adiabatique* si elle a lieu sans échange de chaleur avec l'extérieur. Si en plus elle a lieu assez lentement pour être *réversible* (c'est-à-dire si c'est une succession d'états proches de l'équilibre thermodynamique), alors cette transformation *conserve l'entropie du système*.

11.4.11.4 Principes (lois) de la thermodynamique

- Principe zéro : ***Si deux systèmes sont en équilibre thermique avec un même troisième, alors ils sont en équilibre entre eux***. Ce principe sert à fonder la température en tant que notion universelle, valable pour un solide comme le fer, un liquide comme l'eau, ou un gaz comme l'air. Un thermomètre, étalonné par rapport à deux situations comme le point triple de l'eau et son ébullition à pression normale, peut ensuite mesurer la température d'un autre corps.

- 1er principe : ***Equivalence de la chaleur et du travail***, qui peuvent être échangés car ils sont tous deux des formes d'énergie. La variation d'énergie à l'intérieur du volume d'un système est égale au travail reçu par le système.

  Ce principe a pour conséquence *la conservation de l'énergie d'un système isolé*, donc aussi de la masse-énergie de l'Univers dans son ensemble (voir *Lois de conservation et symétries*).

  « On ne peut ni créer de l'énergie, ni en détruire ».

  « On peut seulement convertir de l'énergie en une autre forme d'énergie. »

- 2e principe : « **Le transfert de chaleur ne peut se faire que dans un seul sens, d'un corps chaud vers un corps froid**. »

  (Lire ci-dessus le paragraphe *Entropie thermodynamique*.)

  Le transfert de chaleur communique l'agitation plus intense des molécules et atomes du corps chaud aux molécules et atomes moins agités du corps froid. Dans ce transfert, les molécules se heurtent et se poussent, cédant et recevant de l'énergie cinétique. Celles qui cèdent de l'énergie cinétique voient leur température baisser, celles qui en reçoivent voient leur température augmenter.

  Un corps moins agité (moins chaud) est plus organisé, plus structuré qu'un corps plus agité (plus chaud). Donc le transfert de chaleur ne peut aller que dans le sens qui désorganise ce qui est organisé : la variation d'entropie mesure l'accroissement de la désorganisation.

  Un corps chaud qui se refroidit au contact d'un corps froid se structure : son désordre diminue au détriment de l'ordre du corps froid à qui il a cédé de la chaleur ; mais le désordre global du système des deux corps ne peut que croître, d'après le 2ème principe.

  Le transfert de chaleur se fait aussi par rayonnement électromagnétique : tout corps émet et absorbe de l'énergie rayonnée en permanence. Il émet de l'énergie en direction des corps plus froids et reçoit de l'énergie des corps plus chauds. Voir *Rayonnement du corps noir*.

  Entropie
  L'inégalité de Clausius fournit d'autres formulations du 2e principe de la thermodynamique ; exemples :

  « L'entropie d'un système isolé qui subit des transformations est toujours croissante ; »

  « L'énergie disponible pour une conversion en travail dans l'Univers s'épuise peu à peu. »

  L'entropie ne peut être constante que pour un système en état d'équilibre thermodynamique, à partir duquel toute petite transformation est réversible.

  La croissance de l'entropie d'un système mesure sa désorganisation
  L'entropie d'un système est une mesure de sa désorganisation : plus l'entropie est faible, plus le système est organisé, structuré ; plus elle est forte, moins il est organisé ; on peut considérer philosophiquement l'entropie d'un système comme la « quantité de hasard » présente dans l'information qui le décrit, puisque le hasard est un désordre, l'opposé de l'organisation.

  Exemple : quand de l'eau liquide gèle, elle s'organise en cristaux de glace et son entropie diminue ; quand elle s'évapore, ses molécules sont moins liées par une force de viscosité s'opposant à toute déformation, elle se désorganise et son entropie augmente.

  La désorganisation d'un système s'interprète aussi comme *un manque d'information descriptive*. Le 2ème principe affirme qu'un système isolé tend toujours vers la désorganisation (et l'entropie) maximum. Il y a là une irréversibilité, obligeant le temps à avoir un sens d'écoulement, une « flèche », du présent vers l'avenir :

  « Le temps ne peut s'écouler que du présent vers l'avenir. »

- 3e principe : ***Aucun système ne peut être porté à une température égale au zéro absolu en degrés Kelvin*** (environ -273.15 degrés C), température à laquelle son entropie serait nulle.
  Ce principe permet de définir une échelle absolue de l'entropie, c'est-à-dire de la désorganisation d'un système.

11.4.11.4.1 Comprendre le deuxième principe de la thermodynamique

Le deuxième principe de la thermodynamique affirme que l'entropie d'un système matériel macroscopique isolé qui se transforme ne peut qu'augmenter, traduisant ainsi un désordre toujours croissant et une énergie susceptible d'être transformée en travail utile toujours décroissante.

« L'énergie se dégrade toujours, se transformant en chaleur. »

Ce principe n'est valable qu'au voisinage de l'équilibre thermodynamique

On oublie souvent que *cette affirmation n'est valable que pour un système au voisinage de l'équilibre*, dont les variables d'état (énergie, forme géométrique, masse, etc.) sont pratiquement constantes dans le temps.

- A l'équilibre, le système qui se transforme n'échange avec l'extérieur ni chaleur (qui est une forme d'énergie), ni masse ; son entropie est constante.
- Au voisinage de l'équilibre, les propriétés d'une petite région donnée du système varient de manière continue : sur de petites distances elles ne changent pas beaucoup, ce qui suppose que les forces agissant sur la région sont faibles.

Au voisinage de l'équilibre thermodynamique, un système évolue donc toujours dans le sens qui fait croître son entropie, sa désorganisation ; *le temps a donc un sens unique d'écoulement, une « flèche » du présent vers le futur* qui est peut-être due à ce que l'expansion à sens unique de l'Univers se manifeste en tous ses points (c'est là une conjecture, pas une vérité scientifique prouvée).

Un système dans un état déséquilibré peut avoir des parties équilibrées

Un système globalement loin de l'équilibre peut comporter des zones proches de l'équilibre auxquelles le deuxième principe de la thermodynamique s'applique. L'évolution d'un système en déséquilibre global peut faire passer l'état d'une de ses régions d'une situation de déséquilibre (par exemple chaotique ou turbulent) à une situation d'équilibre, ou inversement ; les états stables correspondent à des minima locaux d'énergie, certains en équilibre et d'autres en déséquilibre [162]. Contrairement à ce que croient certains, ***la thermodynamique n'exclut pas l'évolution du désordre vers l'ordre en certaines régions d'un système loin de l'équilibre***.

Complément : relation de causalité entre variation d'entropie et destruction d'information [102]. Voir aussi *Principe de Rolf Landauer : Le coût thermodynamique de l'oubli* [94].

11.4.11.4.2 L'irréversibilité est une réalité, pas une apparence

D'après [79] pages 29-30, des savants comme le prix Nobel de physique 1969 Murray Gell-Mann (auteur de la théorie des quarks), ont soutenu que l'irréversibilité n'était qu'une apparence, un résultat de notre connaissance insuffisante des phénomènes. Cette opinion était basée sur le fait que l'entropie mesure effectivement un manque d'information, manque qui pourrait cesser - espérait-il - avec les progrès de la science.

> Einstein avait fait la même erreur en considérant les théories probabilistes de la Mécanique quantique comme une représentation provisoire des phénomènes masquant notre ignorance, représentation destinée selon lui à être remplacée un jour par une modélisation non statistique ; la représentation de l'évolution des systèmes par fonctions d'onde est une image fidèle de la réalité, pas un artifice.

L'irréversibilité est une propriété réelle de certains processus naturels. Dans certains phénomènes physiques, la croissance de l'entropie traduit une évolution naturelle de l'ordre vers le désordre, évolution irréversible bien réelle qu'aucun progrès de nos connaissances ne saurait interpréter différemment. C'est le cas, par exemple, de la radioactivité naturelle.

A l'échelle macroscopique, une évolution réversible ne peut exister que dans un système théorique, idéal et stable, car proche de son équilibre thermodynamique où il n'y a plus d'échange extérieur d'énergie. Mais un système réel est instable, évolutif. La croissance de l'entropie n'y est pas inéluctable, et *l'irréversibilité peut exister même si l'évolution du système le conduit vers plus d'ordre, plus d'organisation*.

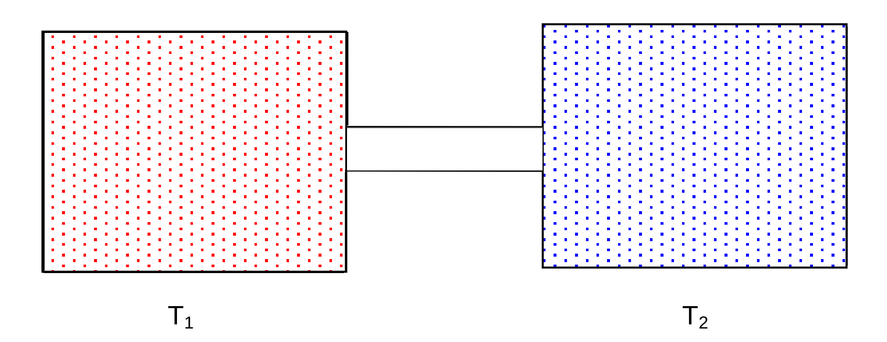
La flèche du temps, dans l'évolution naturelle irréversible de systèmes qui échangent de l'énergie avec leur environnement, peut dans certains cas conduire à moins d'entropie, c'est-à-dire plus d'organisation : voir *Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation*.

Nous avons déjà évoqué la relation entre relativité et irréversibilité.

11.4.11.4.3 Décroissance de l'entropie. Structures dissipatives. Auto-organisation

Voici un exemple, cité par [79] page 31, de système qui échange de la chaleur avec son environnement et évolue de manière irréversible vers *plus d'organisation*, c'est-à-dire *moins d'entropie* - contrairement à ce qu'une compréhension superficielle du déterminisme thermodynamique pourrait croire possible.

Considérons un système de deux boîtes closes reliées par un tuyau (figure ci-dessous). Mettons-y au départ un mélange de deux gaz, hydrogène H_2 et azote N_2. Ces deux gaz se mélangent jusqu'à ce qu'il y ait, dans chaque boîte, la même proportion d'azote par rapport à l'hydrogène et la même température *T*, opération qui fait croître l'entropie jusqu'à un maximum obtenu à l'équilibre thermique.



Chauffons alors la boîte de gauche de à la température T_1 tout en refroidissant l'autre à la température $T_2 < T_1$. Le flux de chaleur, phénomène irréversible, détruit l'homogénéité du mélange, diminuant ainsi l'entropie et augmentant l'organisation : la concentration en hydrogène devient plus élevée dans la partie chaude, et la concentration en azote plus élevée dans la partie froide.

> *Explication*
>
> A une température donnée *T*, où toute molécule a une énergie cinétique $\frac{3}{2}kT$, la vitesse moyenne d'une molécule H_2 (plus légère) est plus grande que celle d'une molécule N_2 (plus lourde). Si on augmente *T* dans une boîte jusqu'à $T_1 > T$, la vitesse des molécules H_2 croît plus que celle des molécules N_2, qui sont donc repoussées lors des chocs entre molécules et ont tendance à passer dans l'autre boîte. Inversement, dans l'autre boîte le refroidissement de *T* à $T_2 < T$ fait diminuer la vitesse des molécules H_2 plus que celle des molécules N_2, ce qui favorise l'expulsion de molécules H_2 vers la boîte la plus chaude. La proportion de molécules H_2 croît donc dans la boîte à température T_1 et décroît dans l'autre.

Conclusions

Un échange de chaleur avec l'extérieur peut faire évoluer un système vers plus d'organisation (moins d'entropie) ; ***l'irréversibilité peut avoir un rôle constructif. La thermodynamique peut, selon le cas, conduire vers moins ou davantage de désordre***. Comme le souligne [79] page 32, **les processus irréversibles jouent un rôle *constructif* dans la nature**, ce qu'une mauvaise compréhension de la thermodynamique fait considérer comme impossible.

Les travaux d'Ilya Prigogine

Loin de son équilibre thermique, et notamment si un système échange de l'énergie et de la matière avec son environnement (s'il est dissipatif) et s'il est non-linéaire, la croissance de son entropie n'est plus obligatoire, l'entropie peut décroître et le système peut évoluer vers plus d'organisation *:* c'est ce que nous apprennent les travaux d'Ilya Prigogine sur la convergence dans l'espace des phases vers des points attracteurs.

> (De toute manière l'entropie du système macroscopique *global*, comprenant le système qui échange de l'énergie et son environnement, doit croître : *une création d'ordre quelque part est toujours compensée par une création au moins aussi grande de désordre ailleurs*, c'est une loi thermodynamique.)

Voici des extraits de [79] pages 76 à 78, qui illustrent le comportement de certaines réactions chimiques loin de l'équilibre thermodynamique :

> "…un ensemble de nouveaux phénomènes se produit : nous pouvons avoir des réactions chimiques oscillantes, des structures spatiales de non-équilibre, des ondes chimiques. Nous avons nommé « structures dissipatives » ces nouvelles organisations spatio-temporelles."
>
> "…les structures dissipatives augmentent généralement la production d'entropie."
>
> "Je ne décrirai pas ici cette réaction. Je veux seulement évoquer notre émerveillement lorsque nous vîmes cette solution réactive devenir bleue, puis rouge, puis bleue à nouveau […] Des milliards de molécules évoluent ensemble, et cette cohérence se manifeste par le changement de couleur de la solution. Cela signifie que des corrélations à longue portée apparaissent dans des conditions de non-équilibre, des corrélations qui n'existent pas à l'équilibre."
>
> (Lorsque des milliards de molécules évoluent ensemble, leur synchronisme témoigne d'un *déterminisme global, à longue portée*.)

Ces citations montrent une possibilité d'auto-organisation des composants d'une solution chimique, auto-organisation qui peut, par exemple, être oscillante ou traversée par des ondes de réaction chimique… L'oscillation rappelle alors celle que nous avons constatée dans *La fonction logistique*.

Voici un dernier extrait de [79] page 79, qui montre que les structures dissipatives de non-équilibre sont un phénomène très général, une caractéristique du déterminisme étendu appliqué aux processus irréversibles :

> *"…les structures dissipatives de non-équilibre ont été étudiées dans beaucoup d'autres domaines, par exemple en hydrodynamique, en optique ou dans les cristaux liquides."*

11.4.11.5 Discussion philosophique de la qualité des prévisions

Source : [110] pages 45 et 46

L'entropie existe parce que nous décrivons le monde de façon floue (Mécanique quantique…). Elle mesure le nombre de configurations différentes que notre vision floue ne distingue pas. Qualifier un système par son entropie, c'est admettre que nous n'en connaissons pas tout et évaluer numériquement cette ignorance.

Un système fermé serait parfaitement déterminé si nous en connaissions tous les détails et toutes les lois d'évolution et d'interruption. Nous pourrions alors en prédire l'évolution : *parfaitement* pour un système ne relevant que de lois de l'état macroscopique (les lois du déterminisme scientifique) et *de manière probabiliste* s'il relève de la Théorie des systèmes dynamiques ou de la physique quantique (en appliquant des lois relevant du déterminisme statistique, et même du déterminisme étendu si on veut prendre en compte les circonstances et conditions les plus complexes comme la synthèse de plusieurs lois).

Si ce système n'était pas fermé (s'il interagissait avec son environnement) la prévision d'évolution ne pourrait se faire que pas à pas, en prenant en compte chaque fois l'environnement du moment : *notre déterminisme ne s'applique qu'à des systèmes supposés parfaitement connus, et une loi d'évolution à la fois*.

Comme l'implique le déterminisme philosophique de Laplace, une connaissance parfaite d'un système et des lois d'évolution abolit l'obstacle du temps : on peut en prévoir l'avenir et en reconstituer en pensée le passé. Mais hélas ce sont là des conditions inaccessibles, spéculatives, à cause de deux problèmes incontournables :

- les évolutions dispersives, que leurs échanges d'énergie rendent imprévisibles,
- les évolutions probabilistes, où le choix d'une valeur finale dans l'ensemble des résultats-valeurs propres dépend de paramètres échappant à la loi d'évolution.

11.4.11.6 Entropie de Boltzmann

Boltzmann présenta en 1872 une nouvelle théorie : la Mécanique statistique qui reliait les états d'énergie individuels des atomes à l'entropie thermodynamique *S*. Voici comment.

Un système macroscopique d'entropie thermodynamique *S* comprend des particules, chacune dans un certain état d'énergie cinétique due à son agitation thermique. Un ensemble particulier de ces énergies correspondant à l'entropie *S* constitue par définition une *configuration* du système.

Chaque configuration a au moins une propriété qui la caractérise, qui la rend unique. Mais, selon le critère de l'entropie globale de ses particules, plusieurs ensembles de particules d'un système donné peuvent avoir la même configuration.

Le nombre de particules d'un système macroscopique étant immense, il existe un très grand nombre – appelons-le *W* – de configurations susceptibles d'avoir, pour ce système, l'entropie particulière *S*. La relation entre *W* et *S* est donnée par la formule de Boltzmann :

$$S = k_b \, lnW, \text{ où}$$

- *S* est l'entropie thermodynamique du système, en joules par degré Kelvin ;
- k_b est la constante de Boltzmann, $k_b = 1.38066 \,.10^{-23}$ joules par degré K ;
- *lnW* est le logarithme naturel (appelé aussi népérien) de *W* (c'est-à-dire tel que $e^{lnW} = W$, avec $e = 2.71828…$).

Interprétation du concept d'entropie thermodynamique d'un système

- Le logarithme *lnW* est une *mesure* du nombre de configurations (ensembles) de particules du système ayant l'énergie totale *S*.
- Chacun de ces ensembles regroupe des particules selon le critère particulier « leur entropie globale est *S* » ; il définit une configuration.
- L'entropie thermodynamique est une mesure du nombre de ces configurations.

  Dans la mesure où une configuration représente une information descriptive possible du système étudié (comme le fait que la variable $X = X_0$), *l'entropie est une mesure de cette information (exprimée par exemple en nombre de bits)*.

S'il n'y a qu'une seule configuration ayant l'énergie donnée, son logarithme est zéro et l'entropie thermodynamique est $S = 0$. Donc une entropie nulle correspond à une certitude (ou une absence d'incertitude) sur la configuration du système : on en connaît tout ce qu'il y a à connaître.

Une entropie élevée correspond à une structure « au hasard » au niveau microscopique. Voir le paragraphe *Définition par la quantité d'information*.

Ordres de grandeur d'une entropie

Pour qu'une entropie thermodynamique *S* soit de l'ordre de quelques joules par degré Kelvin (afin que son utilisation nous paraisse commode), le logarithme de *W* multiplié par le minuscule k_b doit être de l'ordre du nombre d'Avogadro : $A = 6 \,.10^{23}$. *W* lui-même est alors de l'ordre de e^A, nombre immense que nous n'aurons jamais à écrire ou même à pouvoir évaluer avec précision.

Généralisation

On peut utiliser ce concept d'entropie pour des systèmes faits d'autre chose que des particules, et avec des critères de regroupement en ensembles autres que l'énergie : *l'entropie d'un tel système est toujours une mesure du nombre de ses configurations*.

On peut alors définir le niveau d'incomplétude de la connaissance d'un système par son entropie : si celle-ci est nulle, la connaissance est parfaite, car une seule configuration est possible ; plus l'entropie augmente, plus on manque d'informations sur le système : *l'entropie est une mesure de la quantité d'informations de détail absentes*. Selon la thermodynamique :

« L'entropie et l'ignorance des détails augmentent toujours avec le temps. »

11.4.11.6.1 Entropie relative

Source : [110] pages 170 et 171

Définition

L'entropie de *A* par rapport à *B* compte le nombre de configurations de *A* que les interactions physiques entre *A* et *B* ne distinguent pas.

Exemple
L'interaction physique entre moi et un verre d'eau (ce que je peux faire avec le verre d'eau, mes actions possibles) est indépendante des détails du mouvement de chaque molécule d'eau, donc de son énergie. L'entropie du verre d'eau par rapport à moi compte le nombre de configurations d'énergie des molécules du verre d'eau qui n'interviennent pas dans mes actions possibles sur le verre, entre lesquelles je ne peux distinguer.

11.4.11.7 Entropie statistique

Les W états microscopiques du système précédent ont chacun la même probabilité d'être réalisés : $1/W$, puisque leur probabilité totale est 1. « On a une distribution équiprobable à W états du système » constitue tout ce qu'on peut savoir de son état, on ne peut en savoir plus : *l'évolution de ce système relève du déterminisme statistique*.

Si, pour le même système, on a une distribution différente de probabilités d'états $\{P_1, P_2, \ldots P_N\}$, notre connaissance a un certain manque d'informations : n'importe lequel des N états peut se réaliser, certains étant peut-être plus probables que d'autres. Par définition, le manque d'informations est mesuré par *l'entropie statistique* S telle que :

$$S = -k \sum_{n=1}^{N} P_n \, lnP_n, \quad \text{où } 0 \leq P_n \leq 1, \quad \text{et } \sum_{n=1}^{N} P_n = 1$$

La constante positive k est arbitraire, on la choisit égale à k_b (Boltzmann) en mécanique statistique.

Les diverses probabilités P_n sont toutes positives et inférieures à 1, donc leur logarithme est négatif et l'entropie statistique S est toujours positive.

Dans le cas particulier où toutes les probabilités P_n sont égales à $1/N$, leur somme S a la valeur définie pour l'entropie de Boltzmann : $S = k \, lnN$. On démontre que c'est dans ce cas, où aucun état n'est privilégié, que l'entropie statistique est maximale - c'est-à-dire que le manque d'informations est maximum.

Interprétation de l'entropie thermodynamique
En Mécanique statistique on interprète donc l'entropie thermodynamique comme le manque d'informations existant au niveau microscopique pour un état donné d'un système physique.

Voir aussi *Théorie de l'information*.

11.4.11.8 Rayonnement du corps noir

Définition d'un corps noir
On appelle *corps noir* un corps qui absorbe toute l'énergie de rayonnement qu'il reçoit, ne réfléchissant rien ; c'est pourquoi il paraît noir. En fait, à part l'horizon des trous noirs il n'y a pas de corps absolument noir, mais le concept de corps noir est indispensable dans l'étude des rayonnements.

Une surface recouverte d'une couche de noir de fumée est un corps noir à peu près parfait : il conserve 97% du rayonnement électromagnétique reçu.

Une boîte fermée, noire à l'intérieur, qui reçoit de l'énergie électromagnétique par un petit trou ne peut pratiquement rien émettre en retour : c'est un corps noir encore plus parfait.

Comme la surface du Soleil ne réfléchit aucune lumière reçue, bien qu'elle en émette beaucoup, *le Soleil est un corps noir d'après la définition des physiciens* ; ceux-ci ont l'habitude de ce paradoxe et ne songent pas à changer cette définition.

Loi de Stefan-Boltzmann
Le rayonnement thermique émis par un corps noir n'est pas de la lumière réfléchie, il résulte du fait qu'étant nécessairement plus chaud que le zéro absolu

« Tout corps émet un rayonnement électromagnétique »

dont la fréquence (donc aussi l'énergie) dépend de la température absolue T.
Cette énergie est proportionnelle à T^4 (loi de Stefan-Boltzmann) :

$$E = \sigma T^4, \text{ où :}$$

- E est l'énergie en joules/seconde/m^2 (watts / mètre carré) ;

- σ est la constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5.6704 .10^{-8}$ watt / mètre carré $.K^4$;
- T est la température absolue en degrés Kelvin.

La loi de Stefan-Boltzmann ne s'applique qu'à un corps noir, mais tous les corps rayonnent de l'énergie thermique électromagnétique.

Equilibre thermodynamique
L'émission de rayonnement électromagnétique fait perdre à un corps de l'énergie, donc de la masse car $E = mc^2$. Mais le corps reçoit, en même temps, de l'énergie rayonnée par les corps voisins plus chauds, et à l'équilibre thermodynamique l'énergie reçue par le corps à chaque seconde est égale à l'énergie rayonnée.

> **« Tout corps émet et absorbe continuellement de la chaleur par rayonnement, sa température évoluant vers celle de l'équilibre thermodynamique. »**

11.4.11.9 Rayonnement de tous les corps – Loi de Planck

En pratique, un corps autre que le corps noir théorique émet une énergie thermique proportionnelle à celle du corps noir, le coefficient de proportionnalité ε (appelé *émissivité*) dépendant de ce corps. Sa puissance émise E, en watts par mètre carré, est donc donnée par la formule (loi) de Stefan :

$$E = \varepsilon\sigma T^4,$$ où :

- T est la température absolue en degrés Kelvin ;
- ε est l'émissivité du corps émetteur, $\varepsilon \leq 1$;
- σ est la constante de rayonnement du corps noir (constante de Stefan), $\sigma = 5.67 .10^{-8}$ $W/m^2.K^4$, donnée par la formule $\sigma = \frac{2\pi^5 {k_B}^4}{15c^2h^3}$, où :
  - k_B est la constante de Boltzmann,
  - c est la vitesse de la lumière, fonction du milieu considéré
  - h est la constante de Planck.

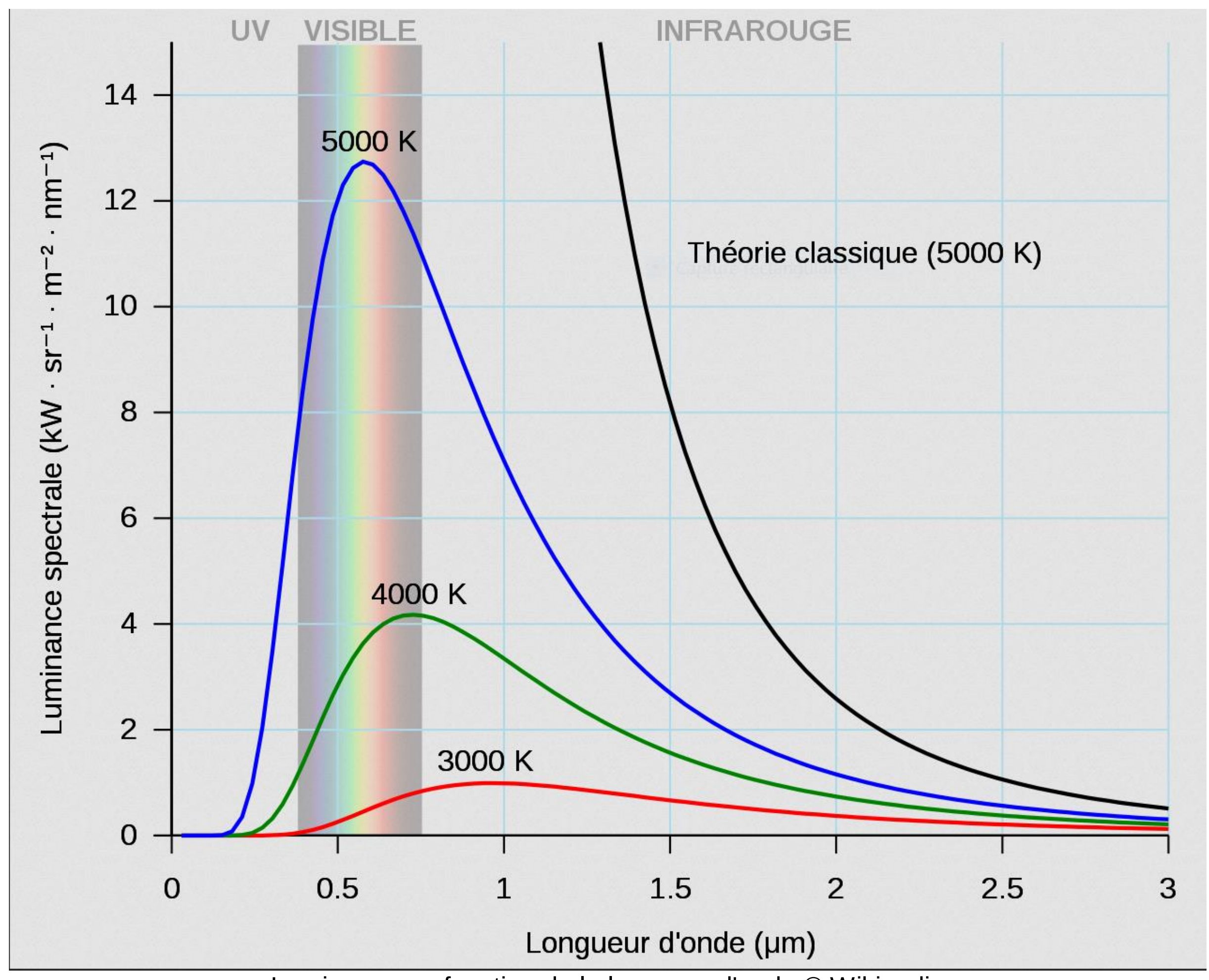
Loi de Planck : distribution de l'énergie des photons en fonction de la fréquence
Un photon de fréquence ν a une longueur d'onde $\lambda=c/\nu$ et une énergie $h\nu$.
Le flux d'énergie $L(\nu,T)$ en watts/m^2 (luminance) émis par surface unité (m^2) dans un angle solide unité (stéradian) dépend de la température absolue T (en °K)de cette surface selon la loi de Planck :

$$L(\nu,T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$

Le mot *luminance* désigne la puissance lumineuse visible, la puissance visible ou non étant la *luminance énergétique*.

Cette relation peut aussi s'écrire en fonction de la longueur d'onde, fonction du milieu considéré :

$$L(\lambda,T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_BT}} - 1}$$



Luminance en fonction de la longueur d'onde © Wikipedia

11.5 Vocabulaire

11.5.1 Affect

Sentiment subjectif, vague et inanalysable, résultant d'une émotion, d'une peur, d'un désir, d'une aversion, etc. Ce sentiment produit automatiquement des données qui en constituent une représentation, à laquelle l'esprit peut ou non être sensible consciemment. Dans le psychisme, toute représentation comprend un affect décrivant son effet psychologique perçu. Toute pensée consciente est "jugée" automatiquement sous forme d'affect "bon" ou "mauvais".

11.5.2 Ame

Pour Jung, l'âme est un complexe psychique demi-conscient au fonctionnement partiellement autonome [155] page 150. C'est un ensemble d'images virtuelles : parents, conjoint, enfants, naissance et mort, images qui préexistent à la naissance et ne deviennent visibles par la conscience que lorsqu'apparaissent des exemples particuliers. Ces images virtuelles proviennent, par héritage génétique, des expériences des ancêtres ; elles structurent nos représentations et nos fonctions psychiques. Exemples :

- L'inconscient de l'homme a hérité génétiquement d'une image collective de la femme, avec laquelle il appréhende l'essence féminine.
- Le premier réceptacle de l'image de l'âme pour l'homme est pratiquement toujours la mère.

L'autonomie de l'âme (due à celle de l'inconscient) incite à se la représenter (à l'imaginer) instinctivement comme une entité invisible, personnelle, qui existe en soi dans un monde à part, inaccessible car « au-delà de la vie consciente » : [155] page 151.

L'immortalité de l'âme résulte du caractère intemporel de l'héritage génétique de ce complexe. C'est une abstraction qui représente un ensemble de propriétés virtuelles et jouit de la « continuité éternelle » de l'espèce humaine.

Compléments : voir l'article *Ame* dans [12].

11.5.3 Anima / Animus

L'anima est l'archétype de la femme dans l'inconscient de l'homme, l'animus l'archétype de l'homme dans l'inconscient de la femme.

Ce sont des complexes autonomes dont le rôle est de rendre possible la relation entre le Moi et l'inconscient ; ils ne devraient pas être mêlés aux fonctions conscientes de relation : [155] page 193. Dans la hiérarchie de l'inconscient, *l'anima* est simplement l'échelon le plus bas, ainsi que l'une des formes possibles de l'inconscient : [155] page 236.

L'anima et l'animus sont projetés pendant l'enfance sur le parent du sexe opposé. Puissances inconscientes, leur pouvoir croît avec leur degré d'inconscience. La projection de l'animus et de l'anima crée une fascination réciproque.

11.5.4 Aperception (synonyme de *conscience de soi)*, pure ou empirique

Définitions

L'aperception est une *conscience de soi*, tantôt une faculté, tantôt un état psychique.

Kant écrit dans [47] page 61 : "Si nous nous représentons avec conscience les deux actes constitués par l'action intérieure (spontanéité) grâce à laquelle un *concept* (une pensée) devient possible, à savoir la *réflexion,* et l'impressionnabilité (réceptivité) par quoi une *perception,* c'est-à-dire une *intuition empirique*, est possible, à savoir *l'appréhension, la* conscience de soi peut alors être divisée en *conscience de la réflexion* et *conscience de l'appréhension*. La première est une conscience de l'entendement, la seconde est le sens interne ; celle-là est l'aperception *pure,* celle-ci l'aperception *empirique*..."

Kant dit là que l'homme a spontanément conscience de soi dans deux circonstances :

- Quand il *pense* un objet sous forme d'entendement, pour le décrire en lui attribuant un prédicat sous forme de catégorie. Il utilise alors sa faculté spontanée *d'aperception pure*, faculté de pensée logique qui subsume le concept de l'objet sous une catégorie. Il a alors *conscience de sa réflexion*.
- Quand il *appréhende* un objet en examinant (avec son sens interne) sa représentation ; il utilise alors sa faculté psychologique *d'aperception empirique* et il a *conscience de son appréhension*.

Une aperception a sa représentation

L'homme qui a conscience d'un objet a, présente à l'esprit, une *représentation de l'objet* (la *conscience de* quelque chose est un *état psychique* résultant de l'interprétation d'une représentation). Donc *l'aperception (conscience de soi) a une représentation*.

L'aperception *originaire*, conscience d'exister en tant que sujet pensant

Selon Kant dans [20] pages 198-199 : l'homme a conscience de soi par son sens interne. Il a alors conscience d'exister en tant que sujet pensant : « Je pense, donc je suis » ; quand l'homme a conscience de lui-même, l'aperception est perception de soi *en tant que sujet pensant*.

Cette aperception pure est *l'aperception originaire*. Sa représentation « Je pense » :

- Doit pouvoir accompagner toutes les autres ;
- Ne peut être accompagnée d'aucune autre ;
- Est une et identique dans toute conscience.

  [20] page 199 - Kant appelle l'unité de cette représentation *l'unité transcendantale de la conscience de soi*, pour désigner la possibilité de la connaissance *a priori* qui en procède. Les diverses représentations d'une certaine intuition étant *mes* représentations, appartiennent toutes à *ma* conscience de soi : elles doivent donc nécessairement pouvoir se réunir en une *conscience générale de soi*.

L'aperception originaire est donc une fonction spontanée de la conscience. Elle est associée à toute représentation et à son concept de la même façon que ces notions sont associées entre elles. Une

représentation ne peut exister dans la conscience qu'accompagnée de son aperception originaire et réciproquement, et ce tant que la conscience est à l'état d'éveil et qu'elle demeure donc identique à elle-même.

La conscience de soi nécessite une représentation de représentation

Exemple - Je vois ma maison. Dans mon esprit il y a sa représentation, *R*. Mais *je sais* que je suis en train de voir ma maison, *j'en suis conscient*. Cette conscience est nécessairement elle-même une représentation, *S*, la *représentation de la représentation R*.

Cette interprétation du fonctionnement cognitif (faculté de se représenter la représentation d'un objet) est conforme à la connaissance scientifique actuelle.

11.5.5 Appareil psychique

Synonyme de psychisme. On parle parfois de ses deux composantes, l'appareil conscient (synonyme de *conscience tout court*) et l'appareil inconscient (synonyme du mot inconscient). C'est un *processeur d'informations* : représentations, impressions et archétypes de l'inconscient, et pensées diverses.

11.5.6 Archétype

Chez Jung, ce terme désigne un petit nombre d'imagos, représentations et idées présentes dans l'inconscient collectif de tous les hommes. Exemples : anima et animus, persona. Chaque représentation d'une autre personne peut être biaisée par l'influence d'un archétype ; exemple : un homme choisit instinctivement sa femme en prenant en compte dans son jugement l'archétype de la Mère et l'exemple de sa propre mère.

11.5.7 Assertion

Proposition, de forme affirmative ou négative, qui énonce un jugement et que l'on soutient comme vraie absolument.

11.5.8 Attention

Source : [51] page 23

- En psychologie cognitive, c'est un processus avancé de réaction à des perceptions.
- En neuroscience, c'est un processus de traitement de données par interactions entre neurones et signaux du cerveau.

L'attention implique une compétition pour la *conscience de* ; elle construit dans la conscience des descriptions de l'objet et du processus d'attention.

L'attention lie toutes les propriétés de son objet en une représentation unifiée.

11.5.9 Ça

Ça (anciennement *système inconscient* ou *appareil inconscient*) : partie la plus ancienne de l'appareil psychique et réservoir des pulsions. Ne tient pas compte de la réalité, la logique, le temps, la causalité : donc imprévisible. Le ça est une instance de la 2ème topique de Freud (1923).

11.5.10 Cognition

Processus d'acquisition, de gestion et d'utilisation des connaissances : c'est la fonction mémoire. Elle traduit des représentations d'objets réels en symboles et effectue des calculs sur ces symboles, par exemple par l'approche connexionniste.

La psychologie cognitive est la science de la cognition. Voir aussi : *Mnésique*.

11.5.11 Cognitivisme et Connexionnisme

Cognitivisme

Approche de l'étude de l'acquisition des connaissances et du traitement de l'information orientée vers la résolution des problèmes.

Le cognitivisme considère les comportements *observables* comme des signes dont l'étude permet de trouver des structures sous-jacentes, *décrites sous forme calculable d'algorithmes, d'automates ou d'heuristiques*. Ces comportements sont propres au sujet, alors que pour le béhaviorisme ils dépendent de règles extérieures au sujet.

La recherche prouve que le système nerveux central ne fonctionne pas tout à fait comme un ordinateur, mais plutôt comme un réseau d'automates connexionnistes.

Connexionnisme
Doctrine de modélisation et de simulation des systèmes cognitifs (processus psychiques, opérations mnésiques, etc.). Le connexionnisme considère qu'on peut modéliser le système cognitif par un réseau neuronal d'automates à deux états simulant des neurones du cerveau, l'état de l'un d'eux étant calculable à partir des messages activateurs ou inhibiteurs des autres.

11.5.12 Compensation

En psychopathologie, c'est la manière dont se développent ou se renforcent automatiquement des comportements, des sentiments, des désirs ou des croyances pour compenser un déséquilibre source de déplaisir. Exemples :

- Compensation d'un sentiment d'infériorité, d'un déficit de capacités physiques ou cognitives ;
- [155] page 54 : *Loi des compensations psychiques* : une grande humilité n'est jamais sans s'accompagner d'une grande présomption. […] derrière la superbe des uns nous pouvons facilement découvrir des traits d'un sentiment craintif d'infériorité.

L'emploi de ce mot exige de préciser les mécanismes de la compensation.

11.5.13 Complexe – Complexe d'Œdipe

- En psychanalyse et chez Jung : ensemble de représentations et de souvenirs à forte charge affective, contradictoires, partiellement ou totalement inconscients, et qui conditionnent en partie le comportement d'un individu. Formé après la naissance du sujet, c'est un constituant normal de la psyché normale.
  Exemples : complexe d'Œdipe, anima, âme. Voir aussi *Psyché*.

  En langage courant :
  - Trouble de caractère, particulièrement inquiétude ou timidité.
  - Goût, attirance plus ou moins maladifs pour quelque chose.
- Complexe d'Œdipe : ensemble de souhaits inconscients d'un homme de voir mourir son père et d'inceste avec sa mère. Découvert par Freud et nommé d'après la tragédie Œdipe-Roi de Sophocle.

11.5.14 Concept

Un concept représente une collection (une classe, un ensemble) d'objets nommables ayant des propriétés communes (dont la description partage certaines informations).

> Exemple : concept de « chien », représentant tous les chiens par des propriétés communes : quadrupède, mammifère descendant du loup, etc. Noter le « tous » : un concept a un caractère d'universalité ; il représente *tous* les objets qui ont *toutes* ses propriétés – *chacun ayant en plus, éventuellement, d'autres propriétés comme la race*.

Contenu d'un concept : c'est l'ensemble des informations (attributs) nécessaires à sa compréhension ; il définit sa signification.

Image mentale d'un concept : dans l'esprit (en mémoire de travail) un concept a une *représentation non vide* et un *nom*. En l'absence d'attribut de représentation ou de nom, ce à quoi on pense n'est pas un *concept* mais une *conscience* comme Je (Moi).
Voir aussi *Concept associé à la conscience Je (Moi)*.

Concept empirique, concept pur et concept a priori

- Le concept *empirique* est déduit de l'expérience ;
- Un concept *pur* est produit spontanément par l'entendement ;
- Un concept *a priori* comme l'espace, le temps et les catégories est compris par l'esprit spontanément, indépendamment de toute expérience.

Synthèse d'un concept : la conceptualisation d'une représentation en fait la synthèse sous forme de concept présent à l'esprit, mais sans créer d'image mémoire particulière du concept, qui n'est qu'une interprétation de cette synthèse.

Concept d'un objet particulier : un concept (classe d'objets) ne peut définir un objet *particulier*, qui fait l'objet d'une connaissance et nécessite une intuition.

Existence de l'objet d'un concept : en tant qu'abstraction pure, la présence à l'esprit d'un concept ne prouve pas, par elle-même, son existence en tant qu'objet des sens *perçu*, ni même en tant qu'objet *perceptible*. L'objet d'un concept est sa chose en soi.

Concept donné
Pour que l'objet d'un concept *existe* il faut que le concept résulte d'une intuition, (on dit : qu'il soit donné) ; pour que l'objet *puisse exister*, il faut qu'il puisse faire l'objet d'une expérience.

Propriétés des concepts

- Les concepts sont indispensables aux compréhensions, raisonnements et synthèses logiques.
- Un concept est toujours *nommable* ; exemple : le nom « chien ». L'esprit humain ne peut raisonner que sur des idées nommables, ce qui n'est pas nommable demeurant à l'état ressenti.
- Le concept est la forme la plus élémentaire de la pensée, à distinguer de formes plus élaborées comme le jugement. Le seul usage d'un concept, pour l'entendement, c'est de formuler un jugement qui le contient.
- Un concept peut être prédicat dans un jugement : il représente alors une condition.

Concept de l'entendement
Deux significations :

- *Concept empirique de l'entendement*, synthèse des données de l'intuition qui précède l'expérience et en est la cause ;
- *Concept pur de l'entendement* (catégorie), indépendant de l'expérience, qui concourt à sa compréhension.

Différence entre concept et conscience
Voir *La conscience de soi d'un sujet n'est pas un concept mais une conscience.*

11.5.15 Cosmologie – Cosmologique

Dans le dictionnaire

- Science des grandes lois qui gouvernent l'Univers physique. Elle regroupe notamment celles de l'astronomie, l'astrophysique, la Relativité générale, la Mécanique quantique…
- (Philosophie) : Partie de la métaphysique qui traite du monde physique.

Chez Kant
[20] page 354 : "Le sujet est l'objet de la *psychologie* ; l'ensemble qui inclut tous les phénomènes (le monde sensible), l'objet de la *cosmologie*".

11.5.16 Dépendance

Avec l'idée dominante de causalité : fait d'être conditionné, d'être déterminé par quelque chose.

11.5.17 Dialectique

- Adjectif :
  - Qui se rapporte au raisonnement.
  - Qui raisonne correctement, notamment pour convaincre.
  - Chez Hegel : mouvement, processus dialectique de la pensée comportant 3 moments : thèse et antithèse, aboutissant à la synthèse.
  - Caractère d'une philosophie qui fait du dynamisme, du mouvement par contradiction ou opposition, le principe d'évolution du monde et de la pensée humaine ; ex : matérialisme dialectique (Karl Marx).
- Nom féminin : action de raisonner, ensemble des règles du raisonnement.
- Philosophie :
  - Art d'interroger et de répondre.
  - Art d'argumenter en dialoguant, notamment à partir des opinions de l'interlocuteur ou d'opinions admises (Socrate, Platon, Aristote).

Chez Kant

Adjectif : dialectique qualifie une erreur

Il y a des concepts et des principes a priori dont l'usage est réservé à l'expérience interprétée par l'intuition. Lorsque l'entendement en crée pour définir des choses en soi (représentant donc une classe d'objets qui n'est donnée par aucune intuition), il fait une erreur *dialectique*.

Kant utilise *l'adjectif* dialectique dans le même sens : une *apparence dialectique* est une apparence trompeuse, un *raisonnement dialectique* est un raisonnement faux.

Substantif

- (Citation de [37] page 29)
  "La *dialectique* signifie d'abord l'art de l'usage pur de l'entendement appliqué aux concepts abstraits, séparés de tout sensible. De là, les nombreuses louanges de cet art chez les Anciens.

  Dans la suite, comme ces philosophes qui rejetaient complètement le témoignage des sens furent nécessairement conduits par cette affirmation à tomber dans maintes subtilités, la dialectique se dégrada en art de soutenir et de combattre toute proposition. Et elle devint ainsi un simple exercice à l'usage des *Sophistes* qui prétendaient raisonner sur tout et s'appliquaient à donner à l'apparence le semblant du vrai et à rendre noir le blanc." (Fin de citation)
- Raisonnement illusoire, logique de l'apparence ;

11.5.18 Dissonance cognitive

Conflit qui naît dans l'esprit d'une personne lorsque quelque chose qu'elle croit est contredit par une information certaine qu'elle vient de comprendre. Ce conflit produit une tension psychologique souvent difficile à supporter, voire insupportable, car la personne se sent rabaissée à ses propres yeux et peut-être aux yeux des autres. Souvent la personne rejette ou ignore la nouvelle information, allant alors jusqu'à nier l'évidence avec une irrationalité et une mauvaise foi totales ; parfois elle invente une justification de sa croyance antérieure en la prétendant compatible avec la nouvelle information, attitude également irrationnelle et de mauvaise foi. La dissonance cognitive a été observée aussi chez des jeunes enfants et même chez des singes capucins.

Cette incapacité pour bien des gens d'accepter d'avoir eu tort et de changer d'avis est source de nombreux conflits dans notre société.

> Exemple : le président Chirac n'a pas accepté d'avoir eu tort de laisser son premier ministre De Villepin faire voter la loi sur le CPE (Contrat Première Embauche). Cette loi a été rejetée massivement par les jeunes qu'elle concernait, parce qu'elle leur déniait le droit de savoir pourquoi on les licenciait, et qu'elle leur imposait une période d'essai après embauche si longue (2 ans) qu'elle constituait un soupçon méprisant à leur égard. *Incapable d'accepter de reconnaître son erreur, le président Chirac a promulgué la loi en même temps qu'il demandait à la télévision qu'on ne l'applique pas, préférant se réfugier ainsi dans l'incohérence plutôt que reconnaître publiquement son erreur*.

Pour ma part, lorsque j'ai pris conscience vers vingt ans du problème de la dissonance cognitive, je me suis entraîné à rester intellectuellement honnête, à reconnaître mes erreurs, à énoncer clairement et publiquement si nécessaire la nouvelle réalité à laquelle j'adhérais. L'entraînement a consisté à me persuader que je me grandissais, aux yeux des autres comme à mes propres yeux, en reconnaissant m'être trompé et en adhérant à la réalité, au lieu de persister dans l'erreur. A force d'entraînement j'ai réussi, dans chaque débat, à chercher *la vérité* par la prise en compte de l'opinion des autres et pas à chercher *le triomphe de mon opinion de départ* ; et chaque fois que je découvrais ainsi une vérité nouvelle je me sentais plus riche, et les gens avec qui je débattais m'estimaient davantage pour mon ouverture et mon honnêteté.

L'inconscient cognitif

Contrairement au cas du refoulement *où le sujet sait mais ne veut pas savoir*, il y a des cas *où le sujet sait mais ne sait pas qu'il sait*. Dans ce dernier cas, appelé inconscient cognitif, la personne a appris à son insu ; elle est alors capable d'utiliser cette connaissance sans avoir fait d'effort pour l'acquérir, sans même savoir qu'elle en dispose. Sa réaction face à certaines situations est inexplicable, puisque basée sur un savoir caché. De nombreuses idées toutes faites sont des inconscients cognitifs.

11.5.19 Dopamine

Les sensations *positives* de désir, d'euphorie, etc. sont régulées dans le cerveau humain par une molécule, *la dopamine* ; (ne pas confondre *désir* et *plaisir* : ce dernier utilise d'autres mécanismes que le premier).

Les sensations *négatives* sont associées à *l'acétylcholine*, neurotransmetteur qui a des effets vasodilatateurs sur le système cardiovasculaire et agit sur le rythme cardiaque, des effets sur le système gastro-intestinal, des effets inhibiteurs sur l'activité du système nerveux central, etc.

Retenons aussi que dans notre cerveau, *la comparaison à une valeur produit la présence détectable et l'abondance mesurable d'une molécule organique*. *La création de valeur (agréable=bon, désagréable=mauvais) en tant que conséquence d'une perception ou de pensées, et son utilisation dans les comparaisons nécessaires aux jugements, sont des phénomènes physiques automatiques, inévitables - bref déterministes - expliqués sans aucune intervention transcendante.*

11.5.20 Entendement

- Faculté de comprendre, de saisir intellectuellement ou par le cœur la nature, la portée, la signification d'un être ou d'une chose.
- Ensemble des facultés de raisonnement, notamment logique.
- Fonction mentale qui ordonne les intuitions présentes à l'esprit du sujet selon des catégories générales (par exemple celles définies par Kant) pour qu'il puisse les interpréter et raisonner sur elles.

L'entendement est le sous-ensemble des facultés de l'intelligence orientées vers la compréhension.

Qu'est-ce qu'avoir compris une chose ?

C'est pouvoir intuitivement (donc instantanément) rendre présentes à l'esprit les relations de la chose avec des choses que l'on connaît déjà :

- Sur le plan (statique) du contenu, ses relations peuvent être des catégories (au sens de Kant), des représentations, des concepts, des structures, le gestalt… : sur ce plan là, *avoir compris, c'est pouvoir analyser*.
- Sur le plan (dynamique) de la création, la liste des étapes ou l'algorithme qui expliquent son existence à partir d'états connus ou de transformations précises : *avoir compris, c'est proposer des historiques de (re)constitution possibles*.

Comment comprendre une chose ?

- Sur le plan statique, il s'agit de décomposer la chose à comprendre en composantes comprises en décrivant les relations qui apparaissent. On peut chercher ces relations en passant en revue des propriétés qu'elle a et en cherchant, pour chacune, des composantes comprises qui l'ont aussi. On peut aussi, connaissant certaines des composantes, chercher des relations avec d'autres choses "candidates".
- Sur le plan dynamique, il s'agit de reconstituer les étapes (l'historique, l'algorithme) de sa création. On peut chercher, pour chaque propriété ou composante précédente, des causes d'évolution vers la chose à comprendre.

Un ordinateur peut-il « comprendre » ?

Au sens de la décomposition analytique précédente, connaissant les propriétés et relations d'un ensemble de choses un ordinateur peut chercher de manière heuristique des décompositions possibles : un esprit humain n'est pas indispensable. Même lorsque l'on ignore certaines propriétés ou relations, qu'il faut alors imaginer et avec lesquelles il faut tenter une décomposition, c'est encore possible.

L'homme commence à devenir indispensable lorsqu'il faut utiliser des analogies plus ou moins vagues ou surprenantes, parce qu'il est difficile d'avoir prévu alors toutes les règles de rapprochement ou d'invraisemblance à donner à un ordinateur, sauf peut-être s'il a un programme d'intelligence artificielle qui a beaucoup appris de cas.

Au sens de l'historique, et connaissant des situations passées et les lois d'évolution applicables, on peut en principe proposer des explications de situations constatées. Cela se fait, par exemple, avec

des logiciels d'aide aux enquêtes criminelles, et des applications de recherche de risques terroristes à partir d'écoutes téléphoniques et de messages interceptés…

11.5.21 Ergodique

Selon le dictionnaire de l'Académie [3]

Hypothèse, postulat ou principe qui permet de déterminer statistiquement toutes les réalisations d'un processus stochastique à partir d'une réalisation de ce processus.

11.5.22 Ersatz

Produit de substitution employé en remplacement du produit idéal.

11.5.23 Espace de travail neuronal global

Voir dans *Représentation* le sous-titre *Utilisation d'une représentation d'objet - Mémoire de travail et mémoire à long terme*.

11.5.24 Esprit

- Principe de vie ;
- Ame individuelle ;
- Réalité pensante et créatrice ;
- Psychisme, ensemble des processus mentaux ;
- Sujet de la conscience.

On ne peut appréhender ces concepts *non scientifiques* que par l'intuition, car ils échappent à l'expérience pratique. Et quoi qu'on fasse, ils seront peu précis.

Théorie de l'esprit (Theory of Mind)

Etude des aptitudes :

- A modéliser ses propres pensées, émotions, désirs et croyances, ainsi que celles d'autrui : [51] page 86 ;
- A prédire l'action de l'autre.

Ces aptitudes favorisent les relations sociales et la communication. (Détails : [156])

Fonctions psychiques

Jung distingue *quatre fonctions psychiques* cardinales, s'opposant deux à deux (pensée et sentiment, sensation et intuition), dont l'une, selon l'individu, deviendra petit à petit, au cours de l'enfance et de l'adolescence, son « outil de prédilection », sa *fonction principale ;* parallèlement, la fonction antagoniste de celle-ci se trouvera alors reléguée dans l'inconscient du sujet, ce pourquoi Jung l'appelle *fonction inférieure,* tandis qu'aux deux autres, partiellement conscientes - d'où partiellement à la disposition du sujet - il donne le nom de *fonctions auxiliaires.*

11.5.25 Gestalt

- Ensemble structuré ou structure formant un tout qui influence les perceptions plus que ses éléments constitutifs. Exemple : une mélodie est identifiable quelle que soit la clé si les rapports de hauteur entre notes sont respectés.
- La *Gestalttheorie (gestalt-theorie)* est une doctrine affirmant que les « formes » sont les données premières de la psychologie. Synonyme : *théorie de la forme*. Des propriétés de régularité, de symétrie, de simplicité rendent un ensemble reconnaissable et prégnant.

  Un seul trait suffit pour changer notre impression globale sur autrui, *s'il a un poids suffisant* ou *s'il apparaît en premier* dans l'ensemble des qualités perçues.

11.5.26 Idéal du moi

Défini dans la 2ème topique de Freud, c'est une représentation de soi cherchant à accéder à des représentations idéalisées (parents, personnes admirées, projets ou activités valorisés).

11.5.27 Identification

Identifier quelque chose c'est reconnaître :

- Soit sa nouveauté, soit sa ressemblance à une chose connue ;
- Soit son appartenance à une classe ou une catégorie ;
- Soit l'équivalence entre certaines de ses propriétés et des propriétés d'objets distincts.

L'identification d'un objet suppose de mettre en correspondance des indices (propriétés) de l'objet avec des images, schèmes ou concepts connus.

11.5.28 Imago

Terme créé par Jung : image inconsciente d'objet (représentation-archétype), forgée précocement et origine de pulsions. Exemples : imago parentale (archétype des parents), imago paternelle, maternelle, fraternelle. Une imago joue le rôle de modèle pour les choix d'objets, qui tendent à reproduire les relations aux objets primitifs de l'enfance.

11.5.29 Immanent

Qui est impliqué dans quelque chose ou impliqué par cette chose.
Qui reste dans les limites de l'expérience possible.
Opposé de *transcendant*.

11.5.30 Immatérialisme

Source : [4], article Immatérialisme
Mot créé par Berkeley pour désigner sa doctrine métaphysique, qu'il considère comme l'exacte antithèse du matérialisme : il n'existe réellement que des esprits, ce qu'on nomme ordinairement matière n'ayant d'autre existence que d'être perçue, et cette perception ayant pour cause directe la volonté de Dieu.

11.5.31 Inconscient

- Substantif : ensemble des phénomènes physiologiques et neuropsychiques inaccessibles à la conscience du sujet, qu'il soit éveillé ou non. L'inconscient a aussi une activité permanente de réorganisation de ses contenus. Enfin, il coopère avec le conscient dans des processus de compensation.
- Adjectif : sont inconscientes :
  - certaines activités du Moi (exemple : les mécanismes de défense) ;
  - certaines activités du Surmoi (exemple : jugement, prescriptions) ;
  - des représentations, sensations et affects qui n'ont pas atteint la valeur, l'intensité qui leur permettraient de franchir le seuil de conscience.
    Exemple : perceptions sensorielles *subliminales*.

L'inconscient est le complément psychique de la conscience dans le Soi.

11.5.32 Inconscient collectif

Partie de l'inconscient commune à tous les humains, donc *innée*. C'est sa partie la plus ancienne et la plus profonde (archaïque), la base de l'inconscient personnel. Contenu : fantasmes, imagos, catégories héritées, archétypes.
Exemple d'archétype : l'image de Dieu héritée du passé de l'humanité.

11.5.33 Instances de la personnalité (systèmes psychiques) - Topiques

Dans les mécanismes du rêve
La déformation de la situation latente en situation rêvée résulte du conflit entre deux instances (systèmes) psychiques :

- *Le système qui perçoit la réalité,* qui en construit une représentation accompagnée d'un souhait à l'origine du rêve ;
- *Le système d'évaluation de la réalité en fonction des valeurs*, qui éventuellement *censure* ce souhait.

Cette structuration simplifiée du psychisme en deux parties est nécessaire pour expliquer la formation du rêve ([157] page 593). En réalité, une structuration plus fine définit un ensemble global de « systèmes Ψ » ([157] page 590).

Dans les mécanismes du psychisme : 1ère topique
Instances (systèmes) de cette topique :

- Système inconscient : voir Ça
- Système préconscient (chez Freud, pas Jung) : mécanismes et représentations psychiques non conscients mais susceptibles de devenir conscients.
- Système préconcient/conscient : le Moi :

- perception ;
- motricité volontaire ;
- conscience de soi et morale, rattachée aussi à l'idéal du moi ;
- critique donc censure, rattachée aussi à l'idéal du moi.

Dans la personnalité : 2ème topique

Instances (systèmes) de cette topique :

- Ça (anciennement "système inconscient") : partie la plus ancienne de l'appareil psychique et réservoir des pulsions. Ne tient pas compte de la réalité, de la logique, du temps, de la causalité.
- Moi : construit progressivement à partir du Ça, inconscient qui coopère avec la couche consciente du Moi.
- Surmoi : issu d'une division du Moi, qu'il juge et censure. Communique avec le Ça par ses parties archaïques. Comprend deux parties :
  - L'idéal du moi : représentations idéalisées des parents et personnes admirées ; projets ou activités valorisés.
  - Instance critique d'interdiction de prise de conscience et d'accomplissement des désirs.

  Instance corrélative au déclin du complexe d'Œdipe : identification aux parents, refoulements intériorisant leurs interdits, adoption des représentations des parents et de l'entourage. En outre, adaptation aux exigences sociales et culturelles.

11.5.34 Intelligence

- Fonction mentale d'organisation du réel en pensées, notamment en passant de perceptions intuitives à des représentations.
- L'intelligence permet à l'homme d'acquérir des connaissances, de créer des abstractions et des modèles. Cela lui permet de s'adapter à son milieu, d'adapter sa conduite aux circonstances et de poursuivre des buts conformes à ses valeurs (en l'absence de tels critères de jugement, l'intelligence n'a pas de sens).

La partie de l'intelligence orientée vers la compréhension est l'entendement.

Par l'adaptabilité qu'elle confère l'intelligence s'oppose à l'instinct, qui ne propose que des conduites héritées adaptées à des situations précises.

11.5.35 Intelligence artificielle

Ensembles de techniques informatiques de modélisation de certains aspects de l'intelligence. Exemples d'application : démonstration automatique de théorèmes, apprentissage d'une logique à partir de nombreux exemples, reconnaissance d'images appliquée à la détection des faux billets de banque, diagnostics médicaux, pilotage automatique, etc.

11.5.36 Intemporel

Qui est étranger au temps et n'a pas non plus durée.

11.5.37 Intuition

Connaissance directe et immédiate, qui paraît être une vérité claire et évidente.

11.5.38 Jugement

Conseil : avant de lire la suite il faut peut-être se familiariser avec la métaphysique de Kant.

Un jugement est une proposition (affirmation, opinion) énonçant un rapport entre un sujet A et un prédicat (attribut, propriété, caractère, information) B : c'est une relation entre le sujet et le prédicat.

Forme d'un jugement

Un jugement (exemple : « Tous les ours ont une queue ») comprend 3 parties :

- Le *sujet* (ce qu'on juge) ; ici : « Tous les ours »
  C'est une suite de mots auquel s'applique le jugement.
- La *copule* (la relation entre sujet et prédicat) ; ici : « ont ».
- Le *prédicat* (la qualité attribuée au sujet) ; ici : « une queue ».

Jugement analytique
Pour savoir si une affirmation est possible, Kant raisonne souvent en considérant sa nature : analytique ou synthétique.

Dans un jugement analytique le prédicat du sujet est contenu dans son objet, il en fait partie au moins implicitement ; ce type de jugement explicite donc la connaissance sans l'étendre.

Jugements qui résultent d'une déduction logique
Un jugement (une proposition) qui résulte d'une *déduction logique* (*syllogisme* ou *inférence*) est analytique : sa compréhension résulte de la faculté de logique, pas de celle d'intuition.

Déductions immédiate et médiate
L'inférence est une déduction *immédiate* (directe, en une seule étape) d'une conclusion à partir d'une seule prémisse, alors que le syllogisme est une déduction *médiate* (comprenant au moins une étape intermédiaire).

Un jugement étant une connaissance médiate d'un objet, il est associé à la représentation d'une représentation de cet objet (voir conscience de soi).

Jugement synthétique
Un jugement synthétique rassemble diverses représentations en une connaissance unifiée, synthèse qui est pure quand ces représentations sont a priori comme celles qui sont dans l'espace ou le temps.

> Exemple de jugement synthétique a priori : « Tout phénomène a une cause ». Ce jugement n'est pas pur car la notion de cause suppose une expérience.

Différence entre jugements analytiques et jugements synthétiques
Dans tous les jugements affirmatifs qui pensent le rapport d'un sujet A à un prédicat B, ce rapport est possible de deux manières :

- Si le sens du prédicat B est contenu dans celui de A, explicitement ou implicitement, le jugement est dit *analytique* ; il n'ajoute pas de connaissance à celle de A, il l'explicite : c'est un jugement *explicatif*, une déduction logique.
- Si le sens du prédicat B n'est pas contenu dans celui de A, le jugement énonce un rapport entre A et B au moyen du prédicat ; le jugement est alors dit *synthétique* : c'est un jugement *extensif* (qui ajoute le prédicat B à la connaissance de A).

La division des jugements en analytiques et synthétiques est indispensable à la critique de l'entendement humain, mais à part cela sans grande utilité.

Les jugements dont la compréhension exige une intuition sont synthétiques
Ainsi, selon [20] pages 103-105 sont synthétiques :

- Les jugements mathématiques ;
- Les propositions arithmétiques ;
- Les axiomes de géométrie pure.

(L'explication de Kant se ramène à une exigence d'intuition pour comprendre *par synthèse* les opérations d'arithmétique, les axiomes et jugements mathématiques et leur utilisation dans des déductions logiques ; en mathématiques, les jugements sont même synthétiques *a priori*).

Un jugement synthétique ne peut se déduire logiquement ni de son sujet, ni de son prédicat. On ne peut donc juger de sa vérité ou de son erreur à partir de son énoncé seul.

Synthèse comparative de deux concepts
Pour comparer synthétiquement un concept à un autre, il faut utiliser un troisième terme qui a une information en commun avec chacun, permettant donc la synthèse.

> *Exemple*
> Pour comparer un chien et une vache on utilise un attribut commun, par exemple le fait qu'ils ont tous deux un poids.

Jugement synthétique a priori : quand est-il possible ?
Un jugement synthétique *a priori* est possible quand :

- son intuition *a priori*,
- sa synthèse de l'imagination
- et l'unité de cette synthèse dans une aperception (conscience de soi) transcendantale

pourraient tous trois résulter d'une expérience possible.

Exemple : La métaphysique doit avoir des connaissances synthétiques a priori
(Citation de [20] page 106)
"Dans la métaphysique, quand bien même on ne la considère que comme une science jusqu'ici simplement recherchée, mais qui est pourtant rendue indispensable par la nature de la raison humaine, *il doit y avoir des connaissances synthétiques a priori,*

et c'est pourquoi il ne s'agit pas du tout pour elle de simplement décomposer des concepts que nous nous faisons *a priori* de certaines choses et par là de les expliciter analytiquement :

[La pensée métaphysique sert à élargir a priori notre connaissance]
en fait, nous voulons élargir *a priori* notre connaissance, ce en vue de quoi il nous faut nous servir de propositions fondamentales qui, par-delà le concept donné, ajoutent quelque chose qui n'était pas contenu en lui,

et par des jugements synthétiques *a priori* nous avancer vraiment si loin que l'expérience elle-même ne peut nous suivre jusque-là, par exemple dans la proposition : « Le monde doit avoir un premier commencement, etc. » ;

et en ce sens la métaphysique consiste, du moins *quant à sa fin*, en de pures propositions synthétiques *a priori.*"
(Fin de citation)

Cet exemple montre qu'un système de connaissances comme la métaphysique est toujours basé sur un ensemble de connaissances et de principes a priori, admis comme axiomes ou postulats de faits, et comme règles de déduction de propositions.

Voir aussi : Jugement hypothétique ; Jugement problématique

Proposition - Proposition logique
Une *proposition* est un jugement comprenant un sujet, un connecteur et un prédicat.
Exemple : « Cet ours » (sujet) « est » (connecteur) « dangereux » (prédicat).

Une *proposition logique* est une proposition qui ne peut être que *vraie* (toujours vraie, sans cas particulier ou exception) ou toujours *fausse* (parce qu'il existe au moins un cas où sa signification contredit une certitude) ; elle a donc deux valeurs logiques possibles : *vrai* et *faux*, qui s'excluent mutuellement pour une proposition donnée.

Complément : en annexe *Proposition logique*.

11.5.39 Libido - Energie psychique

- Chez Freud : la libido est l'énergie psychique vitale ayant sa source dans la sexualité au sens large, c'est-à-dire incluant génitalité et amour en général (de soi, des autres, des objets, des idées).
- Chez Adler, la libido vient de la volonté de puissance et du besoin de sécurisation.
- Chez Jung : la libido est une valeur énergétique caractérisant un domaine quelconque : puissance, haine, sexualité, religion, force créatrice etc., sans être une tendance spécifique.

11.5.40 Maxime

Principe de conduite, règle de morale. Comparer à *Précepte*.

11.5.41 Mémoire de travail / à long terme - Espace de travail neuronal global

[42] propose dans son chapitre 5 une *Théorie de l'espace de travail neuronal global* qui rend compte du fonctionnement de la *conscience de*. Cet espace de travail virtuel reçoit des informations des systèmes d'attention, d'évaluation de valeur, de perception et de mémorisation à long terme. Il

constitue la mémoire de travail, mémoire qui forme une représentation cohérente des informations reçues et la retient le temps de la transmettre aux dizaines de processeurs psychiques spécialisés interconnectés susceptibles de l'utiliser, et éventuellement aux systèmes de commande des muscles moteurs. Une information arrivée dans l'espace de travail est immédiatement disponible.

11.5.42 Mnésique
Adjectif : qui a trait à la mémoire. Qualifie trois processus : la mémorisation, la rétention et la récupération. La mémorisation conserve en mémoire la trace des processus mis en œuvre par le sujet (le schéma d'attention).

11.5.43 Moi
Complexe de représentations corporelles et d'affects constituant le champ de la *conscience de soi*. Il se forme tout au long d'une vie pour s'adapter aux circonstances. L'adaptation utilise des fonctions psychiques : pensée ou affect, intuition ou sensation.

Le Moi est un *centre de décisions*, notamment pour les choix éthiques du sujet, et un *centre de connaissances*, notamment pour distinguer le sujet de son environnement.

Le Moi ignore l'inconscient, qui fait partie du Soi défini comme « le sujet dans la totalité de sa psyché ». Mais certaines activités du Moi sont inconscientes ; exemple : les mécanismes de défense.

Voir aussi *Moi*.

11.5.44 Neurophysiologie
Etude de la structure et des fonctions du système nerveux ; fait partie des neurosciences.

11.5.45 Neurosciences
Ensemble des sciences qui étudient la structure, le fonctionnement et les fonctions du système nerveux. A l'heure actuelle, les sciences cognitives se développent en utilisant des modèles informatiques d'intelligence artificielle.

11.5.46 Neurotransmetteur
Message chimique d'un neurone destiné à stimuler ou inhiber l'activité d'un autre neurone. La dopamine, par exemple, est un neurotransmetteur.

11.5.47 Ontogenèse
Ensemble des processus qui conduisent de la cellule œuf d'un être vivant à l'adulte reproducteur.

11.5.48 Particule
Corpuscule constitutif de la matière (et de l'antimatière), ainsi que de l'énergie. Exemples : électron, proton, neutron, quark, etc. A l'échelle subatomique les interactions fondamentales passent par des particules porteuses d'énergie décrites par la *Théorie quantique des champs*.

11.5.49 Perception
Opération par laquelle l'esprit, en organisant les données sensorielles, se forme une représentation des objets extérieurs et prend connaissance du réel. Cette opération met en œuvre les mécanismes psychiques d'intuition, d'intelligence et d'entendement. La représentation ainsi construite est appelée *perception*.

11.5.50 Persona
Chez Jung : fragment de la psyché collective d'un individu à travers lequel se met en place le rapport avec les objets. C'est un dispositif d'adaptation au monde développé dans ses rapports avec lui.

La persona est ce que chacun représente pour lui-même et pour son entourage ; c'est une apparence, un masque à travers lequel s'expriment des représentations et valeurs de la psyché collective. Le Moi conscient s'identifie à sa persona.

11.5.51 Personnalité
Ensemble de conduites stable, considéré sous un angle qui fait son unité.

11.5.52 Préconscient
Partie de l'inconscient qui contient des mécanismes et représentations susceptibles de devenir conscients. Son contenu reste non conscient tant qu'il n'a pas été transmis à la conscience. Un mécanisme de censure basé sur des valeurs peut bloquer les passages entre inconscient et préconscient, et entre préconscient et conscience.

11.5.53 Précepte
Proposition ou prescription énonçant un enseignement, une conduite à suivre ou une règle. Comparer à *Maxime*.

11.5.54 Processus

Mécanisme mental mis en œuvre par un sujet, enchaînement d'opérations mentales :

- Elaboration de concepts ;
- Jugements d'une affirmation (jugements vrai/faux et jugements de valeur) ;
- Raisonnements (déduire une affirmation d'autres, tenues pour vraies) ;
- Organisation par l'entendement de connaissances présentes à l'esprit :
  - Classification : affirmer qu'un objet fait partie d'un ensemble (exemple : le fromage est un aliment, le chocolat aussi), ou qu'un objet a une certaine propriété.
  - Comparaison : comparaison d'éléments (plus petit, plus grand, égal, différent) et proportionnalité.
  - Sériation : ordonner des éléments selon une dimension croissante ou décroissante.
  - Dénombrement : compter des objets quel que soit leur ordre.
  - Opérations formelles : raisonner sur des abstractions, des propositions logiques et des hypothèses, et faire des déductions.

Voir aussi *Processus*.

11.5.55 Psyché

Psychologie : Ensemble des comportements individuels conscients et inconscients, par opposition à ce qui est purement organique. C'est un assemblage de *complexes* contradictoires.

Le conscient est la frange adaptative de la psyché. Au conscient incombe l'adaptation au monde, ses soucis, ses difficultés, ses tensions. Le reste de la psyché est déroulement végétatif, voire végétal de la vie. ([155] page 207 - Note du Traducteur)

Selon Jung, la psyché est un système autorégulateur : si le conscient est dans une position trop unilatérale, l'inconscient tend spontanément à en rétablir l'équilibre en créant un symbole.

11.5.56 Psychisme

Ensemble, conscient ou inconscient, considéré dans sa totalité ou partiellement, des phénomènes et processus relevant de l'esprit, de l'intelligence et de l'affectivité, et constituant la vie psychique. Cet ensemble comprend les phénomènes conscients, relevant de l'état d'éveil, et les phénomènes non conscients présents que le sujet soit éveillé ou non.

Synonyme : appareil psychique.

11.5.57 Psychologie

A l'origine branche de la philosophie qui étudiait l'âme, aujourd'hui discipline scientifique qui étudie le psychisme. Comprend une dizaine de branches : psychanalyse, psychologie clinique, psychologie expérimentale, psychopathologie, psychologie du développement, psychologie de l'éducation, psychologie cognitive, neuropsychologie, psychologie sociale, psychologie du travail et des organisations…
Adjectif : qui se rapporte à l'influence du psychisme sur l'organisme.

11.5.58 Pulsion

Psychanalyse : Poussée du *somatique* s'imposant à l'appareil psychique. La pulsion crée dans l'organisme un état de tension propre à orienter sa vie fantasmatique et sa vie de relation vers des objets, et suscitant des besoins dont la satisfaction est nécessaire pour que la tension tombe.

La pulsion a une *source* somatopsychique, un *but* dont dépendent satisfaction et décharge d'énergie, et un *objet* par rapport auquel le but peut être atteint. Si le but n'est pas atteint, il y a frustration et accroissement désagréable de la tension.

11.5.59 Réductionnisme

On appelle *réductionnisme* un principe d'explication d'un phénomène complexe par une seule de ses composantes, censée suffire à rendre compte des autres. Cette définition s'applique notamment au vivant, lorsque les phénomènes de niveau supérieur sont expliqués à partir du niveau inférieur : le psychisme est expliqué à partir de la seule biologie, et celle-ci à partir de la chimie et de la physique. Le réductionnisme est donc une méthode d'explication par schématisation, approche scientifique nécessairement analytique.

Avec une approche réductionniste, les propriétés d'un tout doivent se déduire de celles *d'une* de ses parties.

Exemple de réductionnisme : la théorie de l'évolution
Cette théorie, publiée par Darwin en 1859, a été approfondie depuis par l'apport de la génétique et de la théorie des attracteurs de Prigogine. Elle constitue un bon exemple de réductionnisme : l'évolution de toutes les espèces vivantes peut s'expliquer à l'aide d'un seul mécanisme de la vie, la transmission génétique, dont les « accidents » observés lors des mutations sont dus à l'existence de solutions à faible probabilité des équations linéaires décrivant l'évolution des vecteurs d'état en Mécanique quantique ; ces accidents affectent les liaisons moléculaires du génome. A ce mécanisme de mutation s'ajoutent deux autres phénomènes : l'expression des gènes et la sélection naturelle.

11.5.60 Réfraction
Déviation d'une onde électromagnétique causée par le caractère non homogène du milieu ou par le passage d'un milieu à un autre.

11.5.61 Réseau neuronal
Ensemble de neurones interconnectés, c'est l'organisation fondamentale du tissu nerveux. Chaque neurone communique, par signaux d'excitation et d'inhibition, avec d'autres neurones.

Par extension, c'est un ensemble d'ordinateurs interconnectés exécutant une application d'intelligence artificielle (exemples : reconnaissance d'images ou de billets de banque faux ; simulation de réseau de neurones cérébraux : voir [158]).

11.5.62 Schéma d'attention
Voir cette expression dans *Mémorisation des étapes d'une action - Schéma d'attention*.

11.5.63 Schème
- Type, principe ou catégorie dont relève quelque chose ; principe général d'organisation.
- En psychologie : forme générale ayant une organisation interne ainsi qu'une action organisatrice et structurante. Exemples : schème de pensée, schème perceptif.
- Schème transcendantal de Kant : représentation intermédiaire entre les phénomènes perçus par les sens et les catégories de l'entendement.

Exemple : le nombre est le schème de la catégorie "unité, pluralité, totalité".

11.5.64 Sémantique
Dans ce texte, c'est un adjectif, mot savant pour *signification*. Un texte peut être syntaxiquement correct (on dit *bien formé*) tout en n'ayant pas de signification ou en étant absurde.

11.5.65 Seuil de conscience
(Selon les expériences de [42] pages 185 et 196-197)

La *conscience de* possède un seuil temporel, un point de non-retour : un stimulus bref va rester *subliminal*, tandis qu'un autre à peine plus long sera pleinement visible. La prise de conscience a un fonctionnement tout-ou-rien : avant il n'y a pas de *conscience de*, après il y a *conscience de*. L'état de la conscience change, preuve supplémentaire que la *conscience de* est un état, pas une action ; c'est la transmission du stimulus qui est une action. Une prise de conscience excite des neurones dans l'ensemble du cerveau, pas dans une petite partie comme le fait un stimulus resté subliminal.

Le cerveau est parcouru d'incessantes fluctuations aléatoires. Ce « bruit » neuronal s'ajoute à l'activité sensorielle et fait varier les chances de franchir le seuil. […] Lorsque les fluctuations spontanées s'alignent avec le stimulus sensoriel, les chances de celui-ci d'être perçu augmentent ; lorsque l'activité spontanée entre en compétition avec l'image entrante, la probabilité de celle-ci d'être détectée diminue.

11.5.66 Soi
Définit la personne dans son unité et son individualité. Siège de l'ensemble de l'activité psychique, « sujet dans la totalité de sa *psyché* ». Ensemble de la personnalité *englobant le conscient et l'inconscient*. L'influence du Soi se manifeste dans la nature particulière des éléments de l'inconscient qui viennent compenser et contrebalancer la situation consciente.

11.5.67 Somatique (système nerveux)
Source : [59], article *Système nerveux*
Sur le plan fonctionnel, le système nerveux comporte :

- *Le système nerveux autonome* (ou végétatif, ou neuro-végétatif, ou viscéral), qui comprend le système sympathique et le système parasympathique ;

- *Le système nerveux de la vie de relation* (ou système somatique) qui comprend les systèmes sensoriels (depuis la prise de relation par les récepteurs jusqu'à l'intégration centrale dans les aires de projection puis d'association), et le système neuromusculaire.

L'adjectif somatique signifie donc : qui a trait au système nerveux de la vie de relation.

11.5.68 Spiritualisme

En tant que doctrine, le spiritualisme affirme :

- La spiritualité (immatérialité) de l'âme, distincte et indépendante du corps ;
- La possibilité d'une action de l'esprit sur la matière, l'esprit étant supérieur à la matière bien que son activité puisse en être dépendante.

Le mot spiritualisme est souvent entendu au sens philosophique d'idéalisme. La doctrine spiritualiste affirme alors que seul l'esprit est absolu, que c'est la seule réalité, et que toute matière et toute vie en dépendent.

Au sens psychologique, le spiritualisme postule que les phénomènes psychiques ne peuvent se réduire à des phénomènes physiologiques : ce sont des facultés de l'âme.

Au sens moral, la primauté de l'esprit sur la matière fait que c'est l'esprit qui crée spontanément les valeurs morales, sans intervention de la nature ou de l'homme. Ces valeurs sont absolues et régissent l'activité de l'homme.

Critique

On appréciera le caractère vague des notions d'esprit et d'âme, ainsi que le caractère arbitraire des croyances en une supériorité (?) de l'esprit et l'existence de valeurs morales absolues, indépendantes des circonstances historiques et culturelles.

11.5.69 Subconscient (nom et adjectif)

Souvent synonyme d'inconscient. Le subconscient est une *conscience* dont les phénomènes psychiques sont perçus avec moins d'intensité, plus faiblement que ceux de la conscience proprement dite ; l'adjectif subconscient s'applique donc à *tous* les actes psychiques. Une pensée ou représentation subconsciente n'a donc pas de seuil à franchir pour devenir consciente : la conscience y a toujours accès. Au contraire, l'inconscient est inaccessible à la conscience immédiate.

L'expression « inconscient cognitif » est synonyme de subconscient ; c'est le siège des opérations *subliminales*.

11.5.70 Subsumer, subsomption

Subsumer c'est penser un cas particulier sous un concept (classe générale) : une variété sous une espèce, une espèce sous un genre ; c'est aussi considérer un fait (une expérience) comme régi(e) par une loi. Un jugement est une *subsomption*.

Exemple de raisonnement : syllogisme avec conditionné et inconditionné

« Un chien est un animal ; Médor est un chien ; donc Médor est un animal. »

Proposition majeure (sujet : chien)	**Proposition mineure (sujet : Médor)**	**Conclusion**

Une relation de subsomption est ensembliste

- Dans « Un chien est un animal » l'ensemble des chiens est inclus dans l'ensemble des animaux.
- Dans « Médor est un chien » Médor est un élément de l'ensemble des chiens.
- Dans « Médor est un animal » Médor est un élément de l'ensemble des animaux, car l'inclusion de l'ensemble des chiens dans celui des animaux fait que tout chien est un animal.

11.5.71 Surmoi

Voir *Instances de la personnalité (systèmes psychiques) - Topiques*.

11.5.72 Syntaxe

En logique, dans un langage formalisé : la syntaxe décrit l'alphabet utilisé, les règles de construction des expressions bien formées, ainsi que les règles de déduction opérant à partir des axiomes. Connaître la syntaxe d'un langage permet d'écrire un texte correctement, pas d'en connaître le sens, qui relève de la sémantique.

11.5.73 Tétrapodes
Ensemble de tous les vertébrés, surtout aériens et terrestres, primitivement munis de quatre membres marcheurs (Amphibiens, Reptiles, Oiseaux et Mammifères).

11.5.74 Théologie
- En langage courant : science de Dieu, de ses attributs, de ses rapports avec le monde et avec l'homme.
- Dans les religions chrétiennes : science fondée sur la Révélation et la Tradition.
- En philosophie (théologie naturelle ou rationnelle) : partie de la métaphysique qui traite de l'existence et des attributs de Dieu, de la destinée de l'homme et de l'immortalité de l'âme en s'appuyant uniquement sur la raison.

  Théologique (adjectif)
  Qui concerne la théologie ou qui a le caractère de la théologie.

  Théologie transcendantale de Kant
  C'est la connaissance de l'Être originaire [le Dieu créateur], issue de :

  - La simple raison, qui conçoit son objet :
    - Simplement, par la raison pure, par l'intermédiaire de concepts purement transcendantaux et elle s'appelle la *théologie transcendantale*
      (voir Etre originaire, être suprême et être-de-tous-les-êtres) ;"
    - A l'aide d'un concept qu'elle tire de la nature (de notre âme), en y voyant la suprême intelligence, et elle devrait alors s'appeler la *théologie naturelle.*

    La théologie transcendantale est une théologie spéculative.
  - La révélation, qui est l'acte par lequel Dieu communique à l'homme la connaissance et les vérités partiellement ou totalement inaccessibles à la raison ; c'est le fondement de la religion.

  Théologie naturelle de Kant
  La *théologie naturelle* conclut aux attributs et à l'existence d'un auteur du monde [le Dieu créateur] à partir de la constitution, de l'ordre et de l'unité qui se rencontrent dans ce monde, où doivent être admises deux sortes de causalité et leurs règles respectives, à savoir la nature et la liberté. Par conséquent, elle s'élève de ce monde à la suprême intelligence considérée soit comme le principe de tout ordre et de toute perfection, soit dans le registre naturel, soit dans le registre moral. Dans le premier cas, elle s'appelle *théologie physique ;* dans le second, *théologie morale.*

La finitude
Le pouvoir de l'homme sur sa propre vie est limité : on parle à son propos de *finitude*. Il ne peut s'empêcher de finir par mourir, ni protéger ses amis contre la mort, et ce problème de disparition angoisse beaucoup de gens. Tous voudraient, si possible, être sauvés de la mort. Tous désirent *le salut* pour eux-mêmes et ceux qu'ils aiment

> (c'est-à-dire le bonheur éternel d'être sauvé de l'état de péché et de souffrance dans lequel les hommes naissent depuis que Dieu a condamné les descendants d'Adam et Eve).

Diverses philosophies apportent des réponses à ce besoin de salut, en proposant des explications de ce qui se passe après la mort. De son côté, la religion chrétienne promet aux hommes l'enfer, le purgatoire ou le paradis, selon la vie qu'ils ont menée.

Le problème de finitude dépasse celui du salut. En fait, l'homme souffre de ne pouvoir revenir en arrière dans le temps : ce qui s'y est passé est *irréversible*. Beaucoup de gens souffrent du remords d'avoir fait une erreur. La philosophie enseigne à éviter, ou au mois à limiter, cette souffrance. Elle enseigne aussi à limiter son ambition à ce qui est possible, pour ne pas se consacrer si intensément à préparer l'avenir qu'on en oublie de profiter du présent. Elle enseigne, enfin, à comprendre de quoi on a peur, pour pouvoir vaincre ces peurs et être *libre*.
Voir Epicurisme et Stoïcisme.

11.5.75 Topique
Freud a défini deux topiques, points de vue particuliers du psychisme. Une *topique* est un sujet du discours, défini comme « ce dont on dit quelque chose », « ce qui est donné comme thème », par la

question d'un interlocuteur ou par la situation, par opposition au *commentaire*, qui est « ce qui est dit de la personne ou de la chose » :

- 1ère topique : inconscient, préconscient et conscience.
- 2ème topique : Ça, Moi et Surmoi.

11.6 Philosophes, scientifiques, etc. cités

Abel, Niels Henrik : 1802-1829, mathématicien
Adler, Alfred : 1870-1937, psychiatre et psychothérapeute
Albrecht, Andreas Johann : cosmologiste
Andronicos de Rhodes : 1er siècle, philosophe
Anselme : ~1033-1109, archevêque de Canterbury, fondateur de la scolastique
Aristote : né en 384 avant J.-C., mort en 322 après J.-C., philosophe
Arnold, Vladimir Igorevitch : 1937-2010, mathématicien
Ashtekar, Abhay : né en 1949, physicien
Aspect, Alain : né en 1947, normalien, physicien
Augustin (Saint), 354-430, évêque de Hippo, théologien
Avicenne, Ibn Sina : 980-1037, philosophe
Avogadro, Amedeo, conte di Quaregna e Cerreto : 1776-1856, physicien
Becquerel, Antoine-Henri : 1852-1908, physicien, prix Nobel de physique 1903
Bekenstein, Jacob : 1947-2015, physicien (selon Wikipédia)
Bell, John Stewart : 1928-1990, physicien
Bendixson, Ivar : 1861-1935 : mathématicien
Berger, Robert : 1938- mathématicien
Berkeley, George : 1685-1753, évêque anglican, philosophe
Bertrand, Joseph-Louis-François : 1822-1900, mathématicien
Bethe, Hans Albrecht : 1906-2005, physicien, prix Nobel de physique 1967
Bohm, David : 1917-1992, physicien
Bohr, Niels : 1885-1962, physicien, prix Nobel de physique 1922
Bohr, Aage Niels : 1922-2009, physicien, prix Nobel de physique 1975
Boltzmann, Ludwig : 1844-1906, physicien
Boole, George : 1815-1864, mathématicien
Borel, Emile : 1871-1956, mathématicien et philosophe
Born, Max : 1882-1970, physicien, prix Nobel de physique 1954
Boscovich, Ruggero : 1711-1787, astronome, mathématicien, géodésien
Bose, Satyendra Nath : 1894-1974, mathématicien et physicien
Bouveresse, Renée : normalienne, docteur en philosophie et en psychologie
Boyer, Robert Hamilton : 1932-1966, mathématicien
Boyle, Robert : 1627-1691, philosophe de la science et théologien
Brahe, Tycho : 1546-1601 : astronome
Brighelli, Jean-Paul : né en 1953, normalien, professeur de lettres
Broglie, Louis de : 1892-1987, physicien, prix Nobel de physique 1929
Brout, Robert : 1928-2011, physicien
Brouwer, Luitzen : 1881-1966, mathématicien
Brown, Robert : 1773-1858, botaniste, découvreur du mouvement brownien
Bruno, Giordano : 1548-1600, philosophe, astronome, mathématicien
Cantor, Georg : 1845-1918, mathématicien
Casimir, Hendrik : 1909-2000, physicien
Celsius, Anders : 1701-1744, astronome

Chandrasekhar, Subrahmanyan : 1910-1995, astrophysicien, prix Nobel de physique 1983
Churchill, Sir Winston : 1874-1965, homme d'état, tribun, auteur et Premier ministre
Clausius, Rudolf : 1822-1888, physicien, un des pères de la thermodynamique
Compton, Arthur Holly : 1892-1962, physicien, prix Nobel de physique 1927
Comte-Sponville, André : né en 1952, normalien, philosophe (selon Wikipédia)
Condillac, Etienne Bonnot de : 1715-1780, philosophe et prêtre catholique
Cornell, Eric : né en 1961, physicien, prix Nobel de physique 2001
Coulomb, Charles-Augustin de : 1736-1806, physicien
Crommelin, Andrew : 1865-1939, astronome
Darwin, Charles Robert : 1809-1882, naturaliste
Davisson, Clinton Joseph : 1881-1958, physicien, prix Nobel de physique 1937
Dedekind, Richard : 1831-1916 : mathématicien
Delambre, Jean-Baptiste Joseph : 1749-1822, astronome et géographe
Démocrite, ~460 avant J.-C. - 370 avant J.-C., philosophe qui a théorisé les atomes
Descartes, René : 1596-1650, mathématicien, physicien et philosophe
DeWitt, Bryce Seligman : 1923-2004, physicien
Dicke, Robert : 1916-1997, physicien et cosmologiste
Dirac, Paul : 1902-1984, physicien, prix Nobel de physique 1933
Doppler, Christian : 1803-1853, physicien
Duhem, Pierre : 1861-1916, physicien, mathématicien et philosophe des sciences
Eddington, Sir Arthur Stanley : 1882-1944, astrophysicien et mathématicien
Einstein, Albert : 1879-1955, physicien, prix Nobel de physique 1921
Englert, François : né en 1932, physicien
Ephrussi, Boris : 1901-1979, généticien (d'après Wikipédia)
Epicure, 341 avant J.-C. - 270 avant J.-C., philosophe
Euclide : né vers 300 avant J.-C., mathématicien
Euler, Leonhard : 1707-1783, mathématicien et physicien
Everett, Hugh : 1930-1982, physicien
Faraday, Michael : 1791-1867, physicien et chimiste, expérimentateur génial
Feigenbaum, Mitchell : né en 1944, physicien
Feller, William : 1906-1970, mathématicien
Fermat, Pierre de : 1601-1665, mathématicien
Feynman, Richard Phillips : 1918-1988, physicien prix Nobel de physique 1965
Finkelstein, David Ritz : 1929-2016, physicien
Fourier, Joseph : 1768-1830, mathématicien
Freud, Sigmund : 1856-1939, médecin neurologue, psychanalyste
Friedmann, Alexandr Alexandrovich : 1888-1925, mathématicien et cosmologiste
Galilée (Galileo Galilei) : 1564-1642, physicien
Gamow, Georgy : 1904-1968, physicien et cosmologiste
Gauss, Carl Friedrich : 1777-1855, mathématicien
Georgi, Howard : né en 1947, physicien
Germer, Lester Halbert : 1896-1971, physicien
Glashow, Sheldon Lee : né en 1932, physicien, prix Nobel de physique 1979
Gödel, Kurt : 1906-1978, mathématicien
Goodstein, Reuben Louis : 1912-1985, mathématicien et logicien (selon Wikipédia)
Guth, Alan Harvey : né en 1947, physicien et cosmologiste
Hamilton, William Rowan : 1805-1865, mathématicien
Hamilton, Sir William, 9th Baronet: 1788-1856, philosophe

Haroche, Serge : 1944-…, physicien, prix Nobel de physique 2012
Hawking, Stephen William : 1942-2018, physicien
Hegel, Georg Wilhelm Friedrich : 1770-1831, philosophe
Heisenberg, Werner : 1901-1976, physicien, prix Nobel de physique 1932
Hertz, Heinrich : 1857-1894 : physicien
Hertzsprung, Ejnar : 1873-1967, astronome
Higgs, Peter : né en 1929, physicien, prix Nobel de physique 2013
Hilbert, David : 1862-1943, mathématicien
Hobbes, Thomas : 1588-1679 : philosophe, scientifique et historien
Hoyle, Sir Fred : 1915-2001, mathématicien et astronome
Hubble, Edwin Powell : 1889-1953, astronome
Hulse, Russell Alan: né en 1950, physicien, prix Nobel de physique 1993
Hume, David : 1711-1776, philosophe
Husserl, Edmund : 1859-1938 : philosophe
Jacobi, Friedrich Heinrich : 1743-1819, philosophe critique du rationalisme
Jordan, Ernst Pascual : 1902-1980, physicien
Julia, Gaston Maurice : 1893-1978, mathématicien
Jung, Carl Gustav : 1875-1961, psychologue et psychiatre
Kahneman, Daniel : né en 1934, psychologue, Prix Nobel d'économie 2002
Kant, Emmanuel : 1724-1804, philosophe
Kelvin, Sir William Thomson : 1824-1907, mathématicien et physicien
Kepler, Johannes : 1571-1630, astronome
Kerr, Roy Patrick : né en 1934, mathématicien et cosmologiste
Ketterle, Wolfgang : né en 1957, physicien, prix Nobel de physique 2001
Khintchine, Alexandre : 1894-1959, mathématicien
Kochen, Simon B.: né en 1934, mathématicien
Koestler, Arthur : 1905-1983, écrivain, auteur de *Le zéro et l'infini* et *Les somnambules*.
Kruskal, Martin : 1925-2006, mathématicien et physicien
Kutta, Martin : 1867-1944, mathématicien
Lagrange, Joseph Louis : 1736-1813, mathématicien
Landauer, Rolf : 1927-1999, physicien
Laplace, Pierre-Simon de : 1749-1827, mathématicien et astronome
Leibniz, Gottfried Wilhelm : 1646-1716, mathématicien et philosophe
Lemaître, Georges : 1894-1966, astrophysicien
Lennard-Jones, John Edward : 1894-1954, mathématicien
Lense, Josef : 1890-1985, physicien
Lévy, Paul Pierre : 1886-1971, mathématicien
Liapounov, Alexandre : 1857-1918, mathématicien
Lifshitz, Evgueny : 1915-1985, physicien
Linde, Andreï Dmitrievitch : né en 1948, physicien, cosmologiste
Lindquist, Richard W.: mathématicien
Liouville, Joseph : 1809-1882, mathématicien
Lorentz, Hendrik Antoon : 1853-1928, physicien, prix Nobel de physique 1902
Lorenz, Edward Norton : 1917-2008, météorologue
Lotka, Alfred James : 1880-1949, mathématicien
Machin, John : 1680-1751, mathématicien
Marc-Aurèle : 121-180, empereur romain, philosophe stoïcien
Mariotte, Edme : 1620-1684, physicien

Marx, Karl Heinrich : 1818-1883, philosophe, historien, économiste, sociologue
Maupertuis, Pierre Louis Moreau de : 1698-1759, mathématicien
Maxwell, James Clerk : 1831-1879, physicien
Méchain, Pierre-François André : 1744-1804, astronome et géographe
Mendeleev, Dmitry Ivanovitch : 1834-1907, chimiste
Mersenne, Marin : 1588-1648, théologien, mathématicien et philosophe
Michelson, Albert Abraham : 1852-1931, physicien
Minkowski, Hermann : 1864-1909, mathématicien
Moivre, Abraham de : 1667-1754, mathématicien
Morley, Edward Williams : 1838-1923, chimiste
Navier, Claude-Louis : 1785-1836, ingénieur, mathématicien et économiste
Newton, Sir Isaac : 1642-1727, mathématicien et physicien
Nietzsche, Friedrich : 1844-1900, philosophe
Noether, Emmy : 1882-1935, mathématicienne
Ohm, Georg Simon : 1789-1854, physicien
Olbers, Heinrich Wilhelm Matthäus : 1758-1840, physicien et astronome
Oscar II : 1829-1907, roi de Suède et de Norvège
Pavlov, Ivan Petrovitch : 1849-1936, physiologiste, prix Nobel de physiologie ou médecine 1904
Pauli, Wolfgang : 1900-1958, physicien, prix Nobel de physique 1945
Pauling, Linus : 1901-1994, chimiste théoricien, 2 prix Nobel en 1954 et 1962
Peano, Giuseppe : 1858-1932, mathématicien
Peirce, Benjamin : 1809-1880, mathématicien et astronome
Penrose, Sir Roger : né en 1931, mathématicien et cosmologiste
Planck, Max : 1858-1947, physicien - prix Nobel de physique 1918
Platon : né en 428 ou 427 avant J.-C., mort en 348 ou 347, philosophe
Poincaré, Henri : 1854-1912, mathématicien
Popper, Sir Karl : 1902-1994, philosophe père du Rationalisme critique
Prandtl, Ludwig : 1875-1953, physicien de la mécanique des fluides
Prigogine, Ilya : 1917-2003, prix Nobel de chimie 1977
Ptolémée (Ptolemaeus), Claude : ~100-~170, mathématicien et astronome
Pythagore né vers 580 avant J.-C., mort vers 500 avant J.-C., mathématicien et philosophe
Pyrrhon : né vers 350 avant J.-C. – mort vers 270 après J.-C.: philosophe sceptique
Quine, Willard Van Orman : 1908-2000, logicien et philosophe
Rayleigh, John William Strutt, 3rd baron Rayleigh: 1842-1919, physicien, prix Nobel de physique 1904
Reynolds, Osborne : 1842-1912, ingénieur et physicien
Ricci-Curbastro, Gregorio : 1853-1925, mathématicien
Riemann, Bernhard : 1826-1866, mathématicien
Rössler, Otto : né en 1940, biochimiste
Rousseau, Jean-Jacques : 1712-1778, philosophe
Rovelli, Carlo : né en 1956, physicien et cosmologiste
Runge, Carl : 1856-1927 : mathématicien
Russell, Henry Norris : 1877-1957, astronome
Russell, Sir Bertrand : 1872-1970, philosophe, logicien, prix Nobel de littérature 1950
Rutherford, Sir Ernest : 1871-1937, physicien, prix Nobel de chimie 1908
Salam, Abdus : 1926-1996, physicien, prix Nobel de physique 1979
Sartre, Jean-Paul : 1905-1980, philosophe, prix Nobel de littérature 1964 (refusé)
Schechtman, Daniel : né en 1941- prix Nobel de chimie 2011
Schopenhauer, Arthur : 1788-1860, philosophe

Schrödinger, Erwin : 1887-1961, physicien, prix Nobel de physique 1933
Schwarzschild, Karl : 1873-1916, astronome
Shapiro, Irwin Ira : né en 1929, astrophysicien (selon Wikipédia)
Sierpiński, Waclaw : 1882-1969, mathématicien
Socrate : né en 470 avant J.-C., mort en 399 avant J.-C., philosophe
Sophocle : né vers 496 avant J.-C., mort en 406 avant J.-C., dramaturge
Specker, Ernst Paul : 1920-2011, mathématicien
Spinoza, Baruch : 1632-1677, philosophe
Stefan, Josef : 1835-1893, physicien
Steinhardt, Paul : né en 1952, cosmologiste
Stokes, Sir George Gabriel : 1819-1903, physicien et mathématicien
Susskind, Leonard : né en 1940, physicien
Szekeres, George : 1911-2005, mathématicien
Tarski, Alfred : 1902-1983, mathématicien et logicien
Taylor, Brook : 1685-1731, mathématicien
Taylor, Joseph Hooton, Jr.: né en 1941, astrophysicien, prix Nobel de physique 1993
Thirring, Hans : 1888-1976, physicien
Thom, René Frédéric : 1923-2002, mathématicien médaille Fields 1958
Thomas d'Aquin, Saint : 1224/1225-1274, théologien scolastique
Thomson, Sir Joseph John : 1856-1940, physicien, prix Nobel de physique 1906
Tirole, Jean : né en 1953, économiste, prix Nobel d'économie 2014
Turing, Alan Mathison : 1912-1954, mathématicien et logicien
Van der Pol, Balthasar : 1889-1959, physicien
Van der Waals, Johannes Diderick : 1827-1923, prix Nobel de physique 1910
Verhulst, Pierre-François : 1804-1849, mathématicien
Volterra, Vito : 1860-1940 : mathématicien
Weinberg, Steven : né en 1933, physicien, prix Nobel de physique 1979
Wheeler, John Archibald : 1911-2008, physicien
Wieman, Carl : né en 1951, physicien, prix Nobel de physique 2001
Wiles, Andrew John : né en 1953, mathématicien
Wolff, Christian, Baron von : 1679-1754, philosophe des Lumières
Young, Thomas : 1773-1829, physicien découvreur des interférences lumineuses
Zénon d'Elée : né vers 500 avant J.-C., philosophe

11.7 Références

[1] Encyclopédie Universalis 2012
- [1a] Article *Aristote 385 environ-322 avant J.-C.* par Pierre Aubenque
- [1b] Article *Antiquité – Naissance de la philosophie* par Pierre Aubenque
- [1c] Article *Descartes (René) 1596-1650* par Ferdinand Alquié
- [1d] Article *Emmanuel Kant (1724-1804)* par Francis Wybrands
- [1e] Article *Âme*
- [1f] Article *Boscovich*
- [1g] Article *Cinétique des fluides (théorie)*
- [1h] Article *Spectroscopie*
- [1i] Article *Statistique (Mécanique)*
- [1j] Article *Démographie*
- [1k] Article *Populations animales (dynamique des)*
- [1l] Article *Particules élémentaires – Fermions*
- [1m] Article *Ondes gravitationnelles*
- [1n] Article *Nucléosynthèse*
- [1p] Article *Trous noirs*

[2] *Les œuvres majeures d'Aristote – 7 œuvres complètes*
Collection Kindle chez Amazon
[2a] *Préface à la physique d'Aristote* de Barthélémy Saint Hilaire (1862)
[2b] *La métaphysique* traduit par J. Barthélémy Saint Hilaire, Alexis Pierron et Charles Zevort

[3] Dictionnaire sur PC Ortolang du CNRTL (CNRS), comprenant les dictionnaires de l'Académie française jusqu'à la 9ème édition. https://www.cnrtl.fr/definition/

[4] *Vocabulaire technique et critique de la philosophie* par André Lalande aux PUF
Excellent ouvrage, tenant compte des travaux de La Société française de philosophie. Une mine incomparable de renseignements au prix de 15€.

[5] Article *Qu'entend Kant par transcendantal ?* http://www.danielmartin.eu/Philo/Transcendantal.pdf

[6] *Premiers analytiques* d'Aristote http://remacle.org/bloodwolf/philosophes/Aristote/analyt1.htm
ou http://docteurangelique.free.fr/bibliotheque/complements/Aristotespremiersanalystiques.htm

[7] *Derniers analytiques* d'Aristote http://remacle.org/bloodwolf/philosophes/Aristote/analyt2.htm,
ou http://docteurangelique.free.fr/bibliotheque/complements/Aristotesecondsanalystiques.htm

[8] *La Physique* d'Aristote -
http://docteurangelique.free.fr/bibliotheque/complements/Aristotephysique.htm

[9] *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* par Isaac Newton (1687)
Traduction française : *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* - https://www.e-rara.ch/download/pdf/556172?name=Principes%20math%C3%A9matiques%20de%20la%20philosophie%20naturelle

[10] Forces de van der Waals - https://fr.wikipedia.org/wiki/Force_de_van_der_Waals
L'énergie potentielle de ces 3 types de forces est en $1/d^6$. Les forces correspondantes sont leur gradient ; elles varient donc en $1/d^7$.

[11] *Leibniz et le meilleur des mondes possibles* aux éditions Classiques Garnier (04/2015) - https://univ-droit.fr/recherche/actualites-de-la-recherche/parutions/20401-leibniz-et-le-meilleur-des-mondes-possibles

[12] *Dictionnaire des idées de Kant - Vocabulaire de la Critique de la raison pure, des Prolégomènes, du cours Logique et de la Fondation de la métaphysique des mœurs - avec Les Principes (actuels) des mathématiques et la Critique de la philosophie des mathématiques de Kant (complément du cours Logique)* par Daniel Martin
Chez Amazon sous le titre :
Vocabulaire de la Critique de la raison pure - Dictionnaire des idées de Kant

[13] *Les principes des mathématiques : avec un appendice sur la philosophie des mathématiques de Kant* (1905) – Louis Couturat - Ulan Press

- (Amazon, relié 23,93€) -
- https://archive.org/download/lesprincipesdes02coutgoog/lesprincipesdes02coutgoog.pdf (Gratuit)

[14] *La métaphysique* d'Aristote-
http://docteurangelique.free.fr/bibliotheque/complements/Aristotemetaphysique.htm

[15] *Les somnambules* par Arthur Koestler - (Editions Calmann-Lévy, 1959, republié en 1994). Dans ce monumental ouvrage de référence, l'auteur explique comment l'humanité a réussi à séparer religion, philosophie et science, rendant celle-ci objective, productrice d'affirmations vérifiables et enfin capable d'immenses progrès.

[16] *Discours de la méthode* (1637) par Descartes
http://classiques.uqac.ca/classiques/Descartes/discours_methode/Discours_methode.pdf

[17] *Méditations métaphysiques* (1641) par Descartes
http://abu.cnam.fr/cgi-bin/donner_html?medit3

[18] *Règles pour la direction de l'esprit* (1628) par Descartes
https://upload.wikimedia.org/wikisource/fr/a/ab/RDE.pdf

[19] *Principes de la philosophie* (1644) par Descartes
https://fr.wikisource.org/wiki/Principes_de_la_philosophie

[20] *Critique de la raison pure* par Emmanuel Kant (1781) – Traduction Alain Renaut - Flammarion, 3e édition, 2006 – Ce gros ouvrage, qui s'étudie à la vitesse moyenne d'une à deux pages par jour, est une base du raisonnement philosophique rationnel.

[21] *Qu'est-ce que les Lumières ?* par Emmanuel Kant (1784)
http://www.danielmartin.eu/Philo/Lumieres.htm

[22] *Œuvres complètes et annexes (22 titres annotés, complétés et illustrés)* par René Descartes - Arvensa Editions. Édition du Kindle

[23] *Cercle d'Euler, appelé aussi cercle des 9 points d'un triangle*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Cercle_d%27Euler

[24] *Démonstration du théorème de Fermat* par John Andrew Wiles
http://scienzamedia.uniroma2.it/~eal/Wiles-Fermat.pdf

[25] Livre *The Emperor's New Mind* par Roger Penrose, mathématicien et physicien anglais célèbre pour ses travaux sur les trous noirs en collaboration avec Stephen Hawking (1989 - Oxford University Press)

[26] Livre *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano*
par Galileo Galilei format électronique Kindle en italien
https://www.amazon.fr/Dialogo-massimi-sistemi-tolemaico-copernicano-ebook/dp/B07P7KW6J8/ref=sr_1_1?__mk_fr_FR=%C3%85M%C3%85%C5%BD%C3%95%C3%91&keywords=Dialogo+sopra+i+due+massimi+sistemi+del+mondo+tolemaico+e+copernicano&qid=1566462480&s=gateway&sr=8-1#reader_B07P7KW6J8

[27] *Le Monde ou Traité de la lumière* (1664) par René Descartes
Extraits : http://classiques.uqac.ca/classiques/Descartes/extraits/le_monde/le_monde.html
Texte complet numérisé : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8601516f/f5.image

[28] *Platon – Œuvres complètes* – Les 43 titres (Nouvelle édition enrichie) - Arvensa Editions Edition du Kindle (Amazon)
[28a] Article *TIMÉE DE LOCRES - De l'âme du Monde et De la Nature*

[29] *L'Ethique* par Spinoza - http://www.spinozaetnous.org/telechargement/ethique.rtf

[30] *Bible Louis Segond – Jean*, chapitre 20 verset 29
« Heureux ceux qui n'ont pas vu, et qui ont cru ! »
Les philosophes des Lumières [21] combattent la nécessité pour les croyants de croire les révélations de la religion sans chercher à comprendre les fins divines : pour eux, les croyants acceptent ainsi de renoncer à leur liberté de penser, donc à leur dignité.

[31] *Kant – Œuvres complètes N° 25* – Ici-eBooks - Edition du Kindle (Amazon)
[31a] Article *Sur la question proposée par l'Académie des sciences de Berlin Quels sont les progrès réels de la métaphysique en Allemagne depuis Leibniz et Wolf* (1792)
[31b] Livre *Critique de la raison pure* Préface de la seconde édition, III

[32] Nietzsche - *Le Gai savoir* §109 *"Gardons-nous !"*

[33] Emmanuel Kant - *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science* – Librairie Vrin (2ème édition, 2016)

[34] *Kant-Lexicon* par Rudolf Eisler, traduit de l'allemand – Gallimard (1999)
Ouvrage complet mais très difficile à utiliser, parce qu'il faut souvent lire un article de plusieurs pages avant d'y trouver le détail de définition cherché.

[35] *Axiomatique et théorèmes de Gödel* par Daniel Martin
http://www.danielmartin.eu/Philo/Axiomatique.pdf

[36] *Eléments* d'Euclide https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110982q.image

[37] Emmanuel Kant – *Logique* (1800) – Librairie Vrin, 2007

[38] Daniel Martin - *Philosophie : tout ce que vous avez toujours voulu savoir sans jamais oser le demander* - Hommage au livre de Luc Ferry paru chez Plon :
Apprendre à vivre - Traité de philosophie à l'usage des jeunes générations
http://www.danielmartin.eu/Religion/Philosophie.htm

[39] Daniel Martin - *Principes de logique : causalité, homogénéité, raison suffisante, etc*.
http://www.danielmartin.eu/Philo/CausalitePPS.pdf

[40] L'astronome et mathématicien Claudius Ptolemaeus (~100 après J.-C. - ~170 après J.-C.), a conçu un modèle du système solaire vers 150 après J.-C. Ce modèle situait la Terre au centre de l'Univers, les corps célestes décrivant autour d'elle des trajectoires circulaires parcourues d'un mouvement uniforme.

[41] *Encyclopædia Britannica Ultimate Reference Suite* (2012)

[42] Stanislas Dehaene - *Le code de la conscience* - Odile Jacob, octobre 2014
(427 pages) - Le professeur Dehaene est normalien (mathématiques), docteur en sciences cognitives et titulaire de la chaire de Psychologie cognitive expérimentale au Collège de France.

[43] Daniel Martin - *Conscience et conscience de soi - Eléments de psychologie cognitive* -
http://www.danielmartin.eu/Psychologie/Conscience.pdf (2015, 54 pages)

[44] Michel Bitbol - *La conscience a-t-elle une origine ? : Des neurosciences à la pleine conscience : une nouvelle approche de l'esprit*, Flammarion 2014 - 748 pages

[45] André Comte-Sponville et Luc Ferry - *La sagesse des Modernes - Dix questions pour notre temps* – Editions Robert Laffont (1998)

[46] *Encyclopædia Britannica Ultimate Reference Suite* (2012)

[47] Emmanuel Kant - *Anthropologie du point de vue pragmatique* (1798, 350 pages)
Flammarion 1993

[48] Emmanuel Kant - *Métaphysique des mœurs* (1785) - Tome I
Fondation – Introduction - Traduit par Alain RENAUT – GF-Flammarion (1994)

[49] Emmanuel KANT – *Métaphysique des mœurs* (1797) - Tome II
Doctrine du droit (abréviation : DD) – *Doctrine de la vertu* (abréviation : DV)
Traduit et annoté par Alain RENAUT – GF-Flammarion (1994)

[50] Emmanuel KANT – *Œuvres philosophiques – Tome 1 (1747-1781)*, Gallimard (La Pléiade, 1980)

[51] Michael S. A. Graziano - *Consciousness and the Social Brain* - Oxford University Press, 2013, 268 pages - Compte-rendu de recherches récentes en matière de conscience, cet ouvrage présente une théorie nouvelle sur sa nature et son fonctionnement, ainsi que sur le fonctionnement de la « conscience de l'autre » et de la « conscience de soi ».

Directeur d'un laboratoire de psychologie à Princeton University (http://www.princeton.edu/~graziano/), le professeur Graziano nous offre là un texte de neuroscience cognitive extrêmement clair.

[52] Steven Pinker - *How the Mind Works* (Penguin books - 2015, 660 pages)
L'auteur est professeur de psychologie à Harvard et chercheur en psychologie cognitive. Il a enseigné au MIT et à Stanford.

[53] Daniel Martin - *Nietzsche en langage clair (cours de philosophie)*
http://www.danielmartin.eu/Philo/volontepuissance.pdf

[54] Luc Ferry – *Kant – Une lecture des trois « critiques »* - Grasset (2006)

[55] Renée Bouveresse - *Karl Popper ou le rationalisme critique* (Vrin, 1998)

[56] Erwin Schrödinger (1887-1961) – Physicien prix Nobel, un des fondateurs de la Mécanique quantique, auteur de l'équation fondamentale qui porte son nom. Cette équation décrit l'évolution dans le temps du vecteur d'état [ket $|\psi(t)>$ en notation de Dirac (1902-1984)] d'un objet quantique en fonction de l'observable H(t), opérateur hamiltonien associé à l'énergie totale du système [306]

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi(t)> = H(t)|\Psi(t)>$$

Equation de Schrödinger (notation de Dirac)

[57] Sir Michael RUTTER - *Genes and Behavior – Nature-Nurture Interplay Explained* (Gènes et comportement – Mécanismes des interactions entre inné et acquis, mars 2008) - Blackwell Publishing.
Citations :

- Page 14 :

  "…l'action des gènes étant indirecte il n'est pas possible de réduire tous les phénomènes au niveau moléculaire. Les organismes sont organisés sous forme de hiérarchie de niveaux. Il y a une chaîne causale précise reliant le produit d'un gène aux actions de ce gène dans l'organisme, mais cette chaîne causale passe par divers niveaux organisationnels. A chaque niveau, la chaîne est transformée et suit des règles différentes. La complexité commence avec le fait qu'un gène donné quelconque peut avoir plusieurs effets assez différents.

  […] Les protéines produites par l'interprétation des gènes n'agissent pas de manière isolée ; elles participent à la formation de réseaux et structures complexes intégrés à leur tour dans une organisation hiérarchique. De plus, dans le cadre des caractéristiques multifactorielles de l'individu (qui expliquent la grande majorité des comportements intéressants) il y a des interactions avec l'environnement qui peuvent mettre en jeu des *corrélations* gène-environnement, des influences génétiques sur la sensibilité à l'environnement, et des effets de l'environnement sur l'expression des gènes."

  Corrélation (substantif)

  - Rapport existant entre deux choses, deux notions, deux faits dont l'un implique l'autre et réciproquement ;
  - Relation nécessaire qui s'établit entre une notion et son opposé.

- Page 83

  "…l'influence de ses gènes peut rendre une personne plus ou moins émotive dans son comportement, plus ou moins impulsive dans ses réactions, plus ou moins sociable et extravertie, d'humeur plus ou moins stable ou labile (sujet à changer ou à se transformer), et plus ou moins assurée ou agressive dans ses rapports avec autrui. Tous ces traits de caractère sont quantitatifs plutôt que présents ou absents. Autrement dit, la population ne se subdivise pas en individus agressifs et individus que ne le sont pas ; mais d'une personne à une autre, la probabilité qu'elle soit agressive varie."

- Page 222

  "Le fonctionnement de l'esprit est nécessairement basé sur celui du cerveau, dont la structure et le développement sont façonnés à la fois par les gènes et l'environnement, comme ceux de tout organe. Nous devons à tout prix nous débarrasser de l'idée que certains comportements résultent de causes externes au corps, idée sans fondement biologique. Les effets des gènes sont omniprésents – ce qui n'implique pas, bien entendu, qu'ils prennent le pas sur ceux de l'environnement."

(Fin des citations)

[58] Friedrich Nietzsche - *Ainsi parlait Zarathoustra* – Editions Kimé (2012)

[59] Roland Doron et Françoise Parot - *Dictionnaire de psychologie* - PUF collection Quadrige, 2013 (756 pages)

[60] André Comte-Sponville - *L'Esprit de l'athéisme : Introduction à une spiritualité sans Dieu* - Amazon

[61] Pape Benoît XVI, réponse à une question le 24/07/2007 -
Eglise Sainte-Justine Martyre, Auronzo di Cadore (Italie)
http://w2.vatican.va/content/benedict-xvi/fr/speeches/2007/july/documents/hf_ben-xvi_spe_20070724_clero-cadore.html
Extraits en français : voir *Doctrine téléologique de l'Eglise catholique*.

[62] Pierre-Simon de Laplace *Essai philosophique sur les probabilités* (1814) -
http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k96200351/f1n294.pdf?download=1

[63] René Thom, mathématicien médaille Fields - Article *Halte au hasard, silence au bruit* publié dans *La querelle du déterminisme* (1990), éditions Gallimard.

[64] Article *Ignoramus et ignorabimus* (Wikipédia) concernant une affirmation de M. du Bois-Reymond (1818-1896) contestée par le mathématicien David Hilbert.
https://en.wikipedia.org/wiki/Ignoramus_et_ignorabimus

[65] Henri Poincaré *L'invention de la topologie – Poincaré* – Collection « Génies des mathématiques » - RBA Coleccionables, Barcelone, Espagne.

[66] Margaret Mitchell - *Complexity - A Guided Tour* (Oxford University Press, 2009) - Ouvrage très instructif, décrivant de nombreuses découvertes récentes sur des problèmes de complexité et des méthodes pour les résoudre.

[67] INSEE - *Note de conjoncture, décembre 2013 - Reprise poussive - Conjoncture française* - Page 76
https://www.insee.fr/fr/statistiques/1408524?sommaire=1408528

[68] Stephen H. Kellert - *In the Wake of Chaos* - The University of Chicago Press (1993)

[69] Discussion philosophique du déterminisme : *Causal Determinism* – par Carl Hoefer (21/01/2016) - Stanford Encyclopedia of Philosophy - https://plato.stanford.edu/entries/determinism-causal/
ou https://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/determinism-causal/
Excellent texte, professionnel et clair.

[70] Arthur Schopenhauer : *De la quadruple racine du principe de la raison suffisante du devenir* (1813, remanié en 1847), publié par Librairie Germain Baillière et Cie en 1882 -
http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5400813b

[71] Arthur Schopenhauer : *Le monde comme volonté et représentation*
2 volumes, Galimard (2009)

[72] Denis Vernant - *Introduction à la logique standard – Calcul des propositions, des prédicats et des relations* - Flammarion (2011)

[73] Textes sur les théorèmes de Gödel et Goodstein :

- Livre *Gödel's Proof* par Ernest Nagel et James R. Newman – Revised Edition – New York University Press, 2001
- Article *Tâches herculéennes ou sisyphéennes ? Un regard neuf sur le phénomène d'incomplétude en logique mathématique*" *Mathématiques d'hier et d'aujourd'hui*, Modulo éditeur, 2000, pages 62–68 https://www.mat.ulaval.ca/fileadmin/mat/documents/bhodgson/Hodgson_MathHierAujourdhui_2000.pdf
- *Gödel, Escher, Bach : les brins d'une guirlande éternelle* par Douglas Hofstadter. Editions Dunod, 1985 - republié en 2000.
- Goodstein's Theorem
  - http://www.fact-index.com/g/go/goodstein_s_theorem.html
  - http://en.wikipedia.org/wiki/Goodstein's_theorem

[74] Article *Le Hasard des Nombres* par Gregory J. Chaitin
La Recherche, N° 232 (mai 1991) pages 610-615

[75] Livre *Information, Randomness & Incompleteness – Papers on Algorithmic Information Theory – Second Edition* par Gregory J. Chaitin

[76] Henri Poincaré – *La science et l'hypothèse*
CreateSpace Independent Publishing Platform (2015)

[77] André Comte-Sponville - *L'être-temps* publié en 1999 aux PUF dans la collection *Perspectives Critiques*

[78] Complexité et variété des flocons de neige :

- Site de vulgarisation sur les flocons de neige http://snowcrystals.com/ ;
- Desert Research Institute https://www.dri.edu/stories-in-the-snow/photo-gallery .

[79] Ilya Prigogine - *La fin des certitudes* - Odile Jacob (1996).

[80] Stanford University – *The Church-Turing Thesis* (version du 19/08/2002)
http://plato.stanford.edu/entries/church-turing/

Extrait de ce texte sur la calculabilité à l'aide d'un ordinateur :

> *"La thèse de Church-Turing concerne la notion de méthode de calcul mécanique* [nous dirions « automatique »] *appliquée à la logique et aux mathématiques. Par définition, une procédure ou méthode M destinée à l'obtention d'un résultat est dite « mécanique »* [nous dirions calculable]*, si et seulement si :*

- M est un algorithme comprenant un nombre fini d'instructions, chacune exprimée avec un nombre fini de symboles [chaque symbole représentant une opération ou une donnée] ;
- Une exécution sans erreur de M produit le résultat désiré en un nombre fini d'étapes ;
- L'exécution de M pourrait être effectuée par un homme avec du papier et un crayon sans l'aide d'aucune machine ;
- L'exécution de M n'exige de l'homme aucune donnée externe, aucune perspicacité ou invention particulière."

Tout ordinateur peut exécuter tout algorithme défini ci-dessus comme "mécanique" ou "calculable". Mais aucun ordinateur ne peut *écrire* automatiquement (par calcul) l'algorithme de résolution d'un problème donné quelconque, c'est-à-dire imaginer puis traduire une solution de ce problème en liste d'instructions susceptible d'un calcul automatique : comprendre un problème, puis en imaginer une

méthode de résolution n'est pas un processus algorithmique, il faut de l'invention, de l'intuition, de l'analogie… ou un grand nombre de solutions du même type de problème exploitables par un logiciel d'intelligence artificielle.

[81] Cas de non calculabilité de la valeur d'une fonction de propagation d'onde
Une fonction de propagation d'onde a des points où elle n'est pas calculable *lorsqu'à l'instant t=0 elle n'est pas deux fois dérivable*. Numériquement, cela peut arriver lorsqu'on a des fonctions à variations très rapides dont les valeurs sont calculées avec beaucoup de chiffres significatifs. Dans les cas « habituels » de la physique, la fonction est partout calculable et deux fois dérivable.

[82] Article *The Computational Theory of Mind* par Michael Rescorla (Stanford, 2015)
https://plato.stanford.edu/entries/computational-mind/

[83] Article *Randomness and Gödel's Theorem* par G. J. Chaitin - *Mondes en Développement*, No. 54-55 (1986), pages 125-128

[84] Deux articles :

- IS WAVE PROPAGATION COMPUTABLE OR CAN WAVE COMPUTERS BEAT THE TURING MACHINE?
  http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract;jsessionid=64E637A7273855F16C9DA940957B4681.tomcat1?fromPage=online&aid=113911
  Citation :
  "En 1983 Pour-El et Richards ont défini une onde tridimensionnelle u(t,x) dont l'amplitude u(0,x) à l'instant t=0 est calculable et l'amplitude u(1,x) à l'instant t=1 est continue mais non calculable." (Fin de citation)
- An ordinary differential equation defined by a computable function whose maximal interval of existence is non-computable
  https://www.researchgate.net/publication/251299818_An_ordinary_differential_equation_defined_by_a_computable_function_whose_maximal_interval_of_existence_is_non-computable

[85] *Encyclopædia Britannica 2007 Ultimate Reference Suite*, article *Quasiperiodicity*, schémas *Penrose pattern* et *icosahedron*

[86] Deux Articles :

- *Aperiodic Tilings* http://www.mathpages.com/home/kmath540/kmath540.htm
- *Non-Periodic Tilings With N-fold Symmetry*
  http://www.mathpages.com/home/kmath539/kmath539.htm

[87] Programme Java de calcul des *n* premiers nombres premiers.
Pour avoir un aperçu du calcul des nombres premiers, voici un petit programme Java http://www.danielmartin.eu/Philo/Nombres_Premiers.txt écrit dans l'environnement gratuit NetBeans IDE de Oracle sous Windows 7.

[88] Calcul des propositions ou des prédicats
Ces sujets de logique formelle sont abordés dans l'ouvrage [12] au paragraphe *Logique – Compléments modernes et critique des idées de Kant sur ce sujet*.

[89] Abraham de Moivre (1667-1754) - *Miscellanea Analytica* (1730) – C'est dans ce livre qu'apparaît pour la première fois l'intégrale de probabilité de la loi normale.

[90] Pierre-Simon de Laplace - *Théorie analytique des probabilités* – Troisième édition (1820) - (gallica.bnf)

[91] Article *On the Norming Constants in the Feller-Khintchine-Lévy Central Limit Theorem* par André Adler, Andrew Rosalsky (1991)
http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/0008068319910111

[92] Expériences sur les interférences

1. *Interference with correlated photons: Five quantum mechanics experiments for undergraduates* – par E. J. Galvez, C. H. Holbrow, M. J. Pysher, J. W. Martin, N. Courtemanche, L. Heilig, and J. Spencer (2004)
   http://www.colgate.edu/portaldata/imagegallerywww/98c178dc-7e5b-4a04-b0a1-a73abf7f13d5/ImageGallery/interference-with-correlated-photons.pdf
2. *Single Photon Interference*
   http://www.hajim.rochester.edu/optics/workgroups/lukishova/QuantumOpticsLab/homepage/lab_2_manual_oct_08.pdf
3. *Quantum interference experiments with large molecules*
   American Journal of Physics 71, 319 (2003); doi: 10.1119/1.1531580
   https://www.pdx.edu/nanogroup/sites/www.pdx.edu.nanogroup/files/%282003%29_Quantum%20interference%20experiments%20with%20large%20molecules.pdf

[93] *Handbook of Physics* – Editions Springer (2006) – 1181 pages
Aide-mémoire très complet de la physique : lois, formules, expériences, mesures et valeurs des constantes. Une mine de renseignements qui sert constamment.

[94] Principe de Rolf Landauer : *Le coût thermodynamique de l'oubli*

> **« Les calculs d'un ordinateur peuvent en principe se faire de manière thermodynamiquement réversible, donc sans dépense d'énergie. Une telle dépense n'est inévitable que lorsqu'on efface l'information d'une mémoire, rendant ainsi des calculs irréversibles. »**

Charles Bennett, collègue de Landauer chez IBM, montra qu'on peut contourner la difficulté (l'échauffement de la mémoire d'un ordinateur) et faire des calculs réversibles sans dépense d'énergie, en refaisant à l'envers tout calcul terminé jusqu'à reconstituer l'état initial de la mémoire.
Voir l'article *Rolf Landauer, Pioneer in Computer Theory, Dies at 72* -
http://www.nytimes.com/1999/04/30/nyregion/rolf-landauer-pioneer-in-computer-theory-dies-at-72.html

(Citations de cet article)
[L'information est une grandeur physique du monde réel]
"Information is inevitably physical," the kindly but irascible Dr. Landauer often admonished colleagues. "The ones and zeroes coursing through a computer may seem abstract and ethereal, but," he told researchers at every turn, "information is rooted in the real world, and must be understood by applying the no-nonsense laws of physics."

"Rolf Landauer did more than anyone else to establish the physics of information processing as a serious subject for scientific inquiry," said Dr. Charles Bennett, his colleague at I.B.M.'s Thomas J. Watson Research Center in Yorktown Heights, N.Y.
[…]
Engineers concern themselves with practical limitations of squeezing more and more circuitry onto tiny chips. Dr. Landauer was interested in theoretical limits: given that technology will improve indefinitely, how soon will it run into the insuperable barriers set by nature?

Until Dr. Landauer's landmark work in the early 1960's, it was widely believed that processing a single bit of information, each 1 or 0 of binary code, inevitably consumed some energy, placing a fundamental constraint on computer power. Dr. Landauer showed, to many people's surprise, that this was not true. As computer technology becomes ever more efficient, calculations can be done with less energy per computation.

[Le coût thermodynamique de l'oubli]
But there is still a cost. At some point, the bits must be flushed from the computer's memory so that the machine can be reset for another computation. It is then, when the information is erased, Dr. Landauer demonstrated, that a certain irreducible amount of energy is lost. This result, now called Landauer's principle, has been described as '« the thermodynamic cost of forgetting. »"
(Fin des citations)

[95] Cours *Mécanique quantique* par Claude Cohen-Tannoudji (prix Nobel de physique 1997), Bernard Diu et Franck Laloë, éditions Hermann.

C'est le seul cours que je connaisse qui soit *parfait* : aucune erreur scientifique, aucune faute de français ou d'orthographe, pédagogie si exemplaire que c'est un des très rares cours de physique français traduits en anglais, texte si clair qu'on peut l'étudier seul (je l'ai fait : compter deux mille heures pour ses 1480 pages, si on a le niveau mathématique suffisant, notamment une bonne compréhension des espaces de Hilbert).

[96] Article *Cette étonnante Mécanique quantique*, discours d'Alain Aspect du 17/06/2002 - http://www.academie-sciences.fr/pdf/membre/s170602_aspect.pdf .
Deux photons jumeaux, dits « intriqués » car produits ensemble d'une façon qui leur confère un état quantique global, *se comportent comme une particule unique, inséparable* : toute mesure de l'état de l'un correspond toujours à l'état de l'autre, quelle que soit leur distance ; et une action sur l'un d'eux se répercute sur l'autre en un temps nul – donc inférieur au temps qu'il faudrait à la lumière pour l'atteindre.

> L'état quantique décrivant les deux photons est unique : il ne s'agit pas de deux états identiques, mais d'un état représentant les deux photons *ensemble* ; c'est ainsi, par exemple, que leurs directions de polarisation opposées sont prises en compte toutes deux en tant qu'ensemble. Lorsqu'une expérience agit sur la polarisation de l'un des photons, elle agit aussi instantanément celle du second photon, même s'il est loin du premier, car la polarisation de l'ensemble doit rester la même. Si on mesure les polarisations des deux photons, les résultats sont toujours corrélés, conformément aux équations de la Mécanique quantique.
>
> On sait même produire des groupes de plus de 2 photons intriqués, puisqu'en 2004 on a réussi à produire un tel groupe avec 6 photons
>
> > (Source: *Scientific American* - August 2007 pages 78-79, article *The Gedanken Experimenter- Quantum Weirdness*)

C'est ainsi que des chercheurs ont réussi à transmettre l'un des photons à 144 km de l'autre sans détruire l'intrication avec son jumeau resté au laboratoire.

Par contre, *cette propriété de corrélation préservée lors d'une évolution d'un des photons ne peut servir à transmettre instantanément un message* : le récepteur d'une suite de photons ne peut en déduire quoi que ce soit concernant le message de l'émetteur du fait de la corrélation ; celle-ci se constate après coup, en comparant l'émission à la réception, elle ne permet aucune transmission instantanée d'information. La transmission instantanée de messages n'existe qu'en science-fiction.

L'expérience d'Alain Aspect prouve que pour certains phénomènes :

> **« L'espace n'est pas séparable : il existe des phénomènes pour lesquels les notions de lieux différents ou de taille finie ne s'appliquent pas »**
> (voir le paragraphe *Intrication : le paradoxe métaphysique de non-séparabilité*).

C'est là une modification fondamentale du principe de causalité et du déterminisme, phénomène abordé au paragraphe *Indépendance entre deux événements et relation de causalité*.

Cette expérience illustre le *Principe de correspondance* selon lequel *certaines équations et certains modèles de raisonnement de la physique quantique sont également valables à l'échelle macroscopique*. Dans l'expérience précédente, tout se passe comme s'il existait une propriété fondamentale de la physique appelée « conservation de l'intrication des photons d'une paire indépendamment de leur distance », propriété due au fait que ces photons sont décrits par la même fonction d'onde de Mécanique quantique.

Le raisonnement du paragraphe *Indépendance entre deux événements et relation de causalité* montre que l'ordre dans lequel on a mesuré la polarisation des deux photons est sans importance, puisque lorsque l'intervalle entre deux événements *A* et *B* est *du genre espace* (notion expliquée dans ce paragraphe de l'annexe), des observateurs différents peuvent voir deux événements dans l'ordre *A puis B* pour l'un et *B puis A pour l'autre* !

[97] Site *Astronomie & Astrophysique - Chat de Schrödinger* : https://www.astronomes.com/le-big-bang/chat-schrodinger/

[98] Température de supraconductivité utilisée dans la technologie mémoire de l'ordinateur quantique Rigetti : environ 1°K (-272.15°C), la température critique de supraconductivité de l'aluminium étant de 1.175°K d'après [93].
Voir https://www.rigetti.com/solutions.

[99] Article *100 Years of Quantum Mysteries* par Mark Tegmark et John Archibald Wheeler (2001) - http://space.mit.edu/home/tegmark/PDF/quantum.pdf

[100] *Moment cinétique d'une masse en rotation*
A un instant donné, une masse *m* en mouvement à la vitesse ***v*** a une quantité de mouvement ***p*** = *m**v***. Si ce mouvement est une rotation par rapport à un axe à une distance ***r***, le moment cinétique $\boldsymbol{m_c}$ (on dit aussi : angulaire) de cette masse est le produit vectoriel $\boldsymbol{m_c} = \boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{p}$ où le symbole $\wedge$ désigne un *produit vectoriel.* Un moment cinétique se mesure en kg.m^2/s ; il caractérise la rotation d'un objet pesant.

[101] Karl Popper (1902-1994) était un scientifique et philosophe qui rejetait l'induction en tant que méthode scientifique valable pour trouver la vérité empirique. Il a proposé d'accepter comme vérité provisoire tout texte dont aucun spécialiste ne peut prouver le caractère erroné, par déduction théorique ou contre-exemple expérimental. Cette approche est aujourd'hui universellement acceptée par les scientifiques sous le nom de *Rationalisme critique de Karl Popper.*

[102] Correction d'une petite erreur de Maxwell
Article *On the Decrease in Entropy in a Thermodynamic System by the Intervention of Intelligent Beings* - par Leo Szilard (1929)
http://indico.ictp.it/event/7644/session/9/contribution/18/material/1/0.pdf
Dans ce célèbre article, Leo Szilard (un ami d'Einstein) montre que le "Démon de Maxwell" qui arrivait à diminuer l'entropie d'un système (à organiser le gaz d'une boîte à deux compartiments en y séparant les molécules "chaudes" des molécules "froides") augmente nécessairement l'entropie globale {système + démon} en dépensant de l'énergie lors des mesures de celles des molécules.

Le paradoxe proposé par Maxwell selon lequel son démon peut diminuer une entropie sans dépenser d'énergie grâce à son intelligence ne tient donc pas, et les variations d'entropie d'un système sont nécessairement accompagnées d'échanges d'information. Voir ci-dessus [94].

[103] *The New York Times* du 10 novembre 1919 – Article sur le triomphe de la Relativité générale - https://timesmachine.nytimes.com/timesmachine/1919/11/10/118180487.html?pageNumber=17 – Citation :

> "LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS
> Men of Science More or Less Agog Over Results of Eclipse Observations. EINSTEIN THEORY TRIUMPHS Stars Not Where They Seemed or Were Calculated to be, but Nobody Need Worry. A BOOK FOR 12 WISE MEN No More in All the World Could Comprehend It, Said Einstein When His Daring Publishers Accepted It."

Voir aussi : *Einstein, Eddington and the 1919 Eclipse*
https://archive.org/download/arxiv-astro-ph0102462/astro-ph0102462.pdf

[104] Article *Sur la théorie des quanta* par H. Poincaré – *Journal de physique théorique et appliquée* 2, 5-34 (1912) https://doi.org/10.1051/jphystap:0191200200500

[105] Article *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light* par H. A. Lorentz in KNAW, Proceedings, 6, 1903-1904, Amsterdam, 1904, pp. 809-831
http://www.dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00014148.pdf

[106] Leonard Susskind - *Trous noirs – La guerre des savants* (2010)

[107] Peitgen, Jürgens et Saupe - *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*
Springer (2ème édition, 2004) – 864 pages

[108]*Some Frequently Asked Questions About Virtual Particles*
http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Quantum/virtual_particles.html

[109]Article *Is the Universe a Vacuum Fluctuation?* par Edward P. Tryon
Nature 246, pages 396-397 (14/12/1973) - https://www.nature.com/articles/246396a0
Résumé
"The author proposes a big bang model in which our Universe is a fluctuation of the vacuum, in the sense of quantum field theory. The model predicts a Universe which is homogeneous, isotropic and closed, and consists equally of matter and anti-matter. All these predictions are supported by, or consistent with, present observations."

[110]Carlo Rovelli - *L'ordre du temps* - Flammarion (février 2018)
Excellent livre de vulgarisation de la physique théorique. Mais pour en profiter pleinement, mieux vaut avoir des bases en Mécanique quantique et Relativité.

[111]Carlo Rovelli – Article *Relational Quantum Mechanics*
dans *International Journal of Theoretical Physics* n° 35, 1996 page 1637
http://arxiv.org/abs/quant-ph/9609002v2

Citation
"I suggest that the common unease with taking quantum mechanics as a fundamental description of nature (the « measurement problem ») could derive from the use of an incorrect notion, as the unease with the Lorentz transformations before Einstein derived from the notion of observer-independent time. I suggest that this incorrect notion is the notion of observer-independent state of a system (or observer-independent values of physical quantities). I reformulate the problem of the "interpretation of quantum mechanics" as the problem of deriving the formalism from a few simple physical postulates. I consider a reformulation of quantum mechanics in terms of information theory. All systems are assumed to be equivalent, there is no observer-observed distinction, and the theory describes only the information that systems have about each other; nevertheless, the theory is complete."
(Fin de citation)

[112]Alan Guth - *The Inflationary Universe: The Quest for a New Theory of Cosmic Origins* (1998) -
Tout savoir sur l'inflation de l'Univers, par celui qui en a fait la théorie.

[113]Article *Quantum Theory of Gravity. I. The Canonical Theory*
par Bryce S. DeWitt - *Physical Review*. 160, 1113 – Published 25 August 1967
https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.160.1113

[114]Article *Forget Time* par Carlo Rovelli (08/2008) - https://arxiv.org/pdf/0903.3832

[115]Article *Memory systems, computation, and the second law of thermodynamics* par David H. Wolpert - *International Journal of Theoretical Physics* (04/1992) Vol. 31, Issue 4, pages 743-785.
https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00670829

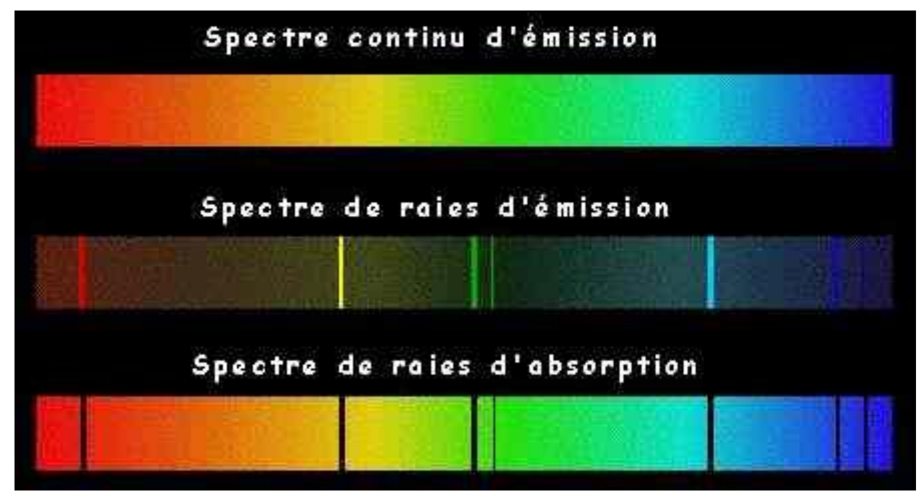
[116]Livre *Œuvres philosophiques* d'Emmanuel Kant – Tome 1 (1747-1781), Gallimard (La Pléiade), 1980 - D.1770 *« Dissertation de 1770 » – De la forme et des principes du monde sensible et du monde intelligible*, pages 623 et suivantes.

[117]Article *Rousseau : Du Contrat Social (résumé)* – La-Philo
https://la-philosophie.com/contrat-social-rousseau-resume

[118]Spectroscopie [1h]
Lire d'abord les articles :

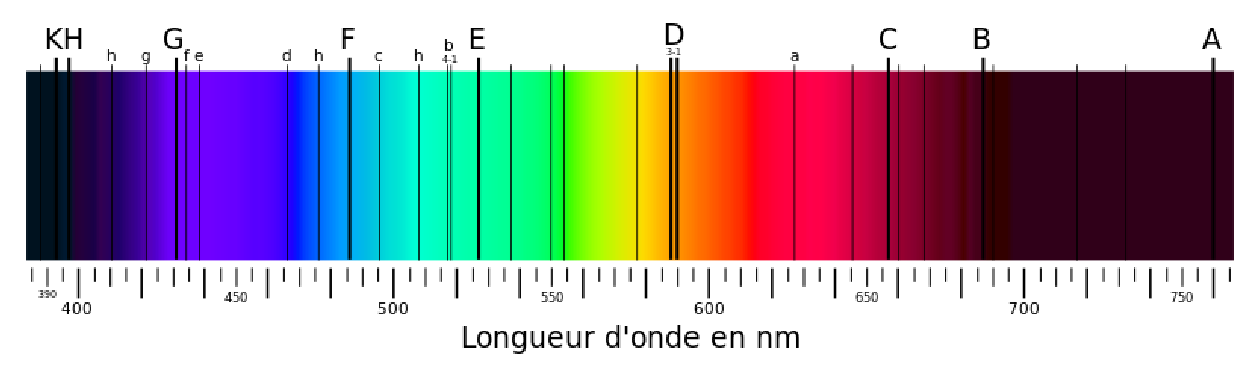
- *Une quantité d'énergie électromagnétique rayonnée est quantifiée - Photon* ;
- *Modèle atomique : description succincte*.

Définition d'un spectromètre
Un spectromètre analyse une lumière en projetant une bande horizontale dont les zones successives de couleur représentent des fréquences successives de la lumière.



© Microsoft Bing Creative Commons

Selon le cas, des raies qui apparaissent correspondent à des fréquences absorbées ou émises par la source analysée ; chaque fréquence correspond à une transition d'un électron d'une couche à une autre, transition qui accroît ou diminue l'énergie potentielle de l'atome.



Chaque élément a ainsi un spectre d'émission (d'absorption) caractéristique : les positions de ses raies sont une signature permettant de le reconnaître à coup sûr.

Principe de la spectrométrie
Les diverses raies correspondent à des fréquences lumineuses, chacune associée à la transition d'un électron d'atome d'une couche vers une autre, transition qui a une énergie précise connue. Chaque isotope d'élément chimique a ainsi un spectre de raies qui est sa signature caractéristique, permettant de l'identifier à coup sûr. On connaît ainsi les éléments présents dans la surface d'un astre, étoile ou planète.

Lorsqu'un tel astre s'éloigne ou se rapproche de la terre, son spectre de raies se décale respectivement vers les fréquences plus basses ou plus élevées : c'est *l'effet Doppler*, utilisé aussi dans les radars détecteurs d'excès de vitesse sur une route.

Pour le décalage spectral (redshift) voir aussi : *L'univers en expansion*.

Voici des spectres d'émission de divers atomes :

Substance introduite dans la flamme	Observation de la flamme à l'œil nu	Observation de la flamme au spectroscope : obtention de spectres d'émission atomique
Sel de sodium **Na**		
Sel de lithium **Li**		
Sel de strontium **Sr**		
Sel de calcium **Ca**		
Sel de cuivre **Cu**		

[119]Orbitales de l'eau H_2O - https://archive.cnx.org/contents/d66bef54-c39a-4b1c-a9fd-985ac997422e%404/hybrid-atomic-orbitals#CNX_Chem_08_02_H2Ovb

[120]Article *Evidence for the* 2π *Decay of the* K_2^0 *Meson* – par Christensen, Cronin, Fitch et Turlay – *Physical Review Letters* 13, 138 - https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.13.138

[121]Article *La désintégration du Higgs en quarks b enfin observée* (CERN, 2018)
https://home.cern/fr/about/updates/2018/08/long-sought-decay-higgs-boson-observed

[122]Cours par Thomas A. Moore – Traduit par Richard Taillet – Editions De Boeck Supérieur (2014) – 481 pages. – Excellent cours, vivement recommandé aux personnes qui veulent apprendre la Relativité générale.
Il y a aussi un site d'accompagnement http://pages.pomona.edu/~tmoore/grw/ et un manuel d'exercices http://pages.pomona.edu/~tmoore/grw/studentmanual.pdf .

[123]Leonard Susskind - *Trous noirs – La guerre des savants* (Folio - 2010)

[124]Page Internet : *Quantum Computing: The state of the art* (18/01/2018)
https://www.tokendesk.io/quantum-computing-state-art/

[125]Article *Bekenstein-Hawking entropy* (2008) par – Jacob D. Bekenstein, Racah Institute of Physics, The Hebrew University of Jerusalem, Jerusalem, Israel
http://www.scholarpedia.org/article/Bekenstein-Hawking_entropy

[126]Pierre-Simon de Laplace - *Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes-*
https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k14173100.image

[127]Brian Greene - *The Hidden Reality - Parallel Universes and the Deep Laws of the Cosmos* - (Vintage Books - Random House - 2011)

[128]

- Steven S. Gubser - *Petite introduction à la théorie des cordes* (Dunod 2012)
- Barton Zwiebach - *A First Course in String Theory* – Edition 2
(Cambridge University Press 2009)

[129]Leonard Susskind - *The World as a Hologram* (09/1994)
https://arxiv.org/pdf/hep-th/9409089 .
Citation: "According to 't Hooft the combination of quantum mechanics and gravity requires the three dimensional world to be an image of data that can be stored on a two dimensional projection much like a holographic image. The two dimensional description only requires one discrete degree of freedom per Planck area and yet it is rich enough to describe all three dimensional phenomena. […] Instead of a three dimensional lattice, a full description of nature requires only a two dimensional lattice at the spatial boundaries of the world. In a certain sense the world is two dimensional and not three dimensional as previously supposed."

[130]Raphael Bousso *The Holographic Principle for General Backgrounds* (1999)
http://arxiv.org/abs/hep-th/9911002
Cet article montre que le principe holographique est une loi générale de l'information du volume interne à une surface.

[131]Définitions de la vie utilisées en astrobiologie
https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3005285/
Exemple : *Life is a self-sustaining chemical system capable of Darwinian evolution*

[132]*Newsweek International* du 04 juin 2007 - 3 articles :

- *Scientists Push the Boundaries of Human Life*
https://www.newsweek.com/scientists-push-boundaries-human-life-101723
- *Q&A: Craig Venter's Next Quest*
https://www.newsweek.com/qa-craig-venters-next-quest-101789
- *A Nobel Winner Pioneers the Personal Genome*.
https://www.newsweek.com/nobel-winner-pioneers-personal-genome-101811

[133]

- *A Simpler Origin for Life - Scientific American* du 12 février 2007

https://www.scientificamerican.com/article/a-simpler-origin-for-life/

- *Nature* : *Carbon isotope composition of individual amino acids in the Murchison meteorite* http://www.nature.com/nature/journal/v348/n6296/abs/348047a0.html.

[134]Article *Scientists Equip Bacteria With Custom Chemo-Navigational System*
Emory University - Woodruff Health Sciences Center (11/05/2007).
http://whsc.emory.edu/press_releases2.cfm?announcement_id_seq=10123

[135]Article *Proceedings of The Royal Society* - 22/07/2007 - Compte-rendu de recherches *Drd4 gene polymorphisms are associated with personality variation in a passerine bird* -
http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=1914334

[136]Gènes et participation aux votes

- Compte-rendu de recherches *Genetic Variation in Political Participation* (05/2008) - http://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID1082665_code646904.pdf?abstractid=1008036&mirid=3
- *Scientific American* de novembre 2007, article *The Genetics of Politics - A study finds that biology strongly governs voter turnout.*
- *The New York Times* - 8 juillet 2014, article *How Much Do Our Genes Influence Our Political Beliefs?* - http://www.nytimes.com/2014/07/09/opinion/thomas-edsall-how-much-do-our-genes-influence-our-political-beliefs.html?mabReward=RI%3A5&action=click&pgtype=Homepage&region=CColumn&module=Recommendation&src=rechp&WT.nav=RecEngine

[137]*Newsweek* du 04 juin 2007 - Interview de James Dewey Watson, prix Nobel de médecine 1962 pour la découverte de la structure de l'ADN.
A Nobel Winner Pioneers the Personal Genome - http://www.newsweek.com/id/34370 - Extrait :
« If personal-genome sequencing becomes widespread, » he says, «it will make people more compassionate.

We'll understand why people can't do certain things,» he continues. «Instead of asking a child to shape up, we'll stop having unrealistic expectations. If a child's genome shows that his awkwardness or inattention or limited intelligence has a genetic basis, we'll want to help rather than be mad. If a child doesn't finish high school, we treat that as a failure, as his fault. But knowing someone's full genetic information will keep us from making him do things he'll fail at. »

[138]Article *Lots of Animals Learn, but Smarter Isn't Better*
The New York Times du 06/05/2008 -
http://www.nytimes.com/2008/05/06/science/06dumb.html?_r=1%26th=%26oref=slogin%26emc=th%26pagewanted=print

[139]La femme ayant deux chromosomes X et l'homme un seul, plusieurs maladies neurologiques sont plus répandues chez l'homme que chez la femme, car celle-ci a moins de chances d'avoir subi des mutations des deux exemplaires d'un même gène. Il y a là un effet réparateur : chez la femme, la présence de l'exemplaire sain d'un gène annule parfois l'effet d'une mutation de l'autre.

[140]Charles Darwin - *De l'origine des espèces* (1859) disponible gratis en français à l'adresse http://www.danielmartin.eu/Arg/Darwin.pdf .

[141]Article *From a Few Genes, Life's Myriad Shapes*
The New York Times du 26/06/2007
http://www.nytimes.com/2007/06/26/science/26devo.html?th=&emc=th&pagewanted=print

[142]Article *Effect of active smoking on the human bronchial epithelium transcriptome - BMC Genomics* du 29/08/2007 - http://www.biomedcentral.com/1471-2164/8/297
Extrait traduit:

> "Fumer altère de manière irréversible l'expression de certains gènes, notamment parmi ceux qui contribuent à la réparation des chaînes ADN et ceux qui combattent le développement du cancer

du poumon. Cette altération se produit chez certains fumeurs en quelques années. Elle est accompagnée d'altérations réversibles et d'altérations partiellement réversibles."

[143]Compte-rendu de recherches *A Changing Portrait of DNA*
Newsweek du 17/12/2007. https://www.newsweek.com/changing-portrait-dna-94585

[144]Mort et renouvellement des neurones
En général un neurone vit aussi longtemps que l'organisme qui l'abrite.
Il a cependant deux façons de mourir :

- par nécrose résultant d'un traumatisme aigu, mécanique ou chimique ;
- ou par apoptose, sorte de suicide ou de mort programmée pour ne pas endommager le tissu voisin.

Un neurone qui disparaît n'est remplacé dans un organisme adulte que lorsqu'il reste une cellule-souche capable de se différencier en neurone, ce qui est assez rare. Le cerveau adulte continue de produire des neurones, mais en deux endroits seulement : le bulbe olfactif et l'hippocampe.

[145]Logiciel d'application MAPLE 2017 - http://www.maplesoft.com/ - Ce logiciel permet de faire des calculs mathématiques formels comme la dérivation de fonctions ou la résolution de systèmes d'équations différentielles. MAPLE interprète des chaînes de caractères tapées au clavier en y reconnaissant des commandes (ordres d'exécution) et des données, et en affichant à l'écran le résultat de l'exécution de ces commandes avec ces données. C'est ainsi que si on lui demande la dérivée de la fonction ax^2 par rapport à x, MAPLE répond $2ax$.

Autre programme d'application du même genre :
MATLAB - https://fr.mathworks.com/products/matlab.html

[146]Article *Genome Transplantation in Bacteria: Changing One Species to Another* - *Science* du 28/06/2007 -
http://www.sciencemag.org/cgi/content/abstract/1144622v1?maxtoshow=&HITS=20&hits=20&RESULTFORMAT=&andorexacttitle=or&andorexacttitleabs=or&fulltext=Venter+genome+%22bacterial+cell%22&andorexactfulltext=and&searchid=1&FIRSTINDEX=0&sortspec=relevance&fdate=7
(*Transplantation du génome entre bactéries : changement d'une espèce en une autre*) - Résumé :
"As a step toward propagation of synthetic genomes, we completely replaced the genome of a bacterial cell with one from another species by transplanting a whole genome as naked DNA. Intact genomic DNA from Mycoplasma mycoides large colony (LC), virtually free of protein, was transplanted into Mycoplasma capricolum cells by polyethylene glycol-mediated transformation. Cells selected for tetracycline resistance, carried by the M. mycoides LC chromosome, contain the complete donor genome and are free of detectable recipient genomic sequences. These cells that result from genome transplantation are phenotypically identical to the M. mycoides LC donor strain as judged by several criteria."

[147]Génomes synthétiques (J. Craig Venter)

- First Minimal Synthetic Bacterial Cell Designed and Constructed by Scientists at Venter Institute and Synthetic Genomics, Inc. (2016)
- Venter Institute Scientists Create First Synthetic Bacterial Genome (2008)
- First Self-Replicating Synthetic Bacterial Cell (2010)

[148]Article *In First, Software Emulates Lifespan of Entire Organism* - *The New York Times*, 20 juillet 2012. http://www.nytimes.com/2012/07/21/science/in-a-first-an-entire-organism-is-simulated-by-software.html?_r=1&nl=todaysheadlines&emc=edit_th_20120721&pagewanted=print

Cet article rend compte de la simulation de *toutes* les fonctions d'un microorganisme dont le génome comprend 525 gènes, sur 128 ordinateurs calculant en parallèle.
A partir de la connaissance des mécanismes individuels de niveau moléculaire, y compris ceux de l'ADN, de l'ARN, des protéines et des métabolites, on a simulé ainsi *tous* les événements et processus

de la vie de ce microorganisme, un microbe pathogène autonome. Les conséquences de cette possibilité de modélisation sont considérables :

- On peut ainsi désormais remplacer des tests biologiques de laboratoire par des simulations informatiques, processus plus rapide et moins coûteux ;
  la compréhension des comportements du vivant et la mise au point de médicaments efficaces en sera considérablement facilitée.
- On a une preuve matérielle de la possibilité, avec une grande puissance de calcul et une architecture logicielle à processus parallèles, de simuler tous les processus du vivant, des fonctions cellulaires de bas niveau à celles des neurones de la pensée, en décomposant chacune en niveaux hiérarchiques dont le plus bas est celui de la biologie moléculaire, complètement déterministe.
  Avec le temps et la croissance de la puissance informatique disponible, on pourra constituer une bibliothèque de fonctions et comportements de base du vivant, sur laquelle on basera la compréhension de comportements de plus en plus complexes.

[149]Gènes et comportement

- Livre *The Science of Good and Evil - Why People Cheat, Gossip, Care, Share, and Follow the Golden Rule*" par Michael Shermer (Times Books, 2004).
  Ce livre est un compte-rendu de recherches récentes sur l'avènement des règles morales.
- Article citant des recherches qui confirment celles de ce livre : "*Is 'Do Unto Others' Written Into Our Genes?*" - *The New York Times* du 18/09/2007,
  http://www.nytimes.com/2007/09/18/science/18mora.html?th=&emc=th&pagewanted=print

[150]Liste de quelque 200 universaux parmi 373 identifiés par Donald E. Brown
extraite de l'ouvrage *Human universals*. New York: McGraw-Hill
http://condor.depaul.edu/~mfiddler/hyphen/humunivers.htm.

[151]Universaux :

- Article *The Moral Instinct* - *The New York Times* du 13/01/2008
  http://www.nytimes.com/2008/01/13/magazine/13Psychology-t.html?_r=1&th=&oref=slogin&emc=th&pagewanted=print.
- [149] page 60.

[152]Déclaration universelle des droits de l'homme des Nations unies
http://www.ohchr.org/EN/UDHR/Documents/UDHR_Translations/frn.pdf.

[153]Article *Computer Eyesight Gets a Lot More Accurate* (18-08-2014)
The New York Times - http://bits.blogs.nytimes.com/2014/08/18/computer-eyesight-gets-a-lot-more-accurate/?module=BlogPost-Title&version=Blog Main&contentCollection=Robotics&action=Click&pgtype=Blogs&region=Body

[154]*Economie : rationalité des décisions et validité des théories traditionnelles*" (2009)
http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm

- [301-a] *Incapacité des modèles mathématiques à prendre en compte l'irrationnel*
  http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#Irrationnel
- [301-b] *Analyse des erreurs des économistes selon Von Hayek*
  http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#Hayek
- [301-c] *Loi de l'offre et de la demande dans une économie de marché*
  http://www.danielmartin.eu/Economie/RatDecEco.htm#LoiOffreDemande

[155]C. G. Jung - *Dialectique du moi et de l'inconscient*
Gallimard collection Folio/Essais (2014)

[156]Théorie de l'esprit
Définition selon http://homeweb4.unifr.ch/scarpatt/pub/Théorie-esprit-2-définition.pdf :

> « Un individu a une théorie de l'esprit quand il est capable de se faire une opinion à propos de ses états mentaux et de ceux d'autrui. Cette capacité intuitive favorise les relations sociales, affectives et communicatives : elle nous permet d'interpréter et prédire les comportements d'autrui, et d'en tirer des conclusions. En des termes plus simples, la théorie de l'esprit est la capacité de prendre en compte le point de vue d'autrui, qui peut être différent du nôtre. »

Un esprit humain et un ordinateur ont en commun de traiter de l'information : l'esprit humain pour réaliser les buts provenant de ses valeurs, l'ordinateur pour exécuter un logiciel. Mais il ne faut pas croire que l'esprit humain fonctionne *exactement* comme un ordinateur, il y a seulement des analogies lors des raisonnements déductifs et des calculs ; en particulier, l'inconscient humain est imprévisible, alors qu'un ordinateur n'exécute que des programmes déterministes.

[157]S. Freud - *L'interprétation du rêve* - PUF (2013)

[158]Recherche en cours - *Human Brain Project* - Projet de l'Union européenne :
Theoretical Neuroscience, Euromorphic Computing Platform, Achieve a unified, multi-level understanding of the human brain, etc. https://www.humanbrainproject.eu/

[159]Daniel Martin - *Bases de données – Méthodes pratiques* (Dunod, 1977)
On y trouve la première définition publiée d'une base de données :

> « On appelle base de données sur un certain sujet un ensemble de données sur ce sujet qui est exhaustif, non redondant, et structuré en vue des traitements informatiques prévus. »

Les quatre exigences de la définition d'une base de données sont donc :

- Extension précise (domaine de définition : le sujet de la base de données) ;
- Exhaustivité (toutes les informations sur le sujet) ;
- Non-redondance (aucune information dupliquée ou hors sujet) ;
- Structure (liens relationnels entre informations du sujet bien définis).

Un tel ensemble d'informations a un immense avantage lorsqu'il est géré par un SGBD (Système de Gestion de Bases de Données) relationnel comme Oracle, DB2 ou SQL Server.

Ce genre de logiciel est complet au sens fonctionnel : il offre l'ensemble des 5 opérateurs ensemblistes nécessaire et suffisant pour effectuer toute recherche *de contenu* de données concevable par l'esprit humain : sélection, projection, jointure, union et différence relationnelle. Les seules recherches qu'il ne sait pas faire sont celles où il faut reconnaître *une structure* ; exemple : « trouver les clients dont le chiffre d'affaires est en baisse constante depuis au moins 3 ans », où il faut reconnaître la structure d'ordre décroissant.

C'est en partie grâce aux SGBD relationnels qu'Internet apporte la plupart des informations structurées de domaines comme la gestion d'entreprises, les ressources humaines et l'économie.

[160]Compte-rendu de recherches *The Electric Sense of Sharks and Rays - Journal of Experimental Biology* 55, pages 371-383 (19/03/1971)

[161]Comptes-rendus de recherches sur la sensibilité rétinienne à un seul photon, cités par [25] page 516 :

- (Œil de crapaud) "*Responses of retinal rods to single photons*" par Baylor D. A., Lamb T. D. et Yau K.-W. (1979) http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=1281447
- (Œil humain) "*Energy, quanta and vision*" par Hecht S., Schlaer S., Pirenne M. H. (1942)

[162]Article *Thermodynamics beyond local equilibrium* (Feb. 1, 2008) http://arxiv.org/abs/cond-mat/0110614

[163]Méthodes de Runge-Kutta : https://femto-physique.fr/omp/pdf/*runge_kutta*.pdf

[164]Article de Dominique Lefebvre - *Le modèle de Lotka-Volterra - Un modèle de dynamique des populations* http://www.tangentex.com/LotkaVolterra.htm

[165]Articles :

- *Amplitude Instability and Ergodic Behavior for Conservative Nonlinear Oscillator Systems* – par G. H. Walker et J. Ford - *Physical Review 188* (December 1969) pages 416-432
- *A universal instability of many-dimensional oscillator systems* par B. Chirikov – *Physics Report 52* (1979)

[166]Article de Peter Grassberger et Itamar Proccaria *Measuring the strangeness of strange attractors* (*Physica D*: volume 9, octobre 1983, pages 189-208)
https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167278983902981?via%3Dihub

[167]Article de Florin Diacu *Henri Poincaré et la découverte du chaos*
http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/mai13/06-Fe.pdf

[168]Article *Shadowing Theorem* par Eric W. Weisstein - *MathWorld*--A Wolfram Web Resource.
http://mathworld.wolfram.com/ShadowingTheorem.html

[169]Article *The Crystallographic Restriction*
http://www.mathpages.com/home/kmath547/kmath547.htm - Ce texte prouve que les seules symétries de rotation dans un réseau plan à mailles régulières sont d'ordre 2, 3, 4 ou 6.

[170]Article *Quasiperiodicity*, schémas "*Penrose pattern*" et "*icosahedron*" - *Encyclopædia Britannica 2007 Ultimate Reference Suite.*

[171]Articles par Henri Poincaré :

- *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (I)*, Journal de mathématiques pures et appliquées, (III) 7 (1881), p. 375-422. http://sites.mathdoc.fr/JMPA/PDF/JMPA_1881_3_7_A20_0.pdf
- *Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (II)*, Journal de mathématiques pures et appliquées, (III) 8 (1882), p. 251-296. https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwjFhv2lsMvbAhXH1xQKHbhyCUUQFggrMAA&url=http%3A%2F%2Fsites.mathdoc.fr%2FJMPA%2FPDF%2FJMPA_1882_3_8_A10_0.pdf&usg=AOvVaw2SUXmjGt_C4Eoht8VXGcaX

[172]Article *La théorie qualitative des équations différentielles* par Philippe Nabonnand, Laboratoire d'histoire des sciences et de philosophie - Archives Henri Poincaré, UMR 7117 (CNRS / Université de Lorraine)
http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/dospoincare/contenu/etp2/img_cuepoint/savoirPlus2_1.html

[173]Ouvrages sur la Théorie des systèmes dynamiques :

- *Systèmes dynamiques - 2e ed - Cours et exercices corrigés* par Jean-Louis Pac Editions Dunod (2016)
- *Modeling and Analysis of Dynamic Systems* par Ramin S. Efsandiari et Bei Lu CRC Press (2018)

[174]Article *Pierre François Verhulst* - Wikipédia
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre_Fran%C3%A7ois_Verhulst

[175]Article *Nombres de Feigenbaum* Wikipédia
https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombres_de_Feigenbaum

[176]Animations montrant de la turbulence :

- Site efluids media galleries http://efluids.com/efluids/pages/gallery.htm
- CENTER FOR TURBULENCE RESEARCH:

- https://ctr.stanford.edu/image-gallery
- https://ctr.stanford.edu/ctr-video

[177]Edward N. Lorenz - *The Essence of Chaos* - University of Washington Press (1993)

[178]Article *Self-Organization in the Physico-Chemical and Life Sciences* (29/03/1996)
http://pubman.mpdl.mpg.de/pubman/faces/viewItemFullPage.jsp?itemId=escidoc:601715
Abstract: Experimental and theoretical analysis have by now established the existence of self-organization, from the molecular (e.g. self-assembly) to the macroscopic level (e.g. chemical oscillations and pattern formation). There is increasing awareness that self-organization is likely to provide the key to understanding the marked polymorphism of matter in the mesoscopic and macroscopic levels as well as many phenomena in the life sciences such as evolutionary processes, the development of patterns and the principles underlying the brain function. This publication concentrates on phenomena observed in the life sciences that take place far from equilibrium. Also included are oscillating chemical reactions because they provide a well characterized paradigm for self-organization of direct relevance to biology. Furthermore, some specific ordering processes operating near chemical equilibrium, such as molecular recognition, are included in the essay because they are a prerequisite for the biological function.

[179]Mutations génétiques artificielles
L'article *Useful Mutants, Bred With Radiation*
http://www.nytimes.com/2007/08/28/science/28crop.html?th=&emc=th&pagewanted=print publié dans *The New York Times* du 28/08/2007 est une interview du docteur Pierre Lagoda, de l'Agence Internationale de l'Energie Atomique à Vienne, où il dirige l'unité de recherches sur la génétique et la culture des plantes ; il fait aussi partie de Biodiversity International - GMGC (37 institutions dans 24 pays) - http://www.bioversityinternational.org/

[180]Article *Teaching Evolution: A State-by-State Debate* (L'enseignement de l'évolution en débat dans un ensemble d'états des Etats-Unis) - (20/12/2005) -
http://www.npr.org/templates/story/story.php?storyId=4630737 - Extrait :

> *"Policymakers in at least 16 states are currently examining the controversy".*
> *(Les responsables politiques d'au moins 16 états des Etats-Unis discutent de ce sujet controversé en ce moment.)*

La liste des situations dans 14 de ces états des Etats-Unis suit :
Alabama, Arkansas, Georgia, Kansas, Kentucky, Maryland, Michigan, Minnesota, Missouri, New Mexico, Ohio, Pennsylvania, South Carolina, Wisconsin.

[181]Articles sur l'enseignement du créationnisme aux Etats-Unis :

- *Map: Publicly Funded Schools That Are Allowed to Teach Creationism*
  Thousands of schools in states across the country can use taxpayer money to cast doubt on basic science (2014)
  http://www.slate.com/articles/health_and_science/science/2014/01/creationism_in_public_schools_mapped_where_tax_money_supports_alternatives.html?via=gdpr-consent
- *In U.S., 42% Believe Creationist View of Human Origins*
  Americans' views related to religiousness, age, education (2014)
  https://news.gallup.com/poll/170822/believe-creationist-view-human-origins.aspx

[182]Article *The New York Times*, citant le Cardinal Schönborn :
"Leading Cardinal Redefines Church's View on Evolution" (09/07/2005)
http://select.nytimes.com/search/restricted/article?res=FB0D13FE3E590C7A8CDDAE0894DD404482
Citations :

> *"The cardinal, Christoph Schönborn, archbishop of Vienna, a theologian who is close to Pope Benedict XVI, staked out his position in an Op-Ed article in The New York Times on Thursday, writing, 'Evolution in the sense of common ancestry might be true, but evolution in the neo-Darwinian sense -- an unguided, unplanned process of random variation and natural selection -- is not.' "*

"In his essay, Cardinal Schönborn asserted that he was not trying to break new ground but to correct the idea, 'often invoked,' that the church accepts or at least acquiesces to the theory of evolution."

[183]Daniel Kahneman, prix Nobel d'économie 2002 - *Thinking, Fast and Slow* - Penguin Press (2012)

[184]Jean TIROLE, prix Nobel d'économie 2014 - *Economie du bien commun* – Editions PUF (2016)
Cet ouvrage présente les problèmes actuels d'économie (chômage, déficit, inégalités, fiscalité, marchés…) dans un style remarquablement facile et agréable à lire. La principale difficulté des décisions économiques venant aujourd'hui d'une information insuffisante des décideurs, il présente ce sujet dans l'extrait ci-dessous.

(Citation de la page 32)

Nous croyons ce que nous voulons croire,
nous voyons ce que nous voulons voir

Nous croyons souvent ce que nous voulons croire, pas ce que l'évidence nous conduirait à croire. Comme l'ont souligné des penseurs aussi divers que Platon, Adam Smith ou le grand psychologue américain du XIXe siècle William James, la formation et la révision de nos croyances servent aussi à conforter l'image que nous voulons avoir de nous-même ou du monde qui nous entoure. Et ces croyances, agrégées au niveau d'un pays, déterminent les politiques économiques, sociales, scientifiques ou géopolitiques.

Non seulement nous subissons des biais cognitifs, mais qui plus est, il arrive assez fréquemment que nous les recherchions. Nous interprétons les faits au prisme de nos croyances, nous lisons les journaux et recherchons la compagnie de personnes qui nous confortent dans nos croyances, et donc nous nous entêtons dans ces croyances, justes ou erronées. Confrontant des individus à des preuves scientifiques du facteur anthropique (c'est-à-dire lié à l'influence de l'homme) dans le réchauffement climatique, Dan Kahan, professeur de droit à l'université de Yale, observa que les Américains qui votent démocrate ressortent encore plus convaincus de la nécessité d'agir contre le réchauffement climatique, tandis que, confrontés aux mêmes données, de nombreux républicains se voyaient confortés dans leur posture climatosceptique[1]. Plus étonnant encore, ce n'est pas une question d'instruction ou d'intelligence : statistiquement, le refus de faire face à l'évidence est au moins aussi ancré chez les républicains disposant d'une éducation supérieure que chez les républicains moins instruits ! Personne n'est donc à l'abri de ce phénomène.

1 - Dans son article «*Ideology, Motivated Reasoning, and Cognitive Reflection*, *Judgment and Decision Making»,* 2013, n° 8, page 407-424. Plus précisément, Kahan montre que les capacités de calcul et d'analyse réflexive n'augmentent pas la qualité de la révision des croyances sur le facteur anthropique. Rappelons qu'en 2010 seulement 38% des [électeurs] républicains acceptaient l'idée d'un réchauffement climatique depuis l'ère préindustrielle et seulement 18% y voyaient un facteur anthropique (c'est-à-dire une cause humaine).
(Fin de citation)

[185]Livre *Dynamics: The Geometry of Behavior* par R. Abraham et C. Shaw – Santa Cruz: Aerial Press. – Part 1: Periodic Behavior (2016 – 25.85€)
Part 2: Chaotic Behavior (1983 – 46.71€) – Part 3: Global Behavior (1985 – 25.36€)
Part 4: Bifurcation Behavior (1988 – 17.21€)

[186]David P. Feldman - *Chaos and Fractals – An Elementary Introduction –*
Oxford University Press (2014) - Recommandé pour débuter car sa pédagogie est excellente. - Niveau nécessaire : anglais lu ; mathématiques : classe de seconde.

[187]Article *Sur une courbe qui remplit toute une aire plane* par Giuseppe Peano, Math Ann. 36, (1890) pages 157-160.

[188]Article *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück* par David Hilbert, Math Ann. 38, (1891) pages 459-460.

[189]Thèse de A. M. LIAPOUNOV (1892)
Sur la stabilité des figures ellipsoïdales d'équilibre d'un mouvement de rotation -
http://archive.numdam.org/article/AFST_1904_2_6_1_5_0.pdf

[190]Jean-Paul Sartre - *L'Etre et le néant* - Gallimard (1943)

[191]Gregory Berns - *Satisfaction: The Science of Finding True Fulfillment* –
chez Henry Holt & Company, New York (2005)

[192]Albert Einstein – *La relativité – Théorie de la Relativité restreinte et générale (1916) – La Relativité et le problème de l'espace* – Traduit d'après la quatorzième édition allemande - Petite Bibliothèque Payot (2001)

[193]Article *Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains*
par J. C. Hafele et Richard E. Keating – Science, vol. 177, issue 4044, pages 168-170 (14/07/1972) -
http://science.sciencemag.org/content/177/4044/168

Citation : "Four cesium beam clocks flown around the world on commercial jet flights during October 1971, once eastward and once westward, recorded directionally dependent time differences which are in good agreement with predictions of conventional relativity theory. Relative to the atomic time scale of the U.S. Naval Observatory, the flying clocks lost 59 ± 10 nanoseconds during the eastward trip and gained 273 ± 7 nanoseconds during the westward trip, where the errors are the corresponding standard deviations. These results provide an unambiguous empirical resolution of the famous clock « paradox » with macroscopic clocks."
(Fin de citation)

[194]Tests de la force de gravitation, notamment pour évaluer le rapport m_G/m_I de la masse gravitationnelle à la masse inertielle :
The Eöt-Wash Group - https://www.npl.washington.edu/eotwash/

[195]Article *The scattering of electrons by a single crystal of nickel*, par C. Davisson et L. Germer - *Nature* (London) 119, 558–560 (1927)

[196]Article *Orbital momentum of light* - University of Glasgow -
http://www.gla.ac.uk/schools/physics/research/groups/optics/research/orbitalangularmomentum

[197]Problème des mesures contradictoires de la dimension du proton

- Article *How big is a proton? No one knows exactly, and that's a problem* (08/2016) -
https://www.newscientist.com/article/2100834-how-big-is-a-proton-no-one-knows-exactly-and-thats-a-problem/
- Article *Proton size still perplexes despite a new measurement* (11/2017) -
https://www.sciencenews.org/article/proton-size-still-perplexes-despite-new-measurement?mode=magazine&context=194026

[198]Thèse de doctorat *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*
Hugh Everett (1957) http://www.pbs.org/wgbh/nova/manyworlds/pdf/dissertation.pdf

[199]Livre *Le tao de la physique*, par Fritjof Capra. Editeur : Eric Koehler, réédité en 2004, dont voici la présentation par l'éditeur trouvée chez Amazon http://www.amazon.fr/tao-physique-Fritjof-Capra/dp/2710707136 :

> *"Les lois de la physique moderne confirment les concepts qui régissent les mystiques de l'Asie : Hindouisme, Bouddhisme, Taoïsme. Le Dr Capra met à notre portée le langage de la physique et nous entraîne dans un fabuleux voyage à travers l'univers des atomes et le monde de la sagesse orientale. Il fait table rase de notre représentation fragmentaire et mécaniste du monde. L'univers devient alors un tout cohérent et harmonieux. Cadre philosophique pour la physique la plus avancée, la spiritualité orientale nous propose un " lieu " dans lequel notre être peut prendre toute sa dimension."*

Pourvu qu'il n'y ait pas trop de gens qui en déduisent que le mysticisme oriental a une base scientifique, ou que la physique quantique est basée sur ces croyances !

[200]Article *Du monde quantique au monde macroscopique : la décohérence prise sur le fait* (CNRS - 15/12/1996) - http://casar.pagesperso-orange.fr/Du%20monde%20quantique%20au%20monde%20macroscopique%20%20la%20decoherence%20prise%20sur%20le%20fait.htm

[201](Bible) *Epitre de Paul aux Romains* 11.33
"O profondeur de la richesse, de la sagesse et de la science de Dieu ! Que ses jugements sont insondables, et ses voies incompréhensibles !"

[202]Article *Apparent wave function collapse caused by scattering* par Max Tegmark (1993) - http://arxiv.org/abs/gr-qc/9310032v2

[203]Livre et article de Max Tegmark (professeur de physique au M.I.T.)
1 - Livre *Our Mathematical Universe* - (Alfred A. Knopf, New York, 2014) ;
2 - Article *Parallel Universes* (2003) http://space.mit.edu/home/tegmark/multiverse.pdf.

[204]Interprétations de la Mécanique quantique
Source : [111]

- Interprétation de Copenhague (Heisenberg 1927, Bohr 1935) ;
- Histoires cohérentes (Griffiths 1984, Griffiths 1996, Omnes 1988, Gell-Mann et Hartle 1990) ;
- Univers multiples (Everett 1957, Wheeler 1957, DeWitt 1970) ;
- Evénement quantique [Huges 1989);
- Esprits multiples (Albert et Lower 1988, 1989, Lockwood 1986, Donald 1990) ;
- Modale (Shimony 1969, van Frassen 1991, Fleming 1992) ;
- Mécanique quantique relationnelle (Rovelli, 2008).

[205]Article *Bohmian Mechanics* par Sheldon Goldstein (2017)
https://plato.stanford.edu/entries/qm-bohm/

[206]Article *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*, Annalen der Physik 354 (7), pages 769-822 - http://www.physik.uni-augsburg.de/annalen/history/einstein-papers/1916_49_769-822.pdf

[207]Amas de galaxies et structure à grande échelle de l'Univers
http://www.damtp.cam.ac.uk/research/gr/public/gal_lss.html

Unités :

- 1 parsec (pc) = 3.2616 al = 30.857x10^{12} km = 206265 ua
- 1 Mpc = 1 million de parsecs
- 1 ua (unité astronomique = distance moyenne Terre-Soleil) = 149 700 000 km

[208]Applications du logiciel mathématique MAPLE pour la Relativité
https://fr.maplesoft.com/applications/Category.aspx?cid=182 (17 applications)
https://fr.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=4974
https://fr.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=154163&view=html , etc.

[209]Article *Gravitational Collapse: the Role of General Relativity* par Roger Penrose - *Rivista del Nuovo Cimento*, Numero Speziale I, 252 (1969)
http://adsabs.harvard.edu/abs/1969NCimR...1..252P

[210]Article *The Question of Cosmic Censorship* par Roger Penrose dans
Black Holes & Relativistic Stars pages 103-122 (1998)

[211]L'engin Hipparcos (HIgh Precision PARallax COllecting Satellite, satellite de mesure de parallaxe à haute précision) a mesuré la distance de 2.5 millions d'étoiles situées à moins de 150 parsecs de la Terre (150x3.26 = 489 al)
Voir *The Hipparcos and Tycho Catalogues, ESA SP-1200* (1997)
https://www.cosmos.esa.int/web/hipparcos/catalogues

[212]Site d'astronomie de Olivier Esslinger :
https://www.astronomes.com/le-big-bang/ere-hadronique/
Site très intéressant d'un astronome doué pour la vulgarisation – vivement recommandé ! Voir notamment : *L'échelle des distances dans l'Univers* https://www.astronomes.com/divers/lechelle-des-distances-dans-lunivers/

[213]Article *On the Instability of Einstein's Spheroidal World* par Arthur Eddington (1930) - http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1930MNRAS..90..668E&data_type=PDF_HIGH&whole_paper=YES&type=PRINTER&filetype=.pdf

[214]Article *Gravitational Redshift Test Using Eccentric Galileo Satellites*
Physical Review Letters 121, 231101 (2018) -
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.121.231101

[215]Article *Effet Shapiro* Wikipédia https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Shapiro

[216]Page Internet *The First Binary Pulsar and Einstein's General Theory of Relativity* https://people.carleton.edu/~jweisber/binarypulsar/First-Binary-Pulsar.html

[217]Article *Testing General Relativity with Pulsar Timing* par Stairs, I.H. Living Rev. Relativ. (2003) 6: 5. https://link.springer.com/article/10.12942/lrr-2003-5

[218]Article *A NEW TEST OF GENERAL RELATIVITY: GRAVITATIONAL RADIATION AND THE BINARY PULSAR PSR 1913+16* par J. H. Taylor et J. M. Weinberg – *The Astrophysical Journal*, 253:908-920, (15/02/1982)

[219]Site LIGO *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*
https://www.ligo.caltech.edu/
Les fondateurs de LIGO ont reçu le Prix Nobel de physique 2017 après la première détection directe d'une onde gravitationnelle le 14/09/2015.

[220]Article *Scientists Find Giant Wave Rolling Through the Perseus Galaxy Cluster* (NASA, Chandra X-ray 05/2017)
https://www.nasa.gov/feature/goddard/2017/scientists-find-giant-wave-rolling-through-the-perseus-galaxy-cluster

Citation de cet article :
"A wave spanning 200,000 light-years is rolling through the Perseus galaxy cluster, according to observations from NASA's Chandra X-ray Observatory coupled with a computer simulation. The simulation shows the gravitational disturbance resulting from the distant flyby of a galaxy cluster about a tenth the mass of the Perseus cluster. The event causes cooler gas at the heart of the Perseus cluster to form a vast expanding spiral, which ultimately forms giant waves lasting hundreds of millions of years at its periphery. Merger events like this are thought to occur as often as every three to four billion years in clusters like Perseus."

Voir aussi : *Is there a giant Kelvin–Helmholtz instability in the sloshing cold front of the Perseus cluster?* - https://academic.oup.com/mnras/article/468/2/2506/3072192

Le superamas de Persée est décrit dans l'article Wikipédia *Perseus Cluster* - https://en.wikipedia.org/wiki/Perseus_Cluster

[221]Détection d'une fusion de deux trous noirs par VIRGO
http://www.virgo-gw.eu/docs/GW170817/GW170817_press_release_fr.pdf

[222]Article *Effet Lense-Thirring* de Wikipédia
https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Lense-Thirring

[223] Article *On the history of the so-called Lense-Thirring effect* par Herbert Pfister (2006) - http://philsci-archive.pitt.edu/2681/1/lense.pdf

[224]Article *La masse d'un pulsar déterminée juste avant sa disparition*
https://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/etoile-neutrons-masse-pulsar-determinee-juste-avant-disparition-56792/
Article intéressant muni de deux vidéos explicatives de Joeri van Leeuwen, Astron, CNRD-INSU

[225]Article *Focus issue: Gravity Probe B – Classical and Quantum Gravity*
http://iopscience.iop.org/journal/0264-9381/page/Focus-issue-on-Gravity-Probe-B
Article très complet avec de nombreuses références.

[226]Wikipédia *Précession de Thomas*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%A9cession_de_Thomas

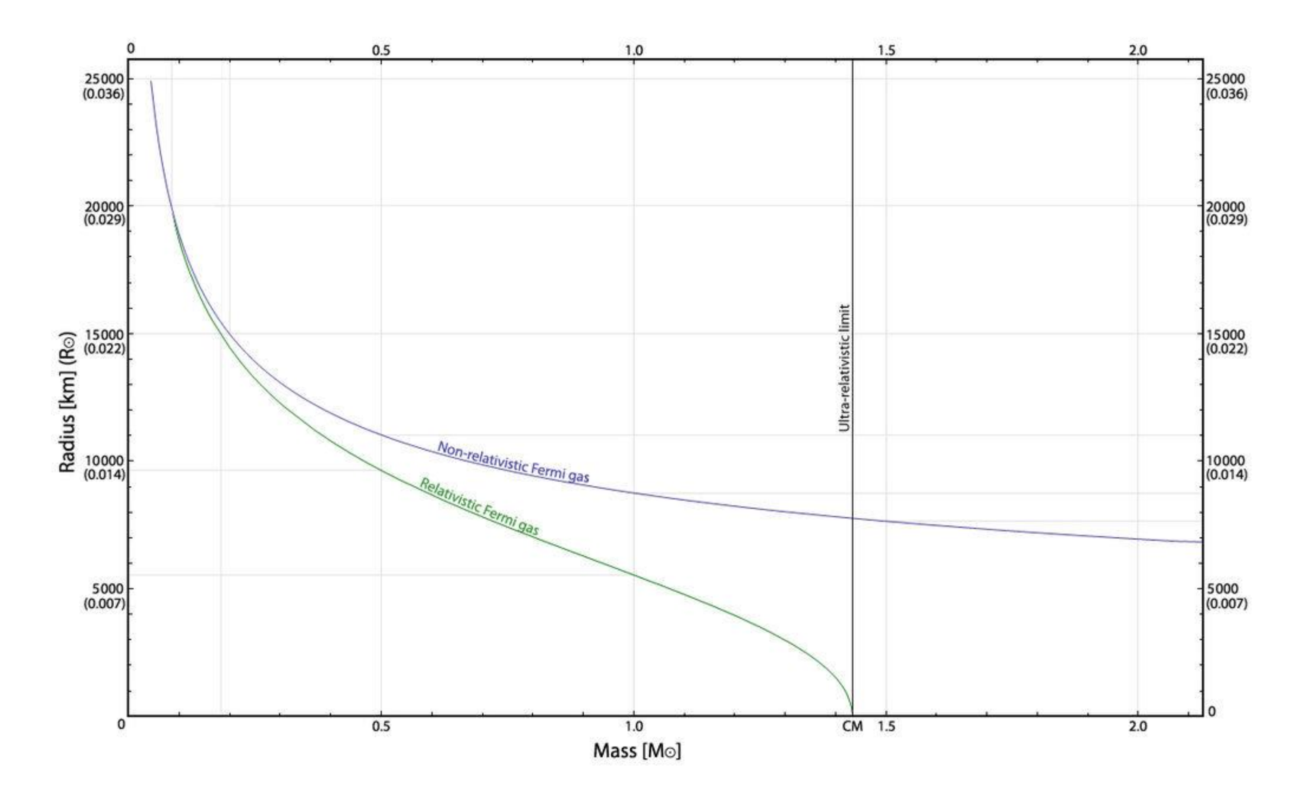
[227]Article *Nonspherical Perturbations of Relativistic Gravitational Collapse. I. Scalar and Gravitational Perturbations* par Richard H. Price - *Physical Review* (15 mai 1972) - https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.5.2419

[228]Article *The Four laws of black hole mechanics* par James M. Bardeen, B. Sarter et S. W. Hawking – Nature 226 (1970) pages 64-65.
https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF01645742 et
http://adsabs.harvard.edu/abs/1970Natur.226...64B

[229]Articles Wikimédia Commons :
1 Chaîne proton-proton https://fr.wikipedia.org/wiki/Cha%C3%AEne_proton-proton
2 Cycle carbone-azote-oxygène (cycle de Bethe)
https://fr.wikipedia.org/wiki/Cycle_carbone-azote-oxyg%C3%A8ne

[230]Article *Dying Supergiant Stars Implicated in Hours-long Gamma-Ray Bursts*
(NASA, 16/04/2013) - https://www.nasa.gov/mission_pages/swift/bursts/supergiant-stars.html

[231]Wikimedia Commons - *File:WhiteDwarf mass-radius.jpg* par AllenMcC
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:WhiteDwarf_mass-radius.jpg
Graphique extrait : relation entre masse (en masses solaires) et rayon (km)
La ligne verticale est la masse limite de Chandrasekhar, 1.44 masse solaire.



[232]Articles : *No Way Back: Maximizing survival time below the Schwarzschild event horizon* par Geraint F. Lewis and Juliana Kwan

- (15/05/2007) - https://arxiv.org/pdf/0705.1029
- (05-03-2013) *Publications of the Astronomical Society of Australia* Vol. 24, Issue 2, pp. 46-52 - https://www.cambridge.org/core/journals/publications-of-the-astronomical-society-of-australia/article/no-way-back-maximizing-survival-time-below-the-schwarzschild-event-horizon/2A1CCF5CB13E7BEFA6441B3038C635A3

[233]Article *Black Hole Information Paradox* de Wikipedia https://en.wikipedia.org/wiki/Black_hole_information_paradox#Black_hole_war

[234]Article *Planck Units* de Wikipedia https://en.wikipedia.org/wiki/Planck_units
Excellent article, complet et clair.

[235]Article *Can two galaxies move away from each other faster than the speed of light? (Intermediate)* - Université Cornell – 1er février 2016 – Mike Jones
http://curious.astro.cornell.edu/the-universe/cosmology-and-the-big-bang/104-the-universe/cosmology-and-the-big-bang/expansion-of-the-universe/1066-can-two-galaxies-move-away-from-each-other-faster-than-light-intermediate

(Citation)
"The short, and possibly surprising, answer to this question is yes.

The Hubble constant is the measure of how fast the Universe is expanding today and its value has been measured to be 70 km/s per Megaparsec (a parsec is just a unit of distance equal to about 3.26 light-years, and a Megaparsec is a million parsecs). This means that on average, for every Megaparsec two galaxies are separated by, they are moving away from each other by 70 km/s. Therefore, to be moving away from each other at the speed of light, two galaxies would need to be separated by a distance of about 4,300 million parsecs. This is smaller than the radius of the observable Universe, therefore not only are there galaxies in the Universe that are moving away from us faster than light, but we can still see them!

This raises two additional questions:

- If another galaxy is moving away from us faster than light, how can we still see it?

- Isn't it a violation of the theory of relativity to have two things moving apart faster than the speed of light?

The answer to the first of these questions is that the light the distant galaxy is emitting today will never reach us, so we will never know what it looks like today. This is because today it is moving away from us faster than light, so the light it emits doesn't travel fast enough to ever reach us. However, the light that it emitted billions of years ago, when the Universe was smaller (remember it has been expanding all along) and when that galaxy wasn't receding from the Milky Way as fast, is what we are seeing today. In other words, we are seeing that galaxy as it was billions of years ago.

The second question is an interesting one that confuses many people. The theory of relativity does indeed state that nothing can travel faster than light, however this refers to motion in the traditional sense, meaning you can't launch a spaceship and travel through space faster than light. The two galaxies we've been discussing are not travelling through space, it is the space between them that is expanding. Or put in another way, they are stationary and all the space around them is being stretched out. This is why it doesn't violate the theory of relativity, because it is not motion in the traditional sense.

Note that this question is closely related to: Is the Universe expanding faster than the speed of light? - http://curious.astro.cornell.edu/the-universe/cosmology-and-the-big-bang/104-the-universe/cosmology-and-the-big-bang/expansion-of-the-universe/616-is-the-universe-expanding-faster-than-the-speed-of-light-intermediate "

(Fin de citation)

[236]La mission Kepler a découvert plus de 1000 planètes extrasolaires au 23/07/2015, et 2662 à la fin de sa mission en octobre 2018. Les 1000 premières sont représentées avec leurs orbites animées dans la page https://archive.nytimes.com/www.nytimes.com/interactive/science/space/keplers-tally-of-planets.html .

[237]Impossibilité d'une preuve physico-théologique de l'existence de Dieu : raisonnement de Kant dans la *Critique de la raison pure* [20].

1 – Enoncé du problème (citation des pages 546-547)
"Chercher dans une *expérience déterminée,* […] celle des choses appartenant au monde présent autour de nous, si la façon dont elle est constituée et structurée ne fournit pas un argument probant qui pût nous procurer avec sûreté la conviction de l'existence d'un être suprême. Une telle preuve, nous l'appellerions *physico-théologique*."
(Fin de citation)

2 – Problème prévisible de cette recherche : une Idée ne peut être validée empiriquement.
(Citation de la page 547)
"Comment une expérience peut-elle jamais être donnée qui soit adéquate à une Idée ? C'est justement le propre des Idées que nulle expérience ne puisse jamais leur correspondre.

L'idée transcendantale d'un être originaire [Dieu créateur] qui soit nécessaire et totalement suffisant est si démesurément grande, elle dépasse de si haut tout ce qui est empirique et se trouve toujours conditionné, que

- d'une part on ne peut jamais dégager de l'expérience assez de matière pour remplir un tel concept,
- et que d'autre part on tâtonne toujours au milieu du conditionné en ne cessant de chercher en vain l'inconditionné, dont aucune loi de quelque synthèse empirique que ce soit ne nous fournit un exemple ou ne procure le moindre indice."

(Fin de citation)

> (En somme, aucun phénomène constaté n'est une preuve suffisante de la validité d'une abstraction, particulièrement si elle est aussi énorme que le concept de Dieu, qui est infiniment grand, omniscient, omniprésent, etc.)

3 - Relation de l'être suprême nécessaire et totalement suffisant cherché avec la chaîne de conditions d'une expérience.

(Citation de la page 547)
"S'il *faisait partie* de cette chaîne (sans en être le début infiniment lointain), il faudrait chercher ce début pour trouver un être absolument nécessaire ; il ne fait donc pas partie de cette chaîne.

S'il ne fait pas partie de la chaîne, son action sur l'expérience donnée a dû être *transcendante*, ce qui est contraire aux lois de la nature que nous postulons."
(Fin de citation)

4 – Conclusion : *l'être suprême absolument nécessaire et suffisant cherché en tant que cause non-transcendante d'une expérience donnée n'existe pas* ; la preuve physico-théologique cherchée par une approche empirique est tout aussi impossible que celles cherchées par une approche transcendantale.

(Citation de la page 549)
"Je soutiens donc que la preuve physico-théologique ne saurait jamais à elle seule démontrer l'existence d'un être suprême…"
(Fin de citation)

[238]Article *Liste de galaxies satellites de la Voie lactée*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_de_galaxies_satellites_de_la_Voie_lact%C3%A9e

[239]Article *Universe Older Than Previously Thought* de la NASA du 21/03/2013.
https://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2013/21mar_cmb/
L'engin Planck a mesuré les fluctuations de température du fond diffus cosmologique avec une précision meilleure que toutes les mesures précédentes, et ce pendant 15.5 mois.

[240]Article *A SPECTROSCOPIC REDSHIFT MEASUREMENT FOR A LUMINOUS LYMAN BREAK GALAXY AT Z = 7.730 USING KECK/MOSFIRE* (3 mai 2015) - http://arxiv.org/pdf/1502.05399v2 - Annonce de la découverte d'une galaxie extrêmement lointaine, la plus lointaine connue à ce jour : elle est à 30 milliards d'années-lumière et sa lumière a mis environ 13 milliards d'années à nous parvenir compte tenu de l'expansion de l'Univers.

[241]Article *Expanding Confusion: Common Misconceptions of Cosmological Horizons and the Superluminal Expansion of the Universe* par Tamara M. Davis et Charles H. Lineweaver - https://www.cambridge.org/core/services/aop-cambridge-core/content/view/EFEEEFD8D71E59F86DDA82FDF576EFD3/S132335800000607Xa.pdf/expanding_confusion_common_misconceptions_of_cosmological_horizons_and_the_superluminal_expansion_of_the_universe.pdf

[242]Article *Can two galaxies move away from each other faster than the speed of light? (Intermediate)* - Université Cornell – 1er février 2016 – Mike Jones
http://curious.astro.cornell.edu/the-universe/cosmology-and-the-big-bang/104-the-universe/cosmology-and-the-big-bang/expansion-of-the-universe/1066-can-two-galaxies-move-away-from-each-other-faster-than-light-intermediate

Citation
"The short, and possibly surprising, answer to this question is yes.

The Hubble constant is the measure of how fast the Universe is expanding today and its value has been measured to be 70 km/s per Megaparsec (a parsec is just a unit of distance equal to about 3.26 light-years, and a Megaparsec is a million parsecs). This means that on average, for every Megaparsec two galaxies are separated by, they are moving away from each other by 70 km/s. Therefore, to be moving away from each other at the speed of light, two galaxies would need to be separated by a distance of about 4,300 million parsecs. This is smaller than the radius of the observable Universe, therefore not only are there galaxies in the Universe that are moving away from us faster than light, but we can still see them!

This raises two additional questions:

- If another galaxy is moving away from us faster than light, how can we still see it?
- Isn't it a violation of the theory of relativity to have two things moving apart faster than the speed of light?

The answer to the first of these questions is that the light the distant galaxy is emitting today will never reach us, so we will never know what it looks like today. This is because today it is moving away from us faster than light, so the light it emits doesn't travel fast enough to ever reach us. However, the light that it emitted billions of years ago, when the Universe was smaller (remember it has been expanding all along) and when that galaxy wasn't receding from the Milky Way as fast, is what we are seeing today. In other words, we are seeing that galaxy as it was billions of years ago.

The second question is an interesting one that confuses many people. The theory of relativity does indeed state that nothing can travel faster than light, however this refers to motion in the traditional sense, meaning you can't launch a spaceship and travel through space faster than light. The two galaxies we've been discussing are not travelling through space, it is the space between them that is expanding. Or put in another way, they are stationary and all the space around them is being stretched out. This is why it doesn't violate the theory of relativity, because it is not motion in the traditional sense.

Note that this question is closely related to: Is the Universe expanding faster than the speed of light? - http://curious.astro.cornell.edu/the-universe/cosmology-and-the-big-bang/104-the-universe/cosmology-and-the-big-bang/expansion-of-the-universe/616-is-the-universe-expanding-faster-than-the-speed-of-light-intermediate "

(Fin de citation)

[243]Article *Pourquoi 13 TeV ?* – CERN https://home.cern/fr/about/engineering/restarting-lhc-why-13-tev

[244]*2dF Galaxy Redshift Survey*: étude de la distribution d'environ 220 000 galaxies : http://www.2dfgrs.net/ et http://www.2dfgrs.net/Public/Pics/2dFzcone_big.gif

[245]Article *Cosmic Blackbody Radiation* par Dicke, R. H; Peebles, P. J. E; Roll, P. G; Wilkinson, D. T. – American Astronomical Society (07/1965)
http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148306

[246]Article *Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems* par Alan H. Guth – Physical Review D (15/01/1981)
https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.23.347

[247]Livre *Theory of Superunification* par Vladimir Leonov (Viva books, India – 2011) http://leonov-leonovstheories.blogspot.com/2011/07/theory-of-superunification.html

[248]Article *Unity of All Elementary-Particle Forces* par Howard Georgi et S. L. Glashow – *Physical Review Letters* 23, 438 – 25/02/1974
https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.32.438

Citation de la Théorie de Grande unification : *The New York Times* du 19/09/1982 :
Article *Physics sometimes takes G. U. T.s* -
https://www.nytimes.com/1982/09/19/weekinreview/physics-sometimes-takes-guts.html

[249]Article *How heavy is a neutrino?* dans *Symmetry*, a joint Fermilab/SLAC publication (2017) -
https://www.symmetrymagazine.org/article/how-heavy-is-a-neutrino

[250]Article *Fate of the false vacuum: Semiclassical theory* par Sidney Coleman
Physical Review D, 15/05/1977 - https://fr.scribd.com/document/345218973/1977-the-Fate-of-the-False-Vacuum-1-Semiclassical-Theory-ColemanColeman

[251]Site du CERN – *L'énigme de l'asymétrie matière-antimatière*
https://home.cern/fr/science/antimatter/matter-antimatter-asymmetry-problem

[252]*Review of Particle Physics* from Particle Data Group (2018)
https://www.researchgate.net/publication/327930914_Review_of_Particle_Physics_Particle_Data_Group/link/5c50417892851c22a3989d54/download

[253]Article *The Inflation Debate: Is the theory at the heart of modern cosmology deeply flawed?* par Paul J. Steinhardt – *Scientific American*, avril 2011
http://www.physics.princeton.edu/~steinh/0411036.pdf

[254]Article *Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking* par Andreas Albrecht et Paul J. Steinhardt – *Physical Review Letters* 48, 1220 (26/04/1982)

[255]Cours de physique - *Physics for Scientists and Engineers* - 9th edition (Serway – Jewett) - §44.2 *Nuclear Binding Energy*, page 1386

[256]Article *Spatial Curvature* par Ned Wright (UCLA) et son sous-titre *Flatness-Oldness Problem* - http://www.astro.ucla.edu/~wright/cosmo_03.htm

[257]Textes sur le Principe anthropique

- *Mind of God: The Scientific Basis for a Rational World* par Paul Davies, publié chez Touchstone (New York, USA) en mars 1993.
- *Cosmic Jackpot: Why Our Universe Is Just Right for Life* par Paul Davies, physicien et cosmologiste, publié chez Houghton Mifflin (Boston, USA) en avril 2007.

[258]Conférence *The Hoyle state and the fate of carbon-based life* de Ulf-G. Meißner - http://www4.ncsu.edu/~djlee3/SpecialEvents/Ulf_Colloquium_Slides.pdf

[259]Livre *Dreams of a Final Theory: The Scientist's Search for the Ultimate Laws of Nature* par Steven Weinberg (Pantheon Books, 1992).

[260]Article *Birth of Inflationary Universes* par Alexander Vilenkin – *Physical Review*, vol. D27, pages 2848-2855 (15/06/1983)
https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.27.2848

[261]Articles sur la génération et l'évolution des univers soumis à inflation :

- *The Global Structure of the Inflationary Universe – International Journal of Modern Physics*, vol. A2, pages 561-591 (1987)
  https://web.stanford.edu/~alinde/1986300yrsgrav.pdf
  Cet article va jusqu'à des considérations philosophiques…
- *The Fractal Dimension of Inflationary Universe* par Mukunda Aryal et Alexander Vilenkin – *Physics Letters*, vol. 199B, pages 351-357 (1987) -
  https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269387909324?via%3Dihub
- *The Self-Reproducing Inflationary Universe - Recent versions of the inflationary scenario describe the universe as a self-generating fractal that sprouts other inflationary universes* par Andrei Linde – Scientific American November 1994
  http://web.stanford.edu/~alinde/1032226.pdf

[262]Articles :

- *Expanding Universe and the Origin of Elements* par G. Gamow -
  Physical Review 70, 572 – 1 October 1946
  https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.70.572.2
- *The Origin of Chemical Elements* par R. A. Alpher, H. Bethe and G. Gamow - *Physical Review* April 1, 1948
  https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.73.803

  C'est le premier article proposant une théorie du Big Bang, après une suggestion de George Gamow dans *Physical Review 70*. Citation :

  "…various nuclear species must have originated not as the result of an equilibrium corresponding to a certain temperature and density, but rather as a consequence of a continuous building-up process arrested by a rapid expansion and cooling of the primordial matter. According to this picture, we must imagine the early stage of matter as a highly compressed neutron gas (overheated neutral nuclear fluid) which started decaying into protons and electrons when the gas pressure fell down as the result of universal expansion. The radiative capture of the still

remaining neutrons by the newly formed protons must have led first to the formation of deuterium nuclei, and the subsequent neutron captures resulted in the building up of heavier and heavier nuclei."

[263]Article *Randomness as a resource* dans American Scientist Volume 89 n° 4 July-August 2001 pages 300-304
http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=3B575D38F4192FB0A4D45DDF09141B23?doi=10.1.1.365.1498&rep=rep1&type=pdf

[264]Article *Démonstration élémentaire du théorème de M. Borel sur les nombres absolument normaux et détermination effective d'un tel nombre* par W. Sierpinski –
Bulletin de la S.M.F., tome 45 (1917), p. 125-132.
http://archive.numdam.org/article/BSMF_1917__45__125_1.pdf

[265]Livre *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* par René Descartes (1637)
Extrait dit des « quatre préceptes » :

"Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle ; c'est-à-dire, d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention, et de ne comprendre rien de plus en mes jugements que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute.

Commentaire sur ce premier précepte : cette approche est erronée sur un point, la certitude par évidence : Descartes la pense fiable si elle est prégnante, remplaçant ainsi une preuve factuelle ou démontrée absente par une absence de doute, et excluant la possibilité qu'un homme sérieux puisse se tromper de bonne foi. Cette doctrine de la validité des certitudes personnelles est appelée *innéisme ;* Locke en 1690, puis Kant en 1781, ont montré à quel point elle est illusoire. Et Sartre a montré en 1943 à quel point l'homme peut être de mauvaise foi quand sa compréhension lui fournit une représentation qu'il n'aime pas, par exemple parce qu'elle l'incite à faire quelque chose qu'il déteste ou parce qu'elle crée une *dissonance cognitive* (voir cette expression dans le *Vocabulaire*). Les erreurs d'intuition, de mémoire ou de raisonnement sont hélas fréquentes.

Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre.

Le troisième, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu comme par degrés jusques à la connaissance des plus composés, et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres.

Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre."

[266]Doublement périodique vers le chaos : voir chapitre 10 de *Does God Play Dice ? The New Mathematics of Chaos (2nd edition)* de Ian Steward (2002, Wiley-Blackwell)

[267]Article *How many genes are in a genome?* par Ron Milo et Rob Philips
http://book.bionumbers.org/how-many-genes-are-in-a-genome/
extrait du livre *Cell Biology by the Numbers* (décembre 2015).

[268]Selon *l'Encyclopédie Universalis* [1], article *Génome - introduction*
La notion de cellule s'applique aux systèmes où coexistent deux types différents d'acides nucléiques liés à des structures protéiques [l'ADN et l'ARN]. Dans ce cas, c'est l'ADN d'un chromosome qui va être *le dépositaire* de l'information génétique, tandis que l'ARN interviendra dans *l'expression* de cette information, en fait sa traduction en protéines au niveau de ribosomes, particules cytoplasmiques chargées d'ARN. L'ARN agit comme un interrupteur marche-arrêt pour autoriser ou inhiber l'expression de chaque gène. Il peut agir comme un enzyme en catalysant des réactions.

Comme l'ADN, l'ARN est composé de nucléotides, mais c'est une classe de molécules dont la forme est tantôt un brin replié (comme une protéine), tantôt une double hélice comme l'ADN.

[269]*ÉPÎTRE - A l'auteur du livre des trois imposteurs* par Voltaire
http://www.monsieurdevoltaire.com/2015/09/epitre-a-l-auteur-du-livre-des-trois-imposteurs.html
Citation : « Si Dieu n'existait pas, il faudrait l'inventer ».

Cette phrase a été reprise par Dostoïevski dans *Les Frères Karamazov*, où on trouve aussi la phrase : « si Dieu n'existe pas, il n'y a pas de vertu, et elle est inutile. »

[270]*How Can the Universe Expand Faster Than the Speed of Light?* par Paul Sutter (2016) - https://www.space.com/33306-how-does-the-universe-expand-faster-than-light.html

[271]*Système International des poids et mesures "SI"* (2019)
https://www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure/SI-Brochure-9-concise-FR.pdf

[272]Théorie cosmologique de la gravitation quantique :

1 – Dossier *Vers une gravitation quantique* – La Recherche n° 458, décembre 2011

2 – Abhay Ashtekar :

2.1 - Page d'accueil de ses articles sur la gravitation quantique :
en anglais : http://gravity.psu.edu/people/Ashtekar/articles.html

2.2 - *Space and Time: From Antiquity to Einstein and Beyond*
http://cgpg.gravity.psu.edu/people/Ashtekar/articles/spaceandtime.pdf

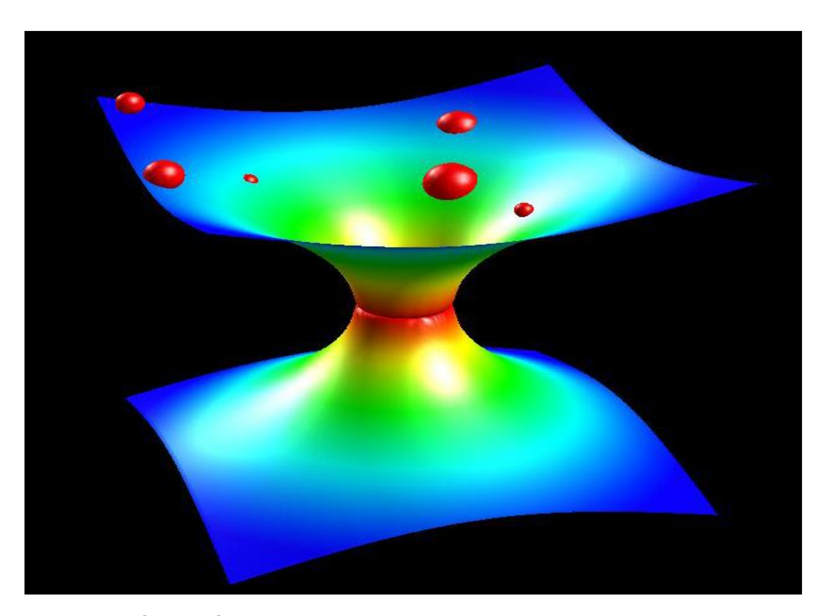
2.3 - Conférence *The Big Bang and the Quantum*

2.4 - *QUANTUM NATURE OF THE BIG BANG IN LOOP QUANTUM COSMOLOGY*
http://gravity.psu.edu/people/Ashtekar/articles/solvaynet.pdf

3 – Carlo Rovelli – *Et si le temps n'existait pas ?* (2014)

4 – Carlo Rovelli – *Par delà le visible : La réalité du monde physique et la gravité quantique* (2015)

5 – Carlo Rovelli – *Et si le temps n'existait pas ?* (2015)



Représentation du modèle d'évolution de l'Univers de la cosmologie quantique à boucles. Le temps se déroule du passé (en bas) vers le futur (en haut). La Relativité générale décrit la partie supérieure, après le Big Bang. L'avant-Big Bang se contracte, alors que l'après-Big Bang se dilate. La zone médiane représente la passerelle quantique entre l'avant et l'après, où l'évolution déterministe a franchi l'ère de Planck. Le Big Bang est remplacé par un rebond quantique. - Sources : [272-2.2] pour le texte et Cliff Pickover (www.pickover.com) pour la représentation ci-dessus.

[273]Global Positioning System - https://www.gps.gov/ et
https://www.nasa.gov/directorates/heo/scan/communications/policy/GPS.html

[274]Sirius B, étoile naine blanche formant système binaire avec Sirius
Sirius B est deux fois plus petite que la Terre (diamètre 12756 km) mais sa masse équivaut à 98% de celle du Soleil. Sa densité est donc colossale (~367000 fois celle de l'eau) et la courbure de l'espace voisin est considérable ; les rayons lumineux qui passent près de sa surface sont donc nettement déviés.
https://www.sciencesetavenir.fr/espace/sirius-b-compagnon-trop-discret_32816

[275]Coordonnées d'Eddington-Finkelstein
https://www.davidritzfinkelstein.com/eddingtonfinkelstein.html
Ce système de coordonnées sert à comprendre le phénomène des trous noirs.

[276]Métrique de Kruskal-Szekeres
Source Wikipédia sous licence CC-BY-SA 30.
https://www.techno-science.net/definition/2863.html
La métrique de Kruskal-Szeres est le prolongement analytique maximal de la métrique de Schwarzschild. L'introduction de la métrique de Kruskal-Szekeres apporte des solutions supplémentaires à celles de Schwarzschild, on y retrouve notamment un domaine dual à celui correspondant aux trous noirs : les *trous blancs*.

[277]Article *Particle Creation by Black Holes* par S. Hawking (1975)
https://doi.org/10.1007/BF02345020

[278]Fusion de deux étoiles à neutrons en 2017 (avec schéma vidéo)
Viewpoint: Neutron Star Merger Seen and Heard
https://physics.aps.org/articles/v10/114

[279]Le trou noir le plus colossal - *Discovery of the most ultra-luminous QSO using Gaia, SkyMapper and WISE* - https://arxiv.org/pdf/1805.04317
QSO signifie Quasi-Stellar Object (en français : quasar). C'est un noyau galactique actif ultra-lumineux.

- Ce trou noir a une masse d'environ 20 milliards de fois celle du Soleil.
- Il absorbe l'équivalent de 2 étoiles par jour.
- Il est sans doute 10 000 fois plus lumineux que sa galaxie, c'est-à-dire 7.10^{14} fois plus que le Soleil.

[280]Un trou noir en tant que machine à voyager dans le futur
Citation de [106] page 75
"Un vaste trou noir serait aussi une machine à voyager dans le temps très pratique. Cela fonctionnerait ainsi : tout d'abord, il vous faudrait une station spatiale en orbite autour de lui et un grand câble pour vous descendre au voisinage de son horizon. Il ne faudrait pas s'approcher trop près ; pas question non plus de traverser l'horizon : il faut donc que le câble soit très solide. Un treuil sur la station spatiale permettrait de le dérouler pour vous descendre puis, après une durée bien précise, de l'enrouler pour vous remonter.

Supposons que vous vouliez vous projeter mille ans dans le futur et que vous soyez prêt à rester suspendu au câble pendant un an mais sans ressentir trop d'inconfort du fait de l'accélération de la pesanteur. C'est possible, à condition de trouver un trou noir dont l'horizon aurait à peu près la taille de notre galaxie. Si une situation inconfortable ne vous dérange pas, on peut aussi y arriver avec le trou noir bien plus petit qui se trouve au centre de notre galaxie. L'inconvénient serait que vous ressentirez un poids de cinq millions de tonnes durant cette année passée près de l'horizon. Mais après un an au bout du câble, le retour vous ferait découvrir qu'un millénaire est passé. En principe au moins, les trous noirs sont vraiment des machines à voyager vers le futur.

Le retour ? Pour cela, il vous faudrait une machine à remonter le temps. Hélas ! Remonter le temps est probablement impossible. Il arrive que des physiciens évoquent la possibilité de le faire en empruntant des trous de ver quantiques, mais remonter le temps conduit toujours à des

contradictions logiques. Mon sentiment est que vous resteriez planté dans le futur sans rien pouvoir y faire."
(Fin de citation)

[281]Article *Black Hole Explosions?* par Stephen Hawking (Nature, 1974)
https://www.nature.com/articles/248030a0

[282]Article *Holographic Principle* de Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Holographic_principle

[283]Article *Susskind Quashes Hawking in Quarrel Over Quantum Quandary* - CALIFORNIA LITERARY REVIEW 09 juillet 2008
https://web.archive.org/web/20120402185759/http://richarddawkins.net/articles/2846

[284]Article *The Stretched Horizon and Black Hole Complementarity*
par L. Susskind, L. Thoracius et J. Uglum - *Physical Review D* (15/10/1993)
https://doi.org/10.1103/PhysRevD.48.3743

[285]Article *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen* (*Du mouvement de petites particules en suspension dans des liquides stationnaires dû à théorie cinétique moléculaire de la chaleur*) publié par Albert Einstein dans *Annalen des Physik* (1905).
Ce texte est la première preuve expérimentale de l'existence d'atomes (en fait : de molécules du liquide), dont Einstein calculait la taille et le nombre d'Avogadro.

[286]Livre *Phédon* par Platon - Traduction, notices et notes par Émile Chambry
La Bibliothèque électronique du Québec – Collection Philosophie – Volume 4 version 1.01

[287]Livre *Pensées et opuscules* par Blaise Pascal, éditions Hachette
exemplaire conservé à la Bibliothèque nationale de France
1. Pensée 277, page 458
2. Section XII, page 697
3. Introduction - Section I. Pensées sur l'Esprit et sur le Style, page 269

[288]*Creation Museum* (site du musée de la Création, avec statues de cire d'Adam et Eve, modèle de l'Arche de Noé, etc.) https://creationmuseum.org/

Présentation Wikipédia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Creation_Museum

Présentation américaine : *Earth Was Created 6,000 Years Ago*
https://www.businessinsider.fr/us/pictures-of-kentuckys-creation-museum-2012-6

[289]Article *Édition du génome : des possibilités inouïes qui posent des questions éthiques*
19.06.2018 - https://www.inserm.fr/actualites-et-evenements/actualites/edition-genome-possibilites-inouies-qui-posent-questions-ethiques

(Citation)
Bioéthique - L'édition génomique conduite à l'échelle du génome, portant sur le fonctionnement de l'organisme, d'un organe, d'une pathologie... consiste à modifier le génome d'une cellule, qu'elle soit d'origine végétale, animale, ou humaine. Elle existe depuis une quarantaine d'années mais l'avènement de la technique CRISPR-Cas l'a rendue accessible à la plupart des laboratoires. Certains travaux soulèvent des questions éthiques pour la santé des individus, la préservation de la biodiversité et de l'environnement ou encore pour le bien-être animal. Le point avec Hervé Chneiweiss, président du comité d'éthique de l'Inserm.

Pouvez-vous expliquer en quelques mots comment fonctionne l'édition génomique ?
Les chercheurs utilisent un guide couplé à des nucléases capables de reconnaître spécifiquement une séquence sur le génome et de couper à cet endroit. Ensuite des processus naturels de réparation se déclenchent et commettent des erreurs, ce qui permet d'inactiver le gène ciblé. Il est également possible de fournir à la cellule, en même temps que la nucléase, la copie d'un gène pour qu'il soit

intégré au moment de la réparation et remplace le gène initial. Les possibilités sont multiples : les chercheurs peuvent créer des mutations précises dans des gènes pour en observer les effets ou à l'inverse corriger des mutations, ils peuvent inactiver des gènes, insérer de nouveaux fragments d'ADN, modifier l'expression des gènes, etc.
(Fin de citation)

[290]*Étude randomisée en double aveugle*
https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89tude_randomis%C3%A9e_en_double_aveugle
Citation : "L'étude randomisée en double aveugle, avec répartition aléatoire, randomisée ou à double insu (ou en double aveugle) est une démarche expérimentale utilisée dans de nombreuses disciplines de recherche telles que la médecine, les sciences sociales et la psychologie, les sciences naturelles telles que la physique et la biologie.

En pharmacie, elle est utilisée dans le développement de nouveaux médicaments et pour évaluer l'efficacité d'une démarche ou d'un traitement. Par exemple, durant l'étude sur un médicament, ni le patient ni le prescripteur ne savent si le patient utilise le médicament actif ou le placebo. Le rôle d'un tel protocole, relativement lourd à mettre en place, est de réduire au mieux l'influence sur la ou les variables mesurées que pourrait avoir la connaissance d'une information à la fois sur le patient (premier « aveugle ») et sur le médecin (deuxième « aveugle »). C'est la base de la médecine fondée sur les faits."
(Fin de citation)

[291]*Traité de mécanique céleste* par Pierre-Simon de Laplace
https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8615811x/f1.image

[292]Galileo Galilei (Galilée) *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*
(1632) Editions Seuil

[293]Expérience de Michelson et Morley : voir l'intéressante explication dans http://www.1max2mov.net/PHYSIQUE/michelson/michelsonssssauv.php

[294]André-Maris Ampère : *Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'expérience* (1827) publié dans *Mémoires sur l'électromagnétisme et l'électrodynamique*, Gauthier-Villars, Paris, 1921

[295]GPS - Global Positioning System (USA) - https://www.gps.gov/ et
https://www.nasa.gov/directorates/heo/scan/communications/policy/GPS.html

Galileo (Union européenne) https://ec.europa.eu/france/news/20170217_decodeursue_galileo_fr

[296]List of Different Star Types
http://www.astronomytrek.com/list-of-different-star-types/

[297]Article dans *The New York Times* du 6 mars 2020 :
This Black Hole Blew a Hole in the Cosmos
https://www.nytimes.com/2020/03/06/science/black-hole-cosmos-astrophysics.html?algo=identity&fellback=false&imp_id=40181071&imp_id=517184142&action=click&module=Science%20%20Technology&pgtype=Homepage

L'amas de galaxies d'Ophiuchus ("Le Serpentaire"), distant de 390 millions d'années-lumière, a été le siège de la plus colossale explosion connue causée par un trou noir : la singularité WISEA J171227.81-232210.7, trou noir dont la masse est plusieurs milliards de fois plus grande que celle du Soleil, a volatilisé la masse-énergie d'environ 270 millions de Soleils en environ 100 millions d'années, laissant un trou d'énergie à leur place. L'énergie de cette explosion équivaut à celle d'un milliard de supernovas. - Détails : *The Astrophysical Journal* - https://www.icrar.org/wp-content/uploads/2020/02/2002.01291.pdf

[298]Platon *La République* – Traduction et présentation par Georges Leroux
Editions GF Flammarion (801 pages, 2002)

[299]Violation de la symétrie CPT et conséquences

- Article Wikipedia *CPT Symmetry* https://en.wikipedia.org/wiki/CPT_symmetry
- Article *CPT Violation Does Not Lead to Violation of Lorentz Invariance and Vice Versa* - arXiv:1103.0168v2 [hep-th] – 3 Apr 2011

[300]*L'Almageste*, monumental traité de mathématiques et d'astronomie de Ptolémée d'Alexandrie, publié vers 150 après J.-C. Le mouvement apparent des planètes y est décrit à l'aide d'un modèle à épicycles permettant des calculs avec une précision de l'ordre du degré d'arc.

L'Almageste a apporté la preuve, 550 ans après Platon, que les mathématiques peuvent décrire le monde. Et depuis, aucune autre approche n'a permis de comprendre, prévoir et prédire les évolutions des objets de la nature ; les causes d'évolution préférées de Platon et Aristote, la finalité et le jugement de valeur ne permettent aucune compréhension et aucune prédiction fiables.

Nicolas Copernic a eu accès à un abrégé de l'Almageste, *Epitoma in Almagestum Ptolemaei*, à partir duquel il a construit son propre modèle héliocentrique du Système solaire.

[301]*Relational Quantum Mechanics* (octobre 2019)
The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2019 Edition)
https://plato.stanford.edu/archives/win2019/entries/qm-relational/

[302]Article sur le pulsar qui tourne le plus vite :
Weird Object: Neutron Star PSR J1748-2446 - https://astronomy.com/magazine/weirdest-objects/2015/05/31-neutron-star-psr-j17482246

[303]Article dans *The New York Times* du 07/04/2020 :
How's the View From a Spinning Star? - https://www.nytimes.com/2020/04/07/science/pulsar-xkcd-munroe-stars.html?campaign_id=34&emc=edit_sc_20200407&instance_id=17439&nl=science-times&regi_id=34083928&segment_id=24153&te=1&user_id=af719281173f2981c920693aeb6a3ef8
L'article décrit ce qu'on verrait de la surface d'une étoile à neutrons en rotation rapide.

[304]Article *The Mathematical Theory of Communication* par Claude Shannon dans *Bell System Technical Journal* Vol. 27 pp. 379-423, 623-656, July, Oct. 1948
https://www.bing.com/search?form=MOZLBR&pc=MOZI&q=The+Mathematical+Theory+of+Communication

[305]Article Wikipédia *3-sphère* - https://fr.wikipedia.org/wiki/3-sph%C3%A8re

[306]Hamiltonien (fonction de Hamilton) : définition
https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-hamiltonien-4872/
La fonction de Hamilton $H(q_i, p_i)$ décrit l'énergie totale du système mécanique considéré (matière + champ de gravitation).

[307]Espace des phases – Complément
https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-espace-phases-4880/

[308]Définition de l'unité de temps : http://dictionnaire.sensagent.leparisien.fr/Seconde%20(temps)/fr-fr/

[309]Article *Evolution of Geometry in Time* Scientific American 2005
http://god-does-not-play-dice.net/Smolin_loops.jpg

[310] Article *De la gravitation quantique à boucles* par Carlo Rovelli
https://www.cnrs.fr/publications/imagesdelaphysique/couv-PDF/IdP2011/06_Rovelli.pdf

[311]Article *Beyond the black hole singularity* ScienceDaily (20/12/2018)
Source: Penn State (Pennsylvania State University)
www.sciencedaily.com/releases/2018/12/181220111804.htm

[312]Article *Viewpoint: Black Hole Evolution Traced Out with Loop Quantum Gravity* par Carlo Rovelli (*Physics* 11, 127 – 10/12/2018)
https://physics.aps.org/articles/v11/127

[313] Livre *La révolution inachevée d'Einstein – Au-delà du quantique* par Lee Smolin (Dunod 2019) C'est un excellent ouvrage, didactique et passionnant à lire. C'est aussi un livre à thèse défendant le réalisme naïf d'Einstein et de Smolin lui-même contre l'interprétation antiphilosophique de Copenhague défendue par Bohr et Heisenberg et résumant des pistes de recherche dans ce domaine.

[314] Articles de Grete Hermann :

- *Die Naturphilosophischen Grundlagen der Quantenmechanik* dans *Die Naturwissenschaften 23* (10/1935) ;
- *The Foundations of Quantum Mechanics in the Philosophy of Nature* dans *Harvard Review of Philosophy 7, n° 1* (1999).

[315] Article *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique* de Henri Poincaré dans Acta Mathematica 13, 1890, pages 1-270
http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/chp/hp-pdf/hp1890am.pdf

Voir aussi : *Note on the Quantum Recurrence Theorem* dans *Physical Review A 18*, N° 5 (11/78)
https://journals.aps.org/pra/abstract/10.1103/PhysRevA.18.2379

[316] Livre *Epigenetics – How Environment Shapes Our Genes* par Richard C. Francis
W. W. Norton & Company, New York, London.

[317] Livre *The Genetics Revolution – How Modern Biology is Rewriting Our Understanding of Genetics, Disease and Inheritance* par Nessa Carey – Icon Books, London